

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	有向平面グラフ上到達可能性問題に対する $\tilde{O}(\sqrt{n})$ 領域多項式時間アルゴリズム
Title(English)	$\tilde{O}(\sqrt{n})$ -Space Polynomial Time Algorithm for Directed Planar Reachability
著者(和文)	中川航太郎
Author(English)	Koutarou Nakagawa
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第9962号, 授与年月日:2015年9月25日, 学位の種別:課程博士, 審査員:渡辺 治,伊東 利哉,小島 定吉,鹿島 亮,田中 圭介
Citation(English)	Degree; Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第9962号, Conferred date:2015/9/25, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	論文要旨
Type(English)	Summary

論文要旨

THESIS SUMMARY

専攻： Department of	数理・計算科学	専攻	申請学位（専攻分野）： Academic Degree Requested	博士 Doctor of	（理学）
学生氏名： Student's Name	中川 航太郎		指導教員（主）： Academic Advisor(main)	渡辺 治	
			指導教員（副）： Academic Advisor(sub)		

要旨（和文 2000 字程度）

Thesis Summary (approx.2000 Japanese Characters)

本論文は、「 $\tilde{O}(\sqrt{n})$ -Space Polynomial Time Algorithm for Directed Planar Reachability（有向平面グラフ到達可能性問題に対する $\tilde{O}(\sqrt{n})$ 領域多項式時間アルゴリズム）」と題し、英文 5 章よりなる。

到達可能性判定問題は、非決定性対数領域で計算可能な問題のクラス NL に対する最も自然な完全問題であり、計算量理論における基礎的な問題として知られている。この問題は、一般的には対数領域で計算不可能と予想されている。一方、対数領域で計算可能な問題のクラス L と NL との関係を解明するための研究の一環として、対数領域で到達可能性判定が可能なグラフ族を明らかにする研究も進められてきた。しかし、これまでに対数領域で到達可能性判定が可能であると分かったグラフ族は、どれも制限の大きい特殊なグラフのクラスであった。こうした研究に対し、多項式時間という制約は維持したまま、計算領域の制約を対数領域から $\tilde{O}(n^{1-\epsilon})$ 領域（劣線形領域）に緩めた場合の、到達可能性問題の可解性も重要な問題として 1990 年代初頭から研究されてきた。しかしながら、そのように制約を緩めた場合においても、かなり限られたグラフ族に対する到達可能性問題の計算可能性しか得られていなかった。本論文では、従来考えられてきたものより、より一般的なグラフ族である平面グラフのクラスに対する到達可能性判定問題の劣線形（かつ多項式時間）計算可能性について論じ、その到達可能性問題が $\tilde{O}(\sqrt{n})$ 領域かつ多項式時間で判定可能であることを示している。

第 1 章「Introduction」では本研究の背景および成果の概要を示している、論文の構成を示している。

第 2 章「Preliminaries」では、本研究の内容を述べるのに必要な概念や用語の定義を挙げ、後の章で用いるために、一般的なグラフや平面グラフに対する基本的な事実を示している。

第 3 章「 $O(n^{0.5+\epsilon})$ Algorithm」では $\tilde{O}(n^{1/2+\epsilon})$ 領域、 $O(n^{1/\epsilon})$ 時間で到達可能性を判定するアルゴリズムを提示し、これによって時間計算量と空間計算量のトレードオフを示している。このアルゴリズムは、グラフ全体をセパレーターによって分割し、各部分での計算結果を統合して全体の結果を得る手法を再帰的に用いたものである。ここで、セパレーターとは、それを取り除くことでグラフを（ほぼ同じ大きさの）非連結な部分に分割できるような頂点の集合である。これまでもセパレータを得るための様々なアルゴリズムが考案されてきたが、領域限定の下でのアルゴリズムは知られていなかった。本論文では、既存の並列アルゴリズムに着目し、これを $\tilde{O}(\sqrt{n})$ 領域多項式時間アルゴリズムへと改造し、そのアルゴリズムを用いて、 $\tilde{O}(n^{1/2+\epsilon})$ 領域かつ多項式時間で到達可能性を判定するアルゴリズムを提案している。

第 4 章「 $\tilde{O}(\sqrt{n})$ Algorithm」では、第 3 章のアルゴリズムを改良し、 $\tilde{O}(\sqrt{n})$ 領域かつ多項式時間で到達可能性を判定するアルゴリズムを示している。この改良は主に 2 つの工夫からなる。1 つは Universal Sequence と呼ばれる特殊な数列を利用して、第 3 章で提示したアルゴリズムの冗長性を省略し、計算を高速化した点である。もう 1 つはサイクルセパレーターという概念を導入し、再帰的な処理をする際に分割されたグラフに対する処理状態の管理をより省領域で実現した点である。これらの改良によって、第 3 章のアルゴリズムでは（平面グラフに対しても）指数時間必要であった $\tilde{O}(\sqrt{n})$ 領域での到達可能性判定を多項式時間で行うアルゴリズムを提案している。

第 5 章「Conclusion」では、本研究の成果をまとめ、今後の研究課題について述べている。

以上をまとめると、本論文は具体的なアルゴリズムを提示することにより、 $\tilde{O}(\sqrt{n})$ 領域かつ多項式時間で平面グラフ上の到達可能性判定問題が解決できることを示している。この結果は、省領域計算および到達可能性問題の性質を解明するもので、今後の省領域アルゴリズム開発や計算量理論の分野の研究においても大きく貢献するものである。

備考：論文要旨は、和文 2000 字と英文 300 語を 1 部ずつ提出するか、もしくは英文 800 語を 1 部提出してください。

Note：Thesis Summary should be submitted in either a copy of 2000 Japanese Characters and 300 Words (English) or 1copy of 800 Words (English).

注意：論文要旨は、東工大リサーチポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。

Attention: Thesis Summary will be published on Tokyo Tech Research Repository Website (T2R2).

論文要旨

THESIS SUMMARY

専攻： 数理・計算科学 専攻
Department of
学生氏名： 中川 航太郎
Student's Name

申請学位(専攻分野)： 博士 (理学)
Academic Degree Requested Doctor of
指導教員(主)： 渡辺 治
Academic Advisor(main)
指導教員(副)：
Academic Advisor(sub)

要旨 (英文 300 語程度)

Thesis Summary (approx.300 English Words)

This paper ‘ $\tilde{O}(\sqrt{n})$ -Space Polynomial Time Algorithm for Directed Planar Reachability’ has been written about reachability problem.

The directed graph reachability problem is a core problem in computational complexity theory. It is a canonical complete problem for the nondeterministic log-space, NL, and it is believed that this problem is not solvable in deterministic log-space.

On the other hand, it has been studied that finding a class of graphs that of reachability problem is solvable in $O(n^{1-\epsilon})$ -space (sub-linear space) and polynomial time from the early 1990.

However only few technical or limited graph classes are found.

This paper argues about sub-linear space and polynomial time solvability of reachability of planar graphs which is more common graph class than previously thought, and show that the problem is solvable in $\tilde{O}(\sqrt{n})$ -space and polynomial time.

In the chapter 1, backgrounds and overview of the result are written.

In the chapter 2, standard notion, notations and basic facts of graphs are written.

In the chapter 3, $\tilde{O}(n^{1/2+\epsilon})$ -space and $O(n^{1/\epsilon})$ -time algorithm for planar directed reachability is presented. Also, tradeoff between the time and the space is written.

In the chapter 4, $\tilde{O}(n^{1/2+\epsilon})$ -space and polynomial time algorithm for the problem is presented. Which is an improved version of the algorithm in the chapter 3 is written.

In the chapter 5, a summary of the paper and future works are written.

To summarize the above, this paper shows the directed graph reachability problem restricted to planar graphs can be solved in polynomial time using only $\tilde{O}(\sqrt{n})$ space by presenting concrete algorithm. This result is to elucidate the nature of sub-linear space computation and reachability problem, and this is intended to contribute to sub-linear space algorithm development and research of complexity theory.

備考：論文要旨は、和文 2000 字と英文 300 語を 1 部ずつ提出するか、もしくは英文 800 語を 1 部提出してください。

Note：Thesis Summary should be submitted in either a copy of 2000 Japanese Characters and 300 Words (English) or 1copy of 800 Words (English).

注意：論文要旨は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。

Attention: Thesis Summary will be published on Tokyo Tech Research Repository Website (T2R2).