

論文 / 著書情報
Article / Book Information

論題(和文)	鉄骨造平屋建てにおける屋根面柔軟性を考慮した水平方向振動特性の簡易評価手法
Title(English)	Practical Evaluation Method for Horizontal Vibration Characteristics Considering Roof Flexibility in One Story Steel Structures
著者(和文)	金子健作, 元結正次郎
Authors(English)	Kensaku Kaneko, SHOJIRO MOTOYUI
出典(和文)	日本建築学会構造系論文集, Vol. 79, No. 706, pp. 1805-1815
Citation(English)	Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol. 79, No. 706, pp. 1805-1815
発行日 / Pub. date	2014, 12
Rights	日本建築学会
Relation	is version of: https://www.jstage.jst.go.jp/article/aijs/79/706/79_1805/_article/-char/ja/
Note	本文データは学協会の許諾に基づきJ-STAGEから複製したものである

鉄骨造平屋建てにおける屋根面柔性を考慮した
水平方向振動特性の簡易評価手法PRACTICAL EVALUATION METHOD FOR HORIZONTAL VIBRATION CHARACTERISTICS
CONSIDERING ROOF FLEXIBILITY IN ONE STORY STEEL STRUCTURES

金子 健作*, 元結 正次郎**

Kensaku KANEKO and Shojiro MOTOYUI

This paper proposes the practical evaluation methods for the natural period and the vibration mode in one story steel structures with a roof not considered as rigid. The roof consisting of beams and braces is regarded as one dimensional continuum beam with the elastic supports. The vibration characteristics are solved based on the Rayleigh-Ritz method and summarized with the ratio of two kinds of stiffness and mass ratio. The proposed methods are verified comparing with the finite differential method and applied to the frame analysis for a gymnasium with end planes stiffened by braces.

Keywords : *Slab flexibility, Floor flexibility, Roof brace, Gymnasium, Ceiling, Floor response*

非剛床, 床柔性, 屋根面ブレース, 体育館, 天井, 床応答

1. はじめに

1.1 背景

震災時に避難所としての機能を期待される屋内運動場等や、事業継続計画が特に重要となる生産施設や倉庫等において、東北地方太平洋沖地震をはじめとして、それらの機能が失われた被害事例が多くみられる。これらは、建物の主要構造体の損傷が軽微であっても、非構造部材の大きな損傷により全面的な機能低下につながった事例が多い。近年、天井の落下・崩落による対策が重要視され、特に既存の文教施設では天井撤去を中心とした対策がとられている¹⁾²⁾。これらの主要構造体の特徴として、ブレース構造による屋根面の面内剛性は概して小さく、大空間構造であるがゆえに層の水平剛性および耐力を確保するために妻面に大きな剛性および耐力を有し、地震時に屋根面が剛として挙動すると見做せないことが多く(図1)、屋根面の柔性の影響が建物の固有周期に大きく影響を及ぼすことが知られている³⁾。

天井の設計において準拠すべき、「特定天井及び特定天井の構造耐力上安全な構造方法を定める件(平25年国交省告示第771号)」(以下、天井告示)の仕様ルートや計算ルートの水平震度法および簡易スペクトル法は、重層建物の地震応答解析による知見が反映されて整備されたものであり、大空間構造への適用は課題が残されている。また、天井告示の応答スペクトル法では、固有値解析による立体挙動を反映した天井の震度の評価が可能であるが、建築物の構造関係技術基準解説書におけるルート2で設計されるような建物に対して、天井の設計用に別途、解析モデルを作成して固有周期評価を精緻におこなうことは、設計のうえで従前からの大きな負担となりえる。

本報告では、これらの建物における大面積天井の耐震設計法の確立を目指して、地震時における天井や設備機器類の吊元である屋根面の設計用水平震度に着目して、屋根面の非一様な水平加速度応答分布を簡易に評価可能とする手法を提案することを目的とする。

非剛床建物の地震時挙動に関する研究は、木質構造を対象としたものが精力的におこなわれているが、床面において一様な面内せん断変形にある状態を想定している^{例えば4)}。一方、屋内運動場に関する研究は、主に屋根面の地震力を妻面に伝達させるための屋根面の耐力に着目しており、「屋内運動場等の耐震性能診断基準」⁵⁾や石川らによる研究⁶⁾は、一様水平震度分布に基づいている。屋根面の水平加速度分布を簡易なモデルを用いて評価したものとして、屋根面をせん断ばねと集中質量でモデル化し、中央架構のない桁行方向を対象として、屋根面を鉛直構面である妻面に連続させた1次元モデル⁷⁾、ばねでモデル化した中央架構を考慮した2次元モデル⁸⁾⁹⁾がある。固有周期の陽な表現を試みている研究もあるが、いずれも建物の鉛直構面数に依存しているなどしており、汎用的に用いることが

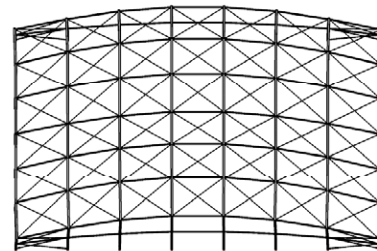


図1 屋根面の変形と連成する梁間方向の振動モード

* 東京工業大学大学院総合理工学研究科
人間環境システム専攻 助教・博士(工学)** 東京工業大学大学院総合理工学研究科
人間環境システム専攻 教授・工博

Assist. Prof., Dept. of Built Environment, Interdisciplinary Graduate School of Science and Technology, Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

Prof., Dept. of Built Environment, Interdisciplinary Graduate School of Science and Technology, Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

できるとは言い難い。一方、空間骨組構造に対して多く研究されてきた連続体置換法に基づいた手法では、複数の部材で構成される屋根面等を板やシェルの連続体に置換することにより、建物の構面数に依らない統一的なモデル化が可能^{10),11)}となることから、本論文においても、この手法を用いて各種の検討をおこなう。

1.2 本論文の構成

本論文の特徴および構成は、以下のとおりである。

2章では、屋根面を等価な1つの梁に連続体置換することにより、建物の構面数に依らない定式化をおこなう。また、屋根面から1m間隔程度で吊支持される天井の加速度分布も連続関数として表される点からも都合がよい。3章では、連続体置換した梁について、屋根面、妻面架構による剛比の無次元量を導入することにより、固有円振動数および振動モードの陽な解をRayleigh-Ritz法により誘導する。4章では、これをさらに実用的に簡易化した評価式を提案する。5章では、学校体育館を想定して、立体骨組解析モデルとの比較により本手法の適用性および妥当性を示す。6章では、本手法を用いて応答スペクトル法により算定した天井面の水平震度と天井告示の震度法との比較について言及する。

2. 屋根面および中間架構からなる部分構造系の連続体置換

対象とする建物の構造やその挙動を次に述べるものに限定する。

図2に示すような、水平構面の架構は、剛床仮定を満足しにくい丸鋼や山形鋼などの屋根面ブレース（以降、断りのない限りブレースと称す）により構成される。鉛直架構は両側妻面（図2の1,8通り）およびそれ以外の中間架構から構成され、妻面架構は鉛直ブレースにより、中間架構よりも相対的に水平剛性が高いものとする。このような屋根面を有する屋内運動場や生産施設などは、高さ方向に1質点系でモデル化されることが多いことから1層の建物に限定する。ただし、ギャラリー階を有する体育館において、ギャラリー階重量を軒位置に置換する方法⁹⁾を採用すれば、本論文の範疇となりえる。対称振動モードかつ有効質量比の最も大きい基本モードに限定し、変位は梁間方向の水平変位（以下、変位）に着目する。

2.1 屋根面

本論文では、大梁、つなぎ梁およびブレースからなる屋根面架構を図3に示すような梁に連続体置換する。実用性を勘案して、梁はせん断変形のみを考慮した単純な等価せん断梁に限定して梁理論により展開をおこなう。したがって、屋根面の面内せん断変形抵抗が大きい架構（形鋼シェル等）は、本論文では対象外とする。

はじめに、等価せん断梁の断面性能を示しておく。ブレースが引張ブレースである場合には、圧縮時に弛緩するブレースの剛性を無視して引張側ブレースのみを考慮する。屋根面の等価せん断剛性 \overline{GA}_s は、梁間方向のブレースの組数を n として、ブレース以外の部材は剛であると考えれば、仮想仕事法により次式を得る。

$$\frac{\overline{GA}_s}{nEA_d} = \frac{\bar{a}}{(1+\bar{a}^2)(1+\bar{\eta}^2)\sqrt{1+\bar{a}^2+\bar{\eta}^2}} \quad \text{where } \bar{a} = \frac{\Delta l}{\Delta l_y} \quad (1a, b)$$

ここに、 A_d はブレースの軸断面積、 E はヤング係数である。 $\Delta l, \Delta l_y$ はそれぞれ屋根水平投影面において直交する梁で囲まれた最小面の梁間方向長さおよび桁行方向長さである（図2）。 $\bar{\eta}$ は屋根の勾配である。さらに屋根勾配による影響と辺長比の影響を乗算分離

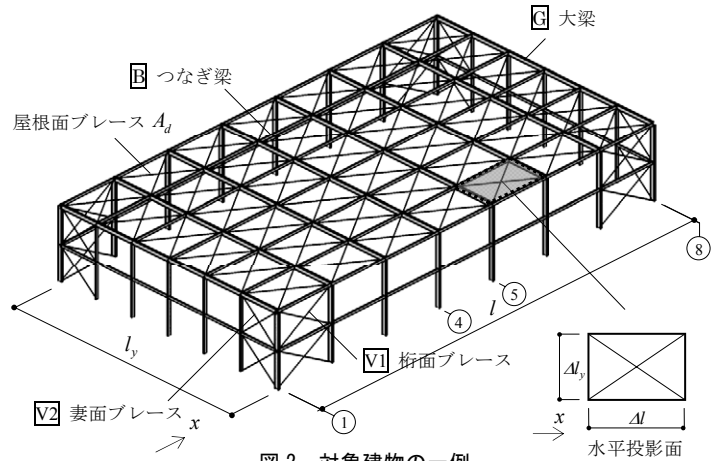


図2 対象建物の一例

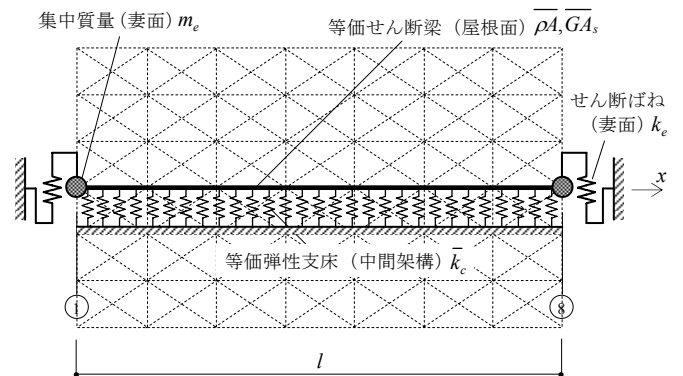


図3 部分構造の連続体置換

した、以下の近似式を提案する（付録1参照）。

$$\frac{\overline{GA}_s}{nEA_d} \approx \frac{\bar{a}}{(1+\bar{a}^2)^{3/2}} \frac{1}{(1+\bar{\eta}^2)^{5/2}} \quad (2)$$

式(2)は、 $\bar{a}=1$ のとき式(1)と一致するように解析的に求めた式であり、 $\bar{\eta} \in [0, 0.4]$ の範囲で高々5%以内の誤差である。

2.2 中間架構

中間架構は離散的に配置されるが、中間架構も屋根面と同様に等価せん断梁の弾性支床材として連続体置換することを考える。

両端固定の弾性支床のせん断梁の振動モード ϕ_j は、その支配方程式である偏微分方程式を解くことにより、振動モードの次数を j として $\phi_j = \sin(j\pi x/l)$ と表される。 n_f 個の中間架構が等間隔配置され、その水平剛性 k_c がすべて同一であれば、もとの中間架構のひずみエネルギー U_{disc} およびそれを連続体置換したひずみエネルギー U_{cont} は、それぞれ以下のように表される。

$$U_{disc} = \sum_{i=1}^{n_f} \frac{1}{2} k_c \phi_i(x_i)^2 = \frac{K_c}{4} \left[1 + \frac{1}{2n_f} \left\{ 1 - \frac{\sin(2j\pi + j\pi/n_f)}{\sin(j\pi/n_f)} \right\} \right] \quad (3a)$$

$$U_{cont} = \int_0^l \frac{1}{2} \frac{K_c}{l} \phi_j(x)^2 dx = \frac{K_c}{4} \left(1 - \frac{\sin 2j\pi}{2j\pi} \right), \quad k_c = \frac{K_c}{n_f} \quad (3b, c)$$

ここに、 j は整数であることから、式(3a)、(3b)および(3c)から恒等的に $U_{cont} = U_{disc} = K_c/4$ となり、骨組架構とそれを連続体置換したひずみエネルギーは同一となる。したがって、中間架構が均等間隔に存在し、かつその剛性が同一であれば、中間架構数に依らず中間架構の連続体置換による誤差は生じない。

2.3 部分構造系の動的縮約

前節の屋根面と中間架構の連続体近似に加えて、妻面を水平剛性 k_e を有するばね、および文献 8)と同様に妻面の質量を集中質量 m_e でモデル化し、妻面以外の構面の架構の水平剛性を桁行方向の単位長さあたりの剛性 \bar{k}_e を有するばねに置換した弾性支床とする。建物全体系の振動方程式は、妻面の剛性および質量を混合境界条件として考えれば、以下の偏微分方程式を用いて表される。

$$\overline{\rho A} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \overline{GA_s} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \bar{k}_e u \quad (4)$$

ここに、 u は屋根面の梁間方向の水平変位（以下、変位）、 x は桁行方向の座標であり、 $\overline{\rho A}$ は屋根面の単位質量、 t は時間である。式(4)は、以下の境界条件を考慮して求められる。

$$\pm m_e \frac{\partial u^2}{\partial t^2} \pm \overline{GA_s} \frac{\partial u}{\partial x} - k_e u = 0 \quad \text{at } x = 0, l \quad (5)$$

式(4)および式(5)の固有値問題として得られる振動数方程式は超越方程式となる。固有振動数は Newton 法などにより数値的に求める必要があることから、閉形関数として得られないために設計上実用的でない。そこで、式(5)の境界条件を課した式(4)を直接解く代わりに屋根面と中間架構から成る部分構造系を導入して、Craig らの動的縮約¹²⁾を用いることとする。動的縮約法では、部分構造の変位は、部分構造の境界部を固定支持したときの動的変位と呼ばれる変位成分と境界部を変位させたときに部分構造に生じる仮定の静的変位の和として表され、次節では動的変位について考察をおこなう。

2.4 妥当性検証

部分構造系の固有円振動数 ω_v は、妻面位置で固定条件とした部分構造系の偏微分方程式を解くことにより以下のように求められる。

$$\omega_v = \sqrt{\frac{\bar{k}_e l + \frac{1}{2} \pi^2 \overline{GA_s} / l}{\frac{1}{2} \overline{\rho A} l}}, \quad \phi_v = \sin \frac{\pi x}{l} \quad (6a, b)$$

ここに ω_v, ϕ_v は、それぞれ部分構造系の最低次の固有円振動数および対応する振動モードである。

部分構造系の動的変位に対する固有円振動数 ω_v について、屋根面の部材を線材要素でモデル化した固有値解析（以下、立体骨組解析）の結果と連続体置換の理論解とを比較することにより、連続体置換の妥当性を検証する。

図 2 に示す見付け面 37.8m×21.6m、3 寸勾配の切妻屋根の屋根面を対象とし、使用部材を表 1 に示す。これは、文献 13)の耐震補強設計例に記載の S タイプ（純鉄骨造）の建物を援用して、屋根面全面にブレースを追加したものである。また、屋根勾配のみを 0 とした陸屋根も比較のモデルとする。解析方法は、次のとおりとする。梁間方向の大梁は梁要素、ブレース、桁梁およびつなぎ梁はトラス要素でモデル化する。境界条件は、妻面位置では完全固定、桁面位置では柱の拘束効果を考慮して、鉛直方向のみを拘束する。質量は梁交点の屋根支配面積に応じた値を集中質量として入力する。固有値解析は、圧縮ブレースおよび引張ブレースを分類せずにおこない、振動モードの変形に対応するブレース軸力の正負を照査し、圧縮となるブレースの剛性を 0 として再度、固有値解析をおこない、圧縮ブレースの弛緩を考慮する方法を採用する。対象の屋根面および梁間方向の刺激係数が最も大きくなる最低次の屋根面の振動モードおよびそのモードの変形に対応する軸力を表した図を図 4 に示す。勾配屋根の場合には、大梁の軸変形の存在により、ブレースの軸力が

梁間方向に対して不均一となる。ただし、図 5 に示すように、屋根面せん断力（ブレース軸力）が最大となる妻面側の位置において、変位は大きな値でない。文献 10)のように、梁間方向にも変位関数を導入して対応することは可能であるが、この変位は、屋根の面外変位と対で定められるべきであり、水平地震動の入力で励起される上下振動の評価に対する課題と合せて別途取り組むべき内容であることから、本論文では不問とする。アーチの解析に用いられる、材の伸縮なし仮定を大梁に導入し、骨組解析において大梁の軸剛性を剛にすれば、図 4 の右図に示すように、ブレース軸力は梁間方向に一定となることが確かめられる。また、実際には柱の曲げ戻し効果があるため、ブレース軸力（あるいは変位）の不均一性は緩和され得る。式(7)で表される無次元固有円振動数と立体骨組解析による値の比較を表 2 に示す。

$$\Omega_v = \omega_v l \sqrt{E / \overline{\rho A}} \quad (7)$$

屋根勾配があるときには若干、低めの固有円振動数を評価する。陸屋根の場合あるいは勾配屋根における大梁の軸剛性を剛とした場合にはブレースの軸力が均一となり、固有振動数も理論式と概ね一致する。

表 1 使用部材

符号	部位	断面
C	柱	H-350×175×7×11
G	大梁	H-350×175×7×11
B	つなぎ梁、桁梁	H-200×100×5.5×8
M1	間柱	H-200×100×5.5×8
M2	間柱	H-248×124×5×8
V1, V2	妻面・桁面ブレース	L-75×75×6
-	屋根面ブレース	丸鋼 φ19

注) 符号は図 2 に対応する。ヤング係数はすべて 205,000N/mm²である。

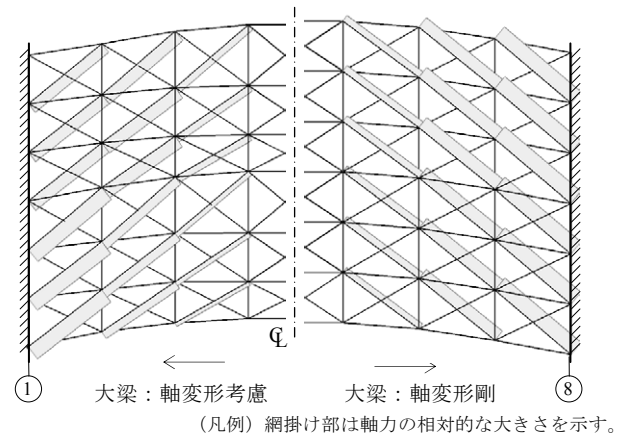


図 4 勾配屋根の振動モードおよびブレース軸力図

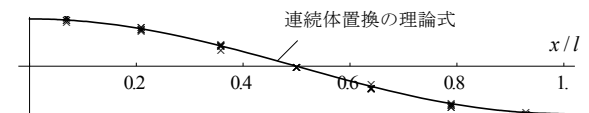


図 5 屋根面せん断力の不均一性（勾配屋根）

表 2 無次元固有円振動数

架構形式	屋根勾配	Ω_v ($\times 10^{-3}$)		比率
		連続体	立体骨組	
勾配屋根	3/10	1.65	1.55 (1.72)	1.06 (0.96)
陸屋根	0	1.73	1.79 (1.79)	0.97 (0.97)

注 1) 括弧内の値は大梁を剛としたときの値を示す。
注 2) 比率は立体骨組に対する連続体置換の値を示す。

3. 屋根面の柔性を考慮した建物全体系の振動特性

2章の基本的考察を基に、建物全体系の振動特性を導出する。

3.1 Rayleigh-Ritz 法による解法

2章の動的変位に加えて、妻面のみが静的に変位したときに生じる屋根面の変位である静的変位を導入すれば、系の応答は厳密に導出可能である。部分架構の静的変位は、剛体運動成分と変形成分に分離できる。中間架構に比べて妻面の剛性が相対的に大きくなるほど、変形成分は剛体運動成分に比べて大きくなるが、一方、静的変位に比べて動的変位も同様に大きくなる。したがって、部分構造の静的変位として、変形成分を無視して剛体運動成分のみを採用しても、系の応答のよい近似となりえるだろう。このような近似においては、もはや動的変位と静的変位の区別をおこなうことは必要なく、式(6)の部分構造系の偏微分方程式の解を Ritz ベクトル¹⁴⁾として採用した近似解法の考え方と同一なる。以上の考察から、本章では、建物全体系に対して、Rayleigh-Ritz 法による定式化をおこなう。

Rayleigh-Ritz 法で必要となるひずみエネルギー U_f および運動エネルギー T_f は、以下のように算定される。

$$U_f = \int_0^l \left[\frac{1}{2} GA_s \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \bar{k}_c u^2 \right] dx + \sum_{x=0,l} \frac{1}{2} k_e u^2 \quad (8a)$$

$$T_f = \int_0^l \frac{1}{2} \rho A \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 dx + \sum_{x=0,l} \frac{1}{2} m_e \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 \quad (8b)$$

変位関数の一般化変位 ϕ_j に対する剛性マトリクス K_f および質量マトリクス M_f の i 行 j 列の各成分は、以下のように算定される。

$$K_{fij} = \frac{\partial U_f}{\partial \phi_i \partial \phi_j}, \quad M_{fij} = \frac{\partial T_f}{\partial \dot{\phi}_i \partial \dot{\phi}_j} \quad (9a, b)$$

変位関数を定めれば、式(8)と式(9)から建物の固有円振動数 ω_f に関する特性方程式が以下のように誘導される。

$$(-\omega_f^2 M_f + K_f) \boldsymbol{\phi} = \mathbf{0} \quad (10)$$

ここでは、2章で導入した部分構造系の振動モードと妻面の変位 ϕ_0 が適合するよう、変位関数を以下のように定める (図6参照)。

$$u(x, t) = \phi(x) e^{i\omega_f t}, \quad \phi(x) = \phi_0 + (\phi_1 - \phi_0) \sin \frac{\pi x}{l} \quad (11a, b)$$

ここに、 ϕ_0, ϕ_1 は一般化変位であるが、それぞれ妻面の水平変位および桁行方向中央位置での最大水平変位となるよう定義した。式(11)の変位関数に基づく剛性マトリクス K_f および質量マトリクス M_f は、以下のように表される。

$$K_f = \begin{bmatrix} 2k_e + \frac{\pi^2}{2} \frac{GA_s}{l} + \frac{3\pi-8}{2\pi} \bar{k}_c l & -\frac{\pi^2}{2} \frac{GA_s}{l} + \frac{4-\pi}{2\pi} \bar{k}_c l \\ \text{sym.} & \frac{\pi^2}{2} \frac{GA_s}{l} + \frac{1}{2} \bar{k}_c l \end{bmatrix} \quad (12a)$$

$$M_f = \begin{bmatrix} 2m_e + \frac{3\pi-8}{2\pi} \rho A l & \frac{4-\pi}{2\pi} \rho A l \\ \text{sym.} & \frac{1}{2} \rho A l \end{bmatrix} \quad (12b)$$

ここに、各成分は $\boldsymbol{\phi}^T = \langle \phi_0 \quad \phi_1 \rangle$ に対応する。通常の設計においては、屋根面の剛床仮定に基づいて層剛性が定義されることから、この慣習との連続性を考慮して、以下に示す層剛性および質量を導入する。

$$K_c = \bar{k}_c l, \quad K_e = 2k_e, \quad K_v = \frac{\pi^2 GA_s}{2l}, \quad M_c = \rho A l, \quad M_e = 2m_e \quad (13a-e)$$

ここに、 K_c, K_e は層剛性のうち中間架構および妻面の寄与分、 K_v は両端支持梁の屋根面のせん断振動における一般化剛性である。層剛性 $K_f (= K_c + K_e)$ は応力解析に随伴して求められ得る諸量であるか

ら、これを基準剛度とした剛比を導入し、総質量 $M_f (= M_c + M_e)$ による質量比を以下のように導入するのが実用上便利である。

$$\gamma_e = \frac{K_e}{K_f}, \quad \gamma_v = \frac{K_v}{K_f}, \quad \gamma_c = \frac{K_c}{K_f}, \quad \mu_e = \frac{M_e}{M_f}, \quad \mu_c = \frac{M_c}{M_f} \quad (14a-e)$$

ここに、 γ_e および γ_v は層剛性に対する妻面および屋根面の剛性の比である。同様に γ_c は中間架構の剛比であり独立な諸量ではないが、定式化の便宜上導入している。また、 μ_e は妻面の質量比である。式(14)で導入した独立な無次元量 $\gamma_e, \gamma_v, \mu_e$ を本論文では設計変数と称することとし、これらは鉛直構面数によらずに定義される値となる。

以上導入した剛比を用いれば、式(12)の剛性マトリクスおよび質量マトリクスは、層剛性、総質量および無次元量である設計変数を用いて、以下のように書き改められる。

$$\frac{M_f}{M_f} = \begin{bmatrix} \mu_e + \frac{3\pi-8}{2\pi} \mu_c & \frac{4-\pi}{2\pi} \mu_c \\ \text{sym.} & \frac{1}{2} \mu_c \end{bmatrix}, \quad \frac{K_f}{K_f} = \begin{bmatrix} \gamma_e + \gamma_v + \frac{3\pi-8}{2\pi} \gamma_c & -\gamma_v + \frac{4-\pi}{2\pi} \gamma_c \\ \text{sym.} & \gamma_v + \frac{1}{2} \gamma_c \end{bmatrix} \quad (15a, b)$$

式(15)を式(10)に代入して固有値問題を解けば、屋根面の柔性を考慮した固有円振動数 ω_f は、以下のように形式的に表される。

$$\omega_f / \omega_{f0} = \Omega(\gamma_e, \gamma_v, \mu_e), \quad \omega_{f0} = \sqrt{K_f / M_f} \quad (16a, b)$$

ここに、 ω_{f0} は屋根面を剛とした場合の固有円振動数であり、 Ω は屋根面の変形に伴う固有円振動数の変化率を表した無次元(円)振動数であり、3つの無次元量である独立変数により表される。

3.2 振動特性の評価式

3.2.1 固有円振動数

無次元固有円振動数 Ω は、以下のように求められる。

$$\Omega^2 = \frac{\pi^2 \{2 - (\bar{\gamma}_e - 2)\gamma_v\} - 16(1 - \bar{\gamma}_e \gamma_v) - \pi \gamma_v \Gamma(\bar{\gamma}_e)}{2(\pi^2 - 8)} \quad (\mu_e = 0) \quad (17a)$$

$$\Gamma(\bar{\gamma}_e) = \sqrt{\pi^2 (\bar{\gamma}_e - 2)^2 + 64 \bar{\gamma}_e} \quad (\mu_e = 0) \quad (17b)$$

$$\Omega^2 = \frac{\pi^2 \{2(\gamma_v + 1) - (\mu_e - \gamma_e)\} - 16(1 - \gamma_e)(1 - \mu_e) - \pi \Gamma(\mu_e, \gamma_e, \gamma_v)}{2(1 - \mu_e) \{ \pi^2 - 8(1 - \mu_e) \}} \quad (18a)$$

$$\Gamma(\mu_e, \gamma_e, \gamma_v) = \sqrt{\pi^2 \{2\gamma_v - (\gamma_e - \mu_e)\}^2 + 64\gamma_v(\gamma_e - \mu_e)(1 - \mu_e)} \quad (18b)$$

ここで対象とする振動系は、 ϕ_0, ϕ_1 の2自由度系であるために2次モードが存在するが、明らかに虚偽のモードとなるために無視した。式(17)における $\bar{\gamma}_e$ は、次式で定義される妻面の有効剛比である。

$$\bar{\gamma}_e = \gamma_e / \gamma_v \quad (19)$$

木質構造の床面の剛の判定基準は、床面と妻面の剛比によりまとめられており、式(19)はこれに対応する。図7に妻面の剛比 γ_e に対する無次元固有円振動数 Ω を示す。 γ_e が大きくなるにつれて無次元固有円振動数の低下が大きくなり、その低下は屋根面の剛比 γ_v が大きいほど緩慢になる。妻面に耐震壁や鉛直ブレースがある場合には、妻面の剛比 γ_e は1に近いことが多いから、屋根面柔性による固有振動数の低下は、天井に作用する地震力を評価しようとする場合には、無視できないほど大きいことが解る。

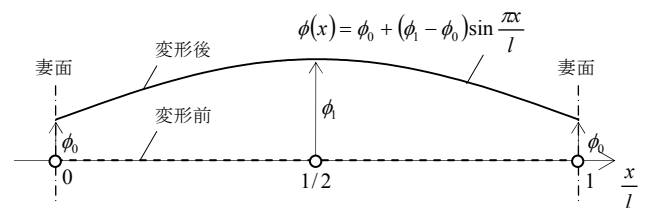


図6 梁間水平方向の変位関数

3.2.2 振動モードの振幅比

式(17)および式(18)の結果から、振動モードの妻面に対する中央構面の振幅比 ϕ_1/ϕ_0 (以下、振幅比) は、以下のように表される。

$$\frac{\phi_1}{\phi_0} = 1 + \frac{\pi(\bar{\gamma}_e - 2)}{8} + \frac{1}{8}\Gamma(\bar{\gamma}_e) \quad (\mu_e = 0) \quad (20a)$$

$$\frac{\phi_1}{\phi_0} = \frac{8\gamma_v(1-\mu_e) - \pi\{2\gamma_v - (\gamma_e - \mu_e)\} + \Gamma(\mu_e, \gamma_e, \gamma_c)}{8\gamma_v(1-\mu_e)} \quad (20b)$$

式(20a)は、 $\mu_e = 0$ の場合には、振幅比は $\bar{\gamma}_e$ のみに支配され、言い換えれば、屋根面の剛比が小さいことと妻面の剛比が大きいことは振幅比に対して等価な影響を及ぼすことを意味している。 $\bar{\gamma}_e$ と振幅比の関係を図 8 に示す。 $1/\bar{\gamma}_e$ が 3 以上 ($\bar{\gamma}_e$ が概ね 0.3 以下) であれば、振幅比が概ね 1 となり、文献 15) の簡易な質点モデルによる考察と同程度となる。また、質量比 $\mu_e = 0$ の場合には、剛比 $\bar{\gamma}_e$ に対して、振幅比はほぼ線形に変化することが解る。 $\mu_e \neq 0$ の場合には、振幅比は $\gamma_e, \gamma_v, \mu_e$ の関数となる。この振幅比は、屋根面から吊り支持される大面積天井の応答に影響を及ぼすことが考えられる。大規模に設置された天井面への非一様加速度入力、天井面および天井の斜め部材に二次的な不静定応力を生じさせる可能性がある。

3.2.3 刺激関数

妻面の刺激係数 β は、以下のように定義される。

$$\beta = \frac{\int_0^l \rho A \phi(x) dx + \sum_{x=0, l} m_e \phi(x)}{\int_0^l \rho A \phi(x)^2 dx} \quad (21)$$

式(11)および式(21)から、妻面および中央構面における刺激関数 $\beta\phi_0, \beta\phi_1$ は、それぞれ以下のように表される。

$$\beta\phi_0 = \frac{\pi(2-\bar{\gamma}_e) + \Gamma(\bar{\gamma}_e)}{2\Gamma(\bar{\gamma}_e)}, \quad \beta\phi_1 = \frac{8\bar{\gamma}_e + \pi(2-\bar{\gamma}_e) + \Gamma(\bar{\gamma}_e)}{2\Gamma(\bar{\gamma}_e)} \quad (\mu_e = 0) \quad (22a, b)$$

$$\beta\phi_0 = \frac{\pi\{2\gamma_v - (\gamma_e - \mu_e)\} + \Gamma(\mu_e, \gamma_e, \gamma_c)}{2\Gamma(\mu_e, \gamma_e, \gamma_c)} \quad (23a)$$

$$\beta\phi_1 = \frac{8(\gamma_e - \mu_e) + \pi\{2\gamma_v - (\gamma_e - \mu_e)\} + \Gamma(\mu_e, \gamma_e, \gamma_c)}{2\Gamma(\mu_e, \gamma_e, \gamma_c)} \quad (23b)$$

図 9 および図 10 に式(22)および式(23)の刺激関数を示す。一般に妻面の刺激関数は 1 よりも小さくなり、これは、屋根面を一種の付加質量としてみたときのマスダンパーによる応答低減効果と同一である。大地震時には、妻面ブレースのエネルギー吸収能力が低下し、屋根面を剛とした場合に比べて建物の等価減衰定数が低下することにもつながり得る。刺激関数は $\gamma_e, \gamma_v, \mu_e$ の関数となり、 γ_v の値に関わらず通過する定点 (図中の P) を有する。 $\mu_e \neq 0$ の場合には、この定点以下においては、妻面の刺激関数が 1 以上になることもある。中央架構については、妻面と逆の傾向となるが、 $\mu_e = 0$ の場合、最大値 ($4/\pi \approx 1.27$) が存在する。

3.2.4 有効質量比

1 次モードの有効質量 M_{eff} は、以下のように定義される。

$$\frac{M_{eff}}{M_f} = \frac{\int_0^l (1-\mu_e)(M_f/l)(\beta\phi(x))^2 dx + \sum_{x=0, l} \frac{1}{2}\mu_e M_f (\beta\phi_0)^2}{M_f} \quad (24)$$

式(22)および式(23)を式(24)に代入すると、 M_{eff} は以下ようになる。

$$\frac{M_{eff}}{M_f} = \frac{16\bar{\gamma}_e - \pi^2(\bar{\gamma}_e - 2) + \pi\Gamma(\bar{\gamma}_e)}{2\pi\Gamma(\bar{\gamma}_e)} \quad (\mu_e = 0) \quad (25)$$

$\bar{\gamma}_e$ が大きくなるにつれ有効質量比は小さくなるが、 $\mu_e \leq 0.1$ かつ $\bar{\gamma}_e \leq 3$ であれば有効質量比は 90% 以上となる (図 11)。それ以外では、Gupta¹⁶⁾, Lindley-Yow¹⁷⁾らのモード重ね合わせ方法が有効である。

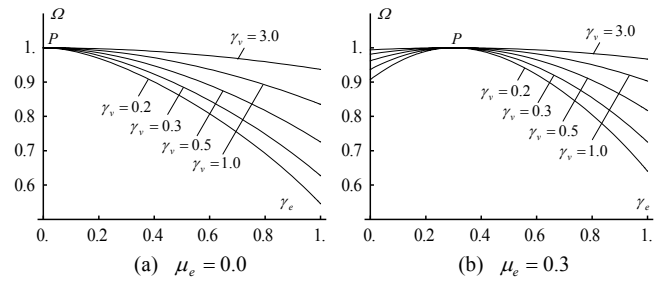
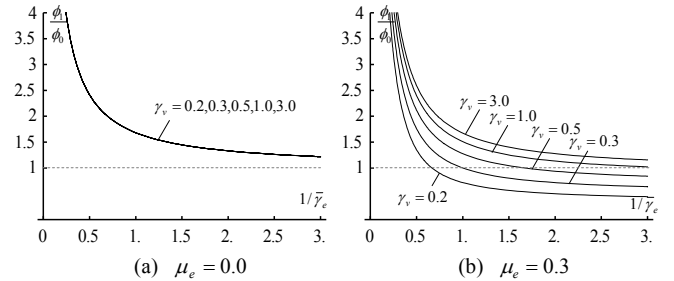
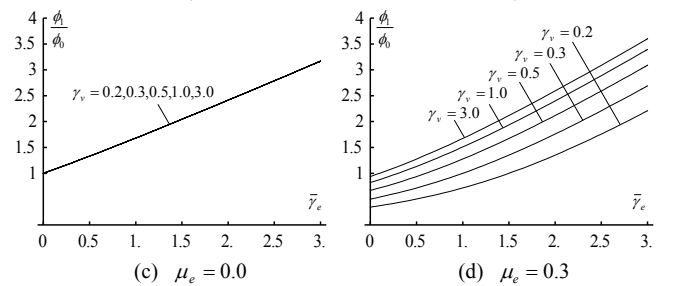


図 7 無次元固有円振動数



(a) $\mu_e = 0.0$

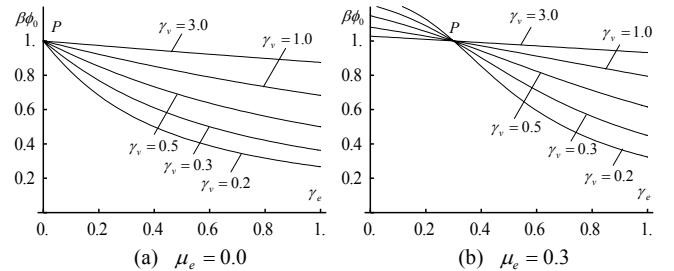
(b) $\mu_e = 0.3$



(c) $\mu_e = 0.0$

(d) $\mu_e = 0.3$

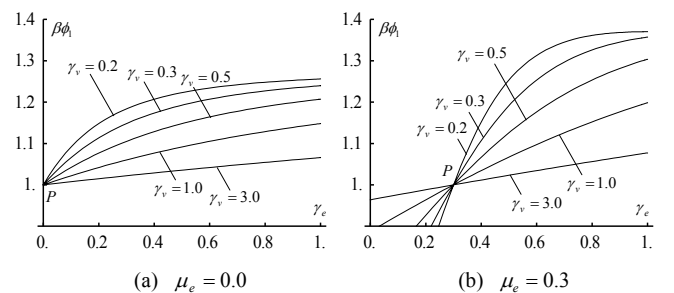
図 8 振動モードの振幅比



(a) $\mu_e = 0.0$

(b) $\mu_e = 0.3$

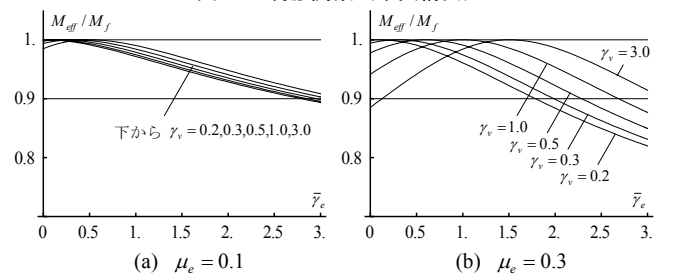
図 9 刺激関数 (妻面)



(a) $\mu_e = 0.0$

(b) $\mu_e = 0.3$

図 10 刺激関数 (中央構面)



(a) $\mu_e = 0.1$

(b) $\mu_e = 0.3$

図 11 1 次モードの有効質量比

3.3 有限差分法による妥当性検証

前節で誘導した連続体に対する定式化の妥当性を有限差分法による解（以下、差分解）と比較することにより示す。梁の分割数を20とした場合（連続体に対する近似解法）、全5構面を有する建物を想定した、分割数を4とした場合（文献8のせん断ばねモデルと等価）の2ケースをおこなう。20分割は、連続体に対する定式化の妥当性を検証し、4分割は、屋根面の連続体近似そのものの妥当性を検証するものである。図12～図17に種々の振動特性について、Rayleigh-Ritz法による解（以下、Ritz解）と2つの差分解の比較を示す。Ritz解と差分法による解は、種々の剛比および質量比について、3つの解はそれぞれ精度良く一致していることが確認されることから、連続体近似およびその解の誘導は妥当であることが示された。なお、図15の有効質量比について、2つの解に違いが見られるのは、屋根面質量の離散化の影響が大きいためである（付録2参照）。

4. 実用的評価式の提案

3章で導出した振動特性に係る評価式は、設計に用いるには多少不便である。特に、質量比が $\mu_e > 0$ となる場合には、評価式の煩雑さから本手法の簡便性の長所が失われるため、前節で誘導した評価式を近似化した実用的な評価式（以下、実用式）を提案する。これにより、限界耐力計算法に準じて、屋根面プレースの応力を簡易に評価することが可能となる。

本節では、Ritz解の剛比や質量比などの設計変数に対する感度や関数の性質を個別に検討して、それぞれの性質を生かした振動特性の実用式を提案する。これは、Ritz解に対して各設計変数について単純にTaylor展開した近似式では、近似式の精度が非常に悪いことを確認しているためである。

4.1 固有円振動数

無次元固有円振動数 Ω の直接の近似式を誘導する代わりに、式(26)で定義される A を導入する。

$$\Omega = \sqrt{1 - \frac{\gamma_e}{A(\gamma_e, \gamma_v, \mu_e)}} \quad (26)$$

Ω の代わりに A の近似式を与えることを考える。図18に示すように、 γ_v が極めて小さい領域では γ_v と A は非線形の関係にあるが、それ以外では γ_v と A は概ね線形関係にあり、 $\gamma_v \rightarrow \infty$ のときには、 γ_e, μ_e に対応する直線の漸近線が存在する。この漸近線を A の近似解として援用する。漸近線は解析的に求めることができ、切片でRitz解と一致するよう平行移動して修正すれば、以下のように表される。

$$A \approx \frac{1}{\gamma_e - \mu_e} \left\{ (1 - \mu_e)\gamma_e - \left(1 - \frac{\pi^2}{8} + \mu_e\right)\gamma_e \right\} + \frac{\pi^2}{4} \frac{\gamma_e}{(\gamma_e - \mu_e)^2} \gamma_v \quad (27)$$

さらに、より簡易な表現とするために $\pi^2/8 \approx 1$ として数値を丸めると、式(27)は以下のように書き改められる。

$$A \approx \begin{cases} 1 + \frac{\pi^2}{4} \gamma_v & \text{for } \mu_e = 0 \\ \frac{\gamma_e(1 - 2\mu_e)}{\gamma_e - \mu_e} + \frac{\pi^2}{4} \frac{\gamma_e}{(\gamma_e - \mu_e)^2} \gamma_v & \text{for } \mu_e \neq 0 \end{cases} \quad (28)$$

図18に示すように式(28)の漸近線はよい近似となる。図19に式(28)を式(26)に代入して評価した無次元円振動数とRitz解との比較を示す。 γ_v が小さくなるにつれて両者の差は大きくなる傾向にあるが、十分な精度を有している。

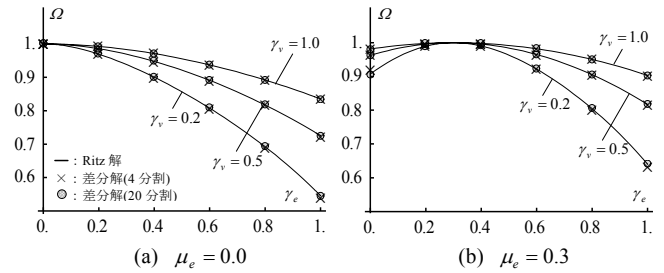


図12 固有円振動数の比較（差分解とRitz解）

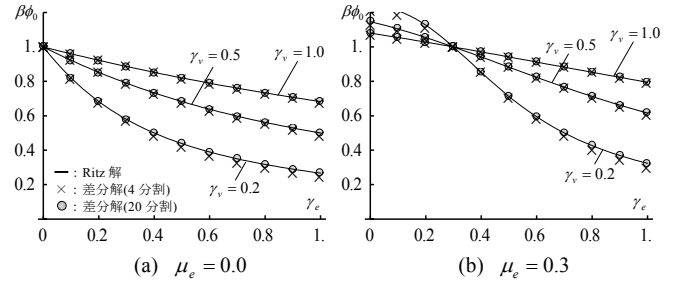


図13 刺激関数（妻面）の比較（差分解とRitz解）

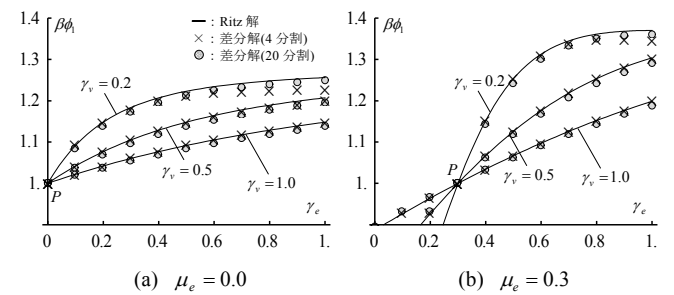


図14 刺激関数（中央構面）の比較（差分解とRitz解）

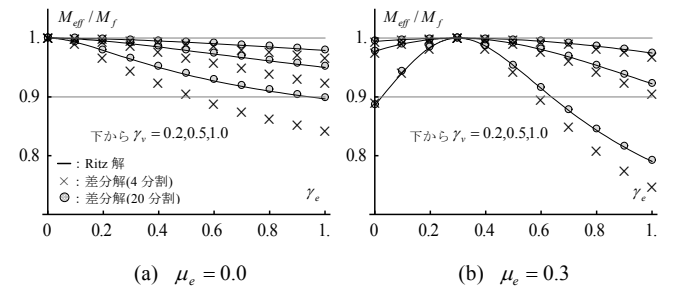


図15 有効質量比の比較（差分解とRitz解）

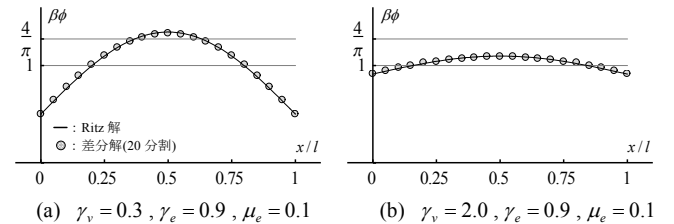


図16 代表剛比における刺激関数の比較（差分解とRitz解）

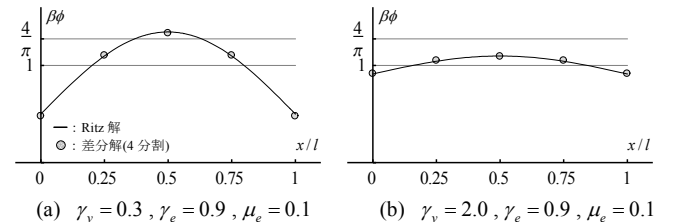


図17 5構面せん断ばねモデルと連続体近似の刺激関数の比較

4.2 振動モードの振幅比

3.2.2 項で述べたように、 $\mu_e = 0$ のときに振幅比は唯一 $\bar{\gamma}_e$ のみに支配され、図 8 に示すように、 $1/\bar{\gamma}_e$ と ϕ_1/ϕ_0 はほぼ直線関係にある。ゆえに、振幅比の近似として、 ϕ_1/ϕ_0 を $\bar{\gamma}_e = 1$ まわりで 1 次の項まで Taylor 展開し、次式を得る。

$$\frac{\phi_1}{\phi_0} \approx \frac{32 + 2\pi^2 + (8 - 2\pi)\sqrt{64 + \pi^2}}{8\sqrt{64 + \pi^2}} + \frac{32 - \pi^2 + \pi\sqrt{64 + \pi^2}}{8\sqrt{64 + \pi^2}} \bar{\gamma}_e \approx 1 + 0.71\bar{\gamma}_e$$

$$\text{for } \mu_e = 0 \quad (29)$$

式(29)と Ritz 解の比較を図 21(a)に示す。さらに、 $\mu_e \neq 0$ のときには、式(29)の式の近似式の基点 $(\gamma_e, \phi_1/\phi_0) = (0, 1)$ を便宜的に定点 P に移動することを考える。この定点は、無次元固有円振動数や刺激関数等に共通であり、以下のように解析的に求めることができる。

$$(\gamma_{e0}, \Omega) = (\gamma_{e0}, \phi_1/\phi_0) = (\gamma_{e0}, \beta\phi_0) = (\gamma_{e0}, \beta\phi_1) = (\gamma_{e0}, 1) \quad (30a)$$

$$\gamma_{e0} = \mu_e \quad (30b)$$

これより、振幅比に対して以下の実用式を得る。

$$\frac{\phi_1}{\phi_0} \approx 1 + 0.71\bar{\gamma}_{e0} \quad \text{where } \gamma_{e0} = \gamma_e - \mu_e, \quad \bar{\gamma}_{e0} = \frac{\gamma_{e0}}{\gamma_v} \quad (31a-c)$$

図 21(b)に示すように、式(31)と Ritz 解の両者は良く一致している。

4.3 刺激関数

はじめに妻面の刺激関数 $\beta\phi_0$ について述べる。 $\mu_e = 0$ のとき、 $\beta\phi_0$ の逆数に対して $\bar{\gamma}_e = 0$ まわりで 1 次の項まで Taylor 展開し、さらに展開式の逆数をとれば、以下が導かれる。

$$\beta\phi_0 \approx \frac{1}{1 + 4\bar{\gamma}_e/\pi^2} \quad (32)$$

実用解と Ritz 解の精度を改善するために、若干、恣意的ではあるが、補正係数 τ_1, τ_2 を導入して、以下のような補正を試みる。

$$\beta\phi_0 \approx \frac{1}{1 + \tau_1 \frac{4}{\pi^2} \bar{\gamma}_e^{\tau_2}} \quad \text{where } \tau_1 = \tau_2 = 1.1 \quad (33)$$

補正係数 τ は、 $0 \leq \bar{\gamma}_e \leq 3$ の範囲で、Ritz 解に対して誤差が最小になるように非線形最小乗法により回帰して求めた。 $\mu_e \neq 0$ の場合、刺激関数は γ_v の値に関わらずに常に定点を通過することから、振幅比の近似化と同様に式(33)の刺激関数の基点を定点 P に移動した以下の式を提案する。

$$\beta\phi_0 \approx \frac{1}{1 + \tau_1 \frac{4}{\pi^2} \bar{\gamma}_{e0}^{\tau_2}} \quad \text{for } \gamma_e \geq \mu_e \quad (34)$$

ただし、元の刺激関数の近似式の性質（下向き凸性）から、式(34)の適用範囲は $\gamma_e \geq \mu_e$ としている。図 22 に示すように質量比 μ_e が大きくなるほど、 γ_v が小さくなるほど、実用解の精度が低下する傾向にあるが、妻面の質量比が $\mu_e \leq 0.3$ 以下であれば、工学的には問題ない精度を有していることが解る。

中央架構の刺激関数は、式(34)の妻面の刺激関数と式(31)の振幅比から求まるが、2 つの近似式の乗算により評価しているため、他の近似式に比べて若干精度は劣る（図 23）。

以上の定式化により、刺激関数は、唯一の変数 $\bar{\gamma}_{e0}$ により整理できた。

4.4 適用範囲

以上の検討から、実用解の適用範囲は、 $\gamma_v \geq 0.2$ 、 $\mu_e \leq 0.3$ かつ妻面を含む鉛直構面数を 5 以上とする。

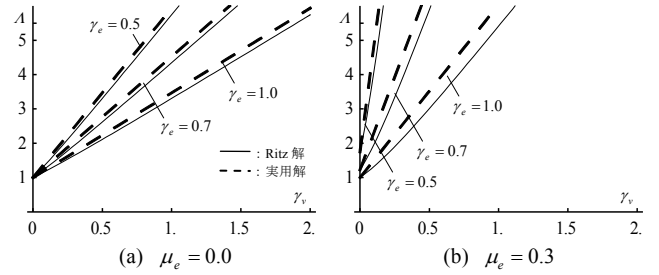


図 18 変数 λ の比較 (Ritz 解と実用解)

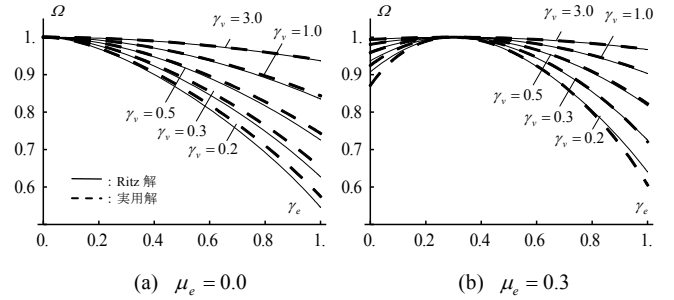


図 19 固有円振動数の比較 (Ritz 解と実用解)

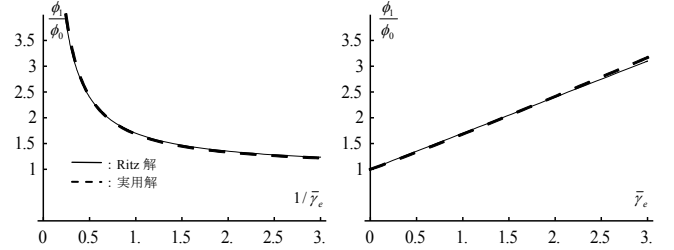


図 20 振幅比の比較 (Ritz 解と実用解)

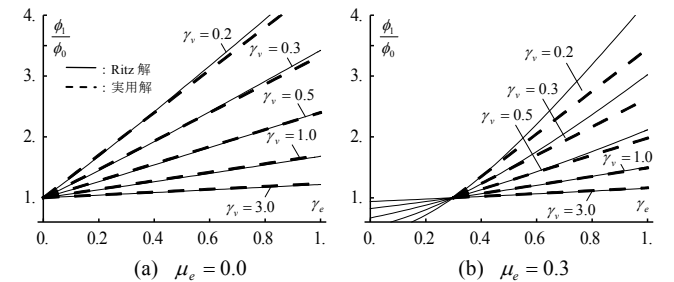


図 21 振幅比の比較 (Ritz 解と実用解)

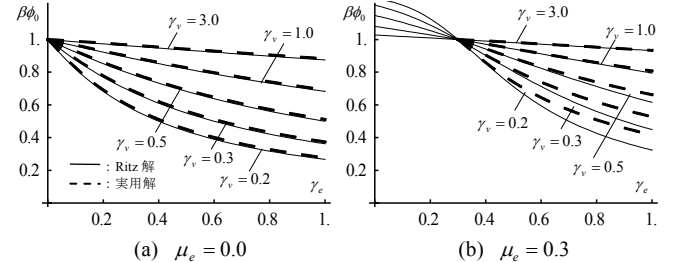


図 22 刺激関数（妻面）の比較 (Ritz 解と実用解)

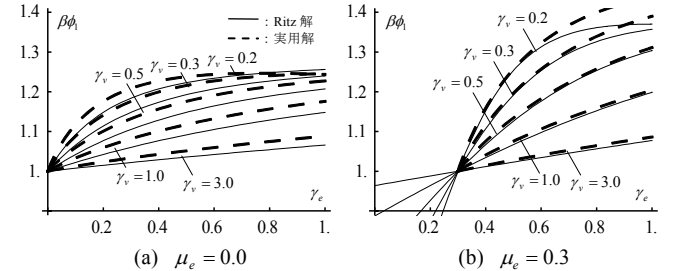


図 23 刺激関数（中央架構）の比較 (Ritz 解と実用解)

5. 学校体育館への適用例

本章では、前章までに誘導した振動特性の評価手法を、一例として学校体育館に適用することにより、本手法の妥当性を検証する。対象建物は、2.4節と同様であり、その他は、文献18)に倣い、妻面に山形鋼のブレースを配置している。

5.1 振動解析モデル

モデル化条件は、下記のとおりとする。

- 1) 柱脚はすべてピン支持とする。
- 2) ブレースは引張ブレースとし、圧縮に効かないものとして、対となるブレースのヤング係数をともに実値の1/2とする。
- 3) 地震時応力および変位を対象として、常時荷重は考慮しない。
- 4) 柱および大梁には梁要素、桁梁、つなぎ梁、間柱およびブレースにはトラス要素を用いる。
- 5) 部材のせん断変形およびパネルゾーンの変形は考慮しない。
- 6) 外壁の質量は、屋体基準の「全ての軒位置へ置換する方法」に従い、軒位置へ単位長さあたりの質量として入力する(図24)。

1)については、屋根面の面外振動に着目する場合には、柱脚の固定度は屋根面の面外柔性に影響して重要な変数となるが、ここでは屋根面の面内変位のみに着目していることから、屋根面の面内変位が顕著となる状態を想定する。2)については、2章の検討において、厳密な方法においてもブレース軸力の不均一性が大きくないことが確認できたことから、ここでは2章の方法とは異なる慣用の方法を採用する。3)については、大梁の常時応力が座屈時応力に近づくにつれ、初期応力の影響により固有円振動数が低下することが知られているが、学校体育館では、この影響は少ないものと判断した。5)については、大スパンかつ柱脚ピン支持であれば、大梁に生じるモーメント勾配が小さく、せん断変形が水平剛性に与える影響は十分な精度で無視できる。6)については、本論文では屋根面柔性による建物の固有円振動数の低下率(無次元固有円振動数)に着目していることから、建物の総質量の相違は本質的ではなく、ここでは汎用性のある例題とするため、各部位の質量比のみを指定するようにした。

5.2 剛比の算定

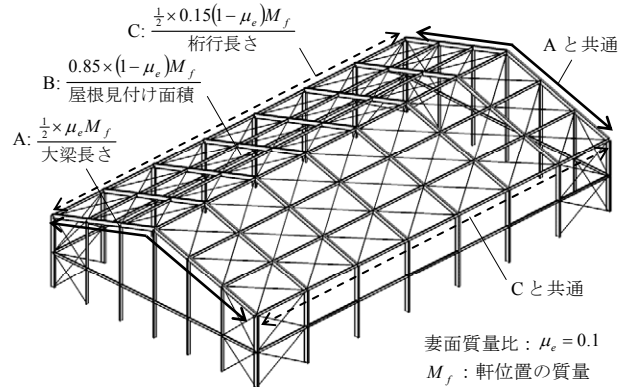
架構の水平剛性は、仮想仕事法により手計算により算出するものとする。ただし、妻面については、大梁の剛性を無視するが、柱および間柱の軸変形による全体曲げ変形が無視できないことから、曲げせん断変形を考慮した等価せん断剛性として水平剛性を評価する。算定した設計変数を表3に示す。

5.3 妥当性検証

表4に振動特性の比較を示す。固有円振動数については、Ritz解および実用解ともに誤差は5%未満であり、非常に高い精度で予測できていることが解る。振動モードに関する値は、振動数よりも誤差が大きくなる傾向にあるが、工学的に十分な精度を有している。

本例題では、屋根全面にブレースが配置されており、学校体育館でよくみられる中抜け配置に比べて屋根面剛性は大きいと、それでも固有円振動数で0.7倍、刺激関数については妻面で約0.4倍、中央構面で約1.2倍となり、屋根面を剛と見做すことはできないことがこのことから理解される。ただし、大地震時に妻面が降伏する場合には、妻面の剛性の低下により、これらは緩和されることが期待される。

もう一例として、妻面のブレースのトラス要素軸断面積を元の値の0.5倍(山形鋼から丸鋼への変更に相当)に減じたときの振動特性を表5に示す。この場合においても、固有円振動数比は0.8倍、刺激関数については妻面で約0.5倍、中央構面で約1.1倍となり、振動特性が重要となる問題においては、屋根面を剛と見做すことはでき難いことが確認される。



注) 質量分配は、表1の部材と下記仕上げを想定して概算した数値を丸めた値としている。
 ・屋根: 長尺鉄板瓦棒葺(外部)、木毛セメント版(内部)
 ・外壁: 長尺鉄板(外部)、石膏ボード(内部)
 ・天井: 岩綿吸音板9mm+石膏ボード9.5mm+下地材

図24 質量の単純化と入力方法

表3 設計変数

	勾配屋根		陸屋根	
	剛比	質量比	剛比	質量比
妻面	$\gamma_e = 0.97$	$\mu_e = 0.10$	$\gamma_e = 0.97$	$\mu_e = 0.10$
屋根面	$\gamma_v = 0.30$	—	$\gamma_v = 0.30$	—

表4 振動特性の比較

	算定手法	無次元固有円振動数 Ω	振幅比 ϕ / ϕ_0	刺激関数 $\beta\phi$	
				X1,X8 通り (妻面)	X4,X5 通り
勾配屋根	骨組解析	0.70	3.34	0.35	1.17
	Ritz 解	0.68 (0.96)	3.23 (0.97)	0.39 (1.13)	1.27 (1.09)
	実用解	0.69 (0.98)	3.03 (0.91)	0.41 (1.17)	1.24 (1.06)
陸屋根	骨組解析	0.67	3.30	0.36	1.19
	Ritz 解	0.68 (1.01)	3.23 (0.98)	0.39 (1.08)	1.27 (1.06)
	実用解	0.69 (1.03)	3.01 (0.91)	0.41 (1.14)	1.24 (1.04)

注1) 括弧内の値は骨組解析に対する比を示す。

注2) 骨組解析の変位は、大梁の節点変位の支配長さによる重み付け平均により算出した。

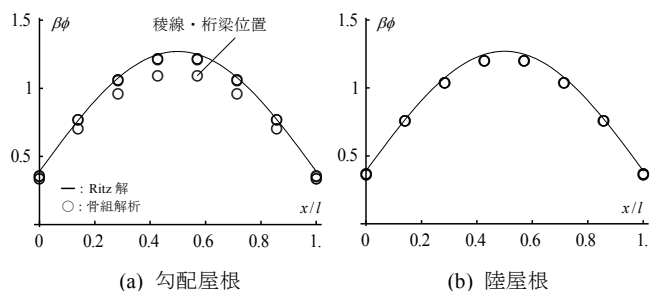


図25 刺激関数の比較 (骨組解析とRitz解)

6. 応答スペクトル法による水平震度

天井告示の計算ルートである応答スペクトル法に基づいて、天井面の水平地震力を定める水平震度について算定し、天井告示の震度法による値と比較する。

屋根面に生じる応答加速度が非一様分布となると、天井面が一体として挙動する場合の天井面に作用する地震力を定める1つの指標として刺激関数の空間平均 $\beta\phi_{\text{mean}}$ が考えられる。これは次式のとおり、有効質量比 M_{eff}/M_f に一致する。

$$\beta\phi_{\text{mean}} = \frac{1}{l} \int_0^l \beta\phi(x) dx = \frac{M_{\text{eff}}}{M_f} \quad (35)$$

しかしながら、天井吊元に非一様分布の加速度を受けるときの大面積天井面の水平加速度応答は、天井面の剛性を含めて考える必要がある¹⁹⁾。ここでは、システム天井などの天井面が一体として挙動しない場合や天井面がゾーニングされている場合、あるいは照明器具などの懸垂構造物を対象として、これらに生じる水平震度に資する水平振動分布について言及する。

6.1 屋根面および天井面の水平震度分布

中央構面における刺激関数には極値が存在し、 $\mu_e = 0$ のとき屋根面剛性が零であれば、以下に示すとおり約1.3の最大値となる。

$$\lim_{\bar{\gamma}_e \rightarrow \infty} \beta\phi_1 = \lim_{\bar{\gamma}_e \rightarrow \infty} \frac{8\bar{\gamma}_e + \pi(2 - \bar{\gamma}_e) + \Gamma(\bar{\gamma}_e)}{2\Gamma(\bar{\gamma}_e)} = \frac{4}{\pi} \approx 1.27 \quad (36)$$

このような刺激関数の局所的増加と固有円振動数の低下が複合して、屋根面柔性の影響が天井面の水平震度に影響することとなる。

天井告示の方法に基づき、稀に発生する地震動における天井面に作用する水平応答加速度分布 S_{af} を次式で算定する。

$$S_{af}(T_{\text{ceiling}}, x) = R(T, T_{\text{ceiling}}) \cdot \beta\phi(x) \cdot S_a(T) \quad (37)$$

ここに、 T, T_{ceiling} はそれぞれ建物および天井の固有周期である。建物は5章の学校体育館を想定し、第2種地盤および地震地域係数 $Z = 1.0$ の敷地に立地するものとする。表層地盤による地表面加速度の増幅率 G_s を「平12建告1457号第7第二号」(略算法)により算定した、稀に発生する地震動の告示スペクトル S_a を図26(a)に示す。文献20), 21)を参考にして、天井の固有周期を $T_{\text{ceiling}} = 0.2\text{s}$ と固定して、建物周期 T の一方を変動させた場合の刺激関数が1となる位置での床応答 $R(T, T_{\text{ceiling}}) \cdot S_a$ を図26(b)に示す。学校体育館の屋根面柔性を考慮した1次固有周期を $T = 0.4\text{s}$ と想定した場合には、屋根面柔性による固有周期の伸びを評価した方が建物と天井の固有周期帯が分離されるために加速度の増幅率が小さくなることから、天井の設計用地震力は低く評価される。図27には、剛比 $\bar{\gamma}_e = 0.3, 1.0$ の2ケースの場合について、式(31)および式(34)を用いて水平震度分布を算定した例を示す。屋根面の水平震度は部分的に震度法による値を上回っている。しかしながら、図28に示すように、増幅率が小さいため、震度法による値を下回るようになる。

建物や天井が塑性化するような大地震時における天井の挙動や、空間構造特有の現象である水平動・上下動入力に伴う屋根面・天井の上下動の励起など未だ十分に解明されていないことは多く、天井の耐震設計においては十分な余裕度の確保が必要である。しかしながら、本評価法により、小規模な空間構造物に対する応答スペクトル法の適用が実用的となり、天井の地震時挙動を設計者が精確に把握しようとする性能設計の可能性が示された。

表5 振動特性の比較 (妻面剛性を変化させた場合)

	算定手法	無次元固有円振動数 Ω	振幅比 ϕ_1/ϕ_0	刺激関数 $\beta\phi$	
				X1, X8 通り (妻面)	X4, X5 通り
妻面剛性 0.5倍	骨組解析	0.80	2.26	0.50	1.13
	Ritz解	0.79 (1.00)	2.16 (0.96)	0.57 (1.13)	1.23 (1.09)
	実用解	0.80 (1.01)	2.11 (0.94)	0.57 (1.15)	1.21 (1.07)

注1) 妻面剛比: $\gamma_e = 0.94$, 屋根面剛比 $\gamma_v = 0.53$ である。

注2) 括弧内の値は骨組解析による比を示す。

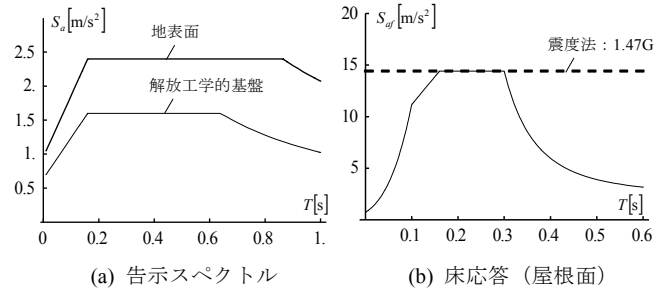


図26 加速度応答スペクトル (刺激関数が1となる位置)

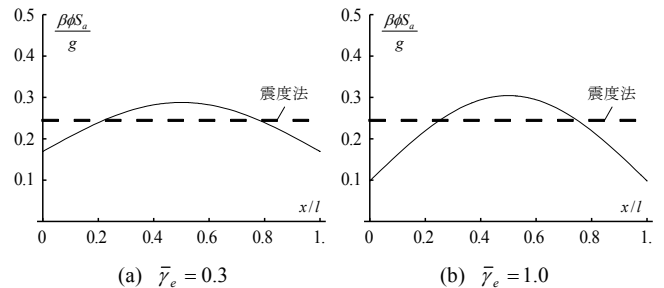
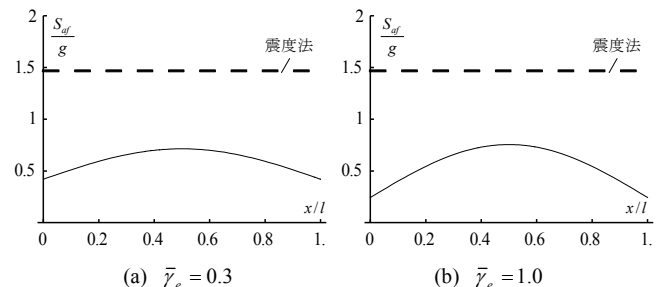


図27 屋根面の水平震度分布 (稀に発生する地震動)



注) 屋根柔性考慮: 建物周期 0.4s, 屋根面剛: 建物周期 0.3s

図28 天井面の水平震度分布 (稀に発生する地震動)

7. まとめ

本論文では、地震時に屋根面の面内変形が無視できないような鋼構造建物を対象として水平振動に着目し、屋根面および中間架構を連続体置換した理想的なモデルを導入することにより、実用上有効である簡易な振動特性の評価法を示した。学校体育館に対する例題を通して、本評価手法の妥当性を検証した。

本論文で得られた結論を以下に要約する。

- 屋根面および中間架構を連続体置換したモデルは、従来の集中質量とせん断ばねモデルからなる従来のモデルと同一の振動特性を与える。
- 屋根面に勾配がある場合には、固有振動数の低下および屋根面ブレース軸力の不均一性が若干みられるが、工学的には無視で

きる程度である。

- ・屋根面の柔性が建物の振動特性に与える影響は、妻面の剛比、屋根面の剛比、妻面の質量比の3つの無次元量に整理される。
- ・妻面質量が建物質量に比して非常に小さい場合には、振動モードの振幅比は妻面剛性と屋根面剛性の比で一意に表される。
- ・屋根面柔性の影響により、妻面の刺激関数は小さくなり、中央構面の刺激関数は大きくなる。妻面質量を無視できる場合には、剛床仮定に比べて、最大で1.3倍程度である。
- ・妻面がブレース構造である場合には、屋根面全面にブレースが配置されている場合でも、屋根面柔性が建物の振動特性に与える影響は大きく、屋根面を剛と見做すことはできない。
- ・鉄骨造平屋建てでは、天井告示における震度法に比べて応答スペクトル法による水平震度は小さくなる。

学校体育館には山形屋根や円筒屋根が多く、これらの上下応答の励起が天井の応力に及ぼす影響は無視できないため、これを本手法の拡張により評価することが今後の課題である。

なお、本論文で提案した方法を展開して、

- 1) 非一様加速度分布を受ける天井の水平地震時応答の評価方法
- 2) 等価線形解析法による屋根面ブレースの地震時応力の評価方法を別報にて報告する予定である。

参考文献

- 1) 文部科学省：学校施設における天井落下防止対策のための手引き，2013.8
- 2) 文部科学省：学校施設の非構造部材の耐震化ガイドライン，2013.3
- 3) 坂本順，小浜芳朗：鋼構造架構の動特性に関する考察(1)，非剛床架構の動特性，日本建築学会大会学術講演梗概集，pp.1401-1402，1983.9
- 4) 鈴木芳隆，小磯利博，小堀紀英，岡野創，小豆畑達哉，斎藤大樹：非剛床建物の設計上の取り扱いに関する検討，その2 非剛床建物の床剛性に関する検討，日本建築学会大会学術講演梗概集 B-1，pp.45-46，2010.7
- 5) 文部科学省：屋内運動場等の耐震性能診断基準（平成18年版）
- 6) 石川浩一郎，田村公一：多雪地に建つ大スパン屋根構造における梁間方向の地震荷重伝達性能，日本建築学会構造系論文集，第560号，pp.125-131，2002.10
- 7) 長屋敦士，柴田良一，中澤洋二，大家貴徳，加藤史郎：桁行き方向に地震動を受ける体育館のリスクアナリシス，その1 等価質点モデル，日本建築学会大会学術講演梗概集，B-1，pp.745-746，2009.7
- 8) 石川正浩，諸岡繁洋：学校体育館の梁間方向無次元化固有円振動数と負担せん断力，構造工学論文集，Vol.60B，pp.189-195，2014.3
- 9) 二階堂真人，伊山潤：梁間方向地震時における鉄骨造体育館の屋根ブレース最大軸力に関する考察，日本建築学会関東支部研究報告集，pp.149-150，2011.3
- 10) 皆川洋一：立体フレームの合理的解析法，日本建築学会中国・九州支部研究報告第8号，1990.3
- 11) 山田聖志，松本幸夫，齋藤英二：単層円筒ラチスシェル構造物の連続体置換を用いた静的地震荷重設定法，日本建築学会構造系論文集，第610号，pp.115-122，2006.12
- 12) R.R.Craig, Jr. and M.C.C.Bampton：Coupling of Substructures for Dynamic Analysis, AIAA J., Vol.6, No.7, pp.1313-1319, 1968
- 13) 文部科学省：学校施設の耐震補強マニュアル—S造屋内運動場編，2003.8
- 14) Wilson：Dynamic Analysis by Direct Superposition of Ritz Vectors, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.10, pp.813-821, 1982.11
- 15) 田川健吾，島川孝志：剛床仮定に必要な最小床剛性と床強度(1)—一層床の場合—，日本建築学会北陸支部研究報告集，pp.81-84，1990.7
- 16) A.K. Gupta and K. Cordero: Combination of Modal Responses, Transactions of the 6th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, Paper No. K7/5, 1981.8

- 17) D.W. Lindley and T.R. Yow: Modal Response Summation for Seismic Qualification, Proceedings of the 2nd ASCE Conference on Civil Engineering and Nuclear Power, Vol. VI, pp.8-2, Knoxville, 1980.9
- 18) 山本憲司，中原浩之，黒木正幸：屋根面ブレースが引張降伏する学校体育館の耐震診断法に関する基礎的検討，日本建築学会九州支部研究報告，第49号，pp.525-528，2010.3
- 19) 永井拓生，川口健一：在来工法吊天井の面内剛性の評価と振動性状に及ぼす影響について，日本建築学会大会学術講演梗概集，B-1，pp.883-884，2010.9
- 20) 金川基，渡壁守正，稲井慎介，石岡拓，脇山善夫，森田高市，長谷川隆，石原直：学校体育館の振動特性調査 その4 切り妻屋根体育館の常時微動計測・強制加振実験，日本建築学会大会学術講演梗概集，B-2，pp.591-592，2009.7
- 21) 建築性能基準推進協会：建築物の天井脱落対策に係る技術基準の解説，2013.10

付録1 勾配屋根に対する屋根面せん断剛性の近似式

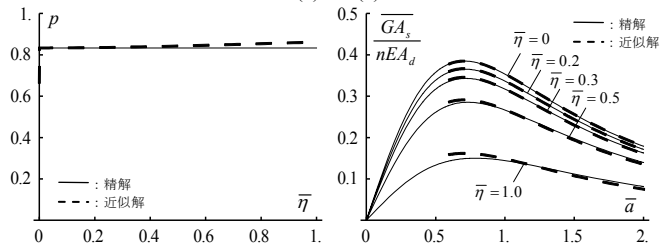
屋根に勾配があるときの屋根面のせん断剛性 \overline{GA}_d は、大梁とつなぎ梁・桁梁が剛であると仮定すれば、仮想仕事法により、式(1)が誘導される。ここで、屋根に勾配があるときには、屋根勾配 $\overline{\eta}$ に応じて、屋根面大梁の軸伸縮に伴う屋根面のせん断剛性の低下が認められる。本論文ではこの影響を無視しているが、これは大梁の細長比と屋根の半開角等により整理できると思われる。そこで、式(A1)の分母において、屋根面ブレースの角度 $\overline{\alpha}$ による項と屋根勾配 $\overline{\eta}$ による項が近似的にでも乗算的分離できれば、大梁の軸伸縮の効果を将来的に考慮するために便利である。そこで、以下のような近似を考える。

$$\frac{\overline{GA}_d}{nEA_d} \approx \frac{\overline{\alpha}}{(1+\overline{\alpha}^2)^{3/2}} \cdot \frac{1}{(1+\overline{\eta}^2)^{3/2p}} \quad (A1)$$

ここで、 p は未定定数である。 p を定める条件として、 $\overline{\alpha}=1$ のとき、式(1)と同値になる条件によれば、 p は以下のように表される。

$$p|_{\overline{\alpha}=1} = \frac{1}{3} \left[2 + \frac{\log\left\{\frac{1}{3}(2+\overline{\eta}^2)\right\}}{\log(1+\overline{\eta}^2)} \right] \quad (A2)$$

さらに、 p の $\overline{\eta}$ に対する変動は、付図1に示すように極めて小さいことから、式(A2)において、 $\overline{\eta}=0$ として得た $p=5/6$ を式(A2)に代入すれば、式(2)が得られる。付図2に示すとおり、式(2)は式(1)のよい近似となる。



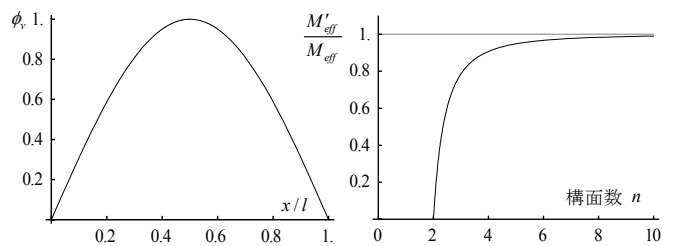
付図1 式(A1)における指数 p 付図2 せん断剛性の近似精度

付録2 集中質量系に対する有効質量

妻面を含む構面数を n とし、屋根面のみが付図3に示すように半波の正弦関数の振動モードで変位するものとする。このとき、質量を架構位置に集中質量と有する系（集中質量系）と屋根面に連続的に分布する系（分布質量系）の2つを考える。このとき、それぞれの有効質量を M_{eff} , M'_{eff} とすると、その比は、以下のように求められる。

$$\frac{M'_{eff}}{M_{eff}} = \frac{\pi}{2n_e} \cot\left(\frac{\pi}{2n_e}\right), \quad n_e = n-1 \quad (A3)$$

付図4に式(A3)を示す。架構数が4のとき、 $M'_{eff}/M_{eff}=0.95$ となり、同一の振動モードでも集中質量系と分布質量系では誤差が生じることとなる。



付図3 屋根面の振動モード 付図4 集中・分布質量系の有効質量

PRACTICAL EVALUATION METHOD FOR HORIZONTAL VIBRATION CHARACTERISTICS CONSIDERING ROOF FLEXIBILITY IN ONE STORY STEEL STRUCTURES

Kensaku KANEKO and Shojiro MOTOYUI***

* Assist. Prof., Dept. of Built Environment, Interdisciplinary Graduate School of Science and Technology, Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

** Prof., Dept. of Built Environment, Interdisciplinary Graduate School of Science and Technology, Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

It is widely known that the roof deforms unexpectedly in its plane in such steel structures as gymnasiums, warehouses and plants with relatively flexible roofs when subjected to seismic loading. This type of structures magnify non-uniformly distributed horizontal acceleration response in the roof due to a different drift angle in each frame and a longer natural period as compared with the structures having almost rigid roof. However, this critical behavior is not well considered in seismic design forces to determine the steel members and the ceiling hanged from the flexible roof. The objective of this study is to propose a practical evaluation method based on a hand calculation for the vibration characteristics in one story steel structures with a roof not considered as rigid. The whole structure is mathematically idealized in the following manner. The roof composed of a lot of beams and braces is modeled as one dimensional continuum beam with a uniform section and a uniform unit mass per length where lateral shear deformation is only supposed and the frames composed of beams and columns are regarded as continuum elastic supports acting on the continuum beam. The both sides of the end frames stiffened by braces are regarded as elastic springs having different rigidity from the elastic support and lumped masses connected to the both ends of the continuum beam. The vibration characteristics for the elastically equivalent vibration system are approximately derived based on the Rayleigh-Ritz method by using a sinusoidal displacement function in the roof because an explicit solution is not obtained by solving partial differential equation governing the vibration system. The variation of the natural period, the vibration modes and the participation factors are summarized with stiffness ratios and a mass ratio. The first stiffness ratio represents the ratio of the in-plane shear stiffness for the roof to the total story stiffness of the frames and the second one is the ratio of horizontal stiffness of the both sides of the end frames to the story stiffness. The mass ratio is sum of both sides of the lumped masses to the total mass in the structure. It is shown that a drift angle in the end frames reduce due to the additional roof deformation and the drift angle in the mid frames increase maximally up to 1.3 times as compared with structures with a rigid roof according to variation of the stiffness ratios. The proposed methods are verified comparing with the finite differential method and show good agreement with the solutions of the natural periods, the vibration modes, the participation factors and the effective masses obtained by the finite differential method in the wide range variety of stiffness ratios and mass ratios. The alternative approximate methods are derived in terms of practical use and also confirmed to have performance as good as previously proposed one. Finally, the two kinds of the proposed methods are validated through comparison with the direct frame analysis for two gymnasiums having an angled roof and a flat roof with round bar roof braces and end frames stiffened by round bar braces as a practical example. The both methods estimate natural periods almost without an error and vibration modes within allowable margin of the error.

(2014年4月10日原稿受理, 2014年8月22日採用決定)