

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	非加法的速度に関する収束定理の必要十分条件
Title(English)	New necessary and sufficient conditions for convergence theorems with respect to non-additive measure
著者(和文)	高橋誠幸
Author(English)	Masayuki Takahashi
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第9585号, 授与年月日:2014年4月30日, 学位の種別:課程博士, 審査員:室伏 俊明,廣田 薫,出口 弘,渡邊 澄夫,小野 功
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第9585号, Conferred date:2014/4/30, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	論文要旨
Type(English)	Summary

(論文博士)

論 文 要 旨 (和文2000字程度)

(Summary)

報告番号	乙 第 号	氏 名	高橋 誠幸
<p>(要 旨) 非加法的測度は菅野によって導入された. 非加法的測度論は測度論に沿って構築されてきた. 一般的に測度論で成り立つ定理が非加法的測度論で成り立つとは限らない. そこで非加法的測度で定理が成り立つように条件を入れてやる事が非加法的測度論の構築に重要になる.</p> <p>論文によっては上からの連続性と下からの連続性を仮定した非加法的測度が使われるが, 本研究で扱う非加法的測度は連続性を仮定しない. 本研究で扱う非加法的測度は集合に対し単調性を持ち, 空集合で0の値を取る集合関数である. 即ち集合Aが集合Bに含まれるならば集合Bの非加法的測度の値は集合Aの非加法的測度の値以上となる.</p> <p>本研究の目的は未だに未解明の非加法的測度に関する収束定理の必要十分条件の解明と既存の成立条件の数学的な整理である. 本研究で扱っている収束定理はある収束が成り立っている時に他の収束が成り立つというものである. 例えばエゴロフの定理のようなものである. 本研究で扱っている収束は, 概収束, 擬概収束, 概一様収束, 擬概一様収束, 測度収束, 擬測度収束の6つである. 概収束, 概一様収束, 測度収束については測度論で定義された. 擬概収束, 擬概一様収束, 擬測度収束については新しく非加法的測度論で定義された. 測度空間上では概収束するならば擬概収束し, 概一様収束するならば擬概一様収束し, 測度収束するならば擬測度収束する. また, 有限測度空間上では概収束と擬概収束, 概一様収束と擬概一様収束, 測度収束と擬測度収束は同値だが非加法的測度空間上では含意関係は成立しない. このような理由から擬概収束, 概一様収束, 擬測度収束は定義された.</p> <p>測度論では全体集合上で収束定理が成り立っていれば, 部分集合上でもその収束定理は成り立つ. しかし, 非加法的測度論の場合には全体集合上で収束定理が成り立っていても部分集合上で収束定理が成り立たない場合がある. そのため非加法的測度論では, 任意の部分集合上である収束が成り立つならば他の収束が成り立つという収束定理が用いられる. 本論文では測度論における収束定理の必要十分条件と非加法的測度論における収束定理の必要十分条件に関して関係をまとめた.</p> <p>本研究では上記の6つの収束を使った収束定理に関する過去の論文を調査し, 必要十分条件が未解明の収束定理全てに対して必要十分条件を与える事が出来た.</p> <p>また, 概収束と擬概収束, 概一様収束と擬概一様収束, 測度収束と擬測度収束は双対であり, それぞれの収束は序数性を持つ. この事から序数的双対原理が使えるので, 序数的双対原理を使い収束定理の必要十分条件の関係を整理し表に示し, 各収束定理の必要十分条件間の関係を図で表した.</p> <p>概収束するならば概一様収束するというエゴロフの定理も本研究で扱う収束の一つである. 測度論ではルージンの定理やヴィタリの収束定理の証明に用いられる重要な定理である. 非加法的測度論でもルージンの定理の証明に用いられる. 測度論ではエゴロフの定理は有限測度空間上で成立する事が分かっている. 非加法的測度論では全体集合の非加法的測度の値が有限でも連続性が成り立つとは限らない</p>			

めエゴロフの定理は成立しない. 非加法的測度論では条件Eとエゴロフコンディションがエゴロフの定理の必要十分条件として与えられている. 条件Eとエゴロフコンディションの2つの条件は2重添字の集合列を使って表現されている. 単一添字の集合列を使った必要十分条件は与えられていない. 別表現の必要十分条件を求める事は数学的に重要である. また, 非加法的測度に関する条件の多くは単一添字の集合列を使って表されている. この為, 単一添字の集合列を使った必要十分条件を求める事が出来れば非加法的測度空間上でエゴロフの定理の成立判定が容易になる可能性がある. 以上の事から単一添字の集合列を使った必要十分をを求める事は数学的にとても意義がある. 本研究では新しく非加法的測度に関する単一添字で表された条件, 条件Mというものを定義し, 条件Mがエゴロフの定理の必要十分条件である事を示した. また非加法的測度論では擬概収束するならば概一様収束する, 概収束するならば擬概一様収束する, 擬概収束するならば擬概一様収束するという3つの定理は全て非加法的測度論におけるエゴロフの定理と考える事ができるが, これらの定理についても必要十分条件を与える事ができた.

(論文博士)

論 文 要 旨 (英 文)

(300語程度)

報告番号	乙 第	号	氏 名 Masayuki Takahashi
<p>(要 旨) Since Sugeno introduced the concept of non-additive measure, which he called a fuzzy measure, non-additive measure theory has been constructed along the lines of the classical measure theory. Generally, theorems in the classical measure theory no longer hold in non-additive measure theory, so that to find necessary and/or sufficient conditions for such theorems to hold is very important for the construction of non-additive measure theory.</p> <p>In the classical measure theory, there are several different convergences of a sequence of measurable functions such as almost everywhere convergence, almost uniform convergence, and convergence in measure, and theorems that describe implication relationship between such convergence concepts (e.g, the Egoroff, Lebesgue, and Riesz theorems) are fundamental and important. In non-additive measure theory, these theorems do not hold without additional conditions.</p> <p>This dissertation discusses necessary and sufficient conditions for the implications between almost everywhere convergence, pseudo-almost everywhere convergence, almost uniform convergence, pseudo-almost uniform convergence, convergence in measure, and convergence pseudo-in measure in non-additive measure theory. Pseudo-almost everywhere convergence, pseudo-almost uniform convergence, and pseudo-in measure are newly defined in non-additive measure theory.</p> <p>In this dissertation, we give necessary and sufficient conditions for convergence theorems whose necessary and sufficient condition is not solved and newly defined condition (M) which is described by a singly-indexed sequence of measurable sets and shows that condition (M) is equivalent to the Egoroff condition.</p> <p>Moreover, we summarize necessary and sufficient conditions for implications between the six convergences into tables and show a figure which shows some implications among conditions in tables.</p>			