T2R2 東京科学大学 リサーチリポジトリ
Science Tokyo Research Repository

論文 / 著書情報
Article / Book Information

論題(和文)	任意の伝達関数を実現でき整合点で感度が零となる T 縦続接続構成ウェーブディジタルフィルタ
Title(English)	T-Cascade Wave Digital Filters Having Zero Sensitivity at Each Matching Point for Arbitrary Transfer Functions
著者(和文)	石渡俊一, 西原明法, 藤井信生
Authors(English)	Shunichi Ishiwata, AKINORI NISHIHARA, NOBUO FUJII
出典(和文)	電子情報通信学会論文誌(A), Vol. J76A, No. 3, pp. 303-311
Citation(English)	, Vol. J76A, No. 3, pp. 303-311
発行日 / Pub. date	1993, 3
URL	http://search.ieice.org/
権利情報 / Copyright	本著作物の著作権は電子情報通信学会に帰属します。 Copyright (c) 1993 Institute of Electronics, Information and Communication Engineers.

Powered by T2R2 (Science Tokyo Research Repository)

論　文

任意の伝達関数を実現でき整合点で振幅感度がゼロとなる T 縦続接続構成ウェーブディジタルフィルタ

正　員　石渡　俊一[†]　　正　員　西原　明法[††]　　正　員　藤井　信生[††]

T-Cascade Wave Digital Filters Having Zero Sensitivity at Each Matching Point for Arbitrary Transfer Functions

Shunichi ISHIWATA[†], Akinori NISHIHARA[††] *and* Nobuo FUJII[††], *Members*

あらまし　整合点で振幅感度がゼロとなる回路は，通過内で非常に低い感度特性を有することが期待でき，望ましいと言える．また，T 縦続接続構成のディジタルフィルタは，ディジタルフィルタの高速化の一手法であるパイプライン処理を適用可能であるという利点を有している．本論文では，任意の伝達関数を実現でき，かつ，整合点で振幅感度がゼロとなる T 縦続接続構成のウェーブディジタルフィルタ(WDF)が存在することを示す．特に，ポート抵抗値の比を決定する乗算器係数が不必要となる，ポート抵抗値が等しい場合を扱う．まず，このような WDF の構成要素として，どのような区間を用いればよいかを明らかにしている．各々の区間は，抵抗両終端形リアクタンスフィルタの基本区間をシミュレートすることにより得るものとし，これらの各区間の散乱行列を因数分解により分離する方法を導出している．更に，各区間に対応する係数量子化後においても構造有界な WDF が存在することを示している．

キーワード　ウェーブディジタルフィルタ，T 縦続接続，構造有界性，低感度，無損失散乱行列の因数分解

1. まえがき

ディジタルフィルタを実現する際には，乗算器の係数値を有限の語長(ビット数)で表現しなければならない．このため，係数量子化による伝達特性の劣化という問題が生じる．この特性劣化の大きさは回路構造の違いにより異なる．従って，特性劣化がより小さいと期待できる，係数感度の低い回路構造が望まれる．但し，本論文での振幅の係数感度は，「すべての乗算器の係数値が微小単位割合だけ増減すると仮定したときの，振幅の変化の割合の最悪(最大)の値」を意味するように定義されているものとする[(1)]．また，これを単に感度と呼ぶことにする．この感度が低い回路構造ほど，より望ましいと言えるが，全周波数にわたり感度がゼロとなるような回路構造は，一般の伝達関数形に対しては存在しない．そこで，本論文では特に通過域内で低感度特性を有することが期待できる，整合点での感度がゼロとなる回路構造を扱うことにする．ここで，整合点とは，振幅特性が最大値をとる周波数のこととする．

文献(2)により，任意の伝達関数を実現可能で，かつ，整合点での感度がゼロとなる II 縦続接続構成[(3)]のウェーブディジタルフィルタ[(4)] (WDF)が存在することが明らかにされている(本論文で言う「任意の伝達関数」は，「すべての極が z 平面の単位円内にのみ存在し，かつ，周波数に無関係な定数倍を除いて任意の伝達関数」を意味しているものとする)．しかし，II 縦続接続構成の WDF には，クリティカルパスが長く高速処理に適さないという問題がある．一方，T 縦続接続構成の WDF[(3),(5)] は，ディジタルフィルタの高速化の一手法であるパイプライン処理が適用可能であるという利点を有している．そこで，II 縦続接続構成だけでなく，T 縦続接続構成でもこのような WDF を構成できれば，構成の自由度が広がり望ましいと言える．文献(6)により，任意の伝達関数を実現可能な T 縦続接続構成の WDF の構成法が提案されている．しかし，この構成法による WDF では，乗算器係数間にある関係

† (株)東芝研究開発センタ，川崎市
Research & Development Center, TOSHIBA CORPORATION, Kawasaki-shi, 210 Japan
†† 東京工業大学工学部電子物理工学科，東京都
Faculty of Engineering, Tokyo Institute of Technology, Tokyo, 152 Japan

が存在し，係数量子化後では一般にはこの関係が保持されないので(構造有界性を満足するのは無限語長条件下のみであり)，整合点での感度がゼロとならない．

以上のような背景をもとに，文献(7)では，整合点での感度がゼロとなり，かつ，任意の伝達関数を実現できる T 縦続接続構成の WDF が存在するかどうかを検討し，このような WDF が実際に存在することを明らかにしている．この文献(7)の WDF では，ポート抵抗値が(信号源側のポートとその反対側のポートで)異なるため，このポート抵抗値の比を決定する乗算器係数が各区間に必要である．しかし，抵抗値を等しくして，このような乗算器係数が不必要となるように構成した方が，乗算器数の低減が期待でき望ましいと言える．そこで，本論文では，「ポート抵抗値が等しくても，任意の伝達関数を実現でき，かつ，整合点での感度がゼロとなる，T 縦続接続構成の WDF が存在することを示す」ということを目的とする．

まず，準備として無損失散乱行列の因数分解法について述べた後，目的の WDF を構成する要素として，どのような区間を用いればよいかを明らかにする．このとき，各々の基本区間は，抵抗両終端形リアクタンスフィルタの基本区間をシミュレートすることにより得るものとしている．次に，これらの各基本区間の散乱行列の分離方法を示す．このとき，任意の無損失散乱行列から，これらの基本区間のうちのいずれかの区間の散乱行列を分離できることを明らかにしている．また，乗算器を必要とする形の 0 次区間が不必要なことも明らかにしている．更に，各区間に対応する係数量子化後においても構造有界な WDF が存在することを示す．最後に，構成例を示し，整合点で感度がゼロとなっていることを確認する．

2. 無損失散乱行列の因数分解

伝達関数を無損失な散乱行列の一成分として実現するものとするとき，WDF 内の乗算器係数のランダム変動にもかかわらず，散乱行列の無損失性(若しくはパラユニタリ性)が保持されるように回路を実現できれば，この回路は構造的に有界(構造有界)であり，整合点での感度がゼロになることが知られている[3]．無損失な 2 端子対散乱行列 $S(\lambda)$ は，一般に次式のように表せることが知られている[6]．

$$S(\lambda)=\frac{1}{g(\lambda)}\begin{pmatrix} f(\lambda)\pm h(-\lambda) \\ h(\lambda)\mp f(-\lambda)\end{pmatrix} \quad (\text{複号同順}) \qquad (1)$$

但し，$f(\lambda)$, $h(\lambda)$, $g(\lambda)$ はすべて λ の多項式であり，その間には，

$$f(\lambda)f(-\lambda)+h(\lambda)h(-\lambda)=g(\lambda)g(-\lambda) \qquad (2)$$

という関係が成立しているものとする．なお，後章において結果をより簡潔に表現できるので，本論文ではリチャーズ (*Richards*) の変数

$$\lambda=\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \qquad (3)$$

を用いることにする．

高次の伝達関数を実現する場合，高次の散乱行列から直接に構造有界な回路を導出することは極めて困難なので，これを 1 次または 2 次の無損失散乱行列の積に因数分解して実現することにする．ここで，無損失散乱行列の因数分解 $S(\lambda)=S_1(\lambda)S_2(\lambda)$ において，$S_2(\lambda)$ の次数を $S(\lambda)$ の次数よりも $S_1(\lambda)$ の次数分だけ低くできるとき，$S_1(\lambda)$ が分離可能であると呼ぶことにする．$S_1(\lambda)$ の極(分母多項式の零点)を α とし，また，特性関数 $P(\lambda)$ を

$$P(\lambda)=\frac{h(\lambda)}{f(\lambda)} \qquad (4)$$

と定義するとき，$(a)\alpha$ が $S(\lambda)$ の極に含まれ，かつ，$(b)S(\lambda)$ と $S_1(\lambda)$ の α に対する特性関数の値が一致し，$P(\alpha)=P_1(\alpha)$ となることが，$S_1(\lambda)$ が分離可能であるための必要十分条件であることが知られている[6]．よって，実際に因数分解を行うためには，$S(\lambda)$ の極の内から任意に一つを選択し，これに対する特性関数の値を求めて，これらが $S_1(\lambda)$ の極，特性関数の値と一致するように $S_1(\lambda)$ を定めればよい．この因数分解を繰り返すことにより，$S_1(\lambda)$ を分離した残りの散乱行列の次数を減らしていくことができ，最終的に 0 次の無損失散乱行列が残って因数分解が完了する．各々の 1 次または 2 次の区間を構造有界な WDF で実現できれば，0 次の区間を除いて，全体の回路も構造有界となる．1 次，2 次区間を構造有界な WDF で実現する方法および，0 次区間の影響を除去する方法を次章以降で述べる．

3. 構成区間

本章では，任意の伝達関数を実現でき，かつ，整合点で感度がゼロとなる T 縦続接続構成の WDF の構成要素として，どのような区間を用いればよいかについて述べる．

4.で明らかにするように，虚数極をもつ任意の無損失散乱行列から，直接，または，

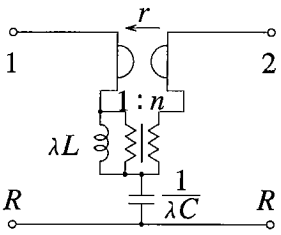

図 1 E 区 間
Fig. 1 Type-E section.

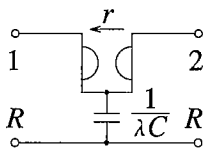

図 2 リチャーズ区間
Fig. 2 Richards section.

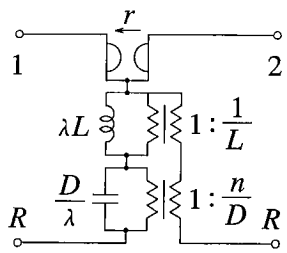

図 3 NR2 区間
Fig. 3 NR2 section.

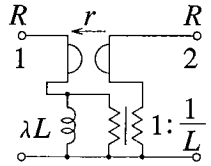

図 4 NR1 区間
Fig. 4 NR1 section.

$$\tilde{I} \equiv \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{5}$$

を先に分離することにより，図 1 に示す E 区間[8],[9] の散乱行列を分離可能である（本論文では，「E 区間の散乱行列を分離可能」を単に「E 区間を分離可能」のように表現することにする）．また，**5.**で明らかにするように，実数極をもつ任意の無損失散乱行列から，直接，または，$\tilde{I}$ を先に分離することにより，図 2 に示すリチャーズ区間[9] を分離可能である．E 区間，リチャーズ区間，$\tilde{I}$ の分離を適切に繰り返すことにより，最終的に 0 次の無損失散乱行列が残って因数分解が完了する．ところで，因数分解を実行する前の最初に与える無損失散乱行列の（2，1）成分の直流での値 $s_{21}(0)$ が 0 または ±1 の場合は，E 区間，リチャーズ区間の散乱行列，および，$\tilde{I}$ の直流での値を考慮すると，最後に残る 0 次の無損失散乱行列の各成分が，それぞれ 0 または ±1 となることがわかる．よって，0 次区間を乗算器なしで実現できる．また，E 区間，リチャーズ区間に対応する係数量子化後においても構造有界な WDF は，文献（1）で導出されている．よって，この場合は，整合点で感度がゼロとなるように WDF を実現できる．

しかし，これ以外の場合には，E 区間，リチャーズ区間，$\tilde{I}$ の分離を適切に繰り返した結果，最後に残る 0 次の無損失散乱行列が，

$$\begin{bmatrix} \sqrt{1-k^2} & \pm k \\ k & \mp\sqrt{1-k^2} \end{bmatrix} \quad \text{（複号同順）} \tag{6}$$

という形になる．この 0 次の無損失散乱行列の各成分の間の関係は，一般には係数量子化後においても保たれるような関係ではない．よって，係数量子化後においては構造有界性を満足せず，整合点で感度がゼロとならない．

そこで，この問題を解消するため，本論文では，E 区間の散乱行列と，式（6）で表される 0 次の無損失散乱行列との積と等価な散乱行列をもつ一つの区間として，図 3 に示す 2 次非可逆 2 ポート回路[10]（この回路を便宜上 NR2 区間と呼ぶことにする）を用いることにする．また，リチャーズ区間の散乱行列と，式（6）の 0 次の無損失散乱行列との積と等価な散乱行列をもつ一つの区間として，図 4 に示す 1 次非可逆 2 ポート回路（この回路を便宜上 NR1 区間と呼ぶことにする）を用いることにする．これにより，最後に残る 0 次区間が乗算器を必要としない形となる．また，NR2 区間，NR1 区間に対応する係数量子化後においても構造有界な WDF は，文献（2）で導出されている．従って，E 区間，リチャーズ区間，NR2 区間，NR1 区間，$\tilde{I}$ に対する構造有界な WDF を適切に T 縦続接続することにより，任意の伝達関数を実現でき，かつ，整合点で感度がゼロとなる WDF を構成できると言える．

E 区間，リチャーズ区間の分離法は，それぞれ，NR

2区間，NR1区間の分離法から導くことができるので，**4.**では，主にNR2区間の分離法を中心として，2次区間の分離法について述べ，**5.**では，主にNR1区間の分離法を中心として，1次区間の分離法について述べる．

4. 2次区間の分離

本章では，まず，虚数極をもち，かつ，$s_{21}(0)\neq 0$ の任意の無損失散乱行列から，ある特別な場合を除いて，NR2区間を分離可能なことを示す．次に，$\tilde{I}$ を先に分離することにより，この特別な場合にも分離可能となることを示す．このとき，NR2区間はたかだか1回分離すればよいことを示す．また，虚数極をもつ任意の無損失散乱行列から，直接，または，$\tilde{I}$ を先に分離することにより，E 区間を分離可能なことを示す．

4.1 NR2区間の分離

まず，NR2区間を分離する方法について述べる．図3に示すNR2区間の散乱行列を求めると，

$$S_1(\lambda)=\frac{1}{g_1(\lambda)}\begin{pmatrix} f_1(\lambda) & h_1(-\lambda) \\ h_1(\lambda) & -f_1(-\lambda)\end{pmatrix} \tag{7}$$

$$g_1(\lambda)=\lambda^2 LR\left\{1+\left(\frac{1}{L}\right)^2\right\}+\lambda\left\{DL\left(\frac{1}{L}-\frac{n}{D}\right)^2+R^2+r^2\right\}+DR\left\{1+\left(\frac{n}{D}\right)^2\right\}$$

$$f_1(\lambda)=\lambda^2 LR\left\{1-\left(\frac{1}{L}\right)^2\right\}+\lambda\left\{DL\left(\frac{1}{L}-\frac{n}{D}\right)^2-R^2+r^2\right\}+DR\left\{1-\left(\frac{n}{D}\right)^2\right\}$$

$$h_1(\lambda)=2R(\lambda^2-\lambda r+n)$$

となる．この式より，NR2区間の散乱行列の極 α は，

$$\alpha=\frac{-\dfrac{\hat{X}+1}{2}\pm j\sqrt{\hat{D}}}{\dfrac{L}{R}\left\{1+\left(\dfrac{1}{L}\right)^2\right\}} \tag{8}$$

$$\hat{X}=\frac{DL}{R^2}\left(\frac{1}{L}-\frac{n}{D}\right)^2+\left(\frac{r}{R}\right)^2 \tag{9}$$

$$\hat{D}=-\left(\frac{\hat{X}+1}{2}\right)^2+\frac{DL}{R^2}\left\{1+\left(\frac{1}{L}\right)^2\right\}\left\{1+\left(\frac{n}{D}\right)^2\right\} \tag{10}$$

と求められる．但し，α は虚数であるとして，$\hat{D}>0$ とする．また，α に対する特性関数の値 $P(\alpha)$ を求めると，

$$P(\alpha)=\frac{-\dfrac{\hat{X}-1}{2}\left(\dfrac{1}{L}+\dfrac{n}{D}\right)+\dfrac{r}{R}\left(1-\dfrac{n}{DL}\right)}{\hat{X}\dfrac{n}{DL}+1-\dfrac{r}{R}\left(\dfrac{1}{L}+\dfrac{n}{D}\right)}$$

$$\pm\frac{j\sqrt{\hat{D}}\left(-\dfrac{1}{L}+\dfrac{n}{D}\right)}{\hat{X}\dfrac{n}{DL}+1-\dfrac{r}{R}\left(\dfrac{1}{L}+\dfrac{n}{D}\right)} \tag{11}$$

（複号は式(8)と同順）

となる．

ここで，便宜上，分離前の散乱行列 $S(\lambda)$ の直流での値を用いて，

$$\mu=\frac{s_{21}(0)}{1+s_{11}(0)} \tag{12}$$

とおくことにする．分離前の散乱行列に関して，$s_{21}(0)=0$ が成り立つときは，**3.**で述べたように，NR2区間は必要ない．よって，

$$\mu\neq 0,\ \text{かつ},\ \mu\neq\infty \tag{13}$$

としてよい．これ以外のとき，散乱行列の直流での値を考慮して

$$\frac{n}{D}=\mu \tag{14}$$

と定めると，この区間を分離した残りの散乱行列において，$s_{21}(0)=0$ となる．従って，**3.**で述べたことにより，この区間の分離はたかだか1回でよいと言える．

ここで，結果をより簡潔に表現するため，

$$\phi=\frac{P(\alpha)-\mu}{P(\alpha)\mu+1} \tag{15}$$

とおく．また，α, ϕ の実部，虚部をそれぞれ $\alpha_r, \alpha_i, \phi_r, \phi_i$ のように表す．式(8)～(11)を解くことにより，各素子値は次式により決定すればよいことを導ける．

$$\frac{L}{R}=\frac{(b-a\mu)^2}{-2\alpha_r(1+\mu^2)c} \tag{16}$$

$$\frac{D}{R}=\frac{(b^2+a^2)|\alpha|^2}{-2\alpha_r(1+\mu^2)c} \tag{17}$$

$$\frac{1}{L}=\frac{b\mu+a}{b-a\mu} \tag{18}$$

$$\frac{r}{R}=\frac{\alpha_i\{(\alpha_i\phi_r+\alpha_r\phi_i)|\phi|^2+\alpha_i\phi_r-\alpha_r\phi_i\}}{c} \tag{19}$$

但し，

$$a=2\alpha_r\phi_i \tag{20}$$

$$b=\alpha_i(|\phi|^2+1) \tag{21}$$

$$c=(\alpha_i\phi_r+\alpha_r\phi_i)^2+\phi_i^2|\alpha|^2+\alpha_i^2 \tag{22}$$

とする．ここで，伝達関数の安定条件より，

$$-\infty<\alpha_r<0 \tag{23}$$

であり，極 α が虚数であることより，

$$\alpha_i\neq 0,\ \text{かつ},\ \alpha_i\neq\infty \tag{24}$$

である．式(13)および式(16)～(24)より，$b-a\mu\neq 0$ かつ $\phi\neq\infty$ のとき，$0<L/R<\infty$，かつ $0<D/R<\infty$，かつ $1/L\neq\infty$，かつ $n/D\neq 0$，かつ $n/D\neq\infty$，かつ $r/R\neq$

∞ が成り立つことが示せる．すなわち，このときは，虚数極をもち，かつ $s_{21}(0)\neq 0$ の任意の無損失散乱行列から，NR2 区間を分離可能であると言える．

ところで，$\tilde{I}$ を分離すると，$s_{11}(\lambda)$ が -1 倍され，$s_{21}(\lambda)$ は変化しない．よって，式(2)，(12)より，μ の値が元の逆数に変化することがわかる．また，式(4)，(15)より，ϕ の値も元の逆数に変化することがわかる．(このとき，$1/\phi=(\phi_r-j\phi_i)/|\phi|^2$ となるので，ϕ_r は，$\phi_r/|\phi|^2$ に変化し，ϕ_i は，$-\phi_i/|\phi|^2$ に変化する．) 故に，$b-a\mu=0$，または，$\phi=\infty$ の場合は，$\tilde{I}$ を先に分離することにより，それぞれ，$b\mu+a=0$，$\phi=0$ の場合となる．このとき，式(13)，および，式(16)～(24)より，NR2 区間を分離できるようになることが示せる．

以上をまとめると，虚数極をもち，かつ $s_{21}(0)\neq 0$ の任意の無損失散乱行列から，直接，または $\tilde{I}$ を先に分離しておくことにより，NR2 区間を分離可能であると言える．また，このとき，NR2 区間の分離はたかだか1回行えばよい．

4.2 E 区間の分離

次に，E 区間の分離について述べる．E 区間の散乱行列を求めて，NR2 区間の散乱行列と等置すると，各素子値の間には，$L'/R'=L/R, 1/(C'R')=D/R, n'=1/L, r'/R'=r/R, n=D$ という関係が成立する．但し，E 区間の素子値を ′付きで表現している．よって，NR2 区間の分離法において $\mu=1$ とおくことにより，同様にして E 区間の分離法を導くことができる．従って，虚数極をもつ任意の無損失散乱行列から，直接，または $\tilde{I}$ を先に分離しておくことにより，E 区間を分離可能であると言える．

5. 1次区間の分離

本章では，2次区間の場合と同様にして，NR1 区間，リチャーズ区間を分離する方法を示す．

5.1 NR1 区間の分離

まず，NR1 区間の分離法について述べる．図4に示す NR 1区間の散乱行列を求めると，

$$S_1(\lambda)=\frac{1}{g_1(\lambda)}\begin{pmatrix} f_1(\lambda) & h_1(-\lambda) \\ h_1(\lambda) & -f_1(-\lambda) \end{pmatrix} \tag{25}$$

$$g_1(\lambda)=\lambda LR\left\{1+\left(\frac{1}{L}\right)^2\right\}+R^2+r^2$$

$$f_1(\lambda)=\lambda LR\left\{1-\left(\frac{1}{L}\right)^2\right\}-R^2+r^2$$

$$h_1(\lambda)=2R(\lambda-r)$$

となる．この式より，NR1 区間の散乱行列の極 α は，

$$\alpha=-\frac{1+\left(\frac{r}{R}\right)^2}{\frac{L}{R}\left\{1+\left(\frac{1}{L}\right)^2\right\}} \tag{26}$$

と求められ，α に対する特性関数の値 $P(\alpha)$ は，

$$P(\alpha)=\frac{\frac{1}{L}+\frac{r}{R}}{1-\frac{r}{RL}} \tag{27}$$

と求められる．

NR2 区間の場合と同様に考えて，散乱行列の直流での値を考慮して

$$\frac{r}{R}=-\frac{1}{\mu} \tag{28}$$

と定めると，この区間を分離した残りの散乱行列において，$s_{21}(0)=0$ となる．従って，**4.**で述べたこととあわせて，NR2 区間，NR1 区間は，どちらか一方の区間をたかだか1回分離すればよいと言える．

各素子値は，以下の式により決定されることが式(26)，式(27)より導ける．

$$\frac{L}{R}=-\frac{1+1/\mu^2}{\alpha(1+1/\phi^2)} \tag{29}$$

$$\frac{1}{L}=\frac{1}{\phi} \tag{30}$$

ここで，伝達関数の安定条件より，

$$-\infty<\alpha<0 \tag{31}$$

が成り立つ．式(13)および(29)～(31)より，$\phi\neq 0$ のとき，$0<L/R<\infty$，かつ $1/L\neq\infty$，かつ $r/R\neq\infty$ が成り立つと言える．よって，このときは，実数極をもち，かつ $s_{21}(0)\neq 0$ の任意の無損失散乱行列から，NR1 区間を分離可能である．$\phi=0$ のときは，$\tilde{I}$ を先に分離することにより，$\phi=\infty$ の場合となって，NR1 区間を分離することができるようになる．

以上をまとめると，実数極をもち，かつ $s_{21}(0)\neq 0$ の任意の無損失散乱行列から，直接，または，$\tilde{I}$ を先に分離しておくことにより，NR1 区間を分離可能であると言える．また，このとき，NR2 区間，NR1 区間の分離は，どちらか一方をたかだか1回行えばよい．

5.2 リチャーズ区間の分離

次に，リチャーズ区間の分離について述べる．リチャーズ区間の散乱行列を求めて，NR1 区間の散乱行列と比較し，各成分を -1 倍したものと等置すると，各素子値の間には，$C'R'=L/R$，$r'/R'=1/L$，$r=R$ という関係が成立する．但し，リチャーズ区間の素子値を′付きで表現している．よって，NR1 区間の分離法において $\mu=-1$ とおくことにより，同様にしてリチャー

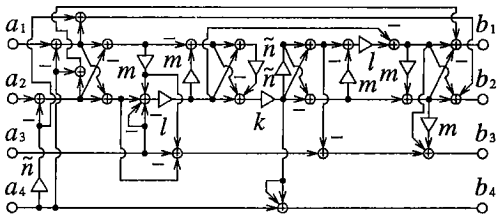

図 5 E 区間に対応する構造有界な WDF
Fig. 5 Structurally bounded WDF for a type-E section.

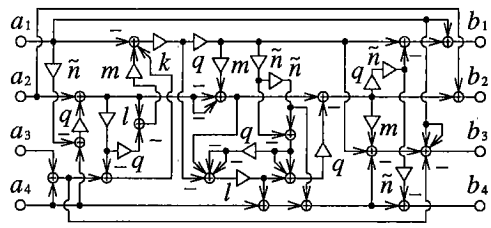

図 7 NR2 区間に対応する構造有界な WDF
Fig. 7 Structurally bounded WDF for an NR2 section.

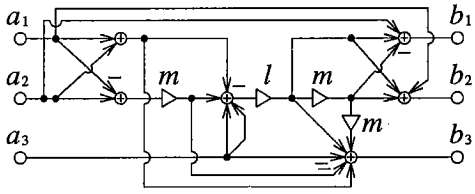

図 6 リチャーズ区間に対応する構造有界な WDF
Fig. 6 Structurally bounded WDF for a Richards section.

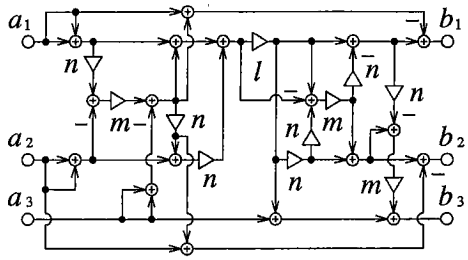

図 8 NR1 区間に対応する構造有界な WDF
Fig. 8 Structurally bounded WDF for an NR1 section.

ズ区間の分離法を導くことができる．従って，実数極をもつ任意の無損失散乱行列から，直接，または，$\tilde{I}$ を先に分離しておくことにより，リチャーズ区間を分離可能であると言える．

6. 各区間に対応する構造有界な WDF

本章では，**4.**，**5.**で分離法を述べた各区間に対応する係数量子化後においても構造有界な WDF 区間が存在することについて述べる．

E 区間およびリチャーズ区間に対応する係数量子化後においても構造有界な WDF 区間は，文献(1)で導出されている．ところで，T 縦続接続による構成法は，サーキュレータを用いて基本区間を相互接続した構成法[5]と見なすことができ，本構成法は，このときの両終端抵抗の値が等しい形の構成法となっている．(このことを，ポート抵抗値が等しいと表現している．)よって，本構成法に適合する WDF 区間は，文献(1)の WDF 区間において，相互接続に用いられるポートのポート抵抗値の比を決定する乗算器係数を $p=0$ とおき，この乗算器を削除することにより得られる．このようにして得られる E 区間，リチャーズ区間に対応する WDF 区間のアダプタを，それぞれ，図5，6に示す．図5において，端子対3の間に z^{-1} を接続し，端子対4の間に $-z^{-1}$ を接続すれば，E 区間に対応する係数量子化後においても構造有界な WDF 区間が得られる．各乗算器係数の値は次式により決定される．

$$k=\frac{2R+C(R^2+r^2)}{2R\Delta} \tag{32}$$

$$l=\frac{CR^2}{2R+C(R^2+r^2)} \tag{33}$$

$$m=\frac{r}{R} \tag{34}$$

$$\tilde{n}=n \tag{35}$$

$$\Delta=(n-1)^2+CR(n^2+1)+2\frac{R}{L}+\frac{C}{L}(R^2+r^2) \tag{36}$$

また，図6において，端子対3の間に z^{-1} を接続すれば，リチャーズ区間に対応する構造有界な WDF 区間が得られる．各乗算器係数の値は次式により決定される．

$$l=\frac{CR^2}{2R+C(R^2+r^2)} \tag{37}$$

$$m=\frac{r}{R} \tag{38}$$

NR2 区間および NR1 区間に対応する構造有界な WDF 区間は，文献(2)で導出されている WDF において，相互接続に用いられるポートのポート抵抗値の比を決定する乗算器係数を $p=1$ とおき，この乗算器を省くことにより得られる．このようにして得られる NR2 区間，NR1 区間に対応する WDF 区間のアダプ

タを，それぞれ，図7，図8に示す．図7において，端子対3の間に $-z^{-1}$ を接続し，端子対4の間に z^{-1} を接続すれば，NR2区間に対応する構造有界なWDF区間が得られる．各乗算器係数の値は次式により決定される．

$$k=\frac{2R^2}{\left(\frac{1}{L}-\frac{n}{D}\right)\Delta}\left\{1+\left(\frac{1}{L}\right)^2+\frac{D}{R}\left(\frac{1}{L}-\frac{n}{D}\right)^2\right\} \tag{39}$$

$$l=\frac{1}{\frac{1}{L}-\frac{n}{D}}\cdot\frac{\left(\frac{1}{L}\right)^2+\frac{D}{R}\left(\frac{1}{L}-\frac{n}{D}\right)^2}{1+\left(\frac{1}{L}\right)^2+\frac{D}{R}\left(\frac{1}{L}-\frac{n}{D}\right)^2} \tag{40}$$

$$m=\frac{r}{R}+\frac{\frac{n}{DL}}{\frac{1}{L}-\frac{n}{D}} \tag{41}$$

$$\tilde{n}=\frac{\frac{1}{L}}{\frac{1}{L}-\frac{n}{D}} \tag{42}$$

$$q=\frac{1}{L}-\frac{n}{D} \tag{43}$$

$$\Delta=LR\left\{1+\left(\frac{1}{L}\right)^2\right\}+DL\left(\frac{1}{L}-\frac{n}{D}\right)^2+R^2+r^2+DR\left\{1+\left(\frac{n}{D}\right)^2\right\} \tag{44}$$

また，図8において，端子対3の間に $-z^{-1}$ を接続すれば，NR1区間に対応する構造有界なWDF区間が得られる．各乗算器係数の値は次式により決定される．

$$l=\frac{\frac{L}{R}\left\{1+\left(\frac{1}{L}\right)^2\right\}+\left(\frac{r}{R}\right)^2}{\left\{1+\left(\frac{1}{L}\right)^2\right\}\left[\frac{L}{R}\left\{1+\left(\frac{1}{L}\right)^2\right\}+\left(\frac{r}{R}\right)^2+1\right]} \tag{45}$$

$$m=\frac{\frac{r}{R}}{1+\left(\frac{1}{L}\right)^2} \tag{46}$$

$$n=\frac{1}{L} \tag{47}$$

ところで，NR2区間に対応する構造有界なWDFとして図7の回路を用いると，式(39)～(43)より，$1/L=n/D$ のとき乗算器係数が無限大となってしまうことがわかる．この問題を解決するため，本構成法では，図8のNR1区間に対応する構造有界なWDFのアダプタに，一般化遅延要素[11]を接続した回路で代用することにする．次に，このようにしても問題がないことについて述べる．$1/L=n/D$ となるのは，式(13)，(14)，(18)，(20)～(24)より，$\phi=\infty$，または $\phi_i=0$ のときのみであることがわかる．$\phi=\infty$ の場合は，先に $\tilde{I}$ を分離して $\phi=0$ の場合として構成するので，$\phi_i=0$ の場合に含めて考えることができる．$\phi_i=0$ の場合は，散乱行列の極が虚数で，この極に対する特性関数の値が実数の場合である．ところで，NR1区間に対応するWDFのアダプタに，一般化遅延要素を接続した回路の参照リアクタンスフィルタは，NR1区間において，インダクタを，λL と D/λ を直列に接続した直列共振回路に取り換え，理想変成器の変成比を $1:1/(D+L)$ とした回路と等価である．すなわち，NR2区間において $1/L=n/D$ の場合の回路とは，理想変成器の変成比が異なるのみである．これより，NR2区間，NR1区間の分離と同様にして，虚数極をもち，かつ，この極に対する特性関数の値が実数で，かつ，$s_{21}(0)\neq 0$ で，これ以外は任意の無損失散乱行列から，直接，または，$\tilde{I}$ を先に分離することにより，この区間を分離可能なことが示せる．このとき，各素子値を決定する式は，式(16)，(17)，(19)において，$\phi_i=0$ とした式になる．但し，式(14)，(18)のみ変更になり，共に

$$\frac{1}{L+D}=\mu \tag{48}$$

となる．このように素子値を決定することにより，この区間を分離した残りの散乱行列において，$s_{21}(0)=0$ となる．以上のことより，$1/L=n/D$，すなわち $\phi_i=0$ の場合は，図7のNR2区間に対応する構造有界なWDF区間の代わりに，図8のNR1区間に対応する構造有界なWDFのアダプタに一般化遅延要素を接続した回路を用いても問題はないと言える．

以上により，**4.**，**5.**で分離法を述べた各区間に対応する係数量子化後においても構造有界なWDFが存在すると言える．従って，**4.**，**5.**で述べたこととあわせて，任意の伝達関数を実現可能で，かつ，整合点で感度がゼロとなる T 縦続接続構成のWDFが存在すると言える．

7. 構 成 例

本章では，本論文で提案した整合点で感度がゼロとなる T 縦続接続構成のWDFの構成例を示す．（種々の伝達関数に対する例を示すことは冗長と思われるので，適当に仕様を与えた一例のみを示す．） 設計するフィルタは低域通過フィルタとし，その仕様は，通過域端周波数を0.1275(Hz)（標本化周波数1(Hz)），阻止域端周波数を0.25(Hz)，通過域内の振幅リプルを±0.25(dB)，通過域内の群遅延リプルを±0.5(s)，阻止域最小減衰量を45(dB)と与えている．これを満足するように，文献(12)の振幅位相同時近似法で設計した

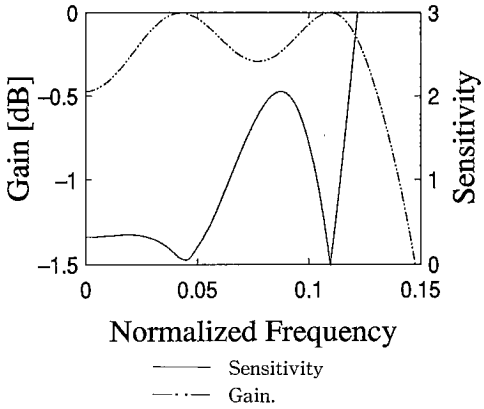

図 9 通過域内の感度特性
Fig. 9 Worstcase sensitivity within a passband.

6次の伝達関数に対して，振幅特性の最大値が1になるように定数倍したものを用いる．この伝達関数を

$$H(z)=\frac{\sum_{j=0}^{6} h_j z^{-j}}{\sum_{i=0}^{6} g_i z^{-i}} \tag{49}$$

という形で表すときの各フィルタ係数は，

$$\begin{aligned}
&h_0=9.87695390499\times10^{-3}, && g_0=1.0\\
&h_1=-1.8045490212\times10^{-2}, && g_1=-3.44670021123\\
&h_2=4.9379803017\times10^{-3}, && g_2=5.76814094852\\
&h_3=-8.95179478194\times10^{-3}, && g_3=-5.81482499994\\
&h_4=2.15470113436\times10^{-2}, && g_4=3.67820111758\\
&h_5=1.25588065957\times10^{-2}, && g_5=-1.38080351732\\
&h_6=2.18894960471\times10^{-2}, && g_6=0.242246003576
\end{aligned} \tag{50}$$

である．結果は，極がすべて虚数のため，E 区間に対する構造有界な WDF を2区間と，NR2 区間に対応する構造有界な WDF を1区間 T 縦続接続することにより構成される．通過域内の感度特性を図9に示す．図9において，0.11(Hz) 付近での利得が 0(dB) になっている点が整合点であり，ここで感度がゼロになっていることが確認できる．また，0.043(Hz) 付近での利得は 0(dB) ではないが，これに近いため感度が0に非常に近くなっていることが確認できる．

8. むすび

本論文では，ポート抵抗値が等しくても，任意の伝達関数を実現可能で，かつ，整合点での感度がゼロとなる T 縦続接続構成の WDF が存在することを示した．まず，虚数極をもつ任意の無損失散乱行列から直接，または，$\tilde{I}$ を先に分離することにより，NR2 区間または E 区間が分離可能であることを示した．また，実数極をもつ任意の無損失散乱行列から直接，または，$\tilde{I}$ を先に分離することにより，NR1 区間または Richards 区間を分離可能であることを示した．この際に，散乱行列の極およびこの極に対する特性関数の値から各々の区間の素子値を決定する式を導出し，結果を示した．また，NR2 区間，NR1 区間のどちらか一方をたかだか1回分離するのみで，因数分解を繰り返した結果最後に残る0次の無損失散乱行列を，乗算器なしで実現できる形にできることを示した．更に，各区間に対する係数量子化後においても構造有界な WDF が存在することを示した．以上により，存在性を示すという目的は達成されたと言える．しかし，実用性という観点からみると，本論文で示した構造有界な WDF 区間は乗算器，加算器の数が多すぎる．そこで，任意の伝達関数を実現でき，かつ，整合点で感度がゼロとなる T 縦続接続構成の WDF として，乗算器数が少なくて済む実用的な構成法が存在するかどうかを検討していくことが今後の重要な課題として挙げられる．

謝辞 本研究に対し有益な御助言を頂いた東京工業大学の高木茂孝助教授に深く感謝する．

文　献

(1) 石渡俊一，西原明法，藤井信生："任意の伝達関数を実現できる構造有界なウェーブディジタルフィルタの存在"，信学論(A)，**J75-A**，1，pp. 10-17(1992-01)．
(2) 石渡俊一，西原明法，藤井信生："整合点で係数感度が零となるウェーブディジタルフィルタ"，第6回 DSP シンポジウム，pp. 233-238(1991-11)．
(3) Vaidyanathan P. P. and Mitra S. K.: "Low passband sensitivity digital filters: a generalized viewpoint and synthesis procedures", Proc. IEEE, **72**, 4, pp. 404-423(Apr. 1984).
(4) Fettweis A.: "Wave digital filters: theory and practice",Proc. IEEE, **74**, 2, pp. 270-327(Feb. 1986).
(5) Wegener W.: "Synthesis of wave digital filters by scattering matrix factorization", Proc. 1981 ECCTD, pp. 877-882(Aug. 1981).
(6) 渡部英二，茂木良明，西原明法："散乱行列の因数分解によるパイプライン処理可能なウェーブディジタルフィルタの一合成法"，信学論(A)，**J74-7**, pp. 957-965(1991-07)．
(7) 石渡俊一："整合点で振幅感度が零となるウェーブディジタルフィルタに関する研究"，学位論文，東京工業大学(1992-01)．
(8) Hazony D.: "Zero cancellation synthesis using impedance operators", IRE Trans. Circuit Theory, **CT-8**, pp. 114-126(June 1961).
(9) Youla D. C.: "A new theory of cascade synthesis", IRE Trans. Circuit Theory, **CT-9**, pp. 244-260(Sept. 1961).

(10) 大野克郎："回路網の古典理論"，信学誌(A)，(1974-10～1975-03).
(11) Erfani S. and Peikari B.: "Digital design of general LC structures", IEEE Trans. Circuits Syst., **CAS-25**, 5, pp. 269-273(May 1978).
(12) 石渡俊一，西原明法，藤井信生："LMS アプローチに基づく IIR ディジタルフィルタの振幅位相同時近似"，信学論(A)，**J73-A**, 3, pp. 419-427(1990-03).

(平成4年3月25日受付，8月12日再受付)

石渡　俊一

昭62東工大・工・電子物理卒．平1同大大学院修士課程了．平4同大大学院博士課程了．ディジタルフィルタの研究に従事．現在，(株)東芝研究開発センタ所属．

西原　明法

昭48東工大・工・電子物理卒．昭53同大大学院博士課程了．工博．同年より同大勤務．現在，同大工学部電子物理工学科助教授．回路理論，電子回路等の研究，教育に従事．信号処理と信号処理用プロセッサにも興味をもつ．IEEE 会員．

藤井　信生

昭41慶大・工・電気卒．昭43東工大大学院修士課程了，昭46同博士課程了．工博．同年東工大・工・助手，昭50同助教授，昭63同教授．昭59～60カリフォルニア大学客員研究員．50年度本会米澤記念学術奨励賞，57年度本会論文賞授賞．電子回路，回路網理論，能動フィルタなどの研究に従事．著書「アナログ電子回路」，「ディジタル電子回路」(昭晃堂)，「Op アンプの基礎と応用」(オーム社)など．電気学会，テレビジョン学会，IEEE 各会員．