

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	
Title(English)	A study on fundamental properties of representations for piecewise linear functions
著者(和文)	櫻井智章
Author(English)	tomoaki sakurai
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第9681号, 授与年月日:2014年12月31日, 学位の種別:課程博士, 審査員:室伏 俊明,出口 弘,廣田 薫,渡邊 澄夫,石井 秀明
Citation(English)	Degree:., Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第9681号, Conferred date:2014/12/31, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

論文審査の要旨及び審査員

(2000字程度)

報告番号	乙 第 号	学位申請者	櫻井 智章	
	氏 名	職 名	氏 名	職 名
論文審査員	主査 室伏 俊明	准教授	石井 秀明	准教授
	廣田 薫	教授		
	出口 弘	教授		
	渡邊 澄夫	教授		

区分線形関数は主に近似関数として利用され、基礎から応用まで様々な研究が行われており、現在、実際の非線形挙動をモデル化する上で極めて有効なツールの1つとなっている。一方、実用面から、近似精度の改善においてパラメータ数の爆発的な増加を生じるなどの困難が比較的早い段階から指摘されていた。このため多くの研究者が、コンパクトで汎用性の高い表現の考案と、表現の特性を利用した分析手法の開発を行ってきた。モデル記述上、表現形式は重要な役割を果たすが、表現形式の基本的性質を明らかにすることも非常に重要な課題である。

本論文は、「A study on fundamental properties of representations for piecewise linear functions」(区分線形関数の表現形式に関する基本的性質の研究)と題し、区分線形関数の現在までに知られている表現のうち「Chua 標準形」、「線形相補性表現」、「max-min 多項式表現」に焦点を当て、新たに Choquet 積分を表現に加え、これらの関係と基本的性質について調査・研究を行ったもので、英文6章と付録からなっている。

第1章「Introduction」では、区分線形関数の表現の導入の背景及び、本論文で扱う表現に関するこれまでの研究が述べられている。また、表現ごとの問題の提起及び、表現間の関係把握の必要性についても論じられており、本研究への動機づけを与えている。

第2章「Representations of piecewise linear functions」では、区分線形関数の定義、表現形式「Chua 標準形」、「線形相補性表現」、「max-min 多項式表現」の定義と、それらの既知の基本的性質がまとめられている。

第3章「The Choquet integral as a piecewise linear function」では、区分線形関数としての Choquet 積分と第2章で挙げた3つの表現形式の関係が論じられている。非加法的測度に関する積分の1つである Choquet 積分が、被積分関数を独立変数とする区分線形関数の一例であることが近年明らかにされ、また複数の Choquet 積分を階層的に結合したモデルが区分線形関数全体の特徴付けになることも明らかにされている。この事実から、Choquet 積分モデルを表現の1つと考えることで、同モデルと他の表現の相互活用を通して、区分線形モデルに対する新たな分析手法が得られることが期待される。本章は、上記目的のための予備的研究である。

第4章「The linear complementarity representation」では、表現形式の1つである線形相補性表現の基本的性質について論じている。定義より、線形相補性表現可能な写像は多価写像であるため、他の多くの表現よりも汎用性が非常に高い。しかし、同表現は線形相補性問題と密接に関連しているため、一般的な考察には多くの困難を伴う。そのため本論文では、P 表現及び ULT 表現と呼ぶ2つの特殊形に焦点を絞り、これら2つの表現の基本的性質を調べている。本章では、2表現に関する5つの演算「max」、「min」、「写像の合成」、「写像の直積」及び「一次結合」の公式を与え、これらを基に、上記2表現が共に区分線形関数全体を特徴付けることを証明し、P 表現と ULT 表現の有用性を示している。また、上記の公式を利用した、区分線形関数の ULT 表現を構成する方法も与えている。一方、ULT 表現は定義より、P 表現の特殊形である。本章では、上記5つの演算公式を利用し、任意の P 表現が ULT 表現へ変換可能であることを示し、その変換方法も与えている。さらに、表現の変換を通して、2表現の最小化の必要性についても論じている。

第5章「Minimization of the linear complementarity representation」では、線形相補性表現の最小化問題が定式化され、同問題への考察が述べられている。考察は代数的視点と幾何的視点からなされており、同問題解決のための方法論を述べている。代数的視点では、表現の最小性の一般的考察を行っており、表現の最小性は相補性ベクトルの冗長性により特徴付けられるという着想の下、冗長性に関する1つの概念である ULT 可約性を導入し、同概念と相補性ベクトルの成分間の従属性との同値性を証明している。幾何的視点では、相補性ベクトルの区分線形関数としての数学的記述を与え、それを基に、P 表現の中での最小化と ULT 表現の中での最小化が、問題として本質的に異なることを明らかにしている。また、幾何的視点からの考察の本研究における有用性及び、今後の研究の展望についても論じている。

第6章「Conclusion」では、本研究での成果がまとめられている。

付録では、本論文で必要となる予備知識及び、本論の議論への補足事項が述べられている。

以上のように、本論文は、区分線形関数の表現形式として Choquet 積分と既存の表現の関係を明らかにし、さらに、線形相補性表現に関する基礎的研究を通して、同表現の有用性を明らかにし、表現の最小化という新たな問題提起とその問題解決に向けた方法論を与えることによって、区分線形関数の理論の整備に一定の貢献を与えている。よって、本論文は博士(理学)の学位論文として十分価値があるものと認められる。