T2R2 東京科学大学 リサーチリポジトリ
Science Tokyo Research Repository

論文 / 著書情報
Article / Book Information

論題(和文)	任意の伝達関数を実現できる構造有界なウェーブディジタルフィルタの存在
Title(English)	Existence of Structurally Bounded Wave Digital Filter for Arbitrary Transfer Functions
著者(和文)	石渡俊一, 西原明法, 藤井信生
Authors(English)	AKINORI NISHIHARA, NOBUO FUJII
出典(和文)	電子情報通信学会論文誌(A), Vol. J75-A, No. 1, pp. 10-17
Citation(English)	, Vol. J75-A, No. 1, pp. 10-17
発行日 / Pub. date	1992, 1
URL	http://search.ieice.org/
権利情報 / Copyright	本著作物の著作権は電子情報通信学会に帰属します。 Copyright (c) 1992 Institute of Electronics, Information and Communication Engineers.

Powered by T2R2 (Science Tokyo Research Repository)

論　文

任意の伝達関数を実現できる構造有界なウェーブディジタルフィルタの存在

正　員　石渡　俊一[†]　　正　員　西原　明法[†]　　正　員　藤井　信生[†]

Existence of Structurally Bounded Wave Digital Filters for Arbitrary Tranfer Functions

Shunichi ISHIWATA[†], Akinori NISHIHARA[†] *and* Nobuo FUJII[†], *Members*

あらまし　構造有界性をもつ回路は通過域内で低感度となることが知られているが，従来，構造有界性を満足し，かつ，任意の伝達関数を実現できるウェーブディジタルフィルタは存在していない．本論文では，まず，任意のリアクタンスE区間，Richards区間に対応する構造有界なウェーブディジタルフィルタが存在することを示し，実際にこれらの実現回路を導出する．この際に，無限語長下で等しい係数値をもつべき乗算器同士が，係数量子化後も互いに等しい係数値をもつものとしている．次に，提案した回路を縦続接続する際に生じるディレイフリーループを，黒田の等価変換に基づく方法により消去できることを示す．この結果，参照リアクタンスフィルタの構造有界性を受け継ぎ，かつ，任意の伝達関数を実現可能なウェーブディジタルフィルタが，実際に存在することが示される．

キーワード：ウェーブディジタルフィルタ，構造有界性，低感度，任意の伝達関数

1. まえがき

抵抗両終端形のリアクタンスフィルタは，通過域内で低素子感度特性をもつ．これは，リアクタンス素子の値のいかなる変動に対しても，振幅特性の最大値が常にある一定の値以下に保たれるという性質，すなわち，構造有界性を有するためである．これをシミュレートしたウェーブディジタルフィルタ[(1)](以下WDFと略す）は，この構造有界性を受け継ぐように実現されれば，通過域内低素子感度特性も受け継ぐことが可能である．しかし，従来知られている構造有界性を受け継ぐWDFは，任意の伝達関数を実現できるわけではない（本論文でいう任意の伝達関数は，極がz平面の単位円内にのみ存在するという安定条件を満足し，かつ，周波数に無関係な定数倍を除いて任意である伝達関数を意味しているものとする）．

従来対応する構造有界なWDFが知られている区間には，LCの並列共振回路，あるいは，LまたはCが直列腕となる区間(A区間)，および，LCの直列共振回路，あるいは，LまたはCが並列腕となる区間（B区間）がある．ところで，Richards区間は，0を除く任意の実零点を実現可能であり，また，リアクタンスE区間[(2)](以下単にE区間と呼ぶ)は，虚部が0でない任意の複素零点を実現可能である．ここで，A区間，B区間，Richards区間，E区間を用いることにより，任意の伝達関数を実現可能なことが知られている[(3),(4)]．従って，任意のRichards区間，E区間に対応する構造有界なWDFが得られれば，任意の伝達関数を構造有界なWDFで実現できることになる．

Richards区間，E区間に対応するWDFは，鈴木ら[(4),(5)]により提案されている．このWDFでは，乗算器係数の数が参照リアクタンスフィルタの自由度の数よりも多いので，乗算器係数の間にある関係が存在している．この関係が係数量子化後にも常に満足され得るようなものでないため，鈴木らのWDFは，係数量子化後では構造有界性を真に受け継いでいるとは言えない．にもかかわらず，鈴木らのWDFはかなり低係数感度特性を有することが示されている．しかし，係数量子化後にも構造有界性を受け継ぐように実現できれば，更に低係数感度特性を有することが期待できる．

また，全域通過回路の並列接続に基づく構成法[(6),(7)]

† 東京工業大学工学部電子物理工学科，東京都
Faculty of Engineering, Tokyo Institute of Technology, Tokyo, 152 Japan

では，構造有界性は満足されるが，実現できる伝達関数が限られている．更に，散乱行列の因数分解に基づく構成法[8]では，一般にはゼロ次区間が必要で，この区間内の乗算器係数間に成立すべき関係が，係数量子化後では通常は満足されないので，構造有界性を満足しない．

以上のように，構造有界性を満足し，かつ，任意の伝達関数を実現できるWDFは，従来存在していない．そこで本論文では，「参照リアクタンスフィルタの構造有界性を受け継ぎ，かつ，任意の伝達関数を実現可能なWDFが存在することを示す」ということを目的とする．

このために，まず，E区間，Richards区間に対応する構造有界なWDFが存在することを示す．また，このようなWDFの実現回路を導出する．得られたWDFをそのまま縦続接続すると，ディレイフリーループを生じる．そこで次に，これを消去する方法として，黒田の等価変換[9]に基づいた方法を示す．最後に，構成例を示し，構造有界性を満足していることを確認する．

2. 構造有界性を受け継ぐWDF区間

本章では，まず，参照リアクタンスフィルタの構造有界性を受け継ぐWDF区間を導出するための基本的な考え方を述べる．次に，この考え方に基づいて，E区間に対応するWDFを導出する．更に，このWDFから得られるいくつかの回路について述べる．

2.1 構造有界性を受け継ぐための十分条件

鈴木らにより提案されたE区間に対応するWDF[4],[5]では，乗算器の数がE区間の自由度の数よりも多いため，構造有界性を受け継ぐためには，乗算器係数の間にある関係が満足されなければならない．しかし，この関係は係数量子化後にも常に満足され得るようなものではない．すなわち，このWDFは，構造有界性を満足していない．

一般に，参照リアクタンスフィルタの自由度より乗算器の数が多いときにもWDFが構造有界性を受け継ぐためには，乗算器係数間に成立すべき関係が，係数量子化後にも常に満足され得るような関係でなければならない．本論文では，そのような関係として，「互いに係数値が等しい」という関係のみを許すことにする．無限語長下で等しい係数値をもつ乗算器同士が，係数量子化後にも互いに等しい係数値をもつという条件は，容易に満足可能であり，更にこのように量子化を行うことは極めて自然なことである．ここで，乗算器A, Bが互いに等しい係数値をもつ必要があるとき，AとBは同じ種類の乗算器であると言い，そうでないとき，AとBは異なる種類の乗算器であると言うことにする．このとき，乗算器の種類の数を参照フィルタの自由度に等しくすることができれば，成立すべき乗算器係数間の関係が，「互いに係数値が等しい」という関係のみに限られ，構造有界性を受け継ぐことが可能になる．

ところで，本論文で扱うWDFでは，その内部の演算は定数乗算と加減算と遅延のみからなるものとする．よって，参照フィルタの L，C に対応する要素を取り外した残りの回路(若しくは，いわゆるアダプタ)の散乱行列の各成分は，乗算器係数の整数係数の多項式で表されなければならない．以上より，乗算器の種類の数を参照フィルタの自由度に等しくし，かつ，アダプタの散乱行列の各成分をこれらの乗算器係数の整数係数の多項式で表すことができれば，構造有界性を受け継ぐWDFを得ることが可能であると言える．

2.2 E区間に対応するWDF

本節では，前節で示した考え方に基づいて，図1のE区間に対応する構造有界なWDFを導出し，その回路を示す．

図1において，$1/sG_3$ と $9/G_4$ を取り外した回路の4端子対散乱行列は，次式で表せ[5]る．

$$\begin{bmatrix}1&0&1&1\\0&1&1&n\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1+L_1&L_2&0&0\\L_3&1+L_4&0&0\\K_1&K_2&1&0\\K_3&K_4&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1&0&1&1\\0&-1&1&n\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix} \quad (1)$$

$$L_1=2r(G_4+G_3n-G_3G_4r)/\Delta$$
$$L_2=-2r(G_4+G_3+G_3G_4R_1)/\Delta$$
$$L_3=2r(G_4+G_3n^2+G_3G_4R_2)/\Delta$$
$$L_4=-2r(G_4+G_3n+G_3G_4r)/\Delta$$
$$K_1=-2\{n(n-1)+G_4(R_2+r)\}/\Delta$$
$$K_2=2\{n-1-G_4(R_1-r)\}/\Delta$$

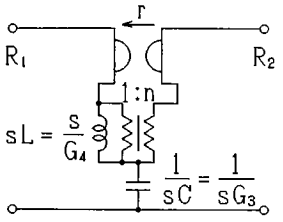


図1 リアクタンスE区間
Fig. 1 Type E section.

$$K_3=2\{n-1-G_3(R_2+rn)\}/\Delta$$
$$K_4=-2\{n-1+G_3(R_1n-r)\}/\Delta$$
$$\Delta=(n-1)^2+G_3(R_2+R_1n^2)+G_4(R_1+R_2)+G_3G_4(R_1R_2+r^2)$$

便宜上,

$$a_1=\frac{1}{\Delta} \tag{2}$$
$$a_2=\frac{G_3(R_1+R_2)}{2\Delta} \tag{3}$$
$$a_3=\frac{G_4(R_1+R_2)}{2\Delta} \tag{4}$$
$$a_4=\frac{G_3G_4R_1R_2}{\Delta} \tag{5}$$
$$m=\frac{R_1+R_2}{2R_1R_2}r \tag{6}$$
$$p=\frac{R_1-R_2}{R_1+R_2} \tag{7}$$

と置くと,式(1)の散乱行列の各成分を,7項の変数 a_1, a_2, a_3, a_4, m, n, p の整数係数の多項式で表すことができる.ここで,E区間の自由度は R_2/R_1 を含めて5であるため,前節で述べた考え方に従えば,散乱行列の各成分が5個の変数の整数係数の多項式で表されればよいことになる.このために,これら7個の変数の間に存在する二つの関係

$$a_1=(n-1)^2a_1^2+a_1a_2\{(1+p)n^2+1-p\}+2a_1a_3+a_2a_3(1-p^2)\{1+m^2(1-p^2)\} \tag{8}$$
$$a_2a_3(1-p^2)=a_1a_4 \tag{9}$$

が満足され,かつ,変数が2個減って,式(1)の散乱行列の各成分が新たに得られる5個の変数の整数係数の多項式で表されるように,変数置換を行う.式(8)より,

$$a_3=\frac{a_1[1-(n-1)^2a_1-a_2\{(1+p)n^2+1-p\}]}{2a_1+a_2(1-p^2)\{1+m^2(1-p^2)\}} \tag{10}$$

これと式(9)より,

$$a_4=\frac{a_2(1-p^2)[1-(n-1)^2a_1-a_2\{(1+p)n^2+1-p\}]}{2a_1+a_2(1-p^2)\{1+m^2(1-p^2)\}} \tag{11}$$

ここで,

$$a_1=k(1-p^2)-kl(1-p^2)\{1+m^2(1-p^2)\} \tag{12}$$
$$a_2=2kl \tag{13}$$

という変数置換を行うと,

$$\frac{a_1}{2a_1+a_2(1-p^2)\{1+m^2(1-p^2)\}}=\frac{1-l\{1+m^2(1-p^2)\}}{2} \tag{14}$$
$$\frac{a_2(1-p^2)}{2a_1+a_2(1-p^2)\{1+m^2(1-p^2)\}}=l \tag{15}$$

となるため,式(10),(11)より,$2a_3$, a_4 が5個の変数 k, l, m, n, p の整数係数多項式で表される.このとき,a_3 は整数係数多項式に1/2倍が掛かった式で表されているが,後で示すように,式(1)の散乱行列の各成分は整数係数多項式で表される.また,式(12),(13)より,

$$k=\frac{\{R_1+R_2+G_3(R_1R_2+r^2)\}(R_1+R_2)}{4R_1R_2\Delta} \tag{16}$$
$$l=\frac{G_3R_1R_2}{R_1+R_2+G_3(R_1R_2+r^2)} \tag{17}$$

である.

以上をまとめて,式(1)の L_1〜L_4, K_1〜K_4 を k, l, m, n, p で表すと,

$$X=1-l\{1+m^2(1-p^2)\} \tag{18}$$
$$W=1-k(1-p^2)X(n-1)^2-2kl\{(1+p)n^2+1-p\} \tag{19}$$

と置いて,次式のようになる.

$$\begin{aligned}
L_1&=m(1-p^2)(WX+4kln-2Wlm)\\
L_2&=-m(1-p^2)(WX+4kl)-2Wlm(1+p)\\
L_3&=m(1-p^2)(WX+4kln^2)+2Wlm(1-p)\\
L_4&=-m(1-p^2)(WX+4kln+2Wlm)\\
K_1&=-X(1-p^2)\{2kn(n-1)+Wm\}-WX(1-p)\\
K_2&=X(1-p^2)\{2k(n-1)+Wm\}-WX(1+p)\\
K_3&=k(1-p^2)\{2X(n-1)-4lmn\}-4kl(1-p)\\
K_4&=-k(1-p^2)\{2X(n-1)-4lm\}-4kln(1+p)
\end{aligned} \tag{20}$$

この式より,式(1)の散乱行列の各成分が,5種類の変数 k, l, m, n, p の整数係数多項式で表されることが確認できる.すなわち,5種類の乗算器 k, l, m, n, p を用いて,E区間に対応する構造有界なWDFを実現することが可能である.従って,E区間に対応する構造有界なWDFが存在する.式(1),(20)より得られる,E区間に対応する構造有界なWDFのアダプタを図2に示す.図2において,端子3の間に z^{-1} を接続し,端子4の間に $-z^{-1}$ を接続すれば,E区間に対応す

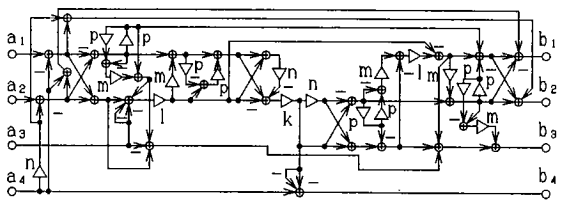


図2 E区間に対応する構造有界なWDF
Fig. 2 Structurally bounded WDF for a type E section.

る構造有界な WDF が得られる．

2.3 Richards 区間に対応する WDF

ここでは，図 3 の Richards 区間に対応する構造有界な WDF を導出する．Richards 区間は E 区間において，$1/G_4=0$ としたものである．このとき，式(16)より $k=0$ となる．l，m，p は E 区間の場合と同じである．また，n は不要な部分を削除することにより消去される．この散乱行列の各成分は，式(1)，(20)より，次式のように表される．

$$
\begin{aligned}
S_{11}&=-Xp-l\{1-m^2(1-p^2)\}\\
S_{12}&=(1+p)(X+2lm)\\
S_{13}&=2l\{1-m(1+p)\}\\
S_{21}&=(1-p)(X-2lm)\\
S_{22}&=Xp-l\{1-m^2(1-p^2)\}\\
S_{23}&=2l\{1+m(1-p)\}\\
S_{31}&=X(1-p)\{1+m(1+p)\}\\
S_{32}&=X(1+p)\{1-m(1-p)\}\\
S_{33}&=-1+2l\{1+m^2(1-p^2)\}
\end{aligned}
\tag{21}
$$

Richards 区間の自由度は R_2/R_1 を含めて 3 であるが，式(21)より，散乱行列の各成分が 3 個の変数 l，m，p の整数係数多項式で表されていることがわかる．従って，Richards 区間に対応する構造有界な WDF が存在する．以上より得られる，Richards 区間に対応する構造有界な WDF のアダプタを図 4 に示す．図 4 において，端子 3 の間に z^{-1} を接続すれば，Richards 区間に対応する構造有界な WDF が得られる．

2.4 C 区間または Brune 区間に対応する WDF

E 区間において $r=0$ の場合は，C 区間または Brune 区間となる．このとき，$m=0$ となり，k，l は次式のようになる．

$$k=\frac{(R_1+R_2+G_3R_1R_2)(R_1+R_2)}{4R_1R_2\Delta} \tag{22}$$

$$l=\frac{G_3R_1R_2}{R_1+R_2+G_3R_1R_2} \tag{23}$$

p，n は E 区間の場合と同じである．これを実現する構造有界な WDF は，図 2 において $m=0$ とし，これに伴い不要になる部分を削除することにより得られる．

3. ディレイフリーループの消去

前章で導出された WDF をそのまま縦続接続すると，ディレイフリーループが生じてしまう．これを回避する方法として本論文では，黒田の等価変換[9] に基づいた方法を用いる．本章では，この黒田の等価変換に基づいたディレイフリーループの消去法を示す．

図 5 (a) に黒田の等価変換を示す．この図において u. e. はユニットエレメントを表している．黒田の等価変換は，図 5 (a) に示すように，ある回路 F の右側に特性インピーダンスが R_2 のユニットエレメントを接続した回路と，別のある回路 F' の左側に特性インピーダンスが R_1 のユニットエレメントを接続した回路において，両者の 2 端子対パラメータが完全に等しくなるという等価変換である．WDF においては，ユニットエレメントを Quasi-reciprocal Line (QUARL)[1] で置き換えることにより，黒田の等価変換は図 5 (b) のように表すことができる．

次にこれを用いたディレイフリーループの消去の方法について述べる．WDF において，図 6 に示すように終端部に遅延器を付加すると散乱行列の S_{12}，S_{22} 成分は z^{-1} 倍となるが，S_{11}，S_{21} 成分は全く変化しない．こ

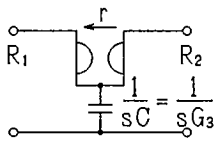


図 3 Richards 区間
Fig. 3 Richards section.

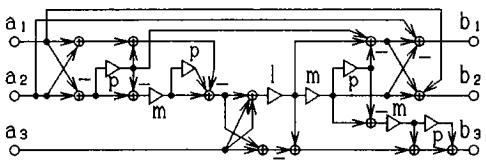


図 4 Richards 区間に対応する構造有界な WDF
Fig. 4 Structurally bounded WDF for a Richards section.

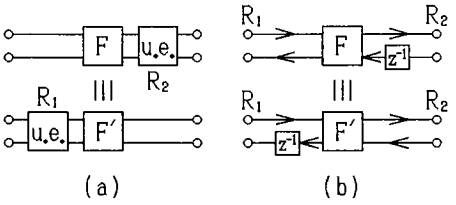


図 5 黒田の等価変換
Fig. 5 Kuroda's identity.

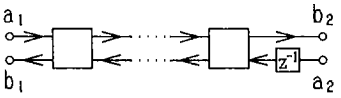


図 6 終端部に遅延器が付加された WDF
Fig. 6 WDF with a delay at the termination point.

のWDFでは，a_1からb_2への伝送，すなわちS_{21}が実現する伝達関数であるから，この遅延器の付加は伝達関数，構造有界性などにいっさい影響を与えない．この状態から，回路内の最も左にあるディレイフリーループが消去されるように遅延器が挿入されるまで，黒田の等価変換を繰り返し適用する．更に，終端部に遅延器を付加し黒田の等価変換を適用する操作を必要なだけ繰り返すことにより，回路内のすべてのディレイフリーループを消去することができる．このとき，S_{11}，S_{21}はディレイフリーループを消去する前と全く同じである．

次に，黒田の等価変換がE区間にも適用可能なことを示す．黒田の等価変換は，図5(b)の回路FのF行列の各成分$\bar{A}$，$\bar{B}$，$\bar{C}$，$\bar{D}$および回路F'のF行列F'を用いて次式のように表せる[9]．

$$F'=\frac{1}{1-s^2}\begin{pmatrix}\bar{A}-sR_1\bar{C}+s\frac{1}{R_2}\bar{B}-s^2\frac{R_1}{R_2}\bar{D} & sR_2\bar{A}-s^2R_1R_2\bar{C}+\bar{B}-sR_1\bar{D}\\ -s\frac{1}{R_1}\bar{A}+\bar{C}-s^2\frac{1}{R_1R_2}\bar{B}+s\frac{1}{R_2}\bar{D} & -s^2\frac{R_2}{R_1}\bar{A}+sR_2\bar{C}-s\frac{1}{R_1}\bar{B}+\bar{D}\end{pmatrix} \tag{24}$$

図1のE区間のF行列は，

$$F=\frac{1}{1-sCr+s^2nLC}\begin{pmatrix}1+s^2LC & sL(n-1)^2+sCr^2\\ sC & 1+s^2n^2LC\end{pmatrix} \tag{25}$$

である．式(24)に式(25)を代入すると，

$$F'=\frac{1}{(1-s^2)(1-sCr+s^2nLC)}\begin{pmatrix}\tilde{A} & \tilde{B}\\ \tilde{C} & \tilde{D}\end{pmatrix} \tag{26}$$

$$\tilde{A}=1+s^2\left[LC-CR_1+\frac{1}{R_2}\{L(n-1)^2+Cr^2\}-\frac{R_1}{R_2}\right]-s^4\frac{R_1}{R_2}n^2LC$$

$$\tilde{B}=s\{R_2-R_1+L(n-1)^2+Cr^2+s^2(LCR_2-R_1R_2C-R_1n^2LC)\}$$

$$\tilde{C}=\frac{s}{R_1R_2}[-R_2+R_1+CR_1R_2+s^2\{-R_2LC-L(n-1)^2-Cr^2+R_1n^2LC\}]$$

$$\tilde{D}=1+s^2\left[n^2LC+CR_2-\frac{1}{R_1}\{L(n-1)^2+Cr^2\}-\frac{R_2}{R_1}\right]-s^4\frac{R_2}{R_1}LC$$

となる．F'が2次無損失区間のF行列と対応するためには，$\tilde{A}$〜$\tilde{D}$がすべて$1-s^2$で割り切れなければならず，このためには，

$$R_1=\frac{R_2(1+LC)+L(n-1)^2+Cr^2}{1+n^2LC+CR_2} \tag{27}$$

でなければならない．このとき，

$$F'=\frac{1}{1-sCr+s^2nLC}\begin{pmatrix}\hat{A} & \hat{B}\\ \hat{C} & \hat{D}\end{pmatrix} \tag{28}$$

$$\hat{A}=1+s^2\frac{R_1}{R_2}n^2LC$$

$$\hat{B}=\frac{sC[\{Ln(n-1)+R_2\}^2+(n^2L+R_2)Cr^2]}{1+n^2LC+CR_2}$$

$$\hat{C}=\frac{s}{R_1R_2}\cdot\frac{L(n-1-CR_2)^2+Cr^2(1+CR_2)}{1+n^2LC+CR_2}$$

$$\hat{D}=1+s^2\frac{R_2}{R_1}LC$$

となる．これを，E区間自身と比較することにより，以下の関係を得る．

$$n'=\frac{1}{n}\cdot\frac{R_2}{R_1} \tag{29}$$

$$C'=\frac{1}{R_1R_2}\cdot\frac{L(n-1-CR_2)^2+Cr^2(1+CR_2)}{1+n^2LC+CR_2} \tag{30}$$

$$L'=\frac{R_1}{R_2}n^2LC\frac{1}{C'} \tag{31}$$

$$r'=Cr\frac{1}{C'} \tag{32}$$

ここで，n'，C'，L'，r'はF'中のパラメータである．これより，E区間にも黒田の等価変換を適用することが可能で，図5(a)の回路FがE区間のときはF'もE区間になることがわかる．また，Richards区間およびBrune区間はE区間の特殊な場合であり，全く同様にして黒田の等価変換を適用できる．以上より，黒田の等価変換を実際に行うためには，式(27)によりポート抵抗を決定し，また，式(29)〜(32)により，回路の素子値を決定すればよいことがわかる．

以上本章では，前章で導出されたWDFを相互接続する際に生じるディレイフリーループを，すべて消去できることを示した．従って，前章までに述べたことと併せて，任意の伝達関数を実現できる構造有界なWDFが存在することが示された．

4. 構 成 例

本章では，本論文で提案した構造有界なWDFの構成例を示す．仕様は，6次の低域通過フィルタで，通過域端0.08 [Hz]（標本化周波数1 [Hz]），通過域内最大減衰量0.3 [dB]，通過域内群遅延リプル1.5 [s]とする．実現する伝達関数は，これを満足するように，文献(10)の振幅位相同時近似設計法において，$n=3$，$\alpha=8$，$\theta_0=0.065$とした，伝達関数とする．図7に，こ

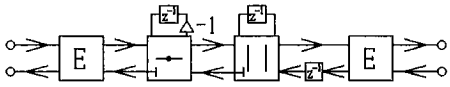


図 7 構 成 例
Fig. 7 Example of a cascade synthesis.

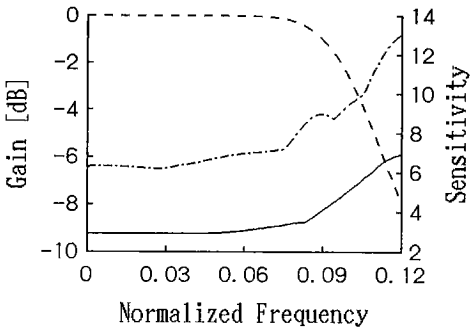


図 8 通過域感度特性
Fig. 8 Worstcase sensitivity in a passband.

こで用いた回路の構成を示す．図7でEとあるのがE区間に対応するWDFである．また，黒田の等価変換を用いて，ディレイフリーループの消去を行っている．通過域内の感度特性を図8に示す．E区間に対応するWDFとして，文献(5)の回路を用いたときの感度特性も併せて示す．なお，ここで用いた感度は，各乗算器に対する1次微分相対振幅感度に対して，同じ係数値をもつものごとにそのまま和をとり，更に，係数値の異なるものについて絶対値和をとったものである[11]．

次にこの感度の意味について述べる．

最初に乗算器が二つの場合について述べる．二つの乗算器の乗算器係数 x_i, x_j が微小変化したときの振幅の変化の割合は，H を振幅，S_x^H を乗算器係数 x に対する1次微分相対振幅感度として，

$$\frac{dH}{H}=S_{x_i}^H\frac{dx_i}{x_i}+S_{x_j}^H\frac{dx_j}{x_j} \tag{33}$$

と表せる．x_i, x_j が異なる値のとき，x_i, x_j を一定の割合 $|dx_i/x_i|=|dx_j/x_j|=|dx/x|$ だけ微小変化させたときの $|dH/H|$ の最悪(最大)の値は，式(33)において，dx_i/x_i, dx_j/x_j がそれぞれ独立に正にも負にもなり得ることを考慮すると，

$$\left|\frac{dH}{H}\right|=(|S_{x_i}^H|+|S_{x_j}^H|)\left|\frac{dx}{x}\right| \tag{34}$$

となる．これに対して，x_i, x_j が互いに等しい値のときは，量子化後も互いに等しい値となることを考慮すると，$dx_i/x_i=dx_j/x_j$ が常に成立しているとしてよい．よって，x_i, x_j を一定の割合 $dx_i/x_i=dx_j/x_j=dx/x$ だけ微小変化させたときの $|dH/H|$ の最悪の値は，式(33)より，

$$\left|\frac{dH}{H}\right|=|S_{x_i}^H+S_{x_j}^H|\left|\frac{dx}{x}\right| \tag{35}$$

となる．

次に，乗算器が三つあって，その乗算器係数 x_i, x_j, x_k が $x_i\neq x_j=x_k$ という関係にある場合について述べる．x_i, x_j, x_k を一定の割合 $|dx_i/x_i|=|dx_j/x_j|=|dx_k/x_k|=|dx/x|$ だけ微小変化させたときの $|dH/H|$ の最悪の値は，式(34)，(35)を参考にすると，

$$\left|\frac{dH}{H}\right|=(|S_{x_i}^H|+|S_{x_j}^H+S_{x_k}^H|)\left|\frac{dx}{x}\right| \tag{36}$$

となることがわかる．このとき，三つの乗算器係数 x_i, x_j, x_k に関する感度は

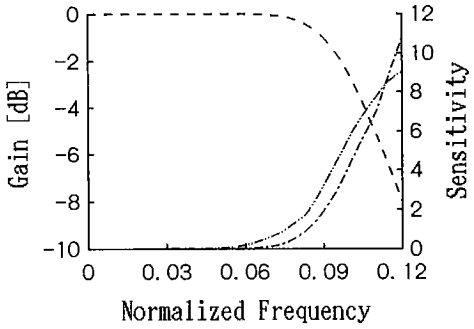
$$\frac{\left|\frac{dH}{H}\right|}{\left|\frac{dx}{x}\right|}=|S_{x_i}^H|+|S_{x_j}^H+S_{x_k}^H| \tag{37}$$

のように定義できる．

以上のことを考慮すると，本論文で用いた感度は，すべての乗算器の係数値が（係数値の等しいものを除いて，変化の向きを正でも負でもよいとして）ある一定の割合だけ微小変化したときの振幅の変化の割合の最悪の値を，係数値の変化の割合で割った比を意味していることがわかる．但し，このときに，無限語長下で等しい係数値をもつ乗算器同士には，係数量子化後も互いに等しい係数値をもたせるということを考慮して，等しい係数値は全て同じ向きにのみ変化するものとしている．

図8より，提案したWDFは，（すべての乗算器の係数値を一定の割合だけ微小変化させても）構造有界性を満足するため通過域内でかなり低感度となっていることがわかる．

通常は上のように透過係数 S_{21} を伝達関数としてWDFを構成するが，反射係数 S_{11} を伝達関数としても構成可能である．同じ伝達関数を S_{11} で実現したときの通過域感度特性を，図9に1点鎖線で示す．構造有界性を満足しているため，整合点での感度が0となっていることがわかる．ここで，整合点とは，振幅が



-·-·-·- Realized as S_{11}
-··-··- Realized as S_{21} using Eqs. (39), (40)
------- Gain

図 9 通過域感度特性
Fig. 9 Worstcase sensitivity in a passband.

とり得る最大の値（この例の場合 0 [dB]）となる周波数のことである．また，これに伴って，通過域内で非常に低感度となっていることがわかる．しかし，各々の減衰極が 1 区間内の乗算器のみで実現されるという特長が失われるため，阻止域での感度が高くなっている．

ところで，図 7 において，直列アダプタ内の乗算器の乗算器係数を γ_1，並列アダプタ内の乗算器の乗算器係数を γ_2，左側の E 区間 WDF 内の式(7)の乗算器係数 p を p_1，右側の E 区間 WDF 内のそれを p_2 とすると，終端抵抗比は，

$$\frac{R_2}{R_1}=\frac{1-p_1}{1+p_1}\cdot\gamma_1\cdot\frac{1}{\gamma_2}\cdot\frac{1-p_2}{1+p_2} \tag{38}$$

と表される．ここで用いた伝達関数の場合，$R_2/R_1=1$ であるが，係数量子化後では一般にはこの関係が満足されない．そこで新たに，乗算器係数 γ_3 の乗算器を用いて，

$$\gamma_1=\gamma_3(1+p_1)(1+p_2) \tag{39}$$

$$\gamma_2=\gamma_3(1-p_1)(1-p_2) \tag{40}$$

と置くと，$R_2/R_1=1$ が係数量子化後も常に満足されるようになる．このような変換を行なった回路の通過域感度特性を，図 9 に 2 点鎖線で示す．図 9 より，整合点での感度が 0 になっていることが確認できる．すなわち，図 7 の回路が参照リアクタンスフィルタの構造有界性を受け継いでいることが確認された．ところで，このような変換は，あらゆる回路において可能なわけではないので，終端抵抗比が 1 の場合にも，必ずしも整合点での感度を 0 にできるわけではない．このことは今後の課題の一つになっている．

5. むすび

本論文では，まず，E 区間（および Richards 区間）に対応し，かつ，その構造有界性を真に受け継ぐ WDF が存在することを示した．また，実際にそのような WDF を導出し，その実現回路を示した．これらの回路をそのまま縦続接続するとディレイフリーループが生じるが，次に，黒田の等価変換に基づいた方法により，すべてのディレイフリーループが消去できることを示した．以上により，従来知られている構造有界な WDF に加えて，本論文で提案された構造有界な WDF を用いることにより，構造有界で，かつ，任意の伝達関数を実現可能な WDF を構成できることが示された．すなわち，目的が達成されたと言える．

しかし，提案した回路は乗算器数が非常に多く，実用上には問題がある．そこで，構造有界で，かつ，任意の伝達関数を実現でき，かつ，乗算器のより少ない WDF が存在するかどうかを調べることが重要な今後の課題として残されている．

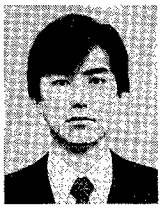
謝辞 本研究に対し有益な御助言を頂いた芝浦工業大学の柳沢健教授，および東京工業大学の高木茂孝助教授に深く感謝致します．

文　献

(1) Fettweis A.: "Wave digital filters: theory and practice", Proc. IEEE, **74**, 2, pp. 270-327 (Feb. 1986).
(2) Hazony D.: "Zero cancellation synthesis using impedance operators", IRE Trans. Circuit Theory, **CT-8**, pp. 114-120 (June 1961).
(3) Youla D. C.: "A new theory of cascade synthesis", IRE Trans. Circuit Theory, **CT-9**, pp. 244-260 (Sept. 1961).
(4) Suzuki M. and Nagai N.: "Wave digital filter synthesized with the darlington procedure of classical circuit theory", Linear Circuits, Systems and Signal Processing, chapter 11, pp. 311-342, Marcel Dekker, Inc. (1990).
(5) Suzuki M., Miki N. and Nagai N.: "New wave digital filters for basic reactance sections", IEEE Trans. Circuits & Syst., **CAS-32**, 4, pp. 337-348 (April 1985).
(6) Vaidyanathan P. P., Mitra S. K. and Neuvo Y.: "A new approach to the realization of low-sensitivity IIR digital filters", IEEE Trans. Acoust., Speech & Signal Process., **ASSP-34**, 2, pp. 350-361 (April 1986).
(7) Vaidyanathan P. P., Regalia P. and Mitra S. K.: "Design of doubly-complementary IIR digital filters using a single complex allpass filters, with multirate applications", IEEE Trans. Circuits & Syst., **CAS-34**, 4, pp. 378-388 (April 1987).
(8) 渡部英二，茂木良明，西原明法："散乱行列の因数分解によるパイプライン処理可能なウェーブディジタルフィルタの一合成法"，第 2 回軽井沢ワークショップ，pp. 335-

342 (1989-03).
(9) Levy R.: "A general equivalent circuit transformation for distributed networks", IEEE Trans. Circuit Theory, **CT-12**, pp. 457-458 (Sept. 1965).
(10) Fahmy M. F. and Rhodes J. D.: "Finite band approximation for distributed and digital selective linear phase transfer funtions", Int. J. Circuit Theory & Appl., **3**, 1, pp. 57-70 (March 1975).
(11) Sugino N. and Nishihara A.: "Frequency-domain simulator of digital networks from the structural description", Trans. IEICE, **E73**, 11, pp. 1804-1806 (Nov. 1990)

(平成3年2月28日受付，8月2日再受付)



石渡　俊一

昭62東工大・工・電子物理卒．平1同大大学院修士課程了．現在，同大大学院博士課程在学中．ディジタルフィルタの研究に従事．

西原　明法

昭48東工大・工・電子物理卒．昭53同大大学院博士課程了．工博．同年より同大勤務．現在，同大工学部電子物理工学科助教授．回路理論，電子回路等の研究，教育に従事．信号処理と信号処理用プロセッサにも興味をもつ．IEEE会員．

藤井　信生

昭41慶大・工・電気卒．昭43東工大大学院修士，昭46同博士課程了．工博．同年東工大・工・助手，昭50同助教授，昭63同教授．昭59～60カリフォルニア大学客員研究員．昭50年度本会米澤記念学術奨励賞，昭57年度本会論文賞受賞．電子回路，回路網理論，能動フィルタなどの研究に従事．著書「アナログ電子回路」，「ディジタル電子回路」(昭晃堂)，「Opアンプの基礎と応用」(オーム社)など．電気学会，テレビジョン学会，IEEE各会員．