

論文 / 著書情報  
Article / Book Information

題目(和文)	非加法的速度に関する収束定理の必要十分条件
Title(English)	New necessary and sufficient conditions for convergence theorems with respect to non-additive measure
著者(和文)	高橋誠幸
Author(English)	Masayuki Takahashi
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第9585号, 授与年月日:2014年4月30日, 学位の種別:課程博士, 審査員:室伏 俊明,廣田 薫,出口 弘,渡邊 澄夫,小野 功
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第9585号, Conferred date:2014/4/30, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

## 論文審査の要旨及び審査員

(2000字程度)

報告番号	乙 第 号	学位申請者	高橋 誠幸	
論文審査員	氏 名	職 名	氏 名	職 名
	主査 室伏 俊明	准教授	小野 功	准教授
	廣田 薫	教授		
	出口 弘	教授		
	渡邊 澄夫	教授		

非加法的測度は、通常の測度が持つ加法性を持たず、その代わりに、より弱い性質である単調性を持つ集合関数である。そのため、非加法的測度は、通常の測度の一般化として位置づけられ、その研究は通常の測度論に沿って行われている。測度論における種々の定理は非加法的測度論において一般に成立しないため、非加法的測度論において、それらの定理を成立させるための条件が探求されている。

本論文は、“**New necessary and sufficient conditions for convergence theorems with respect to non-additive measure**”(非加法的測度に関する収束定理の必要十分条件)と題し、非加法的測度空間における可測関数列の収束定理が成立するための必要十分条件について論じている。本論文は英語で書かれており、5章からなっている。

第1章“**Introduction**”では、非加法的測度論の歴史的背景を紹介し、本論文の構成について述べている。

第2章“**Definitions of convergences and conditions with respect to non-additive measure**”は、6節からなっている。第1節では非加法的測度の定義が示され、第2節では非加法的測度に関する種々の条件の定義が示されている。第3節では本研究で扱っている可測関数列に関する6つの収束概念、「概収束」、「擬概収束」、「概一様収束」、「擬概一様収束」、「測度収束」、「擬測度収束」の定義が示されている。第4節では、本研究で扱う収束定理を述べている。第5節では非加法的測度に関する序数性と双対性の定義を示した後に序数的双対原理について説明している。そして本研究で扱っている非加法的測度に関する種々の条件と収束概念の双対を示し、それらが序数性を持つことを示している。第6節では序数的双対原理の収束定理への適用について説明している。

第3章“**Relations from (pseudo-)almost uniform convergence**”では、本研究で得られた、非加法的測度空間において可測関数列の(擬)概一様収束が他の収束を含意するための必要十分条件を示している。具体的には、可測関数列が概一様収束しているときに擬概収束するための必要十分条件は非加法的測度の全体集合における零減法性であること、概一様収束しているときに擬概一様収束もしくは擬測度収束するための必要十分条件は非加法的測度の全体集合における下からの単調自己連続性であることを証明している。またさらに、上記の双対命題を示している。そして、本論文で扱っているすべての収束定理の必要十分条件を表にまとめている。この表は、非加法的測度論においてこれまでに得られている結果と本研究における結果の一覧である。さらに、この表に現れる種々の条件間の含意関係を図にまとめている。

第4章“**A new necessary and sufficient condition for the Egoroff theorem**”では、Egoroffの定理に対する新しい必要十分条件を与えている。Egoroffの定理は、有限測度空間において可測関数列が概収束するならば概一様収束するという定理であり、測度論におけるLusinの定理やVitaliの収束定理の証明に用いられる重要な定理である。非加法的測度空間では、全体集合の非加法的測度の値が有限であっても一般にEgoroffの定理は成立しない。非加法的測度論においては、条件EとEgoroff条件という2つの条件が、それぞれEgoroffの定理が成立するための必要十分条件として既に知られているが、条件EとEgoroff条件は共に2重添字の可測集合列を用いて表現されており、単一添字の可測集合列だけを用いた必要十分条件は、これまでに知られていなかった。本章では、単一添字の可測集合列だけで表された条件である条件Mを新たに定義し、条件Mが、非加法的測度空間においてEgoroffの定理が成立するための必要十分条件であることを示している。

また非加法的測度論において、可測関数列が擬概収束するならば概一様収束する、概収束するならば擬概一様収束する、擬概収束するならば擬概一様収束するという3つの収束定理は、すべてEgoroffの定理の双対関係による変形と考えることができるため、序数的双対原理を用いて、これら3つの収束定理の必要十分条件も与えている。

第5章“**Conclusion**”では、本研究における成果をまとめ、将来の研究の展望について論じている。

以上を要するに、本論文は非加法的測度空間において可測関数列の種々の収束定理が成立するための必要十分条件を明らかにしたものであり、今後の非加法的測度論の発展への寄与という点で、理学上貢献するところ大である。よって、本論文は博士(理学)の学位論文として十分価値があるものと認められる。