

論文 / 著書情報
Article / Book Information

論題(和文)	任意の伝達関数を実現でき整合点で感度が零となる Π 縦続接続構成ウェーブデジタルフィルタの存在
Title(English)	Existence of Pi-Cascade Wave Digital Filters that Have Zero Sensitivity at Each Matching Point and Realize Arbitrary Transfer Functions
著者(和文)	石渡俊一, 西原明法, 藤井信
Authors(English)	Shunichi, AKINORI NISHIHARA, NOBUO FUJII
出典(和文)	電子情報通信学会論文誌(A), Vol. J75-A, No. 10, 1547-1555
Citation(English)	, Vol. J75-A, No. 10, 1547-1555
発行日 / Pub. date	1992, 10
URL	http://search.ieice.org/
権利情報 / Copyright	本著作物の著作権は電子情報通信学会に帰属します。 Copyright (c) 1992 Institute of Electronics, Information and Communication Engineers.

任意の伝達関数を実現でき整合点で振幅感度が零となるⅡ縦続接続構成ウェーブデジタルフィルタの存在

正員 石渡 俊[†] 正員 西原 明法^{††} 正員 藤井 信生^{††}

Existence of II-Cascade Wave Digital Filters that Have Zero Sensitivity at Each Matching Point and Realize Arbitrary Transfer Functions

Shunichi ISHIWATA[†], Akinori NISHIHARA^{††} and Nobuo FUJII^{††}, Members

あらまし 整合点で振幅感度が零となる回路は、通過域内で非常に低い感度特性を有することが期待でき、望ましいと言える。また、Ⅱ縦続接続構成のウェーブデジタルフィルタ(WDF)は、Ⅰ縦続接続構成のWDFよりも阻止域内での感度が低くなるという利点を有している。しかし、任意の伝達関数を実現でき、かつ、整合点で振幅感度が零となるⅡ縦続接続構成のWDFの構成法は、従来知られていない。まず、このようなWDFを構成するために、参照する抵抗両終端形リアクタンスフィルタの区間として、どのような区間を用いればよいかを明らかにしている。このとき、整合点での感度が、両終端抵抗値の比に影響されて非零とならないように、両終端抵抗値を等しくしている。次に、この状態を乗算器係数を量子化した後においても保持するための、乗算器の置換の方法を示している。更に、各区間に対応するWDFとして、この置換を適用可能で、かつ、係数量子化後においても構造有界なものが存在することを示している。この結果、任意の伝達関数を実現でき、かつ、整合点で振幅感度が零となるⅡ縦続接続構成のWDFが、実際に存在することが明らかにされる。

キーワード ウェーブデジタルフィルタ, Ⅱ縦続接続, 低感度, 任意の伝達関数, 構造有界性

1. ま え が き

デジタルフィルタを実現する際の問題点の一つに、乗算器の係数値を有限の語長(ビット数)で表現しなければならないことにより、伝達特性が劣化するという問題がある。この特性劣化の度合は回路構造の違いにより異なるため、特性劣化の小さい回路構造が望まれる。この特性劣化の大きさを一般的に評価する尺度として、係数感度がよく用いられている。本論文では、振幅の係数感度として「すべての乗算器の係数値が微小単位割合だけ増減するとしたときの、振幅の変化の割合の最悪(最大)の値」を意味するように定義したものを用いることにし⁽¹⁾、これを単に感度と呼ぶことにする。この感度が低い回路構造程望ましいと言える。しかし、すべての周波数にわたり感度が零となるような回路構造は、一般の伝達関数形に対しては存

在しない。そこで、本論文では特に通過域内で低感度特性を有することが期待できる、整合点で感度が零となる回路構造を扱うことにする。ここで、整合点とは、振幅特性が最大値を取る周波数のこととする。

文献(1)により、任意の伝達関数を実現可能で、かつ、構造有界なⅡ縦続接続構成⁽²⁾のウェーブデジタルフィルタ⁽³⁾(WDF)が存在することが明らかにされている。(本論文でいう「任意の伝達関数」は、「すべての極が z 平面の単位円内にのみ存在し、かつ、周波数に無関係な定数倍を除いて任意の伝達関数」を意味しているものとする。また、「構造有界なWDF」は、「抵抗両終端形リアクタンスフィルタが有する構造有界性を係数量子化後においても受け継ぐWDF」を意味しているものとする)。しかし、このWDFでは、乗算器係数を量子化すると両終端抵抗値の比に相当する値が変動するため、この影響で整合点での感度が零とならない。また、全域通過回路の並列接続に基づく構成法⁽⁴⁾では、整合点での感度を零とできるが、実現できる伝達関数が限られている。更に、文献(5)の散乱行列の因数分解に基づく構成法では、乗算器係数間にある関係が存在し、係数量子化後では一般にはこの関係

[†] (株)東芝 ULSI 研究所, 川崎市
ULSI Laboratory, TOSHIBA CORPORATION, Kawasaki-shi,
210 Japan

^{††} 東京工業大学工学部電子物理工学科, 東京都
Faculty of Engineering, Tokyo Institute of Technology, Tokyo
152 Japan

が保持されないで、整合点での感度が零とならない。

以上のように、整合点での感度が零となり、かつ、任意の伝達関数を実現できるデジタルフィルタの構成法は、従来知られていない。また、このような構成法が存在するかどうかについての議論もなされていないようである。しかし、もし存在することを明らかにできれば、ある種の伝達関数に対して従来より低感度な回路構造を導出できることが期待される。よって、このようなデジタルフィルタの存在性について議論することは重要であると思われる。ところで、 Π 縦続接続構成の WDF には、散乱行列の $(2, 1)$ 成分を伝達関数として実現したとき、伝達関数の零点を決定する乗算器係数がそれぞれの区間に局所化される⁽⁶⁾ので、阻止域感度が比較的低くなるという利点がある。以上述べたことにより本論文では、「整合点での感度が零となり、かつ、任意の伝達関数を実現可能な Π 縦続接続構成の WDF が存在することを示す」ということを目的とする。

まず、係数を量子化しても両終端抵抗値の比に相当する値が変動しないように、両終端抵抗値が等しいとして構成することにする。このとき、目的の WDF を構成する要素として、どのような区間を用いればよいかを明らかにする。次に、両終端抵抗値が等しいという状態を、係数の量子化後にも保持するために行う、乗算器の置換の方法を示す。更に、各区間に対応する構造有界な WDF を導出する。最後に、構成例を示し、整合点で感度が零となっていることを確認する。

2. 構成区間

本章では任意の伝達関数を実現でき、かつ、整合点での感度が零となる Π 縦続接続構成の WDF の構成要素として、どのような区間を用いるのが適当であるかについて述べる。

抵抗両終端形リアクタンスフィルタにおいて、伝達関数を散乱行列の $(2, 1)$ 成分 s_{21} で実現するものとするとき、A 区間、B 区間、Richards 区間、E 区間を適切に Π 縦続接続することにより、任意の伝達関数を実現可能なことが知られている^{(7),(8)}。ここで、A 区間とは、LC の並列共振回路、あるいは、L または C が直列腕となる区間であり、B 区間とは、LC の直列共振回路、あるいは、L または C が並列腕となる区間である。また、E 区間、Richards 区間は、それぞれ、図 1、2 に示す区間である。文献(1)では、Richards 区間および E 区間に対応する構造有界な WDF 区間を導出す

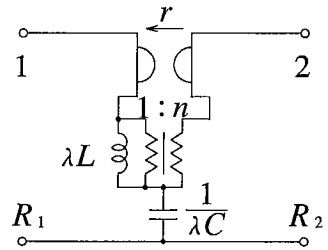


図 1 E 区間
Fig. 1 Type-E section.

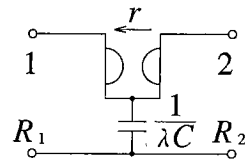


図 2 Richards 区間
Fig. 2 Richards section.

ることにより、任意の伝達関数を構造有界な WDF で実現できるようにしている。ところで、この WDF の参照リアクタンスフィルタにおける両終端抵抗値は一般には等しくない。このため、両終端抵抗値の比を決定する乗算器係数が必要となる。よって、乗算器係数を量子化すると等価的に、両終端抵抗値が変動することになる。従って、この影響により、整合点での感度が零とならない。そこで、本構成法では、両終端抵抗値を等しくし、この比を決定する乗算器係数が不必要となるように構成することにする。

両終端抵抗値が等しくても任意の伝達関数を実現可能とするためには、上述の区間に加えて、理想変成器を Π 縦続接続すればよい。しかし、理想変成器に対応する WDF⁽⁹⁾には、(二つの乗算器の係数値が互いに逆数という関係、あるいは、二つの乗算器の係数値の 2 乗の和が 1 という関係、など) 乗算器係数間に係数量子化後では一般には満足できない形の関係が存在する。よって、係数量子化後では構造有界性を保持できない。従って、理想変成器に対応する WDF を用いたのでは、整合点での感度を零とすることができない。そこで本構成法では、理想変成器と他の区間を Π 縦続接続した回路全体を、これと等しい効果をもつ一つの区間で実現することにし、この区間に対応する構造有界な WDF 区間を導出する。以下では、この理想変成器の役割も同時に果たす区間について述べる。

まず、E 区間に理想変成器を Π 縦続接続した回路と

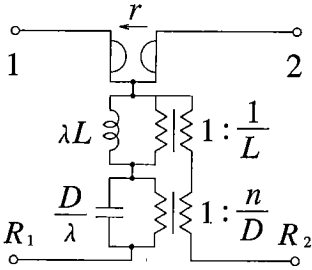


図 3 NR2 区間
Fig. 3 NR2 section.

等しい効果をもつ区間について述べる．このような区間として，図 3 に示す文献 (9) の 2 次の非可逆 2 ポート回路を用いる．本論文では，便宜上，この区間を NR 2 区間と呼ぶことにする．この区間を引き抜くときの入力インピーダンス $Z_i(\lambda)$ は，引き抜いたあとの回路の入力インピーダンスを $Z_o(\lambda)$ として，

$$Z_i(\lambda) = \frac{1}{Z_o(\lambda)} \cdot \frac{\left\{ \lambda^2 L Z_o(\lambda) + D Z_o(\lambda) \right\} + \lambda \left\{ L D \left(\frac{1}{L} - \frac{n}{D} \right)^2 + r^2 \right\}}{\lambda^2 \frac{1}{L Z_o(\lambda)} + \lambda + \frac{n^2}{D Z_o(\lambda)}} \quad (1)$$

と表せる．但し， λ は， $\lambda = (1 - z^{-1}) / (1 + z^{-1})$ で定義される Richards の変数である．これより， $Z_i(\lambda)$ を k 倍してこの区間を引き抜くと， $Z_o(\lambda)$ はもとの $1/k$ 倍になることが導ける (このとき， L ， D は k 倍され， n ， r は変わらない)．従って，この NR 2 の区間を一つだけ用い，残りの回路は A 区間，B 区間，E 区間，Richards 区間を必要だけⅡ縦続接続して構成するものとして，信号源側の終端抵抗を R_1 ，反対側の終端抵抗を R_2 とするとき， R_1 を $\sqrt{R_2/R_1}$ 倍することにより $Z_i(\lambda)$ を $\sqrt{R_2/R_1}$ 倍すれば， R_2 が $\sqrt{R_1/R_2}$ 倍され，両終端抵抗の値をともに $\sqrt{R_1 R_2}$ とできる (3. で述べるように，両終端抵抗値が等しいという状態は，乗算器係数の量子化後においても保持することができる)．すなわち，NR 2 区間は理想変成器の役割も同時に果たしてると言える．

ところで，E 区間に理想変成器をⅡ縦続接続した区間の散乱行列と，NR 2 区間の散乱行列を比較し，その関係を求めると，両者の散乱行列が等価であることが導かれる．但し，このとき，両者の端子対 1，2 のポート抵抗値の比は一致するが，ポート抵抗値自体は一般に異なる．以上より，NR 2 区間は，E 区間に理想変成器をⅡ縦続接続した回路と等しい効果をもつと言え

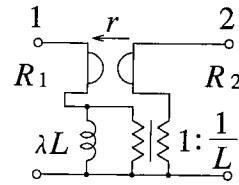


図 4 NR1 区間
Fig. 4 NR1 section.

る．

実際に NR 2 区間を引き抜くときの素子値の決定法を示す． s_{21} の虚数の零点を $\lambda_o = \sigma_o + j\omega_o$ ($\omega_o \neq 0, \infty$)， $W_o = Z_i(\lambda_o) = R_o + jX_o$ とするとき，各素子値が以下のように決定されることが導ける．

$$L = \frac{R_o / \sigma_o + X_o / \omega_o}{2} \quad (2)$$

$$D = |\lambda_o|^2 \frac{R_o / \sigma_o - X_o / \omega_o}{2} \quad (3)$$

$$r = 2\sigma_o \quad (4)$$

$$n = |\lambda_o|^2 \quad (5)$$

但し， $\sigma_o = 0$ のときは，

$$\frac{R_o}{\sigma_o} = \frac{dZ_i(\lambda)}{d\lambda} \Big|_{\lambda=j\omega_o} \quad (6)$$

と置き換えるものとする．これより，文献 (7) と同様にして，E 区間を引き抜けるときは，常に，NR 2 区間を引き抜けることが確認できる．

次に，Richards 区間に理想変成器をⅡ縦続接続した回路と等しい効果をもつ区間 (この区間を NR 1 区間と呼ぶことにし，図 4 に示す) について述べる．この場合も，NR 2 区間の場合と同様にして，理想変成器の役割も同時に果たしていること，および，散乱行列が等価であることが言える．

実際に NR 1 区間を引き抜くときの素子値の決定法を示す． s_{21} の実数の零点を λ_o (但し， $\lambda_o \neq 0, \infty$)， $W_o = Z_i(\lambda_o)$ とするとき，各素子値が以下のように決定されることが導ける．

$$L = \frac{W_o}{\lambda_o} \quad (7)$$

$$r = \lambda_o \quad (8)$$

これより，文献 (7) と同様にして，Richards 区間を引き抜けるときは，常に，NR 1 区間を引き抜けることが確認できる．

両終端抵抗値が等しくても任意の伝達関数を実現可能とするためには，上述の区間に加えて，A 区間，B 区間に理想変成器をⅡ縦続接続した回路と等しい効果をもつ区間が必要である．このような区間は，NR 2 区

間において $r=0$, $1/L=n/D$ とした回路, NR 1 区間において $r=0$ とした回路, NR 1 区間でインダクタをキャパシタで置換し $r=0$ とした回路, および, これらの回路の双対回路として実現できる. このとき, 上述と同様にして, A 区間, B 区間が引き抜ける場合は, それぞれに理想変成器を Π 縦続接続した回路と等しい効果をもつ区間を, 常に引き抜けることを示せる.

以上本章では, 任意の伝達関数を実現でき, かつ, 整合点での感度が零となる Π 縦続接続構成の WDF を構成するために, 参照リアクタンスフィルタとしてどのような区間を用いるのが適当かを明らかにした. これらの区間に対応する構造有界な WDF 区間は, 4. ~6. で導出する.

3. 整合点での感度を零にする方法

本章では, 係数量子化後においても両終端抵抗値が等しいという状態を受け継ぎ, 整合点での感度が零となるようにするための乗算器の置換の方法について述べる. 図 5 の Π 縦続接続構成の WDF において, 各区間のポート抵抗値を $R_0 \sim R_n$ とし, 各区間のポート抵抗値の比を決定する乗算器係数の値を例えば $p_1 = R_1/R_0$, $p_2 = R_1/R_2$, $p_3 = R_3/R_2$, $p_4 = R_3/R_4$, ... のように定めるものとする. 両終端抵抗値が等しく $R_0 = R_n$ が成り立つ場合, 区間の数が偶数個のときには,

$$\frac{p_1 p_3 \cdots p_{n-1}}{p_2 p_4 \cdots p_n} = 1 \quad (9)$$

が成り立つ. ここで, 係数値が p_0 の乗算器を新たに用いて, 係数値が p_1 , p_2 の乗算器を

$$p_1 = p_0 p_4 \cdots p_n \quad (10)$$

$$p_2 = p_0 p_3 \cdots p_{n-1} \quad (11)$$

のように置換する (p_1 , p_2 の値を変更するのではなく, 乗算器を縦続に接続したもので置換する) と, p_0 , $p_3 \sim p_n$ の値によらず, 式 (9) が常に成り立つ. 区間の数が奇数個の場合も同様である. 従って, 係数量子化にもかかわらず, 常に, 両終端抵抗値が等しいという状態を受け継ぐことができ, 整合点での感度を零とできる. 次章以降では, このような置換を行うことを考慮して, ポート抵抗値の比を決定する乗算器係数 p の値を, $p = R_1/R_2$, または, $p = R_2/R_1$ と定めて, 対応する構造有界な WDF を導出する.

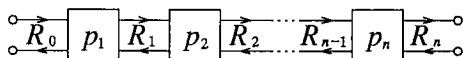


図 5 Π 縦続接続構成の WDF
Fig. 5 Π -cascade WDF.

4. NR2 区間に対応する構造有界な WDF

本章では, NR 2 区間に対応する構造有界な WDF 区間を導出する. 導出の方法は, 文献 (1) と同様の方法を用いる.

図 3 の NR 2 区間において, λL , D/λ が接続されている端子対をそれぞれ端子対 3, 4 としたときの, λL , D/λ を取り除いた 4 端子対回路の散乱行列を求めると,

$$S = \left(\frac{U}{V} \right) (I_2 - T) + I_4 \quad (12)$$

と表される. ここでは, T は,

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ a_5 & a_6 \end{pmatrix}$$

であり, 2×2 行列 U の各成分は,

$$\begin{aligned} u_{11} &= -2(a_1 + a_2 a_5^2 a_8 + a_3 a_6^2 a_8) \\ u_{12} &= 2(a_1 a_7 a_8 + a_2 a_5 a_8 + a_3 a_6 a_8) \\ u_{21} &= 2(-a_1 a_7 + a_2 a_5 + a_3 a_6) \\ u_{22} &= -2(a_1 + a_2 + a_3) \end{aligned} \quad (14)$$

であり, 2×2 行列 V の各成分は,

$$\begin{aligned} v_{11} &= 2\{a_2(1 + a_5 a_7 a_8) - a_4 a_6(a_5 - a_6)\} \\ v_{12} &= 2\{a_2(a_5 - a_7) a_8 + a_4(a_5 - a_6)\} \\ v_{21} &= 2\{a_3(1 + a_6 a_7 a_8) + a_4 a_5(a_5 - a_6)\} \\ v_{22} &= 2\{a_3(a_6 - a_7) a_8 - a_4(a_5 - a_6)\} \end{aligned} \quad (15)$$

である. また, I_n は $n \times n$ の単位行列とする. 但し,

$$\begin{aligned} \Delta &= L \left\{ R_2 + R_1 \left(\frac{1}{L} \right)^2 \right\} + DL \left(\frac{1}{L} - \frac{n}{D} \right)^2 \\ &\quad + R_1 R_2 + r^2 + D \left\{ R_2 + R_1 \left(\frac{n}{D} \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

とし, $a_1 = R_1 R_2 / \Delta$, $a_2 = L R_2 / \Delta$, $a_3 = D R_2 / \Delta$, $a_4 = DL / \Delta$, $a_5 = 1/L$, $a_6 = n/D$, $a_7 = r/R_1$, $a_8 = R_1/R_2$ と置いている.

NR 2 区間の自由度はポート抵抗値の分まで含めて 6 なので, $a_1 \sim a_8$ の間には,

$$a_1 a_4 = a_2 a_3 a_8 \quad (17)$$

$$\begin{aligned} a_2(1 + a_5^2 a_8) + a_4(a_5 - a_6)^2 + a_1(1 + a_7^2 a_8) \\ + a_3(1 + a_6^2 a_8) = 1 \end{aligned} \quad (18)$$

という二つの従属関係が存在する. 式 (17), (18) を変形すると,

$$a_2 = \frac{a_1 W_1}{W_2} \quad (19)$$

$$a_4 = \frac{a_3 a_8 W_1}{W_2} \quad (20)$$

$$W_1 = 1 - a_1(1 + a_7^2 a_8) - a_3(1 + a_6^2 a_8) \quad (21)$$

$$W_2 = a_1(1 + a_5^2 a_8) + a_3(a_5 - a_6)^2 a_8 \quad (22)$$

のようにも表すことができる. 次に, 式 (19), (20) が

満足され、かつ、変数が二つ減って $a_1 \sim a_8$ がそれぞれ 6 変数の整数係数の多項式で表されるように、変数置換を行う。このため、

$$a_1 = \beta_3(1 - \beta_1\beta_5^2)a_8 \quad (23)$$

$$a_3 = \beta_3\{\beta_1 - \beta_5^2(1 - \beta_1\beta_5^2)a_8\} \quad (24)$$

$$a_5 = \beta_5\beta_6 \quad (25)$$

$$a_6 = \beta_5\beta_6 - \beta_5 \quad (26)$$

と置くと、 $W_2 = \beta_3 a_8$ となり、式(19)、(20)において、分母で $\beta_3 a_8$ が約分され、

$$a_2 = (1 - \beta_1\beta_5^2)W_1 \quad (27)$$

$$a_4 = \{\beta_1 - \beta_5^2(1 - \beta_1\beta_5^2)a_8\}W_1 \quad (28)$$

のように、 a_2, a_4 を整数係数の多項式で表すことが可能となる。また、

$$W_1 = 1 - \beta_1\beta_3\{1 + \beta_5^2(\beta_6 - 1)^2 a_8\} - \beta_3 a_8(1 - \beta_1\beta_5^2) \cdot \{1 + a_7^2 a_8 - \beta_5^2 - \beta_5^2 \beta_6^2(\beta_6 - 1)^2 a_8\} \quad (29)$$

となる。よって、式(12)の 4 端子対散乱行列の各成分を、6 種類の独立な変数 $\beta_1, \beta_3, \beta_5, \beta_6, a_7, a_8$ の整数係数の多項式で表すことが可能となる。従って、これら 6 変数を乗算器係数として実現することにより、構造有界な WDF 区間が得られる。

ここで、更に乗算器数が低減するように、 $\beta_1 = l/q, \beta_3 = kq/2, \beta_5 = q, \beta_6 = n', a_7 = m/p - qn'(n' - 1), a_8 = p$ と置くと、 $a_1 = kXp/2, a_2 = WX/(2q), a_3 = kY/2, a_4 = WY/(2q), a_5 = pn', a_6 = q(n' - 1)$ となる。但し、

$$X = q(1 - lq) \quad (30)$$

$$Y = l - Xn'^2p \quad (31)$$

$$W = 2 - kl\{1 + q^2(n' - 1)^2p\} - kXp\{1 + m^2 - n'^2 - 2mpqn'(n' - 1)\} \quad (32)$$

である。このとき、式(14)の U の各成分は、

$$\begin{aligned} u_{11} &= -WXn'^2qp - kYq^2(n' - 1)^2p - kXp \\ u_{12} &= WXn'p + kXmp - kXp^2qn'(n'^2 - 1) + klpq(n' - 1) \\ u_{21} &= WXn' - kXm - kXpqn'(n' - 1)^2 + klq(n' - 1) \\ u_{22} &= -W(1 - lq) - kY - kXp \end{aligned} \quad (33)$$

と表され、式(15)の V の各成分は、

$$\begin{aligned} v_{11} &= WXmn' - Wlqn' + W \\ v_{12} &= -W(1 - lq)m + Wl \\ v_{21} &= WYqn' + kY\{1 + mq(n' - 1) - pq^2n'(n' - 1)^2\} \\ v_{22} &= -WY - kY\{m - pq(n'^2 - 1)\} \end{aligned} \quad (34)$$

と表される。従って、 k, l, m, n', p, q を乗算器係数とすることにより、NR 2 区間に対応する構造有界な WDF 区間を得ることができる。

以上より得られる、NR 2 区間に対応する構造有界な WDF の区間のアダプタを図 6 に示す。図 6 におい

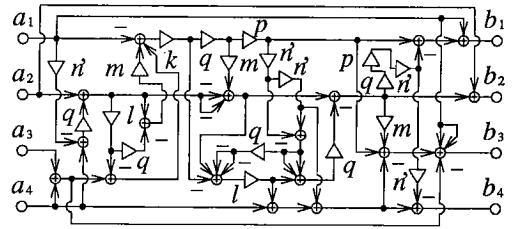


図 6 NR 2 区間に対応する構造有界な WDF
Fig. 6 Structurally bounded WDF for an NR2 section.

て、端子対 3 の間に $-z^{-1}$ を、端子対 4 の間に z^{-1} を接続することにより、NR 2 区間に対応する構造有界な WDF の区間が得られる。各乗算器係数の値は、図 3 の NR 2 区間の素子値を用いて、次式のように表される。

$$k = \frac{2\frac{R_2}{L}\left\{LR_2 + \frac{R_1}{L} + DL\left(\frac{1}{L} - \frac{n}{D}\right)^2\right\}}{\left(\frac{1}{L} - \frac{n}{D}\right)A} \quad (35)$$

$$l = \frac{1}{\frac{1}{L} - \frac{n}{D}} \cdot \frac{\frac{R_1}{L} + DL\left(\frac{1}{L} - \frac{n}{D}\right)^2}{LR_2 + \frac{R_1}{L} + DL\left(\frac{1}{L} - \frac{n}{D}\right)^2} \quad (36)$$

$$m = \frac{r}{R_2} + \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{\frac{n}{DL}}{\frac{1}{L} - \frac{n}{D}} \quad (37)$$

$$n' = \frac{\frac{1}{L}}{\frac{1}{L} - \frac{n}{D}} \quad (38)$$

$$q = \frac{1}{L} - \frac{n}{D} \quad (39)$$

$$p = \frac{R_1}{R_2} \quad (40)$$

5. NR1 区間に対応する構造有界な WDF

本章では、NR 1 区間に対応する構造有界な WDF 区間を導出する。図 4 の NR 1 区間において、 λL が接続されている端子対を端子対 3 としたときの、 λL を取り除いた 3 端子対回路の散乱行列を求めると、

$$S = \begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix} (I_2 - T) + I_3 \quad (41)$$

$$T = \begin{pmatrix} 1 \\ a_5 \end{pmatrix} \quad (42)$$

$$U = \begin{pmatrix} 2(-a_1 - a_2 a_5^2 a_8) & 2(a_1 a_7 a_8 + a_2 a_5 a_8) \\ 2(-a_1 a_7 + a_2 a_5) & 2(-a_1 - a_2) \end{pmatrix} \quad (43)$$

$$V = \begin{pmatrix} 2(\alpha_2 + \alpha_2 \alpha_5 \alpha_7 \alpha_8) & 2(\alpha_2 \alpha_5 \alpha_8 - \alpha_2 \alpha_7 \alpha_8) \end{pmatrix} \quad (44)$$

となる。但し、

$$\alpha_1 = R_1 R_2 / \Delta, \alpha_2 = L R_2 / \Delta, \alpha_5 = 1/L, \alpha_7 = r/R_1,$$

$$\alpha_8 = R_1 / R_2,$$

$$\Delta = L R_2 + \frac{R_1}{L} + R_1 R_2 + r^2 \quad (45)$$

と置いている。

NR1区間の自由度はポート抵抗値の分まで含めて4なので、 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_5, \alpha_7, \alpha_8$ の間には、

$$\alpha_2(1 + \alpha_5^2 \alpha_8) + \alpha_1(1 + \alpha_5^2 \alpha_8) = 1 \quad (46)$$

という従属関係が存在している。ここで、

$$\alpha_1 = 1 - l(1 + n^2 p) \quad (47)$$

$$\alpha_2 = 1 - m^2 p(1 + n^2 p) + l m^2 p(1 + n^2 p)^2 \quad (48)$$

$$\alpha_5 = n \quad (49)$$

$$\alpha_7 = m(1 + n^2 p) \quad (50)$$

$$\alpha_8 = p \quad (51)$$

という変数置換を行う。このとき、式(47)～(51)を式(46)に代入すると、 l, m, n, p が式(46)を満足していることが確認できる。従って、式(41)の3端子対散乱行列の各成分が、4個の独立な変数 l, m, n, p の整数係数の多項式で表される。よって、これら4変数を乗算器係数として実現することにより、NR1区間に対応する構造有界なWDFの区間が得られる。

以上より得られるNR1区間に対応する構造有界なWDFの区間のアダプタを図7に示す。図7において、端子対3の間に z^{-1} を接続することにより、NR1区間に対応する構造有界なWDFの区間が得られる。各乗算器係数の値は、NR1区間の素子値を用いて、次式により決定される。

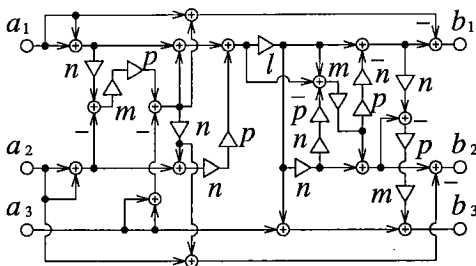


図7 NR1区間に対応する構造有界なWDF

Fig. 7 Structurally bounded WDF for an NR1 section.

$$l = \frac{L R_2 + \frac{R_1}{L} + r^2}{\Delta \left\{ 1 + \left(\frac{1}{L} \right)^2 \frac{R_1}{R_2} \right\}} \quad (52)$$

$$m = \frac{r}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{L} \right)^2 \frac{R_1}{R_2}} \quad (53)$$

$$n = \frac{1}{L} \quad (54)$$

$$p = \frac{R_1}{R_2} \quad (55)$$

6. その他の構造有界なWDF区間

本章では、2.で明らかにした本構成法に適合する構成区間のうち、4., 5.で導出したものの以外の、構造有界なWDF区間について述べる。

文献(1)で導出されているE区間、Richards区間に対応する構造有界なWDF区間では、ポート抵抗値の比を決定する乗算器係数を $p = (R_1 - R_2)/(R_1 + R_2)$ のように定めている。しかし、この定め方では、3.で述べた整合点での感度を零とするための、乗算器の置換を適用することができない。よって文献(1)のWDF区間は、本構成法には使用することができない。しかし、ポート抵抗値の比を決定する乗算器係数を $p = R_1/R_2$ 、または、 $p = R_2/R_1$ と定めても、文献(1)と同様にして、E区間、Richards区間に対応する構造有界なWDF区間を導出することができる。導出過程はほぼ同様なので省略する。E区間に対応する構造有界なWDF区間のアダプタを図8に示す。図8において、端子対3の間に $-z^{-1}$ を、端子対4の間に z^{-1} 接続して用いるものとする。各乗算器係数の値は、図1のE区間の素子値を用いて、次のように決定される。

$$k = \frac{R_1 + R_2 + C(R_1 R_2 + r^2)}{R_2 \Delta} \quad (56)$$

$$l = \frac{R_2 \{ R_1 + R_2 + C(R_1 R_2 + r^2) + C R_2^2 \}}{(R_1 + R_2) \{ R_1 + R_2 + C(R_1 R_2 + r^2) \}} \quad (57)$$

$$m = \frac{r}{R_1 + R_2} \quad (58)$$

$$p = \frac{R_1}{R_2} \quad (59)$$

$$\Delta = (n-1)^2 + C(R_1 n^2 + R_2) + \frac{1}{L}(R_1 + R_2) + \frac{C}{L}(R_1 R_2 + r^2) \quad (60)$$

但し、図8における n は、係数値が n であるべき乗算器を意味している。Richards区間に対応する構造有界なWDF区間は、文献(1)で述べているように、E区間

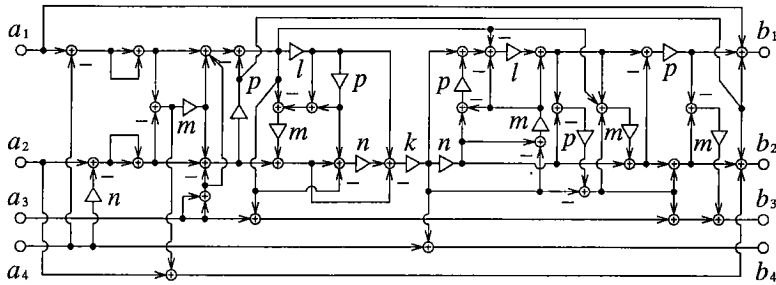


図 8 E 区間に対応する構造有界な WDF
Fig. 8 Structurally bounded WDF for a type-E section.

に対応する構造有界な WDF 区間から導出できる。結果は省略する。

NR 2 区間, NR 1 区間, E 区間, Richards 区間に対応する構造有界な WDF 区間として、ここまではポート抵抗値の比を決定する乗算器係数を、 $p=R_1/R_2$ と定めたものを導出してきたが、 $p=R_2/R_1$ としても同様に構造有界な WDF 区間を導出できることが示せる。結果は省略する。

ある回路の双対回路に対応する WDF は、もとの回路に対応する WDF を転置して、乗算器の係数値を双対変換に応じて（素子値に関して言えば、例えば、 $L \rightarrow C$, $r \rightarrow g$ のように）変更し、各端子対において、入射端子、反射端子のうち一方を -1 倍することにより得られることが示せる。詳細は省略する。

ところで、図 6 の NR 2 区間に対応する構造有界な WDF 区間において、 $1/L=n/D$ のときは、係数値が無限大となって実現できない。そこで、この場合は、図 7 の NR 1 区間に対応する構造有界な WDF のアダプタに一般化遅延要素⁽¹⁰⁾を接続した回路により実現することにする。この回路の参照フィルタは、NR 1 区間において、インダクタを、 λL と D/λ を直列に接続した直列共振回路に取り替え、理想変成器の変成比を $1:1/L$ から、 $1:1/(L+D)$ に変更した回路となる。この回路と、NR 2 区間において $1/L=n/D$ のときの回路とは、理想変成器の変成比だけが異なる。このとき、両者を引き抜くときの引抜きを行った残りの回路の入力インピーダンスは、周波数に無関係な定数倍異なるのみで、これ以外に相違はない。すなわち、回路全体としては、両終端抵抗値を等しくした後のその抵抗値が異なるのみで、これ以外に相違はない。よって、 $1/L=n/D$ のときは、図 6 の NR 2 区間に対応する構造有界な WDF 区間の代わりに、図 7 の NR 1 区間に対応する構造有界な WDF のアダプタに一般化遅延要素を

接続した回路を用いても問題はないと言える。

以上 2. からここまで述べたことにより、任意の伝達関数を実現でき、かつ、整合点で感度が零となるⅡ縦続接続構成の WDF を構成する要素となる、構造有界な WDF の区間をすべて得ることができる。

これらの区間をⅡ縦続接続すると、ディレイフリーループを生じる。ここで、2. で述べたように、NR 2 区間, NR 1 区間は、どちらかを回路全体で一つだけ用いれば十分である。よって、このような区間同士をⅡ縦続接続する必要はない。従って、文献(1)で述べられている黒田の等価変換に基づく方法により、すべてのディレイフリーループを消去できる。

以上より、任意の伝達関数を実現でき、かつ、整合点で感度が零となるⅡ縦続接続構成の WDF が存在するといえる。また、このとき、構成順序を任意に入れ換えることが可能である。

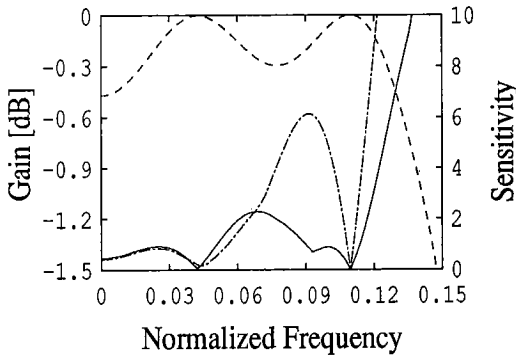
7. 構成例

本章では、本論文で提案した整合点で感度が零となるⅡ縦続接続構成の WDF の構成例を示す。設計するフィルタは低域通過フィルタとし、その仕様は、通過域端周波数を 0.1275 [Hz]（標準化周波数 1 [Hz]）、阻止域端周波数を 0.25 [Hz]、通過域内の振幅リプルを ± 0.25 [dB]、通過域内の群遅延リプルを ± 0.5 [s]、阻止域最小減衰量を 45 [dB] と与えている。これを満足するように、文献(11)の振幅位相同時近似法で設計した 6 次の伝達関数に対して、振幅特性の最大値が 1 になるように定数倍したものをを用いる。この伝達関数を

$$H(z)=\frac{\sum_{j=0}^6 h_j z^{-j}}{\sum_{i=0}^6 g_i z^{-i}} \tag{61}$$

という形で表すときの各フィルタ係数は、

$$h_0=9.87695390499 \times 10^{-3}, \quad g_0=1.0$$



— NR2 section is situated in the center.
 - - - NR2 section is situated at the output side.
 Gain.

図 9 通過域内の感度特性

Fig. 9 Worstcase sensitivity within a passband.

$$\begin{aligned}
 h_1 &= -1.8045490212 \times 10^{-2}, & g_1 &= -3.44670021123 \\
 h_2 &= 4.9379803017 \times 10^{-3}, & g_2 &= 5.76814094852 \\
 h_3 &= -8.95179478194 \times 10^{-3}, & g_3 &= -5.81482499994 \\
 h_4 &= 2.15470113436 \times 10^{-2}, & g_4 &= 3.67820111758 \\
 h_5 &= 1.25588065957 \times 10^{-2}, & g_5 &= -1.38080351732 \\
 h_6 &= 2.18894960471 \times 10^{-2}, & g_6 &= 0.242246003576
 \end{aligned}$$

(62)

である。伝達関数の零点がすべて虚数であるため、実現回路は、E 区間に対応する構造有界な WDF を 2 区間と、図 6 の NR 2 区間に対応する構造有界な WDF を 1 区間、II 縦続接続して構成している。このとき生じるディレイフリーループは、黒田の等価変換に基づく方法を用いて消去している。更に、3. で述べた乗算器の置換を行っている。通過域内の感度特性を図 9 に示す。図 9 で 1 点鎖線は、NR 2 区間が最も出力側に位置するような順序で構成したときの感度特性を表している。実線は NR 2 区間が中央に位置するような順序で構成したときの感度特性を表している。0.11 [Hz] 付近での利得が 0 [dB] になっている点が整合点であり、ここで感度が零になっていることが確認できる。また、0.043 [Hz] 付近では、利得が 0 [dB] が近いいため、感度が 0 に非常に近くなっていることが確認できる。

8. む す び

本論文では、任意の伝達関数を実現可能で、かつ、整合点で感度が零となる II 縦続接続構成の WDF が存在することを示した。

まず、どのような参照リアクタンスフィルタの区間を用いるのが適当かを明らかにした。このとき、理想

変成器に対応する WDF を、係数量子化後にも構造有界性を満足するには実現できないので、E 区間、Richards 区間、A 区間、B 区間のそれぞれに理想変成器を II 縦続接続した回路と等価な散乱行列をもつ区間を用いることにした。次に、係数量子化後においても両終端抵抗値が等しいという状態を保持するために行う、乗算器の置換方法を示した。更に、この置換を適用可能であるような、各区間に対応する構造有界な WDF 区間を導出した。

以上により、存在性を示すという目的は達成されたと言える。しかし、実用性という観点から見ると、本論文で示した構造有界な WDF 区間は乗算器、加算器の数が多過ぎる。そこで、これらが少なく済む実用的な構成法が存在するかどうかを検討していくことが今後の重要な課題として挙げられる。

謝辞 本研究に対し有益な御助言を頂いた東京工業大学の黒木茂孝助教授に深く感謝する。

文 献

- (1) 石渡俊一, 西原明法, 藤井信生: “任意の伝達関数を実現できる構造有界なウェーブデジタルフィルタの存在”, 信学論(A), **J75-A**, 1, pp.10-17 (1992-01).
- (2) Vaidyanathan P. P. Mitra S. K.: “Low passband sensitivity digital filters: a generalized viewpoint and synthesis procedures”, Proc. IEEE, **72**, 4, pp. 404-423 (April 1984).
- (3) Fettweis A.: “Wave digital filters: theory and practice”, Proc. IEEE, **74**, 2, pp. 270-327 (Feb. 1986).
- (4) Fettweis A., Levin H. and Sedlmeyer A.: “Wave digital lattice filters”, Int. J. Circuit Theory Applications, **2**, pp. 203-211 (June 1974).
- (5) 渡部英二, 茂木良明, 西原明法: “散乱行列の因数分解によるパイプライン処理可能なウェーブデジタルフィルタの一合成分法”, 信学論(A), **J74-A**, 7, pp.957-965 (1991-07).
- (6) Kikuchi H.: “Digital filter design with transfer function approximation based on circuit structure constraints”, Doctoral dissertation, Tokyo Institute of Technology (1988).
- (7) Youla D. C.: “A new theory of cascade synthesis”, IRE Trans. Circuit Theory, **CT-9**, pp. 244-260 (Sept. 1961).
- (8) Suzuki M. and Nagai N.: “Wave digital filter synthesized with the darlington procedure of classical circuit theory”, Linear Circuits, Systems and Signal Processing, chapter 11, pp. 311-342, Marcel Dekker, Inc. (1990).
- (9) 大野克郎: “回路網の古典理論”, 信学誌 (1974-10~1975-03).
- (10) Erfani S. and Perikari B.: “Digital design of general LC structures”, IEEE Trans. Circuits Syst., **CAS-25**, 5, pp. 269-273 (May 1978).
- (11) 石渡俊一, 西原明法, 藤井信生: “LMS アプローチに基づ

く IIR デジタルフィルタの振幅位相同時近似”, 信学論 (A), J73-A, 3, pp.419-427 (1990-03).

(平成4年2月17日受付, 5月7日再受付)



石渡 俊一

昭62 東工大・工・電子物理卒。平1 同大大学院修士課程了。平4 同大大学院博士課程了。デジタルフィルタの研究に従事。現在, (株)東芝 ULSI 研究所に所属。



西原 明法

昭48 東工大・工・電子物理卒。昭53 同大大学院博士課程了。工博。同年より同大勤務。現在, 同大工学部電子物理工学科助教授。回路理論, 電子回路等の研究, 教育に従事。信号処理と信号処理用プロセッサにも興味をもつ。IEEE 会員。



藤井 信生

昭41 慶大・工・電気卒。昭43 東工大大学院修士, 昭46 同博士課程了。工博。同年東工大・工・助手, 昭50 同助教授, 昭63 同教授。昭59~60 カリフォルニア大学客員研究員。50 年度本会米澤記念学術奨励賞, 57 年度本会論文賞受賞。電子回路, 回路網理論, 能動フィルタなどの研究に従事。著書「アナログ電子回路」, 「デジタル電子回路」(昭晃堂), 「Op アンプの基礎と応用」(オーム社) など。電気学会, テレビジョン学会, IEEE 各会員。