

論文 / 著書情報
Article / Book Information

論題(和文)	低層非剛床建物における弾塑性挙動の包括的理解および最大応答予測法
Title(English)	Comprehension of Elasto-plastic Behavior and Evaluation Method of Maximum Seismic Response in Low-Rise Steel Structures with Roof Flexible in Plane
著者(和文)	金子健作, 元結正次郎
Authors(English)	Kensaku Kaneko, SHOJIRO MOTOYUI
出典(和文)	日本建築学会構造系論文集, Vol. 80, No. 715, pp. 1415-1425
Citation(English)	Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol. 80, No. 715, pp. 1415-1425
発行日 / Pub. date	2015, 9
Rights	日本建築学会
Relation	is version of: https://www.jstage.jst.go.jp/article/aijs/80/715/80_1415/_article/-char/ja/
Note	本文データは学協会の許諾に基づきJ-STAGEから複製したものである

低層非剛床建物における弾塑性挙動の包括的理解および最大応答予測法

COMPREHENSION OF ELASTO-PLASTIC BEHAVIOR AND EVALUATION METHOD OF MAXIMUM SEISMIC RESPONSE IN LOW-RISE STEEL STRUCTURES WITH ROOF FLEXIBLE IN PLANE

金子 健作*, 元結 正次郎**

Kensaku KANEKO and Shojiro MOTOYUI

This paper proposes the method to reduce the MDOF system to the equivalent SDOF system for low-rise steel structures with a flexible roof. The target structure has two braced frames and some moment resisting frames. Evaluation methods of the maximum seismic forces acting on frames are presented with dimensionless parameters. The envelope curve and the equivalent damping ratio of the SDOF system is formulated. It is confirmed that the roof deformation potentially magnify the maximum ductility factor at the side braced frame. Finally, the maximum elasto-plastic responses are predicted based on the response spectrum method.

Keywords : Slab flexibility, Gymnasium, Roof brace, Braced frame, Non-structural element, Ceiling

非剛床, 体育館, 屋根面ブレース, ブレース構造, 非構造部材, 天井

1. はじめに

大きな平面を有する体育館や工場において、妻面にブレースなどの水平剛性の高い構面を有する鋼構造の場合、純ラーメン部分の屋根面振動の増幅が広く知られる¹⁾。日本建築構造技術者協会(JSCA)から提言された「東日本大震災からの教訓」²⁾では、この影響を設計で配慮するよう求めている。著者らは、このような建物に対して、弾性時の固有周期や刺激関数等を連続体置換法により簡易に評価可能な手法を提案³⁾している。この手法に基づき、特定天井など耐震化を図った水平剛性の高い天井においては、天井吊元の屋根面が面内に大きく変形する場合、天井の斜め部材に大きな付加的応力が発生することを指摘⁴⁾した。ただし、いずれも建物が弾性であることに限定しており、大地震時の評価については不十分であった。

建物の弾性あるいは弾塑性時の挙動を評価するうえで、地震力の水平分布の設定は極めて重要である。許容応力度計算等に用いる設計用地震力の水平分布は、構造設計者の工学的判断に委ねられる。単純かつ保守的な方法として、各々の鉛直架構が独立して地震力に抵抗すると仮定する、所謂ゾーニング解析^{例えは 5)}が用いられる。一方、屋内運動場等の耐震性能診断基準⁶⁾（以下、屋体基準）の弾性解析による方法では、屋根面に生じる地震力が最外縁構面に伝達される際のせん断遅れ現象を考慮している。これは、水平震度一様の静的地震力を架構に作用させた弾性解析により屋根面ブレースの検討用応力を評価するものであり、石川らは、必要な屋根面ブレースの断面積を直接求める手法⁷⁾を提案している。精緻な方法として、学校体育館等の耐震性能設計ガイドライン⁸⁾では、立体骨組解析に立脚して、弾性時の振動モードに比例した静的地震力を与えることを基本としている。実用的な方法として、竹内らは、数多くの立体

骨組の動的解析により得られた応答を回帰分析して、空間構造の特徴を捉えた水平・鉛直応答分布の予測式を提案⁹⁾している。しかしながら、水平剛性の大きな妻面や桁面の降伏後においては、図1に示すように振動モードが弾性時から大きく変化するが、いずれもこの点は明確にされていない。中澤ら¹⁰⁾は、体育館を対象として、接線剛性の変化に応じて外力分布を逐次変化した静的増分解析¹¹⁾をおこない等価1質点系を作成しているが、市販の構造計算プログラムでの実用は困難である。

以上より、本研究は、文献1)と同様の低層の非剛床建物を対象として、大地震時の架構の最大水平変位や屋根面の最大加速度等を簡易に評価する手法を提案することを目的とする。趣旨を明確にするため、屋根面ブレースは屋根全面に配置され、かつ弾性を保持するものと仮定する。そのうえで、地震力の水平分布が建物の弾性応答や等価1質点系の作成に与える影響を理論的に考察したうえで、文献1)と同様に連続体置換法を採用して、等価1質点系の骨格曲線や等価減衰定数の在り方を理論的かつ包括的に検討する。

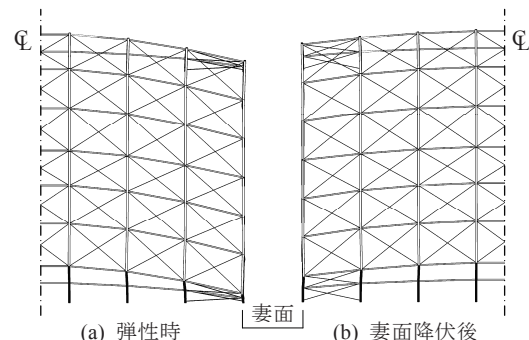


図1 弾塑性応答時の屋根面振動モードの変化

* 東京工業大学大学院総合理工学研究科人間環境システム専攻助教・博士(工学)

** 東京工業大学大学院総合理工学研究科人間環境システム専攻教授・工博

Assist. Prof., Dept. of Built Environment, Interdisciplinary Graduate School of Science and Technology, Tokyo Institute of Technology, Dr.Eng.

Prof., Dept. of Built Environment, Interdisciplinary Graduate School of Science and Technology, Tokyo Institute of Technology, Dr.Eng.

2. 水平地震力の平面的分布の相違が各種応答に与える影響

本章では、静的地震力分布の相違が弾性水平応答に及ぼす影響を考察し、等価1質点系作成の際の外力分布について検討する。

対象建物は、水平構面である屋根面をブレース構造とし、鉛直構面は水平剛性が相対的に大きな妻面架構と小さな中間架構から構成され、平屋建てであるものとする(図2)。最外縁の鉛直構面を便宜的に妻面と呼称しているが、桁行方向の検討にも適用可能である。

2.1 水平構面

屋根面の面内せん断力(以下、屋根面せん断力)を最も単純かつ保守的に評価する方法として、中間架構の水平剛性を無視し、屋根面に作用する地震力がすべて妻面に伝達されるものと考えて、水平震度を一様としたときに生じる最大の屋根面せん断力 Q_{v0} がある。加速度応答スペクトルを S_d 、屋根面の検討直交方向の長さを l 、屋根面の単位長さあたりの質量を $\overline{\rho A}$ として、鉛直構面数が理想的に無限大であれば、 Q_{v0} は以下のように表される。

$$Q_{v0} = \frac{1}{2} \overline{\rho A} \cdot S_d \quad (1)$$

この Q_{v0} に対する屋根面変形を考慮したとき(以下、屋根と床を区別せず非剛床と称す)の屋根面せん断力 Q_v の比を η_v で定義する。

$$\eta_v = Q_v / Q_{v0} \quad (2)$$

中間架構の水平剛性が零のときに $\eta_v = 1$ となる。一方、屋体基準では、図2(a)のように中間架構の水平剛性は考慮するが、屋根面の水平震度は一様であるものとして、静的応力解析により屋根面せん断力を算出する方法の一つの評価方法として規定している。これを図2(b)に示すような、剛性 k_e の端部ばねと単位長さあたりの剛性 \bar{k}_e の弾性支床に支持されたせん断剛性 $\overline{GA_s}$ を有するせん断梁³⁾が一様分布荷重 $\overline{\rho A} \cdot S_d$ を受ける問題に置き換えて考察する(付録1)。ここで、振動特性を支配する以下の無次元化定数を導入する³⁾。

$$\gamma_e = \frac{K_e}{K_f}, \quad \gamma_v = \frac{K_v}{K_f}, \quad \gamma_c = 1 - \gamma_e, \quad K_e = 2k_e, \quad K_v = \frac{\pi^2 \overline{GA_s}}{2l} \quad (3a-e)$$

ここに、 K_f は屋根面を剛としたとき(以下、剛床)の建物の層剛性である。 K_e, K_v はそれぞれ両妻面の水平剛性の和および屋根面の一般化剛性であり、 γ_e, γ_v は、 K_f に対するそれぞれの剛比である。支配方程式である常微分方程式から、 η_v は以下のように求められる。

$$\eta_v = \gamma_e \left[\frac{\gamma_{cv}}{\gamma_c} \frac{4\gamma_{cv} \cosh \bar{\gamma}_{cv} + \sqrt{2\pi\gamma_e} \sinh \bar{\gamma}_{cv}}{\sqrt{2\pi\gamma_e\gamma_{cv}} \cosh(2\bar{\gamma}_{cv}) + \left\{ \gamma_e \pi / 2 \right\}^2 + 2\gamma_c\gamma_v} \sinh(2\bar{\gamma}_{cv}) \right] \sinh\{\bar{\gamma}_{cv}(1-2\xi)\} \quad (4a-c)$$

$$\gamma_{cv} = \sqrt{\gamma_c\gamma_v}, \quad \bar{\gamma}_{cv} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \sqrt{\gamma_c/\gamma_v}$$

ここに ξ は、検討直交方向の無次元座標である。剛床のとき最大となる屋根面せん断力は、式(4a)で $\gamma_v \rightarrow \infty$ から $\eta_{v\max} = \gamma_e(1-2\xi)$ となる。

つぎに、振動モードに比例した地震力を受ける場合の屋根面せん断力について考察する。屋根面の水平変位 u は、変位応答スペクトルを S_d 、屋根面の刺激関数を ψ として、以下のように表される³⁾。

$$u = \psi S_d, \quad \psi = \psi_0(\gamma_e, \gamma_v, \mu_e) \{1 + (\chi - 1) \sin \pi \xi\} \quad (5a, b)$$

$$\chi = 1 + \kappa \bar{\gamma}_{e0}, \quad \bar{\gamma}_{e0} = (\gamma_e - \mu_e) / \gamma_v, \quad \kappa = 0.71 \quad (5c-e)$$

$$\psi_0 = \left\{ 1 + \tau_1 (2/\pi)^2 \bar{\gamma}_{e0}^{\tau_2} \right\}^{-1}, \quad \tau_1 = \tau_2 = 1.1 \quad (5f-g)$$

ここに ψ_0 は妻面の刺激関数、 $\chi\psi_0$ は中間架構中央の刺激関数であり、 χ は妻面の水平変位に対する中間架構の最大変位の比である。 μ_e は建物質量 M_f に対する片側妻面の質量の比である。建物の弾性時の1次固有円振動数 ω は、剛床仮定の固有円振動数 ω_0 とそれを補正する無次元円振動数 Ω を用いて、以下のように表される³⁾。

$$\omega = \Omega(\gamma_e, \gamma_v, \mu_e) \omega_0, \quad \omega_0 = \sqrt{K_f / M_f} \quad (6a, b)$$

$$\Omega = \sqrt{1 - \frac{\gamma_e}{\Lambda(\gamma_e, \gamma_v, \mu_e)}}, \quad \Lambda = \frac{\gamma_e(1-2\mu_e)}{\gamma_e - \mu_e} + \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \frac{\gamma_e}{(\gamma_e - \mu_e)^2} \gamma_v \quad (6c, d)$$

ここに、無次元円振動数 Ω は、式(3)で導入した剛比の変数となり、常に1以下の値となる。 S_d が S_d/ω^2 により表されることを考慮し、式(3)、式(5)および式(6)から、屋根面せん断力 $Q_{ve}(= \overline{GA_s} / l \cdot du / d\xi)$ を求め、これを屋根面端部($\xi=0, 1$)で評価すると次式を得る。

$$Q_{ve} = (2/\pi)^2 \gamma_v B M_f S_d, \quad B = \frac{1}{2} \pi (\gamma_0 / \Omega^2) (\chi - 1) \quad (7a, b)$$

本論文では、式(7a)をモード適応型の屋根面せん断力と呼ぶ。地震力分布の異なる2つの解析における屋根面のせん断力の一例を図3に示す。いずれの場合も屋根面剛比 γ_v が小さくなることにより、屋根面せん断力が小さくなる傾向を示す。図4に示すように、水平震度一様型の方が大きな屋根面せん断力を与えるが、屋根面ブレース

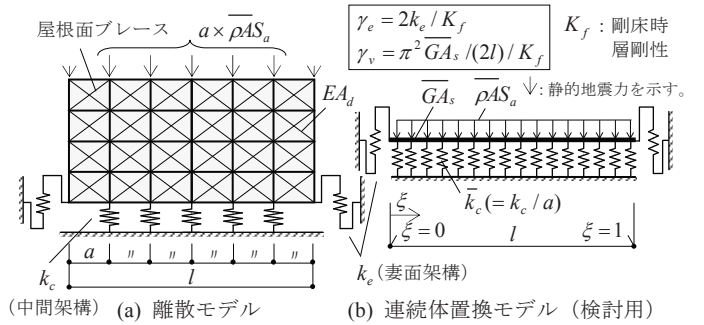


図2 水平面に投影した平面応力解析モデル

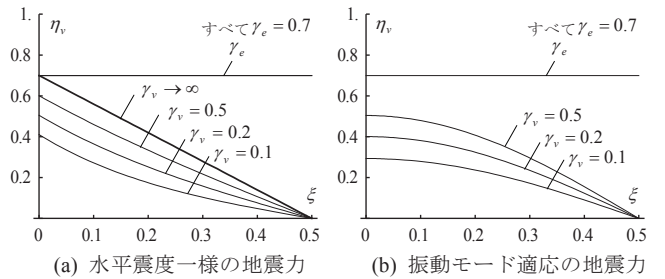


図3 連続体置換した屋根面のせん断力分布

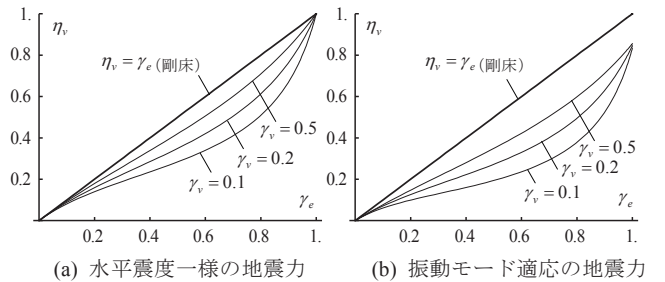


図4 連続体置換した屋根面端部の最大せん断力

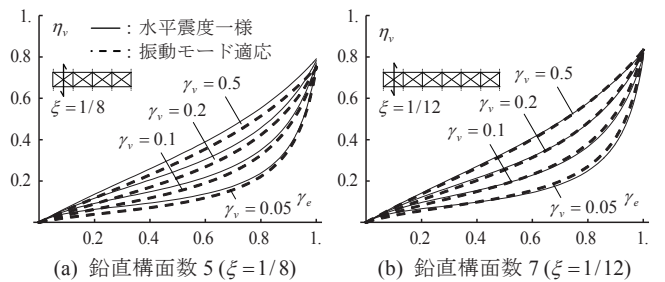


図5 屋根面の最大せん断力(屋根面ブレース個材の中心位置)

の軸力は、屋根面ブレース個材の中心位置の屋根面せん断力で評価されるため(付録2参照)、図5に示すように地震力の水平分布の差異が屋根面ブレースの最大軸力の差異に与える影響は小さい。

2.2 鉛直構面

水平構面と同様な解析により、鉛直構面の変位について考察する。

図6に屋根面あるいは鉛直構面の水平変位の分布を示す。水平震度一様の地震力は、妻面架構の水平変位を常に大きめに評価し、中間架構の中央部の最大水平変位を低めに評価している。その誤差は、妻面剛比 γ_e が大きくなるほど、また屋根面剛比 γ_v が小さいほど小さくなる傾向にある。妻面架構の水平変位を過少に評価することは、弾性応答では安全側となる。しかしながら、図6の結果を荷重 $\overline{\rho A} \cdot S_d$ の代わりに増分荷重に対する増分変位として見做せば、各部材の等価減衰定数をそのひずみエネルギーで重み付け平均して評価される建物の等価減衰定数¹²⁾は、過大に評価されることになる。また、天井への拘束力を誘発する屋根面の振幅比は、妻面と中間架構両者の変位の誤差が乗算されるために誤差が大きくなり、天井斜め部材の水平力は過少評価される⁴⁾。

つぎに、前節と同様に鉛直構面の負担水平力について考察する。鉛直架構の単位支持幅 a あたりの水平力 \overline{Q}_c は、 $\overline{Q}_c = \overline{k}_c u$ で表される。これを協働効果がない場合の架構に作用する地震力、所謂ゾーニング解析による水平力 \overline{Q}_{c0} で除した次式を導入する。

$$\eta = \overline{Q}_c / \overline{Q}_{c0}, \quad \overline{Q}_{c0} = \overline{\rho A} S_d \quad (8a, b)$$

η は、鉛直架構の水平震度の補正係数と見做せる。式(5)および式(6)を式(8)に代入して次式を得る。

$$\eta = (1 - \gamma_e) \chi \psi_0 / \Omega^2 \quad \text{for } \xi = 1/2 \quad (\text{中間架構の中央}) \quad (9)$$

連続体置換モデルから得られた式(9)は、極めて屋根面剛性が小さい場合には、最大値は $\mu_e = 0$ のときに $4/\pi$ となり、 $\mu_e \neq 0$ のときにはさらに大きな値となり、いずれも1を超過する。しかしながら、付録3に示すとおり、現実的な鉛直構面数であれば、概ね $\eta \leq 1$ となることから、式(9)で評価される η が1以上となる場合には、1とする。

3. 応答スペクトル法に基づいた架構の最大負担水平力の予測

3.1 弾性時における架構の最大負担力

屋根面の面内剛性 \overline{G}_A が既知である場合には、著者らが文献3)で提案している実用式により無次元数 ψ_0, χ および Ω を評価すれば、式(7)により屋根面せん断力を予測できる。しかし、無次元数単独の評価は比較的簡易でも、これらの組み合わせは若干煩雑である。本節では、これに代わり得る、さらに簡易な予測式を提案する。

図9に種々の γ_e, μ_e に対しての剛比 γ_v と式(7b)の B の逆数 B^{-1} の関係を示す。 γ_v と B^{-1} は概ね直線の関係にあり、 B^{-1} をその切片と $\gamma_v \rightarrow \infty$ における漸近線との傾きが一致するよう、

$$B^{-1} \approx \lim_{\gamma_v, \mu_e \rightarrow 0} B^{-1} + \left(\lim_{\gamma_v \rightarrow \infty} \partial B^{-1} / \partial \gamma_v \right) \cdot \gamma_v \quad (10)$$

で近似し、これを計算すると、次式を得る。

$$B^{-1} \approx \frac{1 - \gamma_e}{2} + \frac{\gamma_v}{\gamma_e - \mu_e} = \frac{\gamma_c}{2} + \frac{1}{\gamma_{e0}} \quad (11)$$

式(11)の近似精度は図9のとおりであり、式(11)を用いて無次元化した屋根面の最大せん断力は、次式で予測できる。

$$\eta_v = 2 \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \gamma_v \left(\frac{\gamma_c}{2} + \frac{1}{\gamma_{e0}} \right)^{-1} \quad (12)$$

式(7b)から得られる $\psi_0 / \Omega^2 = 2/\pi \cdot B/(\chi - 1)$ の関係を式(9)に代入し、式(5e)の $\kappa = 0.71$ の代わりに $\kappa = 2/\pi$ を代入すると次式を得る。

$$\eta = \gamma_c \frac{2\overline{\gamma}_{e0}/\pi + 1}{\overline{\gamma}_{e0}\gamma_e/2 + 1} \quad (\eta \geq 1 \text{ のときは } \eta = 1 \text{ とする}) \quad (13)$$

式(12)および式(13)の予測精度は、3.3節の検証で後述する。

3.2 弾塑性時における架構の最大負担力

前節の内容を弾塑性問題に拡張するための基本的考え方について述べる。水平構面は弾性を保持するものとして、水平力を大きく負担する妻面架構の塑性化により、次の2つの効果が見込まれる。

- ・妻面の剛性の低下(見かけ上の γ_e の減少)
- ・屋根面剛性の相対的増加(見かけ上の γ_v の増加)

したがって、両者の相乗効果により、式(5c, d)から妻面降伏後は振幅比が緩和され得ることが期待される。これを具体的に定式化する。

屋根面を免震化したシェル・空間構造の問題に竹内ら¹³⁾が適用した研究例等を参考にして、弾塑性時の妻面の等価水平剛性 K_e^{eq} を妻面の最大変位に対応する割線剛性とした値とし、妻面架構の層の塑性率を μ として、以下で表す。

$$K_e^{eq} = \tau_e K_e, \quad \tau_e = 1/\mu \quad \text{for } \mu \geq 1 \quad (14a, b)$$

一方、非剛床の場合の中間架構は、その水平剛性および降伏変形角が各構面ですべて同一でも、一部の構面で降伏が先行する。便宜的に中間架構の層の塑性率の代表値 $\overline{\nu}$ を導入し、妻面と同様に、中間架構の等価剛性 K_c^{eq} が以下のように表され得るものとする。

$$K_c^{eq} = \tau_c \overline{k}_c I, \quad \tau_c = 1/\overline{\nu} \quad \text{for } \overline{\nu} \geq 1 \quad (15a, b)$$

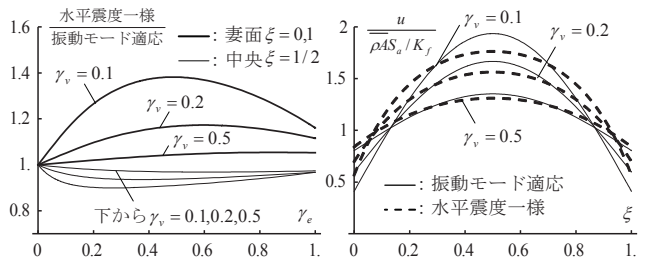


図6 屋根面の水平変位

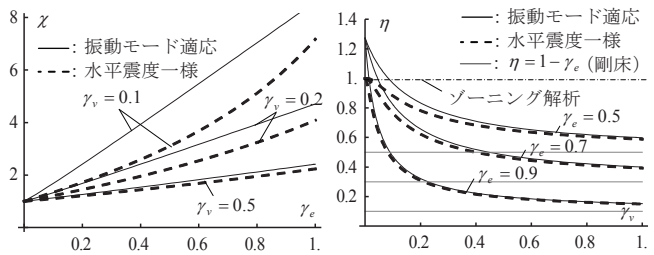


図7 屋根面の振幅比

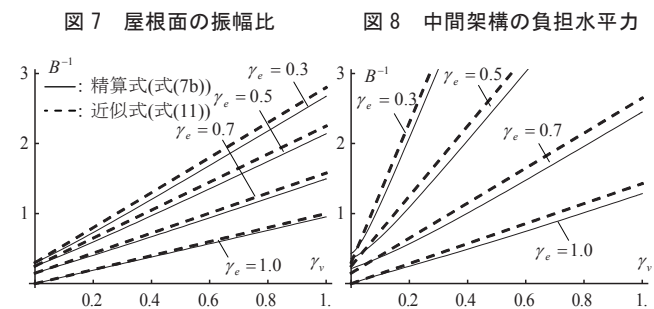


図8 中間架構の負担水平力

図9 屋根面の変形指標 B^{-1} と屋根面剛比の関係

このとき、式(14)および式(15)の等価剛性による弾塑性応答時の妻面と屋根面の等価な剛比 γ_e^{eq} および γ_v^{eq} は、以下のように表される。

$$\gamma_e^{eq} = \frac{\tau_e}{\tau_c(1-\gamma_e) + \tau_e\gamma_e} \gamma_e, \quad \gamma_v^{eq} = \frac{1}{\tau_c(1-\gamma_e) + \tau_e\gamma_e} \gamma_v \quad (16a, b)$$

$$\bar{\gamma}_{e0}^{eq} = (\gamma_e^{eq} - \mu_e) / \gamma_v^{eq}, \quad \chi^{eq} = 1 + \kappa \bar{\gamma}_{e0}^{eq} \quad (16c, d)$$

式(16c)から $\mu_e = 0$ ならば $\bar{\gamma}_{e0}^{eq} = \bar{\gamma}_{e0} / \mu$ となり、中間架構の降伏による剛性低減は振動モードの変化に何ら寄与しない。また、式(16d)から、妻面が降伏することにより屋根面の変形が著しく抑制され得る。

3.3 時刻歴応答解析による検証

3.1 節で提案した架構の最大負担水平力の予測式の精度を図 10 に示す多質点系の地震応答解析モデルを用いて検証する。

中間架構の復元力特性は弾性とし、妻面架構はスリップ型とノーマルバイリニア型の 2 種類とする (図 11)。妻面の前者は引張型ブレースに対する復元力特性を表したものであり、後者は、妻面に制振部材を配置する制振改修等¹⁴⁾を意図したものである。なお、スリップ型については、ブレースに山形鋼等の細長比がそれほど大きくない部材を用いた場合には、完全な引張ブレースとならずに圧縮側ブレース座屈後の停留耐力によるエネルギー吸収能力が認められるが¹⁵⁾、前述の 2 種類の復元力特性の組み合わせで評価できる。全体減衰は、瞬間剛性比例型減衰とし、弾性時の減衰定数を $h_0 = 5\%$ とする。地震波は模擬地震動とし、告示 1461 号で定義される解放工学的基盤面のスペクトルに告示の簡略法¹²⁾により評価した地盤増幅率 G_s (第二種地盤) を乗じて地表面の目標スペクトルとする。正弦波合成法における位相は一様乱数、地震動の継続時間 t_d は 60 秒とし、加速度振幅の包絡曲線は Jennings 型とする。減衰定数 $h_0 = 5\%$ の目標スペクトルに加えて、式(17)に示す笠井らの提案する応答低減効果係数 F_h ¹⁶⁾ を用いて減衰定数 5% の目標スペクトルに係数倍して低減した減衰定数 10, 20% の地震応答スペクトルを図 12 に示す。

$$F_h = \sqrt{(1 + \alpha h_0) / (1 + \alpha h)}, \quad \alpha = 75 \quad (17a, b)$$

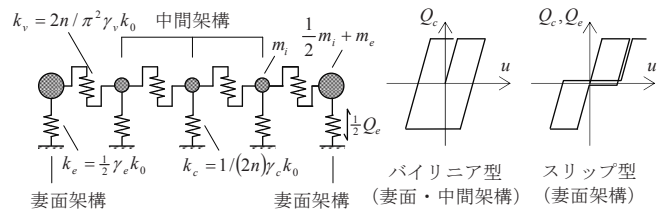
目標スペクトルの減衰定数以外の減衰定数の応答も概ね対応しており、式(17)は 4 章で述べる弾塑性時の応答予測に用いる。以上のもと、Newmark の β 法による直接積分法を用いて解析をおこなう。図 13~図 15 は、時刻歴応答解析の結果と予測式による結果の比較であり、予測式は十分な精度を有している。図 16 は、妻面の降伏耐力を変化させて、代表的な塑性率 μ に対する屋根面の最大変位分布を示したものであり、構面 k の弾性時の振動モードの振幅を ϕ_k として、構面 j の最大変位 u_j を次式で基準化した \bar{u}_j としている。

$$\bar{u}_j = \beta u_j / \sqrt{\sum_k m_k u_k^2}, \quad \beta = \sum_k m_k \phi_k / \sum_k m_k \phi_k^2 \quad (18a, b)$$

$\mu \leq 8$ 程度ならば、変位は弾性時と同様に概ね半波の正弦曲線を保持していることが解る。それ以上の μ では、変位にも高次モードの影響が発現する。塑性率 μ から式(16d)を用いて、振幅比 χ^{eq} を示したものが図 17 および図 18 であり良く対応している。また、妻面降伏時と最大変形時の屋根面の変形が同一と仮定すると次式を得る。

$$\chi^{eq} = 1 + (\chi - 1) / \mu \quad (19)$$

これは、式(5c)と式(16d)から $\mu_e \approx 0$ として χ^{eq} を求めた値に一致する。式(19)は $\mu_e \leq 0.3$ で高々 1 割未満の誤差であり、図 18 に示すように、式(16d)の代わりに式(19)を用いても実用上は問題ない。したがって、屋根面ブレースの応力や (天井がある場合の) 斜め部材の静的水平力⁴⁾は、妻面降伏後からはほぼ増加しない結論を得る。



注 1) 鉛直構面数が 5 の場合を代表例として示している。
 注 2) k_0 は基準剛性で目標固有周期 (特記なき限り 0.4 秒) に合うように決定する。
 注 3) いずれも降伏後の架構の接線剛性は、初期剛性の 1/1,000 とする。

図 10 地震応答解析モデル

図 11 架構の復元力特性

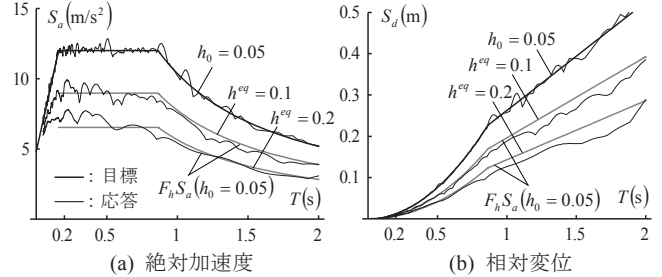


図 12 検討用地震波の地震応答スペクトル

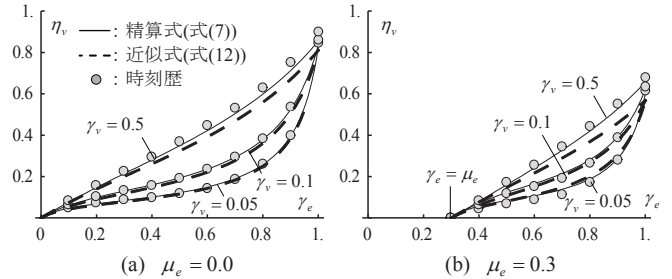


図 13 最大屋根面せん断力の予測 (弾性時)

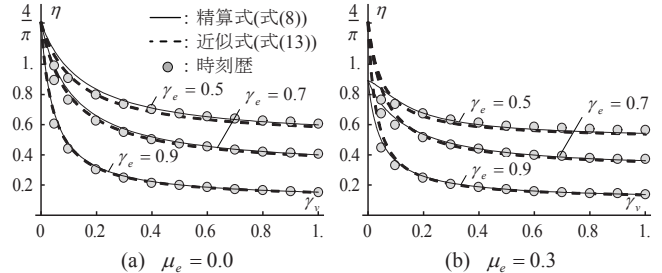


図 14 中間架構の最大負担水平力の予測 (弾性時)

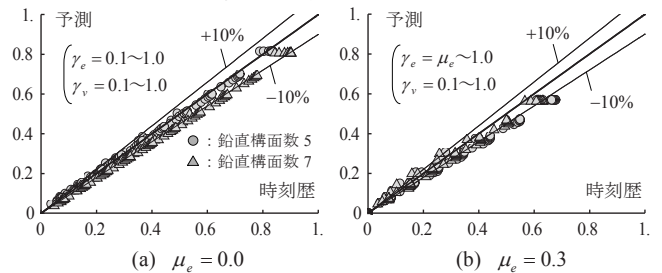


図 15 近似式による最大屋根面せん断力の予測精度 (弾性時)

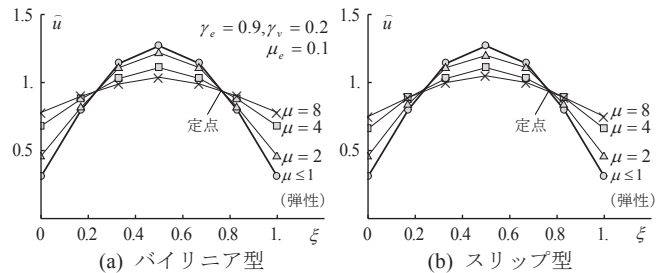


図 16 鉛直構面弾塑性時の基準化した屋根面の最大変位分布

4. 鉛直構面の最大水平応答の予測法

本章では、建物の耐震性能を支配するブレース構面の塑性率¹⁷⁾に着目し、時刻歴応答解析に依らずに予測する方法について説明する。

4.1 塑性率に対する支配方程式

地震動終了までに生じる妻面の塑性率 μ の最大値は、妻面の水平変位を d 、妻面の降伏時の水平変位を d_y および弾塑性応答時の建物の等価固有円振動数を ω^{eq} として、以下のように表される。

$$\mu = \frac{d}{d_y} = \frac{\psi_0^{eq}(\mu)}{\omega^{eq}(\mu)^2 d_y} F_h(\mu) S_a(\omega^{eq}(\mu), h_0) \quad (20)$$

ここに、 F_h は履歴減衰等の付加減衰による応答低減効果係数であり、式(17)を用いる。弾塑性時の妻面の刺激関数 ψ_0^{eq} は、 ψ_0 の γ_e, γ_v をそれぞれ $\gamma_e^{eq}, \gamma_v^{eq}$ で置換して評価される。ここで、剛床の場合に妻面降伏時に生じる層せん断力 \hat{Q}_y を導入して、 d_y を以下のように表す。

$$d_y = \hat{Q}_y / K_f \quad (21)$$

以降、記号(^)を剛床仮定により評価される諸量に用いる。さらに、重力加速度 g および剛床仮定に基づく降伏せん断力係数 C_0 を用いて、 \hat{Q}_y および妻面架構の水平耐力 Q_{ey} を次のように表す。

$$\hat{Q}_y = C_0 M_f g, \quad Q_{ey} = \gamma_e \hat{Q}_y \quad (22a, b)$$

剛床の場合の弾性固有周期 \hat{T} に対する等価固有周期 \hat{T}^{eq} の比 $\hat{\Gamma}$ は、慣用のバイリニア型復元力に対するものとして、以下で示される¹⁸⁾。

$$\hat{\Gamma} = \frac{\hat{T}^{eq}}{\hat{T}} = \sqrt{\frac{\mu}{1 + \gamma_e(\mu - 1)}}, \quad \hat{T} = 2\pi \sqrt{\frac{M_f}{K_f}} \quad (23a, b)$$

γ_e は剛床のときの等価1質点系の骨格曲線の2次勾配比となる。一方、非剛床の場合の弾性固有周期 T に対する等価固有周期 T^{eq} の比 Γ は、 T^{eq} を最大変形時に対応する割線剛性により評価すれば、式(23)から以下のように求められる。

$$\Gamma = (\Omega / \Omega^{eq}) \hat{\Gamma} \quad (24)$$

ここに、 Ω^{eq} は Ω の γ_e, γ_v をそれぞれ $\gamma_e^{eq}, \gamma_v^{eq}$ に置換したものであり、処女時には $\Omega^{eq} = \Omega$ である。妻面架構の塑性化の進展により、 $\hat{\Gamma}$ は増加するものの、 Ω / Ω^{eq} は振動モードの変化に伴い1から徐々に低下していく。ゆえに、式(24)の表現から常に $\hat{\Gamma} \geq \Gamma$ であり、剛床の場合に比べて、等価固有周期の伸長の鈍化をもたらす。

式(21)~(24)を式(20)に代入すれば、解くべき支配方程式として、最大塑性率 μ に対する非線形方程式が以下のように誘導される。

$$\mu = \left\{ \hat{\Gamma}^2 \frac{\psi_0^{eq}}{\Omega^{eq^2}} F_h \right\} \cdot \frac{S_a(\omega^{eq}, h_0)}{C_0 g}, \quad \omega^{eq} = \omega_0 \Omega^{eq} / \hat{\Gamma} \quad (25a, b)$$

式(25a)の中括弧内において、 $\psi_0^{eq} / \Omega^{eq^2} \leq 1$ (図19) および $F_h \geq \hat{F}_h$ であるから、妻面の塑性率を減少・増加させる反対の効果が塑性率の大きさに応じて同時に生起する。なお、 $F_h \geq \hat{F}_h$ となるのは、制振構造で制振部材の周辺架構の弾性変形等による、エネルギー吸収能力の低下減少¹⁸⁾と同様であり、詳細は4.3節で後述する。中間架構が降伏する場合、3.2節で示したように χ^{eq} は中間架構の層の塑性率 ν に依存しないことから、 $\bar{\nu}$ は妻面の塑性率 μ の従属変数となる。

4.2 等価1質点系の復元力の骨格曲線

建物の復元力の骨格曲線を併用した解法である capacity spectrum method の一種である限界耐力計算法は、建物の最大応答の図的な理解に有用であり、本節では骨格曲線の算定法について述べる。紙面の都合上、質量比 $\mu_e = 0$ の場合に限定する。

代表変位 D と塑性率 μ の関係について述べる。いま、基底関数と

して、時刻 t の割線剛性に基づく振動モード(固有関数) ϕ^{eq} を選択すれば、代表変位 D は以下のように表される。

$$D(t) = \frac{\int_0^1 \overline{\rho A} \phi^{eq}(\mu(t), \xi) \mu(t, \xi) d\xi}{\int_0^1 \overline{\rho A} \phi^{eq}(\mu(t), \xi) d\xi} \quad (26)$$

3.3節で変位 u は $u \propto \phi^{eq} d$ が示され、これを式(26)に代入すれば、

$$D(t) = \left[\int_0^1 \left\{ \phi^{eq}(\mu(t), \xi) \right\}^2 d\xi / \int_0^1 \phi^{eq}(\mu(t), \xi) d\xi \right] d(t) \quad (27)$$

となり、 $\phi^{eq} = 1 + (\chi^{eq} - 1) \sin \pi \xi$ を式(27)に代入すれば、次式を得る。

$$D = \frac{8(\chi^{eq} - 1) + \pi(\chi^{eq^2} - 2\chi^{eq} + 3)}{2(2\chi^{eq} + \pi - 2)} d \quad (28)$$

さらに、式(28)を χ^{eq} について1次の項までTaylor展開すると、

$$D \approx \left\{ 1 + 2/\pi(\chi^{eq} - 1) \right\} d \quad (29)$$

となる。式(29)の表現から、1次モードに限定すれば、代表変位の1次近似は変位の空間平均に一致する。図20に示すとおり、式(29)の近似誤差は、 χ^{eq} が4で約10%、 χ^{eq} が8で約15%である。

式(29)の定義を用いて骨格曲線を定式化する。妻面架構および中間架構の水平力の総和をそれぞれ Q_e および Q_c とすれば、

$$Q_e = K_e d = \gamma_e K_f d \quad \mu < 1 \text{ かつ } \nu < 1 \quad (30a)$$

$$Q_c = \int_0^1 \bar{k}_c u(\xi) d\xi = \gamma_c K_f \left\{ 1 + 2/\pi(\chi - 1) \right\} d \quad \mu < 1 \text{ かつ } \nu < 1 \quad (30b)$$

$$Q_c = \int_0^1 \bar{k}_c u(\xi) d\xi = \gamma_c K_f \left\{ 1 + 2/\pi(\chi^{eq} - 1) \right\} d \quad \mu \geq 1 \text{ かつ } \nu < 1 \quad (30c)$$

となり、式(29)を式(30)に代入し、建物の終局耐力を Q_u とすれば、等価1質点系の復元力 $Q (= Q_e + Q_c)$ は、以下のように整理される。

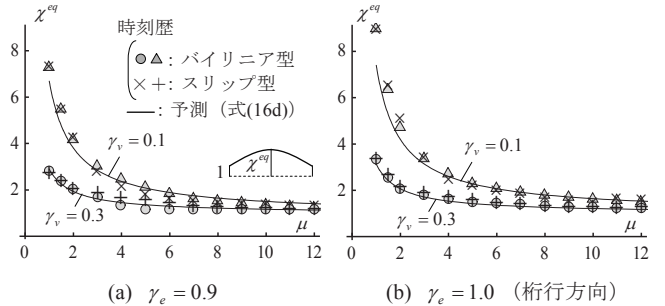


図17 妻面の塑性率と振幅比の関係(中間架構が常に弾性的場合)

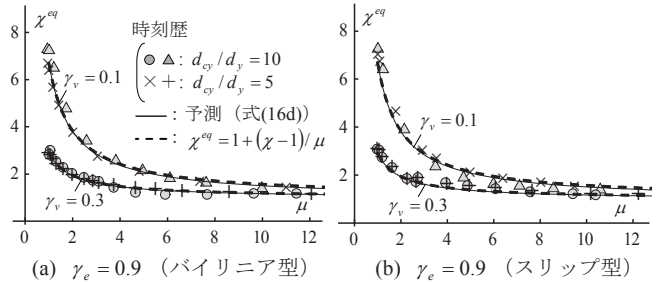


図18 妻面の塑性率と振幅比の関係(中間架構が降伏する場合)

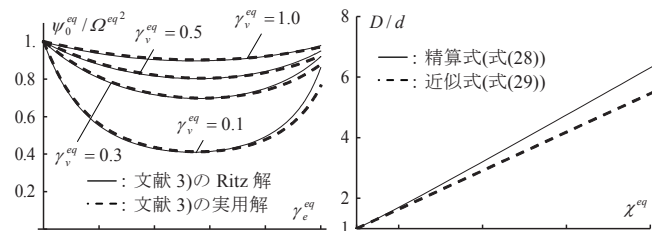


図19 刺激関数の影響

図20 代表変位の1次近似

(弾性時； $\mu < 1$ かつ $\nu < 1$)

$$Q = K_1 D, \quad K_1 = \left\{ 1 - \gamma_e \frac{\bar{\gamma}_{e0}}{\bar{\gamma}_{e0} + (\pi/2)^2} \right\} K_f \quad (31a, b)$$

(妻面架構降伏時； $\mu = 1$ かつ $\nu < 1$)

$$Q = Q_y, \quad Q_y = \left\{ 1 + (2/\pi)^2 \gamma_c \bar{\gamma}_{e0} \right\} \bar{Q}_y \quad (31c, d)$$

(妻面架構降伏後； $\mu \geq 1$ かつ $\nu < 1$)

$$Q = Q_{ey} + K_2 D, \quad K_2 = \gamma_c K_f \quad (31e, f)$$

(妻面・中間架構降伏後（終局時）； $\mu \geq 1$ かつ $\nu \geq 1$)

$$Q = Q_u, \quad Q_u : \text{層の終局耐力} \quad (31g)$$

図 21 に示すように、中間架構降伏前には、等価 1 質点系の骨格曲線はノーマルバイリニア型となり、屋根面剛性が小さい場合には、定常履歴が縮小し、等価減衰定数が低下することが予測される。

4.3 非剛床建物における等価減衰定数

4.2 節で誘導した復元力特性から、等価減衰定数は算出され得る。

しかし、建物の非剛床度合いを支配する剛比 γ_e, γ_v が等価減衰定数の減少にどのような影響を及ぼすかをより明確化するため、本節では、幾つかの等価減衰定数 h^{eq} の評価法について述べる。

h^{eq} を各架構種別の寄与分に加算的分離して、以下のように表す。

$$h^{eq} = h_0 + h_e^{eq} + h_c^{eq}, \quad h_e^{eq} = \gamma_e Y_e h_e^a, \quad h_c^{eq} = \gamma_c Y_c h_c^a \quad (32a-c)$$

ここに、 h_e^a, h_c^a はそれぞれ妻面架構および中間架構の構造要素単独の等価減衰定数であり、 Y_e, Y_c は剛床仮定により得られる等価減衰定数に対する非剛床の比であり、常に 1 以下となる。また、屋根面が剛のときには、その定義から 1 の値をとる（付録 4）。

4.3.1 妻面降伏かつ中間架構弾性の場合

はじめに、影響が相対的に小さい中間架構の履歴減衰を無視する。鉛直構面の局所的な降伏が減衰定数に及ぼす影響を考察するために複素剛性を用いて履歴減衰を表現する。これは、種々の剛比 γ_e, γ_v の組み合わせにより、層剛性が同一でも固有振動数が変化³⁾することから、振動数に依存しない減衰の導入が便利なためである。妻面架構の複素剛性 k_e^{eq*} を割線剛性 k_e^{eq} により次式で表現する。

$$k_e^{eq*} = k_e^{eq} (1 + 2h_e^a i), \quad i = \sqrt{-1} \quad (33a, b)$$

ここに i は虚数単位である。一方、実務的には、近似的にでも簡便な減衰評価が望まれるため、式(33a)とは別に Biggs の略算法¹⁹⁾により減衰定数を評価することとする。屋根面、妻面および中間架構のひずみエネルギーをそれぞれ U_v, U_e, U_c とすれば、1 次モードの等価減衰定数 h_e^{eq} は、以下のように表される。

$$h_e^{eq} = \frac{h_e^a U_e}{U_v + U_e + U_c} \quad (34)$$

ここに、それぞれのエネルギーは、単位の代表変位 ($D=1$) に対して、

$$U_v = \int_0^1 \frac{1}{2} G A_s \left(\frac{d\psi}{d\xi} \right)^2 d\xi, \quad U_e = 2 \times \frac{1}{2} k_e \psi_0^2, \quad U_c = \int_0^1 \frac{1}{2} \bar{k}_c \psi^2 d\xi \quad (35a-c)$$

であり、著者らの古典的モードによる刺激関数の近似的な実用解³⁾を用いれば、式(35)は、以下のように積分され、陽な解が得られる。

$$Y_e = \frac{1}{1 + 4\kappa \gamma_c \bar{\gamma}_{e0} / \pi + (\kappa \bar{\gamma}_{e0})^2 (\gamma_c + 2\gamma_v) / 2}, \quad \lim_{\gamma_c \rightarrow \infty} Y_e = 1 \quad (36a, b)$$

図 10 の解析モデルに対して、 $h_0 = 0$ かつ $h_e^a = 0.2$ とした場合の Foss の方法による複素固有値解析から得られる 1 次のモード減衰定数、Biggs の略算法および式(36)の提案式の比較をおこなう。検討する付加減衰定数 0.2 は、スリップ型の最大の減衰定数および制振改

修を想定した制振部材の付加減衰定数を想定している。図 22 に結果を示すとおり、屋根面の弾性変形により等価減衰定数が大きく低下しており、かつそれぞれの解は良く対応している。極小点の存在が確認される理由は、 γ_e^{eq} が大きいと鉛直構面の履歴吸収エネルギーが平面的に集中する一方で、屋根面の変形および対応するひずみエネルギーが相対的に大きくなる、互いに逆の効果が競合するためである。なお、弾塑性問題の場合には、式(36)の $\gamma_e, \gamma_v, \gamma_c (=1-\gamma_e)$ をそれぞれ $\gamma_e^{eq}, \gamma_v^{eq}, 1-\gamma_e^{eq}$ に置き換えればよい（付録 5）。このとき、 $\gamma_e^{eq} < \gamma_e, \gamma_v^{eq} > \gamma_v$ となるから、妻面の塑性率の増大に伴い、 Y_e は弾性時よりも 1 に近づくようになり、履歴減衰の効率が回復する。

ところで、式(36)は、設計に用いるには若干複雑である。図 22 の γ_e を γ_e^{eq} と読み替えて、剛比 γ_e^{eq} が概ね $0.5 + \mu_e$ 以上では、 Y_e は大きく変動しない。ゆえに近似式である次式も有用である。

$$Y_e \approx \lim_{\gamma_c \rightarrow 1} Y_e = \frac{1}{1 + \{\kappa(1-\mu_e)\}^2 / \gamma_v^{eq}} \quad \text{for } \gamma_e^{eq} - \mu_e > 0.5 \quad (37)$$

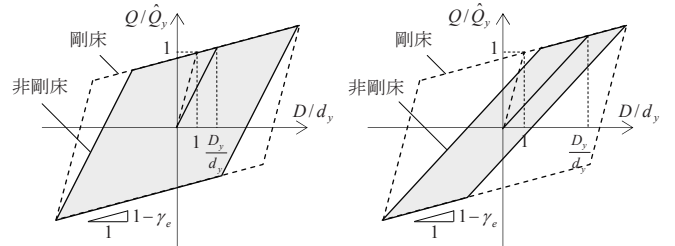
4.3.2 妻面および中間架構の両者が降伏する場合

つづいて、中間架構の降伏後の等価減衰定数 h_c^{eq} を誘導する。

妻面架構と同様に Biggs の方法により、次式で h_c^{eq} を与える。

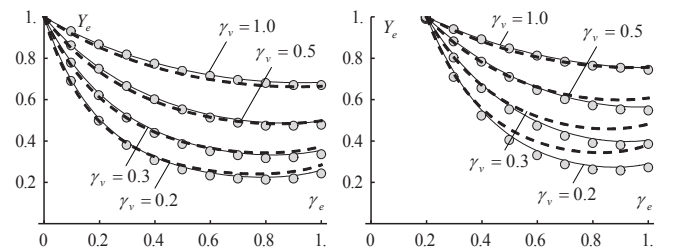
$$h_c^{eq} = \frac{\int_0^1 \frac{1}{2} h_c^a (v(\xi)) \bar{k}_c^{eq} (v(\xi)) \psi^2 d\xi}{U_v + U_e + U_c}, \quad U_c = \int_0^1 \frac{1}{2} \bar{k}_c^{eq} (v(\xi)) \psi^2 d\xi, \quad \bar{k}_c^{eq} = \frac{\bar{k}_c}{v(\xi)} \quad (38a-c)$$

ここで、3.3 節において鉛直構面の弾塑性応答時にも屋根面の振動モードは正弦曲線として評価できることが確認されたことから、中



(a) 屋根面の剛性が大きい場合 (b) 屋根面の剛性が小さい場合

図 21 等価 1 質点系の復元力の定常履歴（中間架構降伏前）



(凡例) ○: 複素固有値解析 —: Biggs の方法（離散系）
---: Biggs の方法（連続体系；式(36)）

(a) $\mu_e = 0$ (b) $\mu_e = 0.2$

図 22 屋根面変形による等価減衰定数の低下率（中間架構降伏前）

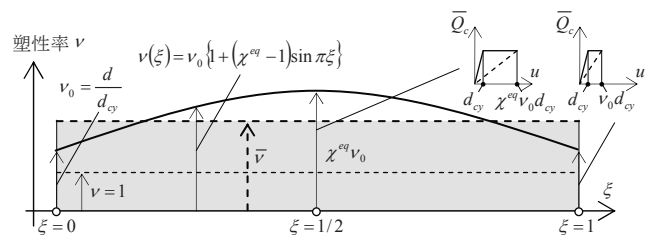


図 23 中間架構の層の塑性率分布および平均塑性率の導入

間架構の層の塑性率 ν の分布を屋根面端部位置の塑性率 ν_0 および弾塑性時の振幅比 χ^{eq} を用いて、以下のように表す (図 23 参照)。

$$\nu(\xi) = \nu_0 \phi^{ep}(\chi^{eq}(\mu), \xi) \quad (39)$$

ここで、構造要素の等価減衰定数 h_c^a は、柱脚以外の部材が降伏するとして、限界耐力計算法で規定される次式¹²⁾を採用する。

$$h_c^a(\nu(\xi)) = 0.8 \times \frac{2}{\pi} \left(1 - \frac{1}{\nu(\xi)} \right) \quad (40)$$

式(39)および式(40)を用いれば、特殊関数を用いることなく式(38)の定積分が可能であり、定積分により次式を得る。

$$h_c^{eq} = 0.8 \times \frac{2}{\pi} \frac{\gamma_c \left\{ \pi^2 \gamma_v^{eq} (\nu_0 - 1) + 4 \gamma_e^{eq} \nu_0 \right\}}{\pi \left(4 \gamma_c \gamma_e^{eq} + \pi^2 \gamma_v^{eq} \right) \left(\gamma_c + \gamma_e^{eq} \nu_0 \right) \nu_0} \quad (41)$$

式(41)において、当然ながら中間架構端部の塑性率が $1(\nu_0=1)$ のときに h_c^{eq} は零とならずに都合が良い。これは、既に中間架構のうち中央付近が先行して降伏しているためである。等価 1 質点系の復元力は、代表変位で記述されることから、中間架構の層の塑性率もこれに対応する形で記述するほうが都合が良い。式(29)から、式(41)において端部塑性率 ν_0 の代わりに中間架構の塑性率の空間平均 $\bar{\nu}$ (以下、中間架構の塑性率) を独立変数とする。すなわち、式(39)の空間平均値から求められる、式(39)を仮定したときに成立する $\nu_0 = \bar{\nu} / \left\{ 1 + 2 / \pi (\chi^{eq} - 1) \right\}$ の関係を式(41)に代入して、次式を得る。

$$h_c^{eq} = \gamma_c^{eq} \frac{\gamma_c}{1 - \gamma_e^{eq}} \left(\frac{4 \gamma_e^{eq} + \pi^2 \gamma_v^{eq}}{4 \gamma_c \gamma_e^{eq} + \pi^2 \gamma_v^{eq} + \pi^2 \gamma_e^{eq} \gamma_v^{eq} \bar{\nu}} \right) \times \left\{ 0.8 \frac{2}{\pi} \left(1 - \frac{1}{\bar{\nu}} \right) \right\} \quad (42)$$

式(42)は、 $\bar{\nu}=1$ のときに $h_c^{eq}=0$ となり、中括弧の項は式(40)の h_c^a における ν を $\bar{\nu}$ で置換した式となり、式(42)の下線部の項が Y_c となる。

$$Y_c = \frac{\gamma_c}{1 - \gamma_e^{eq}} \left(\frac{4 \gamma_e^{eq} + \pi^2 \gamma_v^{eq}}{4 \gamma_c \gamma_e^{eq} + \pi^2 \gamma_v^{eq} + \pi^2 \gamma_e^{eq} \gamma_v^{eq} \bar{\nu}} \right) \quad (43)$$

図 24 に中間架構の塑性率 $\bar{\nu}$ と Y_c の関係を示す。安全限界時の層間変形角⁸⁾を妻面架構に対して $1/100\text{rad}$ 、かつ中間架構を $1/50\text{rad}$ とすれば、 $\nu_0, \bar{\nu}$ はそれぞれ $0.5 \sim 1$ および 1.5 前後である。妻面をブレース構造とした場合には、 γ_e は 1 に近く、図 25 に示すとおり、中間架構のエネルギー吸収量は小さい。したがって、以降の議論では、紙面の都合上、中間架構の降伏は考慮しないものとする。

4.4 時刻歴応答解析による検証

4.4.1 等価固有周期

時刻歴応答解析による質点 j の変位 u_j および加速度応答 \ddot{u}_j を用いて、代表変位 D および代表加速度 A から T^{eq} を次式で算定する。

$$T^{eq} = 2\pi \sqrt{D_{\max} / A_{\max}}, \quad D_{\max} = \max_{t \in [0, t_d]} |D(t)|, \quad A_{\max} = \max_{t \in [0, t_d]} |A(t)| \quad (44a-c)$$

$$D(t) = \frac{\sum_j \phi^{ep}(\mu(t), \xi_j) u_j(t)}{\sum_j \phi^{ep}(\mu(t), \xi_j)}, \quad A(t) = \frac{\sum_j \phi^{ep}(\mu(t), \xi_j) (\ddot{u}_j(t) + \ddot{u}_g(t))}{\sum_j \phi^{ep}(\mu(t), \xi_j)} \quad (44d, e)$$

ここに、 ξ_j は構面 j の位置の無次元座標値 $\xi_j \in [0, 1]$ 、 \ddot{u}_g は地動加速度、 μ は瞬間の塑性率である。式(44)は、応答の 1 次モードへの射影であるが、時刻歴応答解析による結果が完全に $u \propto \phi^{ep}$ ならば、式(44d)は限界耐力計算法の表現と一致する。図 26 に式(44a)の算定結果を示す。屋根面剛比 γ_v が小さくなるほど、妻面架構の塑性化による固有周期の伸長の鈍化が確認され、これを予測的的確に捉えていることから、代表変位の定義が妥当であることが示される。

4.4.2 等価 1 質点系の復元力特性

多質点系 (図 10 の地震応答解析モデル) と等価 1 質点系の 2 つの系に対する直接積分法に基づく時刻歴応答解析により得られる代表

変位を比較し、誘導した等価 1 質点系の復元力特性と代表変位の選択の妥当性を検証する。

図 27 は、剛床時に同一の層剛性を有する建物に対する等価 1 質点系の復元力特性の屋根面剛比 γ_v による相違を示したものであり、地震動開始から時刻 20~30 秒の区間を代表例として記載している。無次元化した荷重変位関係において、骨格曲線の 2 次勾配を統一的に表していることが解る。また、 γ_v により 2 次勾配は変化しないため、同一の代表変位で比較すると、剛床の場合に比べて非剛床では、復元力の定常履歴が相対的に縮小している。図 28 に式(31)で規定されるバイリニア型の復元力特性を有する等価 1 質点系と多質点系の代表変位の過渡応答の比較を示す。等価 1 質点系が最大応答値や周期等を再現できており、これは復元力を正しく表現したうえでの結果である (図 29)。等価減衰定数についても、バイリニア型復元力特性の場合には、時刻歴応答解析から評価した substitute damping²⁰⁾ と式(32)および式(36)は、概ね良い対応となることを確認している。

5. 数値計算例

5.1 最大応答の予測法の概要

最大応答の予測は、式(25)を用いて妻面の塑性率を直接求解する方法 (方法 1)、式(31)から等価 1 質点系の代表変位を求解する方法 (方法 2) に分類される。方法 2 では、得られた代表変位 D から縮約と逆の手順をとり、妻面の塑性率 μ が求められる。等価 1 質点系の塑性率 Φ を代表塑性率と称すれば、 Φ は以下のように定義され、

$$\Phi = D / D_y, \quad D_y = \left\{ 1 + 2 / \pi (\chi - 1) \right\} d_y \quad (45a, b)$$

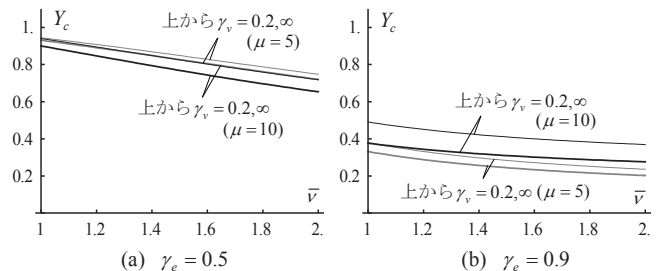


図 24 屋根面変形による中間架構部の等価減衰定数の低下率

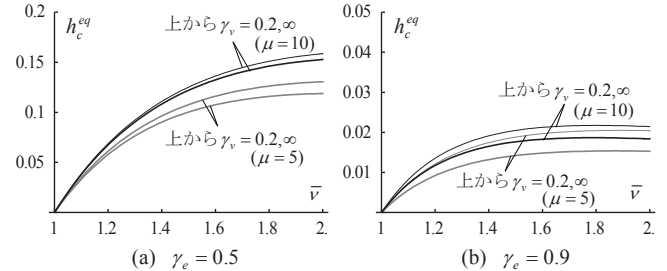


図 25 中間架構の等価減衰定数

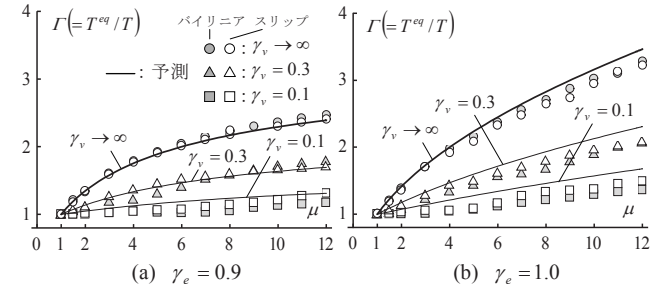


図 26 代表変位および代表加速度に基づく等価固有周期の予測

表面の塑性率 μ は、代表塑性率 Φ から以下のように求められる。

$$\mu = 1 + \frac{\gamma_v + (2/\pi)^2(\gamma_e - \mu_e)}{\gamma_v - (2/\pi)^2(1 - \gamma_e)\mu_e} (\Phi - 1) \approx \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \bar{\gamma}_{e0} (\Phi - 1) + \Phi \quad (46)$$

図 30 に示すように、表面の塑性率は、常に代表塑性率よりも大きい。

屋根面等の最大変位 u_{\max} および天井等の耐震設計に重要な最大絶対加速度 \ddot{u}_{\max} の空間平均⁴⁾は、

$$u_{\max}(\xi) = \mu d_y \phi^{sp}(\mu, \xi), \quad \text{mean}(\ddot{u}_{\max}) = F_h(\mu) S_o(\omega^{eq}(\mu)) \quad (47a, b)$$

として求められ、応答評価手順は最終的に図 31 のように整理される。

5.2 構造要素に対する減衰定数の仮定

軸力抵抗型であるブレース構造の塑性率は、純ラーメン構造に比べて大きくなるため、等価減衰定数の評価には、制振関連の指針類^{18), 21)}で推奨される Newmark-Rosenblueth の平均減衰定数²²⁾を用いる。(制振構面；バイリニア型)

$$h_e^a = \lim_{p_e \rightarrow 0} \left\{ \frac{2}{\mu \pi p_e} \ln \frac{1 + p_e(\mu - 1)}{\mu^{p_e}} \right\} = \frac{2}{\pi} \left(1 - \frac{1 + \ln \mu}{\mu} \right) \quad \text{for } \mu > 1 \quad (48)$$

ただし、表面架構の弾性剛性に対する降伏後の接線剛性の比 p_e を零としている。一方、表面架構の復元力特性がスリップ型となる場合には、 h_e^a は、次式で表されるものとする¹²⁾。

$$\text{(スリップ型)} \quad h_e^a = 0.2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\mu}} \right) \quad \text{for } \mu > 1 \quad (49)$$

5.3 時刻歴応答解析との比較

図 32 に等価 1 質点系より求めた最大応答分布を示す。変位分布は時刻歴応答解析の結果に比較的対応しているものの、絶対加速度分布には差異が見られる (図 32(b))。弾性時には絶対加速度応答に占める高次モード成分は小さいものの⁴⁾、弾塑性時にはそれが無視できないためである。これは、免震構造の上部構造において、非線形カップリング²³⁾で説明される高次モードの励起と本質的に同一な現象であり、今後の課題としたい。

時刻歴応答解析により、式(25)の予測式から塑性率 μ を不動点反復法により収束計算して求め (方法 1)、その精度を検証する。検討する地震動は、前述の検討に用いた告示波とする。池田ら²⁴⁾は、加速度応答スペクトル一定領域に属する固有周期 0.3~0.5 秒の短周期帯かつスリップ型復元力を有する 1 質点系の住宅系の低層鋼構造建物に対して、地震動の位相や継続時間により大きな予測精度のばらつきが生じることを示し、等価減衰定数の評価に対する問題点を提起している。したがって、構造要素が有する等価減衰定数の評価式の精度とそれを基にして屋根面変形の特徴を捉えた応答の予測精度を峻別するため、非正常性の少ない地震動に限定している。

剛床時の建物の弾性固有周期を $\hat{T} = 0.25s$ として、非剛床の場合の 1 次固有周期が 0.4s 前後となるようにしている。図 33 および図 34 に種々の降伏せん断力係数 C_o に対しての最大塑性率の関係を示す。表面の復元力特性がバイリニア型の場合には、屋根面の変形が全体的な応答増加をもたらしている。予測式による結果もこの傾向を捉えており、時刻歴応答解析による結果と概ね対応している。一方、表面の復元力特性がスリップ型の場合には、時刻歴応答解析による結果はバイリニア型と逆の傾向を示し、剛床の方が非剛床よりも小さな応答となっている。これは、定常履歴時には、非剛床の方が剛床よりも Caughey の最小二乗法による等価固有周期²⁵⁾が短くなるためと定性的には推測される。また、剛床時にも予測精度が悪い理由は、次のとおりである。笠井ら²⁶⁾は、粘性系ダンパーを付加したバ

イリニアスリップ型復元力特性をもつ 1 質点系について、振幅拡張時に生じるスリップ要素の履歴減衰エネルギーは、バイリニア要素のそれに比べて小さく無視できることを多数の時刻歴応答解析により確認したうえで、定常履歴に基づいた等価減衰定数により最大応答を予測している。本論文で対象とする建物は、バイリニア要素の履歴吸収エネルギーが零あるいは極めて小さく、前述の結論を適用すると、最大応答を極めて過大評価する (図 34)。これは池田ら²⁴⁾の結果に合致する。本例では、考えられる最長の固有周期として、表面ブレース弛緩状態の建物の接線剛性、すなわち定常履歴の第一

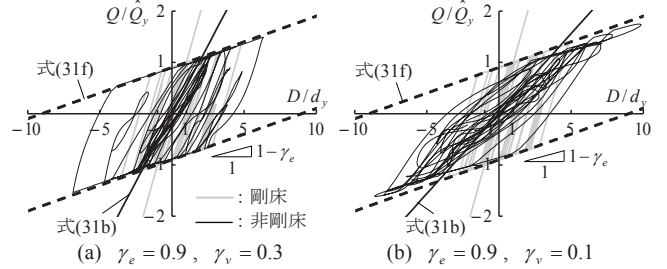


図 27 同一の層剛性の建物に対する等価 1 質点系の復元力

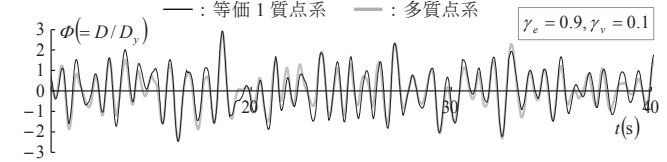


図 28 等価 1 質点系による代表変位の時刻歴応答の適合度

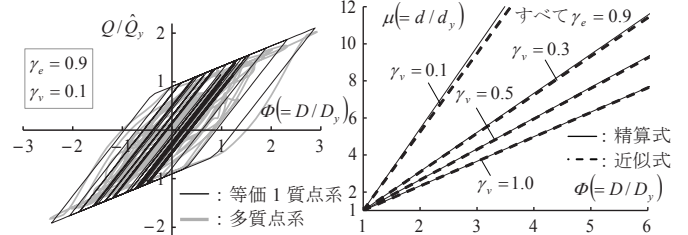
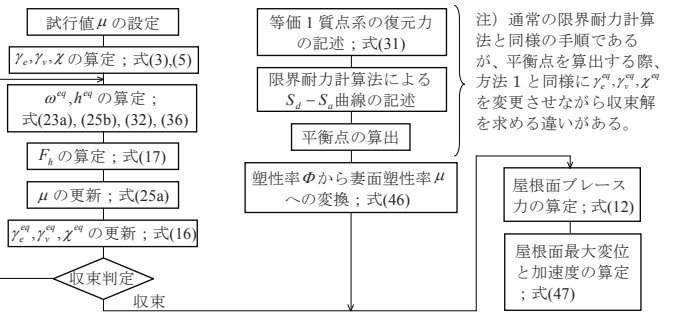


図 29 復元力の適合度

図 30 2 つの塑性率の関係



(a) 方法 1 (直接法) (b) 方法 2 (限界耐力計算法に準じる方法)

図 31 応答評価の手順

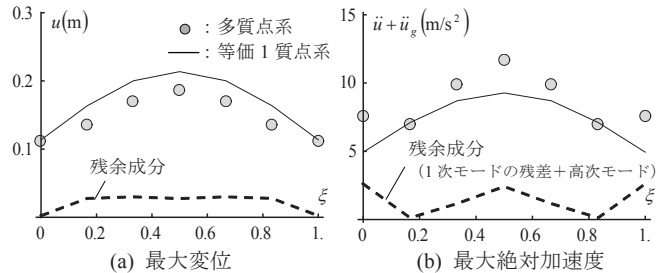


図 32 等価 1 質点系による最大応答分布の適合度

剛性に基づく等価固有周期も応答スペクトルの加速度一定領域に属している。

以上より、本論文で提案した応答予測法は、バイリニア型復元力に限定されるものであり、予測法のスリップ型への適用に際しての等価減衰定数や等価固有周期の修正は、今後の課題としたい。

6. まとめ

本論文では、屋根面の面内剛性の低い低層建物を対象として、連続体置換法により屋根面を等価なせん断梁に置換し、屋根面の柔性が地震時の水平応答に与える影響を解析的に考察した。応答スペクトル法に基づいた各種の弾性最大応答の予測式ならびに限界耐力計算法に準じた弾塑性最大応答の予測式を提案し、時刻歴応答解析と比較することにより、その精度および妥当性を検証した。

得られた結論を以下に要約する。

- 振動モードに適応する静的水平地震力に比べて、水平震度一様に基づく地震力は、屋根面に作用する最大せん断力を大きめに評価し、妻面架構の水平変位を過少に評価する。
- 建物が弾性時には、屋根面および中間架構が負担する水平力は、水平および鉛直構面の架構の剛性を組み合わせた2つの剛比と1つの質量比により整理され、応答スペクトル法に基づいた簡便な式により予測可能である。
- 弾性時には大きな屋根面の変形を伴う場合でも、水平力の負担が相対的に大きな妻面が降伏する後は、弾性時に比べて屋根面の振幅比が低下する。振幅比の低下は、妻面の塑性率により支配され、中間架構の塑性化による影響は小さい。鉛直架構が弾性・弾塑性に関わらず、また妻面の復元力特性に関わらず、塑性率が8程度以下であれば、屋根面の振動モードは半波の正弦曲線を保持する。
- 屋根面の最大変形は、妻面降伏時に生じる。したがって、屋根面ブレースの設計や天井がある場合の天井の斜め部材の設計は、この変形に基づいて設計をおこなえばよい。
- 屋根面の弾性変形の影響により、ブレース構面の塑性エネルギー吸収効率が低下する。これは、建物の等価減衰定数の低下として表され、前述の剛比と質量比により表される。
- 代表変位として、割線剛性に基づく振動モードを基底関数とした一般化変位を採用すれば、等価1質点系の復元力特性は、中間架構が降伏するまではノーマルバイリニア型に帰着される。
- 妻面の復元力特性がバイリニア型の場合には、等価1質点系により、最大変位を十分な精度で予測可能である。スリップ型の場合には、剛床あるいは非剛床に関わらずに予測は困難であり、用いる構要素の等価減衰定数の評価の改善が必要である。
- 屋根面の最大加速度については、妻面の復元力特性がバイリニア型の場合には、空間平均は概ね予測できるものの、高次モードの影響が無視できないため、最大値は過少評価となる。

本論文で対象外とした、屋根面ブレースが降伏する場合や屋根面ブレースが屋根全面に存在しない中抜けブレース形式の構造に対しても、本手法を比較的容易に拡張できるものと考えている。

屋根面の加速度応答およびスリップ型復元力特性に対する応答の評価に対して残る課題は、今後の研究で改善していく予定である。

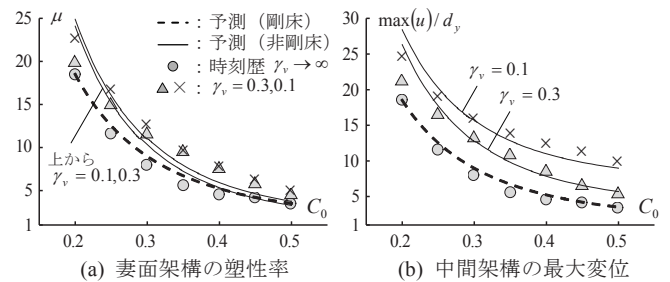


図 33 同一の層剛性の建物における最大応答（バイリニア型）

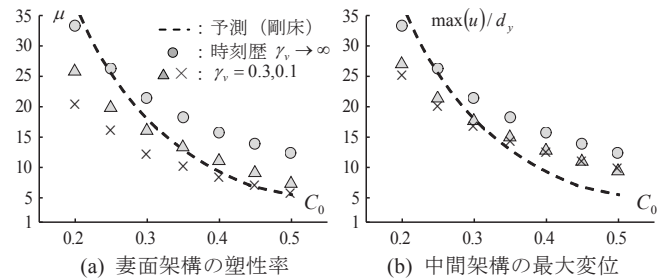


図 34 同一の層剛性の建物における最大応答（スリップ型；参考）

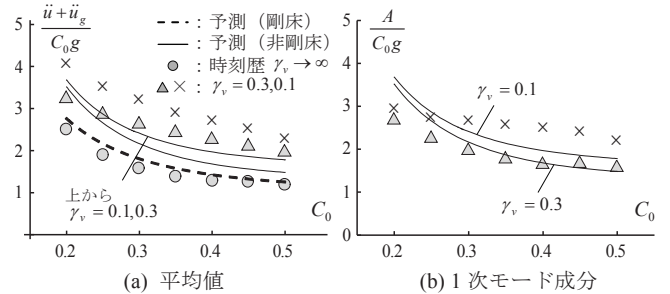


図 35 屋根面の最大絶対加速度（バイリニア型）

参考文献

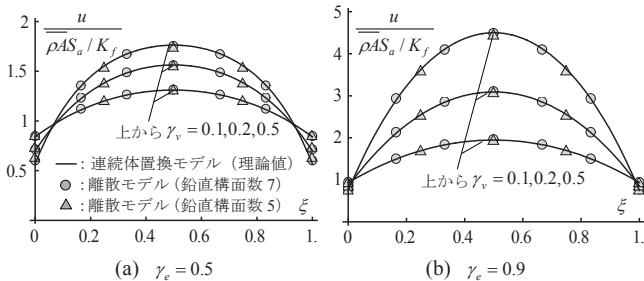
- 日本建築学会：空間構造の動的挙動と耐震設計，2006.3
- 日本建築構造技術者協会：東日本大震災からの教訓 JSCA の提言，日本建築構造技術者協会，2012.6
- 金子健作，元結正次郎：屋根面の面内柔性を考慮した鉄骨造平屋建ての水平方向振動特性評価，日本建築学会構造系論文集，No.706，pp.1805-1815，2014.12
- 金子健作，元結正次郎：屋根面変形により非一様加速度分布を受ける吊天井の水平震度分布，日本建築学会構造系論文集，No.712，pp.861-871，2015.6
- 日本鋼構造協会：JSSC 低層一方向ラーメン・他方向ブレースシステム設計仕様書・同解説，2012.7
- 文部科学省：屋内運動場等の耐震性能診断基準，2006.5
- 石川浩一郎：多雪地に建つ大スパン屋根構造における梁間方向の地震荷重伝達性能，日本建築学会構造系論文集，No.560，pp.125-131，2002.10
- 学校体育館等の性能設計ガイドライン（案）、セミナー：学校体育館等の耐震性能設計 資料，日本建築学会・シェル空間構造運営委員会・耐震性能小委員会，2008
- 竹内徹，堤友紀，熊谷知彦，小河利行：制振部材を用いた鉄骨造学校体育館の耐震改修および屋根部の地震応答，日本建築学会構造系論文集，No.656，pp.1891-1900，2010.10
- 中澤祥二，柳澤利昌，加藤史郎：Pushover 解析に基づく鋼構造体育館の動的靱性指標の評価，日本建築学会構造系論文集，No.683，pp.111-118，2013.1
- Bracci J. M., Kunnath S. K. and Reinhorn A. M.: Seismic performance and retrofit evaluation of reinforced concrete structures, ACI Structural Journal, Vol. 123, No.1, pp.3-10, 1997.1
- 国土交通省：2007 年度版 建築物の構造関係技術基準解説書，2007
- 竹内徹，高松謙伍，熊谷知彦，小河利行：免震支承が挿入された支持架構付きラチスドームの地震応答評価，日本建築学会構造系論文集，No.641，pp.1259-1266，2009.7
- 竹内徹，西牧松，松井良太，小河利行：山形鋼ブレースを有する鉄骨造体育館の地震被害分析および制振補強効果の検証，日本建築学会構造系論

文集, No.690, pp1503-1512, 2013.8

- 15) 小澤亮公, 尾澤聡, 山下哲郎: 山形鋼を用いた X 型ブレースの耐震性能に関する実験的研究 その2 繰返し加力実験結果とエネルギー吸収能力の評価, 日本建築学会大会学術講演梗概集, C-1, pp.803-804, 2009.8
- 16) 笠井和彦, 伊藤浩資, 渡辺厚: 等価線形化手法による一質点弾塑性構造の最大応答予測法, 日本建築学会構造系論文集, No.571, pp.45-55, 2005.9
- 17) 加藤史郎, 中澤祥二, 大家貴徳, 柏井恭平: 弾塑性地震応答解析に基づく体育館等のブレースの動的靱性指標の検討, 日本建築学会構造系論文集, No.647, pp.129-135, 2010.2
- 18) 日本建築学会: 鋼構造制振設計指針, 2014.11
- 19) J. M. Roesset and R.V. Whitman, R. Dobry: Modal analysis for structures with foundation interaction, Proc. ASCE, Vol. 99, No. ST3, pp.399-416, 1973.3
- 20) Shibata, A. and M.A. Sozen: Substitute-structure method for seismic design in R/C, Proc. ASCE, Vol. 102, No. ST1, pp.1-18, 1976.1
- 21) パッシブ制振構造 設計・施工マニュアル, 日本免震構造協会, 2013.11
- 22) N. M. Newmark and E. Rosenbluth: Fundamentals of Earthquake Engineering, Prentice-Hall Inc, 1971
- 23) R. I. Skinner, W. H. Robinson and G. H. McVerry: An introduction to Seismic Isolation, Wiley, 1993.7
- 24) 池田勝利, 青木博文, 錦織雅夫: 鉄鋼系低層建築物の地震応答性状に関する研究 限界耐力計算における等価線形化法の検討, 構造工学論文集, Vol.50B, pp.411-418, 2004.3
- 25) T. K. Caughey: Sinusoidal excitation of a system with bilinear hysteresis, Journal of Applied Mechanics, pp.640-643, 1960.12
- 26) 笠井和彦, 西原耕作, 蒲武川, 大木洋司, 坂田弘安, 松田和浩: スリップ型特性をもつ構造に粘性系ダンパーを用いる場合の最大応答予測法, 日本建築学会構造系論文集, No.646, pp.2227-2236, 2009.12
- 27) J. P. Ellington: The beam on discrete elastic supports, Bulletin of the international railway congress association, Vol.34, No.12, pp.933-941, 1957.12

付録1 静的問題における屋根面の連続体置換の適用性

静的問題における屋根面の連続体置換誤差について述べる。一般に差分方程式(離散モデルの支配方程式)と連続体置換した微分方程式の両者の特性方程式の根を比較することにより、連続体置換の適用範囲を理論的に示すことができる²⁷⁾。ここでは、その代りに素朴な方法として、種々の剛比に対して、水平震度を一樣とした地震力に基づく静的解析により得られる離散モデルの変位と連続体置換モデルの微分方程式の解を比較する。付図1に示すように両者の変位 u は一致しており、変位の空間微分から得られる屋根面せん断力も一致するであろうことは自明である。



付図1 離散モデルと連続体置換モデルの静的変位の比較

付録2 屋根面ブレースの軸力の算定方法

連続体置換したモデルから求められた屋根面せん断力 Q_c から屋根面ブレースの軸力 N_b を求めるためには、力を座標変換すれば容易に求められる。

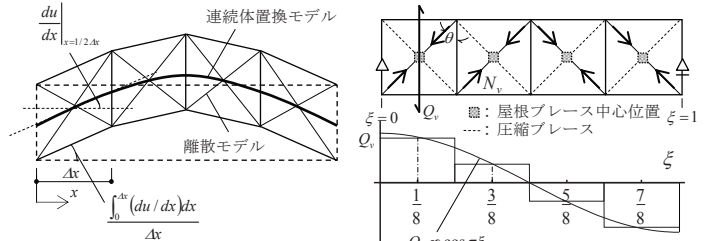
$$N_b = (Q_c / \cos\theta) / n \quad (A1)$$

ここに、 n は検討方向の屋根面ブレースの組数である。連続体置換した梁の Q_c は連続的に変化するのに対して、元の構造の N_b は離散的に変化する量である。したがって、式(A1)により N_b を求めるためには、梁のいずれの材軸位置 ξ のせん断力 $Q_c(\xi)$ を参照するかが問題となる。実務設計で慣習的に用いられる方法である、平行弦トラスを連続体置換により梁としてモデル化する場合、応力解析により得られた材端力から材内部のモーメント分布を材の釣り合い条件から挿し、最終的に平行弦トラスの構成部材の応力を復元することとなる。すなわち、応力法に依っている。しかし、本論文では、Rayleigh-Ritz法を用いた変位法に基づいているため³⁾、得られた梁の変形から屋根面トラスの構成部材の応力を求めることとなる。したがって、次のように考える。付図2のように変位が骨組と連続体で等しいとしたときの屋根面せん断ひずみ(屋根面ブレース軸力に比例)を付図3に示す。例えば、端部の屋根面ブレースの軸力を求める場合、精算する手法として、せん断ひずみを両鉛直構面間で積分したせん断変形角を求めて、ブレースの応力を評価することが考

えられる。簡便な方法としては、ブレース個材の中心位置(付図3)のせん断ひずみをせん断変形角と見做す方法が考えられる。本論文で対象とする鉛直構面数のうち最小である構面数が5の場合について、この両者の差異を検討する。せん断変ひずみを $du/dx (=u')$ および構面間隔を $\Delta x = l/4$ と表記して、精解と近似値の比率は、以下ようになる。

$$u'_{\xi=l/8} \left\{ \left(\int_0^{l/4} u' dx \right) / \Delta x \right\} = 1.03, \quad u'_{\xi=3/8l} \left\{ \left(\int_{l/4}^{l/2} u' dx \right) / \Delta x \right\} = 1.03 \quad (A2a, b)$$

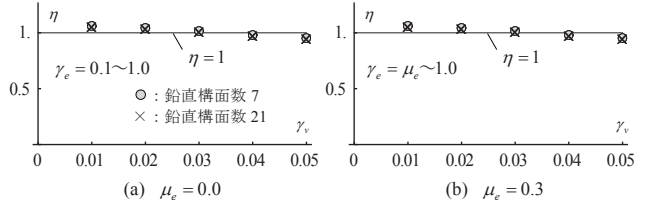
式(A2a, b)から、誤差は高々3%であり、構面数が増加すればこの誤差はさらに減少するから、屋根面ブレースの軸力を算定するには、当該ブレース個材の中心位置の屋根面せん断力を座標変換しても精度良い近似となる。



付図2 連続体と離散系のせん断変形角 付図3 屋根面せん断力の分布

付録3 極めて屋根面剛性が小さい場合の中間架構の負担水平力

連続体モデルにおいて、極めて小さな屋根面剛比 γ_v のもとでは、理論的に η が1を超過する。しかし、付図4の離散モデルの数値計算例に示されるように、現実的な構面数や屋根面剛性のもとでは、 η は概ね1以下となる。したがって、式(13)では適用範囲を $\eta \leq 1$ としている。



付図4 中間架構の負担水平力

付録4 屋根面剛のときの等価減衰定数

2次勾配比 p のバイリニア型復元力特性における塑性率 μ のときの定常状態における等価減衰定数 \hat{h}^{eq} は、以下で表される。

$$\hat{h}^{eq} = \frac{2}{\pi} \frac{1-p}{\mu} \left(1 - \frac{1}{\mu} \right) \frac{1}{(1-p)\mu + p} \quad (A3)$$

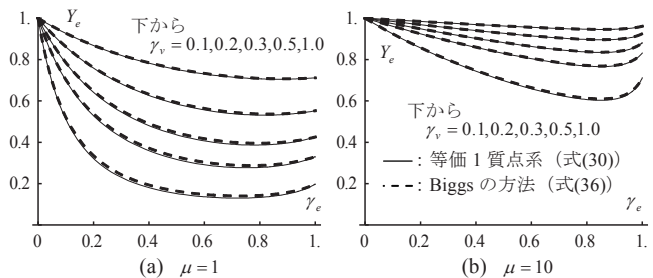
これに $p = 1 - \gamma_e$ を代入すると、式(16a)と併せて次式を得る。

$$\hat{h}^{eq} = \frac{1/\mu}{(1-\gamma_e) + \gamma_e/\mu} \frac{2}{\pi} \left(1 - \frac{1}{\mu} \right) = \gamma_e^{eq} Y_c \Big|_{\gamma_e \rightarrow \infty} h_e^{eq} \quad (A4)$$

式(A4)は、式(32b)に帰着し、本提案手法による屋根面変形を考慮した等価減衰定数は、従前の減衰定数と連続性を有するものであることが示された。

付録5 等価1質点の骨格曲線から得られる等価減衰定数との等価性

4.2節では、等価1質点系の骨格曲線は、バイリニア型になることが示された。式(31)から2次勾配比 $p (=K_2/K_1)$ を求め、等価1質点系の塑性率 $\Phi = \Phi(\mu)$ (式(46)の逆関数) から、等価減衰定数 \hat{h}^{eq} は求められる。式(32)および Biggs の略算法である式(36)の γ_e および γ_v をそれぞれ γ_e^{eq} および γ_v^{eq} に置換して得られる等価減衰定数は一致すべきである。付図5は、妻面の塑性率 μ が同一の場合の剛床に対する非剛床建物の等価減衰定数の比であり、両者は一致している。ただし、質量比 μ_e が零と見做されない場合には、両者の差異は γ_e が小さいほど無視できなくなるため、 $\mu_e = 0$ の仮定により得られた式(31)の骨格曲線から等価減衰定数を算出するのではなく、式(36)を用いるのが望ましい。



付図5 2つの手法による等価減衰定数の等価性 ($\mu_e=0$ の場合)

COMPREHENSION OF ELASTO-PLASTIC BEHAVIOR AND EVALUATION METHOD OF MAXIMUM SEISMIC RESPONSE IN LOW-RISE STEEL STRUCTURES WITH ROOF FLEXIBLE IN PLANE

Kensaku KANEKO and Shojiro MOTOYUI***

* Assist. Prof., Dept. of Built Environment, Interdisciplinary Graduate School of Science and Technology, Tokyo Institute of Technology, Dr.Eng.

** Prof., Dept. of Built Environment, Interdisciplinary Graduate School of Science and Technology, Tokyo Institute of Technology, Dr.Eng.

This paper proposes the method to reduce the MDOF system to the equivalent SDOF system for low-rise steel structures with a flexible roof. The target structures have two braced frames and some moment resisting frames. The former frames are arranged at the both sides. The latter ones are uniformly arranged between both sides. The horizontal stiffness of the moment resisting frames is assumed to be smaller than one of the braced frames. The present structural style is the most popular among gymnasia or manufacturing buildings. The deformable roof is ideally replaced by a beam having uniform in-plane shear rigidity. The structure is modeled as the beam resting on elastic foundations of which rigidity represents the story stiffness of the vertical frames. The objective of this study is to find proper distribution profile of a static seismic load prescribed to the roof, the equivalent viscous damping factor and the envelope curve of the equivalent SDOF system by solving the differential equation governing the continuum model. Firstly, seismic behavior of the structure in elastic range is discussed. The derived solution concludes that values of displacement and the stress acting on the both side vertical frames by using a uniformly distributed load, which is usually used in the actual design process, become smaller than ones obtained by a spatially variable load proportional to the first vibration mode shape. The fact leads to underestimating the equivalent damping factor of the equivalent SDOF system because the yielding behavior of the side frames mainly dissipates the input energy. Convenient hand calculation methods of predicting story shear forces and roof brace forces are presented with dimensionless parameters consisting of the frame rigidity in elastic range. This method is based on the seismic load proportional to the first vibration mode. The estimated maximum forces show excellent agreement with the forces obtained by a direct time history analysis of the MDOF system. Next, the elasto-plastic behavior of the structure is assessed. Many results of time history response analysis of the MDOF system show the following helpful results to formulate the equivalent SDOF system. The distribution profile of the maximum horizontal displacement can be expressed as a half sinusoidal curve which amplitude is governed by the maximum underwent ductility factor at the side frames. The elongation of the equivalent natural period in elastic-plastic response becomes smaller than one in the structure with a rigid roof in terms of the same ductility factor in the side frames. The equivalent SDOF system is formulated in view of these facts. The envelope curve of the equivalent SDOF system is represented as a normal bilinear type using time-dependent mode shape varying according to the ductility factor. This envelope curve is applicable even if the mode shape is dramatically varied after some part of the vertical frame yields. The procedure to determine this curve is presented with the previously introduced dimensionless parameters. Variation of the envelope curve explains that the equivalent damping factor of the structure may decrease with the schematic illustration of the load-displacement curves. The possibility of this decrease is also explained through complex eigenvalue analysis for the non-classically damped system. Finally, a procedure of computing maximum response is formulated based on the response spectrum method. The maximum displacements for many combination of the stiffness are well predicted in comparison with the MDOF system using the equivalent SDOF system. It is actually confirmed that defamation of the roof magnify ductility factor of the side frames. On the other hand, the accuracy of the maximum acceleration prediction is not so good because higher modes contribute in elasto-plastic response, which is not considered in the formulation.

(2015年1月9日原稿受理, 2015年5月28日採用決定)