

論文 / 著書情報
Article / Book Information

論題(和文)	複素係数を用いた特性可変IIRデジタルフィルタの一構成法
Title(English)	A Synthesis of Variable IIR Digital Filters with Complex Coefficients
著者(和文)	村越信雄, 渡部英二, 西原明法
Authors(English)	AKINORI NISHIHARA
出典(和文)	電子情報通信学会論文誌(A), Vol. J76-A, No. 12, pp. 1694-1703
Citation(English)	Transactions of IEICE, Vol. J76-A, No. 12, pp. 1694-1703
発行日 / Pub. date	1993, 12
URL	http://search.ieice.org/
権利情報 / Copyright	本著作物の著作権は電子情報通信学会に帰属します。 Copyright (c) 1993 Institute of Electronics, Information and Communication Engineers.

複素係数を用いた特性可変 IIR フィルタの一構成法

正員 村越 信雄[†] 正員 渡部 英二^{††} 正員 西原 明法[†]

A Synthesis of Variable IIR Digital Filters with Complex Coefficients

Nobuo MURAKOSHI[†], Eiji WATANABE^{††} and Akinori NISHIHARA[†], Members

あらまし デジタルフィルタの応用において、フィルタリング中にリアルタイムでフィルタ特性を変化させるという要求がある。この要求を満足させるために、一つのパラメータによる実係数の遮断周波数可変低域通過フィルタが提案されている。また、一つのパラメータによる複素係数の片帯域端固定帯域幅可変帯域通過フィルタも提案されている。しかしながら、これらのフィルタは、特性を変えたときに振幅特性の乱れが生じてしまい、これを避けることができなかった。本論文では、特性を変えても振幅特性に乱れを生じない、一つのパラメータによる特性可変 IIR フィルタの構成法を提案している。提案した特性可変フィルタは、制限なく遮断周波数や帯域幅を変えることが可能である。また、それらのフィルタを回路として実際に実現するための、簡単な回路構成法についても提案している。この構成法は、どのような実係数フィルタ回路をプロトタイプとしてもよい。更に、シミュレーションにより構成例を示し、提案した構成法の有効性を確認している。

キーワード 複素係数, 特性可変, 遮断周波数, 帯域幅, IIR フィルタ

1. まえがき

オーディオにおける音場処理やアダプティブラインエンハンサなどのアダプティブフィルタにデジタルフィルタを応用する場合において、フィルタリングの最中にその周波数特性をリアルタイムで変化させることを要求される場合がしばしばある。

デジタルフィルタの周波数特性を変化させるための理論的背景としては Constantinides の周波数変換が既に知られている⁽¹⁾。この方法は、プロトタイプの低域通過フィルタの伝達関数 $H(z)$ の z^{-1} を 1 次あるいは 2 次の全域通過関数で置き換えることにより、希望の低域通過フィルタ、高域通過フィルタ、帯域通過フィルタ、帯域阻止フィルタを得るというものである。

文献(1)の方法の回路への応用により、プロトタイプフィルタの回路から周波数変換後の回路を得る方法が考えられる。その方法は、プロトタイプ回路中の遅延器を全域通過回路に置き換えるというものである。しかしながらこの方法では、プロトタイプフィルタが

FIR フィルタの場合には問題ないが、IIR フィルタの場合には回路中に Delay-Free-Loop が生じて実現不可能となってしまう場合がある。従って、IIR フィルタにこの方法を適用するのは注意が必要である。

特性可変 IIR フィルタを構成するためには、変換後のフィルタの伝達関数 $H'(z)$ を、特性を変えるつど計算し、新たに回路を再構成するという方法も考えられる。この方法では計算およびプロトタイプ回路の乗算器係数値をすべて変更するという手間がかかる。例として、 N 次の伝達関数 $H(z)$ に低域-帯域変換を行って $H'(z)$ を計算する場合、 N^2 に比例する計算が必要となり、次数が高くなるにつれますます計算量が増大する。また、この計算には除算が必要となるため、通常のデジタルフィルタにおける加算器、乗算器、遅延器では構成が不可能であり、ハードウェアとして実現する場合には非常に複雑なものとなってしまう。従って、フィルタリングの最中にリアルタイムでそのフィルタの特性を変える必要がある場合にこの方法を適用するのは困難である。

この方法の応用として、何種類もの $H'(z)$ をあらかじめ計算し、それぞれの $H'(z)$ に対応する回路中の各乗算器係数値を ROM などに記憶させておいて、フィルタリング中にそのつどそれらを読み出すという方法も考えられる。しかしながら、この方法では最初に計

[†] 東京工業大学工学部電子物理工学科, 東京都 Faculty of Engineering, Tokyo Institute of Technology, Tokyo, 152 Japan

^{††} 芝浦工業大学システム工学部電子情報システム学科, 大宮市 Faculty of System Engineering, Shibaura Institute of Technology, Omiya-shi, 330 Japan

算して記憶させた $H'(z)$ 以外の特性は実現できず、フィルタリング中に新たな特性が必要となった場合に対処不可能である。

以上の問題を解決する方法として、一つのパラメータによる遮断周波数可変低域通過フィルタの構成法が提案されている^{(2)~(4)}。しかしながら、従来の方法では遮断周波数を変えることにより振幅特性の乱れが生じてしまい、可変範囲を広くすることができないという欠点があった。

ところで、上述の周波数変換の中でプロトタイプ低域通過フィルタの通過帯域と変換後の帯域通過フィルタの帯域幅が同じとなる低域-帯域変換では、Delay-Free-Loopが生じることはない、この特別な低域-帯域変換による遅延器の置換えと遮断周波数可変低域通過フィルタを組み合わせることにより、中心周波数と帯域幅をそれぞれ一つのパラメータで変えられる帯域通過フィルタが実現できる。しかしながら、この方法によって得られる可変帯域通過フィルタは、帯域幅を変化させるとき、帯域の中心周波数が変化の基準となるために中心周波数は不動である。そのため、上帯域端周波数あるいは下帯域端周波数を固定して帯域幅を変化させるといった可変帯域通過フィルタは実現できなかった。また、従来の帯域幅可変帯域通過フィルタも遮断周波数可変低域通過フィルタと同様に、帯域幅を変えるときに振幅特性が乱れるという問題を有していた。

本論文では、複素係数フィルタを用いることにより従来の方法では実現できなかった、振幅特性に乱れが生じることのない特性可変フィルタ構成法を提案する^{(5),(6)}。まず、遮断周波数可変低域および高域通過フィルタの構成法を提案する。次に、上・下帯域端周波数のどちらか片方を固定した帯域幅可変帯域通過フィルタの構成法を提案する。筆者らは、既に同様の可変帯域通過フィルタを提案しているが、このフィルタは帯域幅を変えたときに振幅特性に乱れが生じるものであった⁽⁷⁾。次に、これら複素係数特性可変フィルタを実際に回路実現する場合に、複素係数伝達関数の計算を必要としない、簡単な回路構成法を提案する。得られる回路はよりモジュール性の高い回路となっている。最後に例題によって提案した構成法の有効性を確認する。

なお、本論文で提案した可変帯域通過フィルタの構成法により、同様の可変帯域阻止フィルタも構成可能である。

2. 周波数変換

種々の低域通過フィルタ、高域通過フィルタ、帯域通過フィルタ、帯域阻止フィルタは、基準となる低域通過フィルタの伝達関数における z^{-1} を、1次あるいは2次の全域通過関数 $T(z^{-1})$ で置き換えるという周波数変換により得られる⁽¹⁾。この周波数変換は、通過域リプルや阻止域最小減衰量などの振幅特性を変化させない。

ここで、得られる帯域通過フィルタの帯域幅がプロトタイプ低域通過フィルタの通過帯域幅と同じになるという特別な場合の低域-帯域変換の $T(z^{-1})$ を $T_1(z^{-1})$ とすると、 $T_1(z^{-1})$ は

$$T_1(z^{-1}) = -z^{-1} \left(\frac{z^{-1} - \alpha}{1 - \alpha z^{-1}} \right) \tag{1}$$

となる。ここで α は

$$\alpha = \cos \omega_0 = \frac{\cos \left(\frac{\omega_U + \omega_L}{2} \right)}{\cos \left(\frac{\omega_U - \omega_L}{2} \right)} \tag{2}$$

であり、 ω_U, ω_L は得られる帯域通過フィルタの上・下帯域端周波数、 ω_0 は中心周波数である。

式(1)の $T_1(z^{-1})$ の変換は実係数低域通過フィルタを対象とした場合、図1に示すような写像関係になっている。低域通過フィルタの $\exp(j\omega)$ が z 平面単位円上を $\omega = -\pi$ から $\omega = \pi$ まで反時計方向に 2π 回転すなわち1周する間に、帯域通過フィルタの $\exp(j\Omega)$ は単位円上の上半円を $\Omega = 0$ から $\Omega = \pi$ まで反時計方向に π 回転している。更に下半円でも $\Omega = -\pi$ から $\Omega = 0$ まで反時計方向に π 回転している。中心周波数 $\Omega = \pm \omega_0$ の点は、低域通過フィルタの $\omega = 0$ が写像された点となっていて、式(2)に従ってパラメータ α を変えることにより自由に設定可能である。なお、安定性の条件により α の範囲は $-1 < \alpha < 1$ である。

ところで、式(1)の $T_1(z^{-1})$ は z^{-1} が全体にかかった

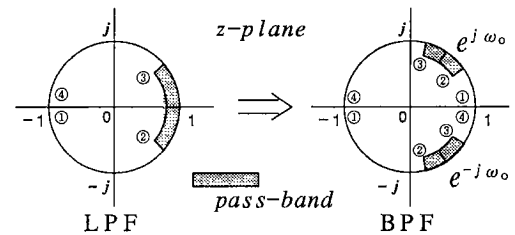


図1 $T_1(z^{-1})$ の写像関係
Fig.1 $T_1(z^{-1})$ mapping relation.

形となっている。従って、プロトタイプフィルタが IIR フィルタの場合でも、 $T_1(z^{-1})$ を表現する回路でプロトタイプ回路中の遅延器を置き換えることにより、Delay-Free-Loop が生じない $T_1(z^{-1})$ の変換後の回路が得られる。また、得られた回路は、パラメータ a によって中心周波数 ω_0 可変の帯域通過フィルタを実現できる。すなわち、中心周波数可変帯域通過フィルタはプロトタイプ回路中の遅延器の置換えという方法により実現可能である。

更に、遮断周波数可変 IIR 低域通過フィルタと $T_1(z^{-1})$ の変換を組み合わせるにより、パラメータ一つの帯域幅可変 IIR 帯域通過フィルタが実現できる。但し、この可変帯域通過フィルタはその中心周波数が固定で、その上・下帯域端周波数が同時に動くことで帯域幅が変わるフィルタである。従って、片帯域端周波数を固定した帯域幅可変フィルタを実現しようとする場合には、帯域幅の変化に対応して片帯域端周波数すなわち中心周波数を変えなければならない。これらの変化量の関係はデジタル回路で一つのパラメータにより実現できるものではない。従って、帯域幅の変化に対してパラメータが二つ必要となる。また、可変低域通過フィルタを使っているの、可変低域通過フィルタと同様の帯域幅の変化に伴った振幅特性の乱れという問題を有している。

3. 複素係数フィルタ

複素係数フィルタは実係数フィルタと異なり、その振幅特性に周波数 $\omega=0$ に関する対称性がない。また、実係数低域通過フィルタを周波数軸上で ω_s だけシフトすなわち z 平面上で極・零点を ω_s だけ回転させることにより、図 2 に示すような ω_s に対称な帯域通過フィルタが実現できる⁽⁶⁾。 z 平面上で ω_s の回転を行うには実係数フィルタの伝達関数において

$$z^{-1} \rightarrow z^{-1} \exp(j\omega_s) \quad (3)$$

と置き換えればよい。なお、得られた帯域通過フィルタ

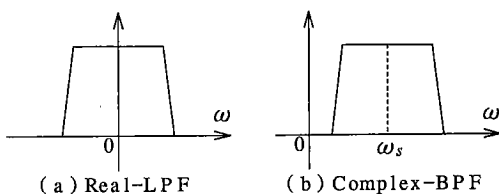


図 2 実・複素係数フィルタの振幅特性

Fig.2 Frequency responses of real and complex coefficient filters.

タの振幅特性は低域通過フィルタの振幅特性と同じ形である。

実際の複素係数フィルタでは、ヒルベルト変換器を使って入力信号を解析信号に変換して用いる。これにより、複素係数フィルタの負の周波数特性は意味をもたなくなる。そのため、複素係数フィルタでは正の周波数特性のみを考慮すればよい⁽⁹⁾。

一般の複素係数フィルタは同じ次数の実係数フィルタの約 2 倍程度のハードウェアが必要となり、更に上述したヒルベルト変換器も必要なので、全体のハードウェア量が多くなるという欠点がある。但しヒルベルト変換器は通常のデジタルフィルタとして構成が可能である。ところで 1. で述べたように、周波数変換後の伝達関数 $H'(z)$ を、特性を変えるつど計算し新たに回路を再構成するという特性可変フィルタ実現法において、 $H'(z)$ を求める計算をハードウェアとして実現することを考えてみると、この計算には除算が必要であるため非常に複雑なハードウェアになってしまう。これに比べ本論文で提案する複素係数特性可変フィルタは、通常のデジタルフィルタと同様に加算器、乗算器、遅延器のみで構成が可能なので、より簡単で少ないハードウェアで実現可能である。

遮断周波数可変 IIR 低域通過フィルタと式 (3) の周波数シフトを組み合わせるにより帯域幅の算術中心周波数が固定の複素係数帯域幅可変 IIR 帯域通過フィルタが実現できる。この可変フィルタは、2. の $T_1(z^{-1})$ の変換を使って得られた可変フィルタと同様に振幅特性の乱れという問題を有している。また、この可変フィルタで片帯域端周波数固定の帯域幅可変帯域通過フィルタを実現しようとすると 2. と同様に、帯域幅の変化に対応して算術中心周波数を変化させねばならず、これらの変化量の関係はデジタル回路で一つのパラメータにより実現できるものではない。更に式 (3) の $\exp(j\omega_s)$ は

$$\exp(j\omega_s) = \cos \omega_s + j \sin \omega_s \quad (4)$$

であって、実際には 2 個の実乗算器で実現される。従って、片帯域端周波数を固定するためにはパラメータが三つ必要となる。

4. 振幅特性の乱れない遮断周波数可変低域および高域通過フィルタ

4.1 可変低域通過フィルタ

プロトタイプフィルタとして遮断周波数が $\pi/2$ の実係数低域通過フィルタを用いる。プロトタイプフイ

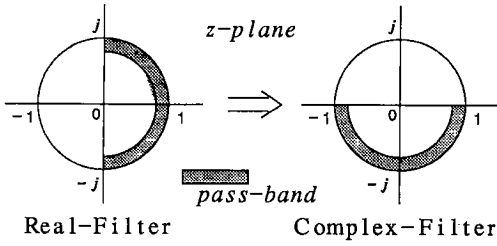


図3 $-\pi/2$ の周波数シフト
Fig.3 $-\pi/2$ frequency shift.

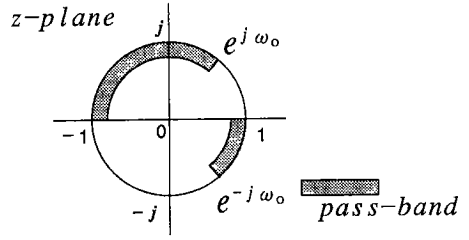


図5 遮断周波数可変高域通過フィルタ
Fig.5 Highpass filter for changing the cut-off frequency.

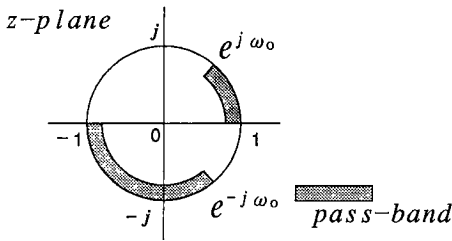


図4 遮断周波数可変低域通過フィルタ
Fig.4 Lowpass filter for changing the cut-off frequency.

ルタを周波数軸上で図3に示すように $-\pi/2$ シフトさせる。そのための変換は、式(3)より

$$z^{-1} \rightarrow z^{-1} \exp\left(-j\frac{\pi}{2}\right) \tag{5}$$

であり、結局

$$z^{-1} \rightarrow -jz^{-1} \tag{6}$$

となる。これにより図3に示ような $-\pi \sim 0$ の通過域をもつ複素係数フィルタが得られる。得られた複素係数フィルタに対して通過域幅と帯域幅の等しくなる $T_1(z^{-1})$ の低域-帯域変換を行う。 $T_1(z^{-1})$ の変換は図1に示すように $-\pi \rightarrow 0, 0 \rightarrow \omega_0$ と写像するので、図4に示すような低域通過フィルタが得られる。ここで低域通過フィルタの遮断周波数 ω_c は ω_0 と等しくなる。 ω_0 は式(2)のパラメータ α を変えることにより自由に設定可能であるので、遮断周波数 ω_c もパラメータ α により、自由に変えることができる。

なお、実係数プロトタイプフィルタの z^{-1} を置換するための変換式は、式(6)と $T_1(z^{-1})$ をまとめて

$$T_2(z^{-1}) = jz^{-1} \frac{z^{-1} - \alpha}{1 - \alpha z^{-1}} \tag{7}$$

となる。

ところで、プロトタイプ実係数フィルタとして遮断周波数が $\pi/2$ の高域通過フィルタを選んでも、同じ可

変低域通過フィルタが得られる。この場合には $\pi/2$ の周波数シフトを行えば、 $-\pi \sim 0$ の通過域をもつ複素係数フィルタが得られ、後の手順は上述した手順と同じとすればよい。

なお、式(7)の変換で用いているのは式(3)の周波数シフトと $T_1(z^{-1})$ の低域-帯域変換であり、どちらも振幅特性を変化させることはない。従って、式(7)の変換によって遮断周波数を変えても、振幅特性に乱れが生じることはない。同様の理由により、以後に述べる特性可変フィルタはすべて振幅特性に乱れが生じることはない。

4.2 可変高域通過フィルタ

プロトタイプ実係数フィルタは、 $\pi/2$ を遮断周波数とする低域通過フィルタまたは高域通過フィルタとする。各々を $\pi/2$ または $-\pi/2$ 周波数シフトすることにより、 $\pi \sim 0$ の通過域をもつ複素係数フィルタが得られる。ここで得られた複素係数フィルタに対して式(1)の $T_1(z^{-1})$ の変換を行う。 $T_1(z^{-1})$ の変換は図1より $0 \rightarrow \omega_0, \pi \rightarrow \pi_0$ の写像関係があるので図5に示すような高域通過フィルタが得られる。図5より高域通過フィルタの遮断周波数 ω_c は ω_0 と等しいので、 α をパラメータとして自由に変えることができる。

5. 振幅特性の乱れない片帯域端固定帯域幅可変帯域通過フィルタ

5.1 下帯域端固定帯域幅可変帯域通過フィルタ

4.1の特性の乱れない遮断周波数可変低域通過フィルタに式(3)の周波数シフトを行った場合を考える。例として W の周波数シフトを行うと、図6に示すような下帯域端周波数が W で固定された帯域幅可変帯域通過フィルタが得られる。

ところで W の周波数シフトを行う前の可変低域通過フィルタの遮断周波数 ω_c は、 $-1 < \alpha < 1$ の範囲でパラメータ α を変化させることにより

$$\pi > \omega_c > 0 \tag{8}$$

の範囲で変化していた。また、負の周波数領域での特性は図4を参照すると、 $-\pi$ の遮断周波数が固定で、もう片方の遮断周波数 ω_M が $-\omega_c$ と等しく

$$-\pi < \omega_M < 0 \tag{9}$$

と変化していた。 W の周波数シフトにより得られた可変帯域通過フィルタの上帯域端周波数 ω_U と負の領域での帯域端周波数 ω_E は

$$\omega_U = \omega_c + W \tag{10}$$

$$\omega_E = \omega_M + W \tag{11}$$

である。従って、 ω_U と ω_E の可変範囲は式(8)~(11)より、それぞれ

$$\pi + W > \omega_U > W \tag{12}$$

$$-\pi + W < \omega_E < W \tag{13}$$

となる。式(12)、式(13)より、得られた帯域幅可変帯域通過フィルタは、図6に示すように正の領域での帯域幅が W 以上の場合には問題はないが、帯域幅が W よりも小さくなった場合には、周波数シフトを行う前の可変低域通過フィルタの負の周波数領域における通過域が正の領域にはみ出し、希望の帯域通過特性が得られなくなってしまうことがわかる。

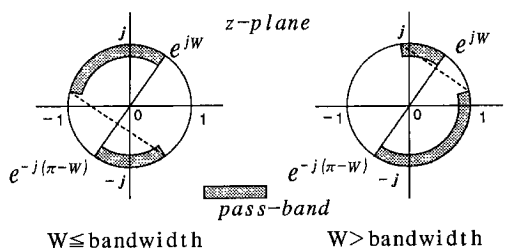


図6 W の周波数シフト
Fig.6 W frequency shift.

以上より、可変する帯域幅の値 \geq 下帯域端周波数値という条件が仕様で満たされている場合には、周波数シフトを行うだけで可変帯域通過フィルタが構成できる。しかしながら、仕様にこの条件が与えられず、自由に帯域幅を変えることを要求される場合には、この方法を用いることはできない。以下に、固定される下帯域端周波数だけが仕様として要求され、条件なしに帯域幅を自由に換えられる帯域通過フィルタの構成法について述べる。

固定する下帯域端周波数を ω_L とした場合、プロトタイプフィルタを、遮断周波数が $(\pi - \omega_L)/2$ の実係数低域通過フィルタとする。このプロトタイプフィルタを図7に示すように周波数軸上で $-(\pi + \omega_L)/2$ シフトさせる。そのための変換は

$$z^{-1} \rightarrow z^{-1} \exp\left(-j \frac{\pi + \omega_L}{2}\right) \tag{14}$$

である。この変換により、図7に示すような $-\pi \sim -\omega_L$ を通過域とする複素係数フィルタが得られる。次に、この複素係数フィルタに対して式(1)の変換 $T_1(z^{-1})$ を行う。 $T_1(z^{-1})$ の変換により、図8に示すように4.1で述べたのと似た遮断周波数可変低域通過

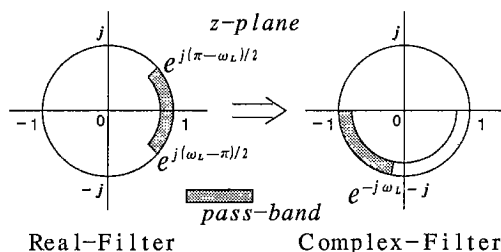


図7 $-(\pi + \omega_L)/2$ の周波数シフト
Fig.7 $-(\pi + \omega_L)/2$ frequency shift.

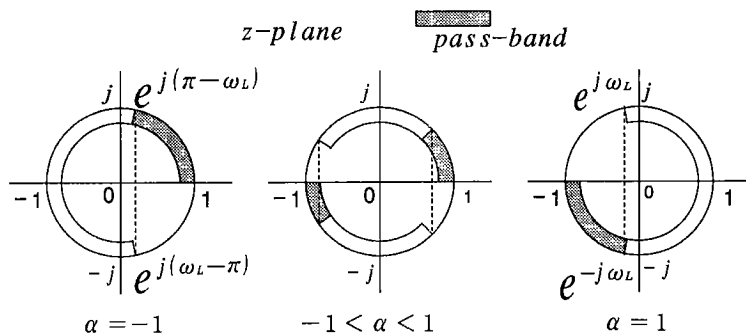


図8 遮断周波数可変低域通過フィルタ
Fig.8 Lowpass filter for changing the cut-off frequency.

フィルタが得られる。

ここで、 $-1 < a < 1$ の範囲でパラメータ a を変化させた場合のその遮断周波数 ω_c の可変範囲は、図 8 に示すように

$$\pi - \omega_L > \omega_c > 0 \tag{15}$$

である。また、負の領域での遮断周波数 ω_M は

$$-\pi < \omega_M < -\omega_L \tag{16}$$

と変化する。

最後に ω_L の周波数シフトを行うことにより、下帯域端周波数が ω_L に固定された帯域幅可変帯域通過フィルタが得られる。得られたフィルタの上帯域端周波数 ω_U は、周波数シフト前の可変低域通過フィルタの遮断周波数 ω_c と

$$\omega_U = \omega_c + \omega_L \tag{17}$$

の関係があるので、式(15)より

$$\pi > \omega_U > \omega_L \tag{18}$$

の範囲で変化する。また、負の領域における遮断周波数 ω_M と帯域端周波数 ω_E には

$$\omega_E = \omega_M + \omega_L \tag{19}$$

の関係があり式(16)より ω_E の可変範囲は

$$-\pi + \omega_L < \omega_E < 0 \tag{20}$$

となる。式(18)、式(20)より、得られた帯域幅可変帯域通過フィルタは負の通過域の影響を受けることなく、自由に帯域幅を変えることができるのがわかる。

式(14)と $T_1(z^{-1})$ と ω_L の周波数シフトをまとめると、実係数プロトタイプフィルタの z^{-1} を置換するための変換式は、

$$T_3(z^{-1}) = jz^{-1} \exp\left(j\frac{3\omega_L}{2}\right) \frac{z^{-1} - a \exp(-j\omega_L)}{1 - a \exp(j\omega_L)z^{-1}} \tag{21}$$

となる。

次に、可変帯域通過フィルタの上帯域端周波数 ω_U とパラメータ a の関係について述べる。図 1 の LPF と図 7 の複素係数フィルタを比較すると、②と $\exp(-j\omega_L)$ の点に対応している。従って、図 8 の遮断周波数可変低域通過フィルタの遮断周波数 ω_c は、図 1 の BPF の下帯域端周波数 ω_L に対応していることになり、式(2)の ω_L は

$$\omega_L = \omega_c \tag{22}$$

となる。また式(2)の ω_U には式(17)の関係がある。式(17)、式(22)を式(2)に代入し、 ω_c について解くことにより遮断周波数 ω_c は

$$\omega_c = \cos^{-1}\left\{a \cos\left(\frac{\omega_L}{2}\right)\right\} - \frac{\omega_L}{2} \tag{23}$$

と求められる。更に、 ω_L の周波数シフトにより帯域通過フィルタが得られるので、その上帯域端周波数 ω_U は、式(23)の両辺に ω_c を加え、式(17)より ω_c を消去することにより

$$\omega_U = \cos^{-1}\left\{a \cos\left(\frac{\omega_L}{2}\right)\right\} + \frac{\omega_L}{2} \tag{24}$$

と求められる。式(24)に従って、パラメータ a を設定すれば、希望の上帯域端周波数 ω_U を得ることができ

5.2 上帯域端固定可変帯域通過フィルタ

4.2 の可変高域通過フィルタを単純に $W - \pi$ だけ周波数シフトした場合には、上帯域端周波数 W 固定の帯域幅可変帯域通過フィルタを構成できる。但し、5.1 で述べた下帯域端周波数固定の場合と同様に帯域幅 \geq 上帯域端周波数の条件が必要となる。この条件を必要としない上帯域端固定帯域幅可変フィルタの構成法について 5.1 と同様に以下に述べる。

上帯域端周波数 ω_U が仕様として要求されたとする。プロトタイプフィルタは遮断周波数が $\omega_U/2$ の実係数低域通過フィルタとする。このプロトタイプフィルタを図 9 に示すように $\pi - \omega_U/2$ シフトさせることにより、図 9 に示す $\pi - (\pi - \omega_U)$ を通過域とする複素係数フィルタが得られる。得られた複素係数フィルタに $T_1(z^{-1})$ の変換を行うと遮断周波数可変高域通過フィルタが得られる。パラメータ a を $-1 < a < 1$ の範囲で変化させると、その遮断周波数 ω_c の可変範囲は

$$\pi - \omega_U < \omega_c < \pi \tag{25}$$

である。また、負の領域の遮断周波数 ω_M は

$$0 > \omega_M > -\omega_U \tag{26}$$

である。最後に、可変高域通過フィルタに $\omega_U - \pi$ の周波数シフトを行うと、上帯域端周波数 ω_U 固定の帯域幅可変帯域通過フィルタを得ることができる。正と負の領域での下帯域端周波数 ω_L と ω_E は

$$\omega_L = \omega_c + \omega_U - \pi \tag{27}$$

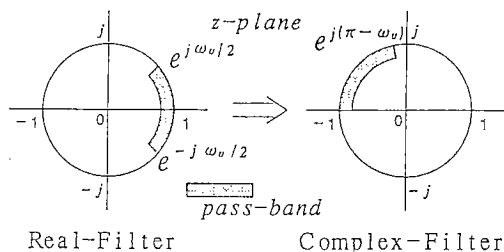


図 9 $\pi - \omega_U/2$ の周波数シフト
Fig. 9 $\pi - \omega_U/2$ frequency shift.

$$\omega_E = \omega_M + \omega_U - \pi \quad (28)$$

であり、式(25)、式(26)よりそれぞれの変域範囲は

$$0 < \omega_L < \omega_U \quad (29)$$

$$\omega_U - \pi > \omega_E > -\pi \quad (30)$$

となる。従って、得られた可変帯域通過フィルタは負の領域の影響がなく、無条件で ω_L を変えることができる。

以上まとめるとプロトタイプフィルタの z^{-1} を置換する変換式は

$$T_4(z^{-1}) = z^{-1} \exp\left(j \frac{3\omega_U}{2}\right) \frac{z^{-1} + \alpha \exp(-j\omega_U)}{1 + \alpha \exp(j\omega_U)z^{-1}} \quad (31)$$

となる。

また、下帯域端周波数 ω_L とパラメータ α の関係は

5.1と同様にして求められ、

$$\omega_L = \sin^{-1} \left\{ \alpha \sin \left(\frac{\omega_U}{2} \right) \right\} + \frac{\omega_U}{2} - \pi \quad (32)$$

となる。

なお、本論文で提案した特性可変帯域通過フィルタの構成法は、特性可変帯域阻止フィルタにも適用可能である。

6. 簡単な回路構成法

実際に複素係数フィルタを回路として実現するには、実部信号と虚部信号を分けて回路を構成することになる。従って、プロトタイプ実係数回路の遅延器を $T_2(z^{-1})$, $T_3(z^{-1})$, $T_4(z^{-1})$ 等を実現する複素回路に単純に置き換えるだけでは実際の複素特性可変フィルタの回路を実現できない。そのため、プロトタイプ伝達関数の z^{-1} を $T_2(z^{-1})$, $T_3(z^{-1})$, $T_4(z^{-1})$ で置換して、複素伝達関数を計算し、各複素係数を求めてから回路構成をするという方法をとることになる。本章では、そのような複素伝達関数の計算をする必要がなく、プロトタイプ実係数回路から簡単に複素係数回路を実現する方法を文献(10)の方法を応用して導出する。このときのプロトタイプ回路はどんな回路構造でもよい。また、得られる複素係数回路はモジュール性の高い回路となる。

6.1 可変低域通過フィルタ

4.1で述べたように、可変低域通過フィルタを作るためには、プロトタイプ伝達関数 $H(z)$ の z^{-1} を $T_2(z)$ で置換すればよい。

ところで実係数伝達関数 $H(z)$ は虚部がゼロである複素係数関数とみなすことができる。従って複素信号

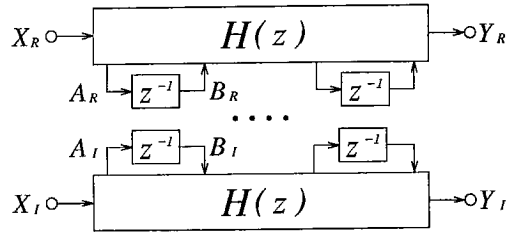


図 10 $H(z)$ を実現する複素回路
Fig. 10 Complex circuit of realizing $H(z)$.

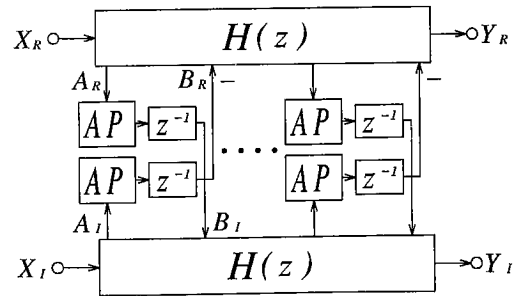


図 11 可変低域通過フィルタ実現回路
Fig. 11 Complex circuit of realizing the variable lowpass filter.

の入出力関係

$$Y_R + jY_I = H(z)(X_R + jX_I) \quad (33)$$

より

$$H(z) = \frac{Y_R}{X_R} = \frac{Y_I}{X_I} \quad (34)$$

が得られ、図 10 に示すように $H(z)$ を実現する複素回路が実現できる。図 10 の実部と虚部での対応する遅延器の入出力関係は

$$B_R + jB_I = z^{-1}(A_R + jA_I) \quad (35)$$

となっている。 z^{-1} を $T_2(z)$ で置換することにより式(35)は

$$B_R + jB_I = jz^{-1} \frac{z^{-1} - \alpha}{1 - \alpha z^{-1}} (A_R + jA_I) \quad (36)$$

となる。式(36)より、

$$B_R = -z^{-1} \frac{z^{-1} - \alpha}{1 - \alpha z^{-1}} A_I \quad (37)$$

$$B_I = z^{-1} \frac{z^{-1} - \alpha}{1 - \alpha z^{-1}} A_R \quad (38)$$

の関係が得られる。従って、式(37)、(38)より図 10 の各対応する遅延器の部分置き換えればよい。これにより図 11 に示すように、可変低域通過フィルタの回路を得ることができる。図中の AP は実係数全域通過関数 $(z^{-1} - \alpha)/(1 - \alpha z^{-1})$ を表す回路である。なお、可変高

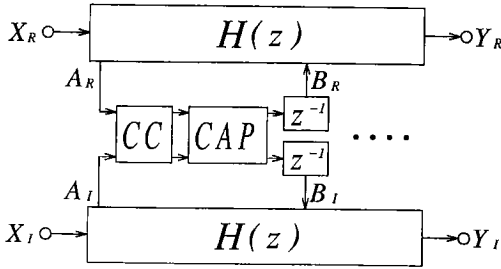


図 12 可変帯域通過フィルタ実現回路

Fig. 12 Complex circuit of realizing the variable band-pass filter.

域通過フィルタも同様にして回路構成ができる。

6.2 可変帯域通過フィルタ

まず下帯域端周波数が固定された可変帯域通過フィルタについて述べる。5.1 で述べたようにプロトタイプ伝達関数 $H(z)$ の z^{-1} を $T_3(z^{-1})$ で置換することにより可変帯域通過フィルタが得られる。従って、6.1 と同様に図 10 の対応する遅延器に $T_3(z^{-1})$ の置換を行うと、その入出力関係は

$$B_R + jB_I = jz^{-1} \exp\left(j\frac{3\omega_L}{2}\right) \frac{z^{-1} - \alpha \exp(-j\omega_L)}{1 - \alpha \exp(j\omega_L)z^{-1}} \times (A_R + jA_I) \quad (39)$$

となる。ここで、複素数 $j \exp(j3\omega_c/2)$ を表す回路を CC とし、1 次複素全域通過関数

$$\{z^{-1} - \alpha \exp(-j\omega_L)\} / \{1 - \alpha \exp(j\omega_L)z^{-1}\}$$

を表す回路を CAP とすると、図 12 に示すように下帯域端固定の可変帯域通過フィルタの回路を得ることができる。ここで CC, CAP の回路は文献(11)を参照されたい。

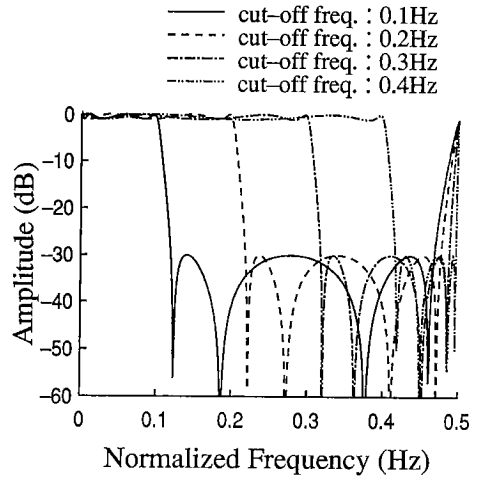
上帯域端周波数固定の場合には、 $T_4(z^{-1})$ の変換により同様にして回路が得られる。

7. 構成例

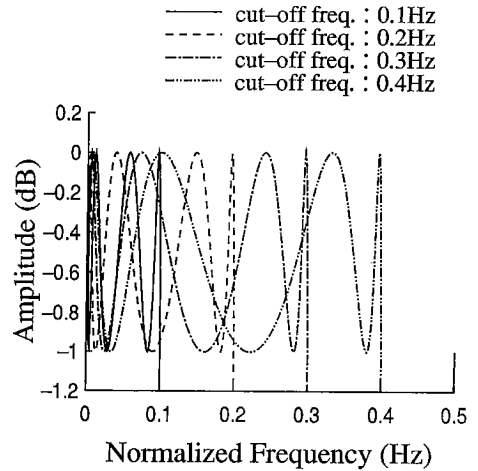
本論文で提案した複素特性可変フィルタをシミュレーションによって構成し、その振幅特性を求め、提案した構成法の有効性を確認する。

図 13 には特性劣化のない遮断周波数可変低域通過フィルタ、図 14 には下帯域端固定帯域幅可変帯域通過フィルタの振幅特性を示す。

図 13, 図 14 の両方ともプロトタイプフィルタとして 4 次連立チェビシェフ低域通過フィルタを採用した。その規格としては、標本化周波数 1 Hz, 通過域リプル 1 dB, 阻止域最小減衰量 30 dB である。またそれぞれの遮断周波数は、図 13 では 0.25 Hz, 図 14 では下



(a) Overall



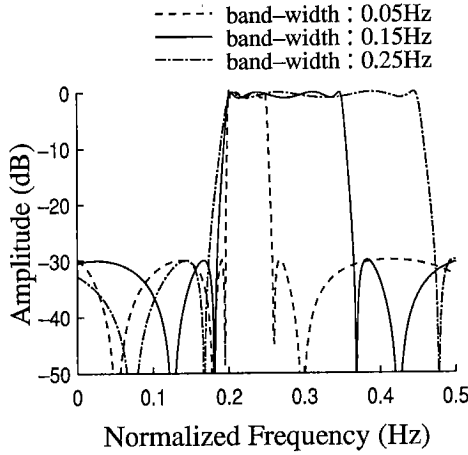
(b) Pass-band

図 13 遮断周波数可変低域通過フィルタの振幅特性
Fig. 13 Frequency responses of a variable lowpass filter.

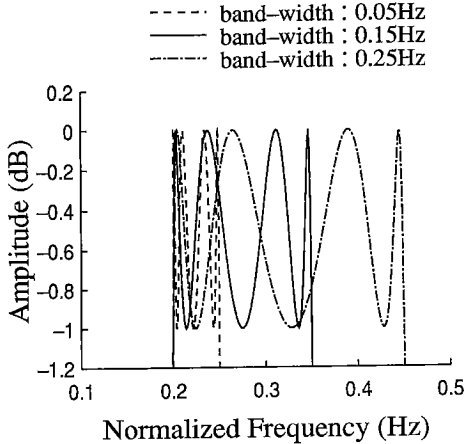
帯域端周波数を 0.2 Hz とするために 0.15 Hz としている。それぞれのプロトタイプ回路として実係数直交型 2 次継続回路を用い、6. の方法により複素係数可変フィルタ回路を構成した。

図 13 では遮断周波数を 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 Hz と変えているが、振幅特性の劣化が起こらずに良好な結果が得られていることが確認できる。なお、0.5 Hz を遮断周波数として遷移域が現れているが、特に問題にはならないと考えられる。

図 14 では帯域幅を 0.05, 0.15, 0.25 Hz と変化させた。ここでも、帯域幅を変えても振幅特性の劣化が起



(a) Overall



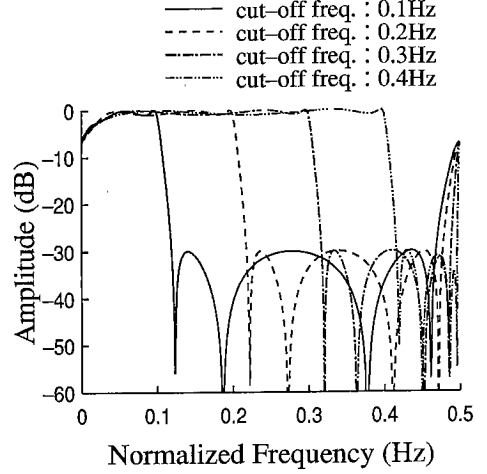
(b) Pass-band

図 14 下帯域端周波数固定帯域幅可変帯域通過フィルタの周波数特性

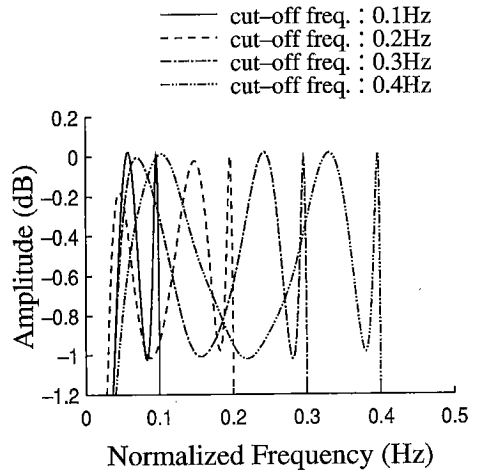
Fig. 14 Frequency responses of a variable bandpass filter fixing its lower passband edge.

こらずに良好な結果が得られていることが確認できる。

また文献(12)により 29 次 FIR フィルタを用いてヒルベルト変換器を構成し、このヒルベルト変換器を含めた遮断周波数可変低域通過フィルタの振幅特性を図 15 に示す。構成したヒルベルト変換器の仕様は、通過域が 0.05~0.45 Hz で通過域リップル 0.0950848 dB である。図 15 を図 13 と比較すると、構成したヒルベルト変換器の非理想特性により 0 Hz 付近において振幅が 0 となっている。しかしながら、その他の周波数では図 13 とほぼ等しい振幅特性が得られている。このことか



(a) Overall



(b) Pass-band

図 15 遮断周波数可変低域通過フィルタの振幅特性
Fig. 15 Frequency responses of a variable lowpass filter.

ら提案した特性可変フィルタはヒルベルト変換器を含めても良好な結果が得られていると考えられる。なお、ここで用いた FIR フィルタは半分の乗算器係数値が 0 となっているので、実際の乗算器数は 15 次 FIR フィルタと同じである。また、より高次のフィルタを用いてヒルベルト変換器を構成すれば図 15 の特性は更に改善される。

8. むすび

従来の実係数では遮断周波数や帯域幅を変えたときに、振幅特性の乱れが生じることが避けられなかった

特性可変 IIR フィルタに対し、本論文では、複素係数を用いて振幅特性に乱れが生じることのない新しい特性可変 IIR フィルタの構成法を提案した。まず、一つのパラメータで遮断周波数を変えることができ、振幅特性が乱れない可変低域および高域通過フィルタの構成法を示した。次に、一つのパラメータで帯域幅を変えることができ、振幅特性が乱れない片帯域端固定帯域幅可変フィルタの構成法を示した。また、複素係数可変フィルタを実際に回路として実現する場合に、計算の手間を省いた簡単な方法を示した。最後に、構成例により提案した構成法の有効性を確認した。

本論文では理想のヒルベルト変換器を用いるという仮定を用いている。しかしながら、現実には理想のヒルベルト変換器は存在しない。そのため構成例にも示したように、ヒルベルト変換器を含めた振幅特性にはヒルベルト変換器の非理想成分の影響が生じてしまう。従って今後の課題としては、より理想に近いヒルベルト変換器の構成が挙げられる。

また本論文で提案した特性可変フィルタは IIR フィルタであるため、特性を変えた場合に過渡状態が長く続き定常状態に達するまで波形が乱れる可能性がある。従ってこの点についての対応も検討する必要がある。

なお、振幅特性の乱れない、中心周波数または算術中心周波数を固定した帯域幅可変帯域通過フィルタの構成法も今後の課題で。

謝辞 日ごろ適切な御指導を頂き、本研究に対しても有益な御助言を頂いた芝浦工業大学の柳沢健教授、東京工業大学の藤井生教授、高木茂孝助教授に感謝する。

文 献

- (1) Constantinides A. G.: "Spectral transformations for digital filters", Proc. IEE, 117, pp. 1585-1590 (1970).
- (2) Mitra S. K., Neuvo Y. and Roivainen H.: "Design of recursive digital filters with variable characteristics", Int. J. Circuit Theory & Appl., 18, pp. 107-119 (1990).
- (3) Murakoshi N., Watanabe E. and Nishihara A.: "A synthesis of variable IIR digital filters", IEICE Trans. Fundamentals, E75-A, 3, pp. 362-368 (March 1992).
- (4) 渡部英二, 伊藤正人, 村越信雄, 西原明法: "特性可変ウェーブディジタルの一構成法", 信学技報, CAS91-160 (1992).
- (5) 村越信雄, 渡部英二, 西原明法: "複素係数を用いた特性可変 IIR フィルタの一構成法", 信学技報, CAS92-17 (1992).
- (6) 村越信雄, 渡部英二, 西原明法: "複素係数を用いた特性可変 IIR フィルタの一構成法(その2)", 信学技報, CAS92-74 (1992).

- (7) 村越信雄, 渡部英二, 西原明法: "複素係数を用いた上・下帯域端固定帯域幅可変帯域通過 IIR フィルタの一構成法", 信学論(A), J76-A, 4, pp. 697-699 (1993-04).
- (8) Crystal T. H. and Ehrman L.: "The design and applications of digital filters with complex coefficients", IEEE trans. Audio Electroacoust., AU-16, 3, pp. 315-320 (Sept. 1968).
- (9) Gold B., Oppenheim A. V. and Rader C. M.: "Theory and implementation of the discrete Hilbert transform", Digital Signal Processing (Rabiner L. R. & Rader C. M. Ed.), pp. 94-109, IEEE Press (1972).
- (10) Watanabe E. and Nishihara A.: "A synthesis of a class of complex digital filters based on circuitry transformations", Trans. IEICE E74, 11, pp. 3622-3624 (Nov. 1991).
- (11) Saramäki T., Yu T. and Mitra S. K.: "Very low sensitivity realization of IIR digital filters using a cascade of complex all-pass structures", IEEE Trans. Circuits & Syst., CAS-34, 8, pp. 876-886 (Aug. 1987).
- (12) Rabiner L. R. and Gold B.: "Theory and application of digital signal processing", Chapter 3, Prentice-Hall, NJ (1975).

(平成5年1月26日受付, 6月17日再受付)



村越 信雄

昭59 東工大・工・電子物理卒。昭61 同大大学院修士課程了。同年防衛庁技術研究本部入庁。現在、東工大大学院理工学研究科電子物理学専攻(博士課程)在学中。ディジタルフィルタの構成に関する研究に従事。



渡部 英二

昭56 電通大・電気通信・電波通信卒。昭58 同大大学院修士課程了。昭61 東工大大学院理工・電子物理博士後期課程了。工博。同年同大大学院総合理工・物理情報助手。平3 芝工大講師。ディジタルフィルタを中心に離散時間回路網の構成と実現の研究に従事。IEEE 会員。



西原 明法

昭48 東工大・工・電子物理卒。昭53 同大大学院博士課程了。工博。同年より同大勤務。現在、同工学部電子物理工学科助教授。回路理論、電子回路、信号処理等の研究、教育に従事。信号処理用プロセッサのソフトウェアにも興味をもつ。IEEE 会員。