論文 / 著書情報
Article / Book Information

論題(和文)	下部構造の変位低減に着目した中間層免震構造の多目的地震応答制御
Title(English)	Multipurpose Passive Control of Mid-story Isolation Buildings Designed to Mitigate Seismic Response in Substructure
著者(和文)	金子健作
Authors(English)	Kensaku Kaneko
出典(和文)	日本建築学会構造系論文集, Vol. 80, No. 718, pp. 1869-1879
Citation(English)	Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol. 80, No. 718, pp. 1869-1879
発行日 / Pub. date	2015, 12
Rights	日本建築学会
Relation	is version of: https://www.jstage.jst.go.jp/article/aijs/80/718/80_1869/_article/-char/ja/
Note	本文データは学協会の許諾に基づきJ-STAGEから複製したものである

日本建築学会構造系論文集 第80巻 第718号, 1869-1879, 2015年12月
J. Struct. Constr. Eng., AIJ, Vol. 80 No. 718, 1869-1879, Dec., 2015
DOI http://doi.org/10.3130/aijs.80.1869

下部構造の変位低減に着目した中間層免震構造の多目的地震応答制御

MULTIPURPOSE PASSIVE CONTROL OF MID-STORY ISOLATION BUILDINGS DESIGNED TO MITIGATE SEISMIC RESPONSE IN SUBSTRUCTURE

金 子 健 作
Kensaku KANEKO

This paper describes the passive control method of mid-story isolation buildings designed to mitigate seismic response in the substructure. An equivalent two degree of freedom system consisting of both the substructure and the super structure is introduced. Optimal parameters of the isolation are formulated for the building subjected to white noise ground motions. The equivalent frequency and the damping factor of the equivalent single degree of freedom (SDOF) system are defined based on the random vibration theory. The practical estimation methods of maximum responses are proposed with the combination of the SDOF model and the response spectrum method. Finally, performance curve diagrams are presented.

Keywords : *Mid-story isolation, Tuned mass damper, Dynamic absorber, Vibration control, Performance curve, Seismic retrofit*
中間層免震, 同調質量ダンパー, 動吸収器, 制振, 性能曲線, 耐震改修

1. はじめに

中間層免震建築物における地震応答制御の基本概念は、下部構造の固有周期と免震周期を隔絶して、すなわち同調させないことにより、免震層より上階の上部構造の応答低減を図ることである。このとき、下部構造は耐震構造として設計される。これとは逆に、免震層を含む上部構造を一種の同調質量ダンパー（以下、TMD と称す）と見做し、これと下部構造の振動を同調させて、下部構造の応答を積極的に低減させる考え方がある[例えば 1), 2)]。この種の免震建築物は、パッシブ制振構造に分類されるべきものである。TMD は、地震動に対する応答のような過渡応答に対して制振効果が小さいことが知られるが、制振対象に対する TMD の質量比を大きくすることにより、この弱点をある程度は克服することができる[3)]。

実際の設計例では、屋上庭園を TMD として利用した設計事例[4)]や TMD を既存超高層建物の屋上に追設した長周期地震動対策事例[5)]がある。また、辻ら[6)]は、耐震性の不足する既存不適格建築物に対して、増築層の付加質量効果による制振改修法を提案している。その他にも応用的な設計例[7), 8)]などがある。また、中間層免震建築物では、同調現象を積極的に意図しなくても、上部構造と下部構造の連成効果が生じる場合がある[9)]。このように、同調質量効果による制振は応用例も広く魅力的であるが、その制振設計法については、十分に確立されていないのが現状である。例えば、パッシブ制振構造 設計・施工マニュアル[10)]では、TMD を対象外としている。

Den Hartog[11)]により広まった TMD に関する古典理論は、多くの研究者により体系化されている。これらは、制振対象の構造物を 1 質点系とし、これと TMD とを併せた 2 質点系を基本として、TMD の最適剛性および最適減衰定数を議論している。背戸ら[12)]は、機械構造物などに対して、TMD と接続する主系の位置の振動モードの振幅を 1 としたときのモード質量およびモード剛性を用いて、2 質点系に置換できることを示している。一方、建物に TMD を用いた検討では、その多くが、等価 1 質点系に上部構造を直接に接続している[1), 6)]。これは、下部構造のモード座標系と上部構造の物理座標系を不適切に混在しているが、一般的な中間層免震建築物における等価 2 質点系においても同様の考えを踏襲しており[13), 14), 15)]、慣習的な方法となっている。さらに、適切に等価 2 質点系に縮約しても、同調する非比例減衰系では、古典的モードによる SRSS 法の応答予測は、精度の面で不十分であると考えられる[16)]。複素固有モードを用いた CQC 法を適用した例[6)]もあるが、実務で用いるには煩雑である。

以上より、本論文では、TMD の最適設計理論に基づいて、中間層免震建築物における下部構造の変位応答の低減効果に着目した免震層の設計法を定式化する。まず、下部構造と上部構造から成る中間層免震建築物を等価 2 質点系に縮約する方法を示す。これに対して、下部構造の 2 乗平均変位応答を最大限低減（最適同調）する免震層の最適剛性および最適減衰定数を理論的に誘導し、従来の慣用的な方法の問題点を指摘する。さらに、最適同調条件でない状態の上部構造と下部構造の多様な諸元の組み合わせに対して、振動性状を包括的かつ簡便に評価する手法を示す。これは、ランダム振動理論により、等価 2 質点系をさらに等価 1 質点系に置換するものである。最後に、制振構造の設計に良く用いられる性能曲線を提示し、上部構造に生じる加速度と下部構造の変位低減に対する多目的な制振性能を総合的に判断した設計が可能となることを示す。

東京工業大学大学院総合理工学研究科人間環境システム専攻
助教・博士（工学）

Assist. Prof., Dept. of Built Environment, Interdisciplinary Graduate School of Science and Technology, Tokyo Institute of Technology, Dr.Eng.

2．中間層免震建築物の等価 2 質点系への縮約方法

2.1　定式化

TMD の理論を適用するためには、多質点系で表された全体構造を 2 質点系に縮約する必要があり、その手法を理論的に誘導する。

対象とする建物（下部構造）は中低層に限定し、免震層は水平剛性 k_a および粘性係数 c_a を有する Voigt モデルで表されるものとする。免震層上部の上部構造は剛体であるものと仮定し、その質量 m_a のみを考慮する（図 1）。下部構造については、1 次の振動モードが支配的であるとし、この振動モードによる地震時の最大応答変位を最小化するような免震層の水平剛性および減衰定数を見出すことを目的とする。

はじめに、下部構造の自由度の縮約を考える。上部構造と下部構造から成る全体構造の振動方程式は、以下のように表される。

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{u}} + \boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{u}} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{u} = -\boldsymbol{M}\boldsymbol{r}\ddot{u}_g \tag{1}$$

ここに、 $\boldsymbol{M}, \boldsymbol{C}, \boldsymbol{K}$ はそれぞれ全体構造の質量マトリクス、減衰マトリクスおよび剛性マトリクスである。 $\boldsymbol{u}$ は変位ベクトル、 $\boldsymbol{r}$ はすべての成分を 1 とした地震影響ベクトル、 $\ddot{u}_g$ は地動加速度である。

仮想的に免震層の剛性を零とした場合の 2 つの固有ベクトルで全体構造の変位ベクトル $\boldsymbol{u}$ を展開する。ひとつの固有ベクトル $\boldsymbol{\phi}_a$ は、下部構造が無変形のまま上部構造が変位する振動モードとなる。もう一方の固有ベクトル $\boldsymbol{\phi}_f$ は、上部構造が静止状態のまま、下部構造のみが変形する振動モードである。 $\boldsymbol{M}_f$, $\boldsymbol{K}_f$ をそれぞれ下部構造の質量マトリクスおよび剛性マトリクス、 ω_f を上部構造がない場合の固有円振動数として、次の主系の固有値問題を考える。

$$\left(-\omega_f^{\,2}\boldsymbol{M}_f + \boldsymbol{K}_f\right)\hat{\boldsymbol{\phi}}_f = \boldsymbol{0} \tag{2}$$

式(2)の固有ベクトル $\hat{\boldsymbol{\phi}}_f$ を用いて、 $\boldsymbol{u}$ を次のように展開する。

$$\boldsymbol{u} = \beta_f\boldsymbol{\phi}_f q_f + \beta_a\boldsymbol{\phi}_a u_a\,,\quad \boldsymbol{\phi}_f^{\,T} = \left\langle \boldsymbol{0}^T \quad \hat{\boldsymbol{\phi}}_f^{\,T}\right\rangle,\quad \boldsymbol{\phi}_a^{\,T} = \left\langle \hat{\boldsymbol{\phi}}_a^{\,T} \quad \boldsymbol{0}^T\right\rangle \tag{3a-c}$$

ここに、 q_f, u_a はそれぞれ下部構造の一般化変位および免震層上部の（物理的な）変位である。 β_f, β_a はそれぞれ $\boldsymbol{\phi}_f, \boldsymbol{\phi}_a$ に対応する刺激係数である。式(3a)を式(1)に代入した式に $\beta_f\boldsymbol{\phi}_f^{\,T}$ および $\beta_a\boldsymbol{\phi}_a^{\,T}$ を左乗し、固有ベクトルの直交性を考慮すれば、次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \beta_a^{\,2}\boldsymbol{\phi}_a^{\,T}\boldsymbol{M}\boldsymbol{\phi}_a & 0 \\ 0 & \beta_f^{\,2}\boldsymbol{\phi}_f^{\,T}\boldsymbol{M}\boldsymbol{\phi}_f \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{u}_a \\ \ddot{q}_f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_a^{\,2}\boldsymbol{\phi}_a^{\,T}\boldsymbol{C}\boldsymbol{\phi}_a & \beta_a\beta_f\boldsymbol{\phi}_a^{\,T}\boldsymbol{C}\boldsymbol{\phi}_f \\ \beta_f\beta_a\boldsymbol{\phi}_f^{\,T}\boldsymbol{C}\boldsymbol{\phi}_a & \beta_f^{\,2}\boldsymbol{\phi}_f^{\,T}\boldsymbol{C}\boldsymbol{\phi}_f \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{u}_a \\ \dot{q}_f \end{Bmatrix}$$
$$+\begin{bmatrix} \beta_a^{\,2}\boldsymbol{\phi}_a^{\,T}\boldsymbol{K}\boldsymbol{\phi}_a & \beta_a\beta_f\boldsymbol{\phi}_a^{\,T}\boldsymbol{K}\boldsymbol{\phi}_f \\ \beta_f\beta_a\boldsymbol{\phi}_f^{\,T}\boldsymbol{K}\boldsymbol{\phi}_a & \beta_f^{\,2}\boldsymbol{\phi}_f^{\,T}\boldsymbol{K}\boldsymbol{\phi}_f \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} u_a \\ q_f \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} \beta_a^{\,2} \\ \beta_f^{\,2} \end{Bmatrix}\ddot{u}_g \tag{4}$$

ここで、振動モードの正規化条件等を用いれば、以下が成り立つ。

$$\boldsymbol{\phi}_f^{\,T}\boldsymbol{M}\boldsymbol{\phi}_f = 1,\quad \boldsymbol{\phi}_f^{\,T}\boldsymbol{K}\boldsymbol{\phi}_f = \omega_f^{\,2},\quad \boldsymbol{\phi}_a^{\,T}\boldsymbol{M}\boldsymbol{\phi}_a = 1,\quad \boldsymbol{\phi}_a^{\,T}\boldsymbol{K}\boldsymbol{\phi}_a = \omega_a^{\,2}$$
$$M_f^{eff} = \beta_f^{\,2},\quad m_a = \beta_a^{\,2} \tag{5a-f}$$

ここに、 M_f^{eff} は下部構造の 1 次モードの有効質量である。さらに、下部構造の減衰を剛性比例型減衰とすれば、以下の関係が成立する。

$$\boldsymbol{\phi}_f^{\,T}\boldsymbol{C}\boldsymbol{\phi}_f = 2h_f\omega_f\,,\quad \boldsymbol{\phi}_a^{\,T}\boldsymbol{C}\boldsymbol{\phi}_f = 0\,,\quad \boldsymbol{\phi}_a^{\,T}\boldsymbol{C}\boldsymbol{\phi}_a = c_a \tag{6a-c}$$

ここに、 h_f は下部構造の減衰定数である。式(5)および式(6)を式(4)に代入すれば、式(4)は以下のように書き改められる。

$$\begin{bmatrix} m_a & 0 \\ 0 & M_f^{eff} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{u}_a \\ \ddot{q}_f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_a & -c_a\psi \\ -c_a\psi & C_f + c_a\psi^2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{u}_a \\ \dot{q}_f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_a & -k_a\psi \\ -k_a\psi & K_f + k_a\psi^2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} u_a \\ q_f \end{Bmatrix}$$
$$= -\begin{bmatrix} m_a & 0 \\ 0 & M_f^{eff} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}\ddot{u}_g \tag{7}$$

ここで、以下の定数を定義した。

$$K_f = M_f^{eff}\omega_f^{\,2},\quad C_f = 2M_f^{eff}h_f\omega_f \tag{8a, b}$$

ここに、 K_f および C_f は、等価 1 質点系に縮約した下部構造の剛性および粘性減衰係数である。また、 ψ は下部構造の刺激関数 $\beta_f\boldsymbol{\phi}_f$ の頂部の値である（図 1）。ところで、式(3)の変換により得られた振動方程式は、Betti-Maxwell の相反定理が成立しない。したがって、式(7)の 2 質点系の質量のみに着目して、既往の TMD の種々の最適同調条件を援用することは不適切である。そこで、一般化変位（代表変位） q_f を用いる代わりに、上部構造と接続する下部構造の頂部変位 u_f を用いることとし、モード座標系から物理座標系への座標変換

$$u_f = \psi q_f \tag{9}$$

を導入して、式(7)を以下のように書き改める。

$$\begin{bmatrix} \overline{m}_a & 0 \\ 0 & M_f^{eff} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{u}_a \\ \ddot{u}_f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \overline{c}_a & -\overline{c}_a \\ -\overline{c}_a & C_f + \overline{c}_a \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{u}_a \\ \dot{u}_f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \overline{k}_a & -\overline{k}_a \\ -\overline{k}_a & K_f + \overline{k}_a \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} u_a \\ u_f \end{Bmatrix}$$
$$= -\begin{bmatrix} \overline{m}_a & 0 \\ 0 & M_f^{eff} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} 1 \\ \psi \end{Bmatrix}\ddot{u}_g \tag{10}$$

ここで、以下で定義される一般化質量 $\overline{m}_a$ 、一般化粘性係数 $\overline{c}_a$ および一般化剛性 $\overline{k}_a$ を導入した。

$$\overline{m}_a = \psi^2 m_a\,,\quad \overline{c}_a = \psi^2 c_a\,,\quad \overline{k}_a = \psi^2 k_a \tag{11a-c}$$

式(7)と異なり、式(10)は、右辺の地震影響ベクトル以外は、一般的な 2 質点系の振動方程式となっている。以降では、中間層免震建築物を含めた大質量 TMD を有する建築物全般を対象とすることを意識して、断りのない限り、下部構造を主系、免震層を含めた上部構造を副系と便宜的に称すこととする。

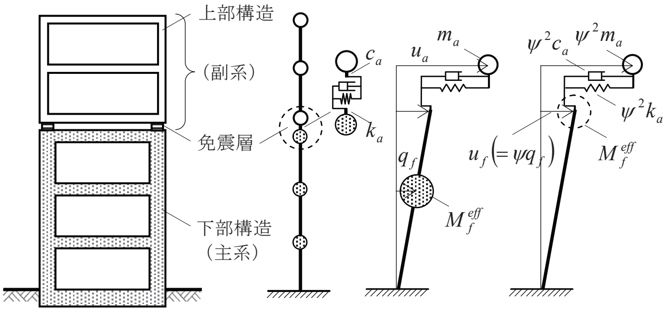
以上の議論から、副系の最適設計の基準となる質量比は、副系の一般化質量 $\overline{m}_a$ に対する主系の有効質量 M_f^{eff} の比で定義されるべきである。

$$\overline{\mu} = \overline{m}_a / M_f^{eff} \tag{12}$$

従来良く用いられる質量比 $\mu\left(= m_a / M_f^{eff}\right)$ との関係は、

$$\overline{\mu} = \overline{m}_a / M_f^{eff} = \psi^2\mu \tag{13}$$

であり、 $\overline{\mu} > \mu$ となる。 ψ は一様せん断棒で $4/\pi = 1.27$ となり、振動モードが逆三角形になる場合に 1.5 となる。通常は、これらの間に ψ は存在すると考えられる。ゆえに、式(13)から、見かけ上の質量比 $\overline{\mu}$ は実際の質量比 μ に比べて約 2 倍となる。したがって、適切に免震層を設計すれば、実際の質量比よりも大きな同調質量効果が期待できる。なお、ψ は固有値解析により精算されるべきであるが、簡便的には 1.5 として、対応する有効質量 M_f^{eff} を $0.8M_f$ として近似することもできる。式(12)は、背戸ら [12)] の考え方である、副系の実質量に対する主系の一般化質量の比（副系との接続位置の振動モー



(a) 対象建物および多質点系モデル (b) 混合座標系 (c) 物理座標系

図 1　下部構造の変位自由度の縮約

ドの振幅を 1 として得られる値）を質量比に採用すべきであるという既往の知見に整合するものである。ただし、式(10)では、等価 2 質点系の地震影響ベクトルの成分がすべて 1 ではないため、見かけ上は、多入力動問題における副系の最適設計となる。したがって、この問題に対する新たな最適同調条件を 3 章で述べる。

2.2 数値計算例

2.2.1 伝達関数

多質点系と等価 2 質点系の伝達関数を比較することにより、前節の定式化の妥当性を確認する。

まず、式(10)の 2 質点系の振動方程式をマトリクス表示する。

$$\boldsymbol{M}_2\ddot{\boldsymbol{u}}_2+\boldsymbol{C}_2\dot{\boldsymbol{u}}_2+\boldsymbol{K}_2\boldsymbol{u}_2=-\boldsymbol{M}_2\boldsymbol{r}_2\ddot{u}_g$$
$$\boldsymbol{r}_2^T=\langle 1 \quad \psi\rangle,\quad \boldsymbol{u}_2^T=\langle u_a \quad u_f\rangle \tag{14a-c}$$

記号の定義は式(1)で定義した全体系に対するものと同様であり、下付き文字を用いて、系が 2 質点系であることを区別する。副系の相対変位 $d(=u_a-u_f)$ を導入し、地動入力 $u_g=e^{i\omega t}$ に対する複素応答を

$$\boldsymbol{u}_2=\boldsymbol{U}_2e^{i\omega t}=\langle U_a \quad U_f\rangle^T e^{i\omega t},\quad d=U_de^{i\omega t},\quad i=\sqrt{-1} \tag{15a-c}$$

で表せば、

$$\overline{\boldsymbol{K}}_2\boldsymbol{U}_2=-\boldsymbol{M}_2\boldsymbol{r}_2e^{i\omega t},\quad \overline{\boldsymbol{K}}_2=-\omega^2\boldsymbol{M}_2+i\omega\boldsymbol{C}_2+\boldsymbol{K}_2 \tag{16a, b}$$

が得られる。複素応答および変位伝達関数 $\boldsymbol{h}_2=\langle H_a \quad H_f\rangle^T$ は、以下のように表される。

$$\boldsymbol{U}_2=\boldsymbol{h}_2e^{i\omega t},\quad \boldsymbol{h}_2=-\overline{\boldsymbol{K}}_2^{-1}\boldsymbol{M}_2\boldsymbol{r}_2, \tag{17a, b}$$

式(17a)と元の多質点系の伝達関数を比較する。例題とする多質点系は、各階質量が同一かつ層剛性が上層にいくにつれて直線的に変化するものとし、下部構造の最上層の層剛性を最下層の $\tau(=0.3)$ 倍としたせん断型質点系である。副系の剛性および減衰定数は、Den Hartog および Broch により求められた次式 [11]を用いる。

$$\frac{\omega_a}{\omega_f}=\frac{1}{1+\mu},\quad h_a=\sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)^3}} \tag{18a, b}$$

後述するように、式(18)は地動入力に対する最適同調条件とはならないが、例題の参考用として用いている。図 2 および図 3 にそれぞれ主系および副系の伝達関数を示す。両図の左段は、式(10)において $\psi=1$ で評価したものであり、従来の手法 [13), 14), 15)]に対応する。もう一つは、ψ を固有値解析から得られる ψ とした場合（以下、動的縮約法）である。縦軸は U_f, U_d の静的時の値 U_f^{st}, U_d^{st} で無次元化している。$\psi=1$ では、多質点系に比べて等価 2 質点系は、副系と主系の連成系の 1 次を低めに過少評価し、2 次を過大評価している。一方、動的縮約法では、両者は良く一致している。

2.2.2 時刻歴地震応答解析

表 1 の建物に対して、時刻歴応答解析により等価 2 質点系の妥当性を示す。表 1 の水準の組み合わせは、完全実施要因計画とする（計 24,888 ケース）。入力地震動を日本建築センター模擬波(BCJ-L2)としたきの結果を図 4 に示す。質量比が大きくなるにつれ、誤差は拡大する傾向にある。しかし、応答予測の誤差の 2σ （σ ：標準偏差）対して、u_f が約 10%、d が約 5%である。

3. 地動入力問題における最適同調比および最適減衰定数

3.1 最適同調条件の定義

2 質点系の妥当性が周波数領域および時間領域で検証されたので、この 2 質点系を基に最適同調条件について述べる。

副系の固有円振動数 ω_a は、式(11)から、

$$\omega_a=\sqrt{k_a/m_a}=\sqrt{\overline{k}_a/\overline{m}_a} \tag{19}$$

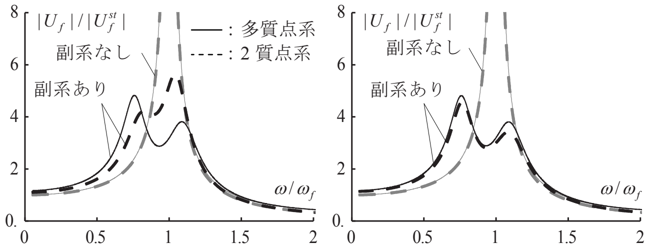
で表されるように、副系の剛性と質量の代わりに一般化剛性と一般化質量を用いても不変であるから、同調比 γ を次式で定義する。

$$\gamma=\omega_a/\omega_f \tag{20}$$

もし、最適同調比 γ^* および最適減衰定数 h_a^* が得られれば、副系の最適剛性 k_a^* および最適粘性係数 c_a^* は、以下のように求められる。

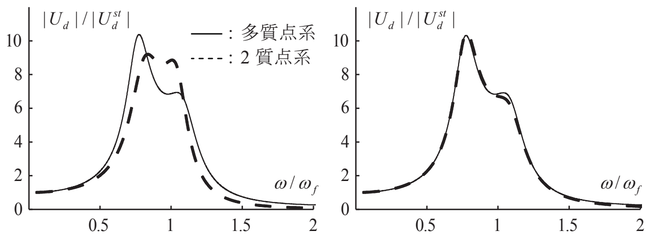
$$k_a^*=\frac{1}{\psi^2}\overline{m}_a(\gamma^*\omega_f)^2=m_a(\gamma^*\omega_f)^2,\quad c_a^*=\frac{1}{\psi^2}2\overline{m}_ah_a\omega_a=2m_ah_a^*\omega_a \tag{21a, b}$$

以降、その他の諸量についても最適時の値を $(\,)^*$ で示す。式(20)



(a) 既往の方法($\psi=1$)　　(b) 動的縮約法

図 2 主系の変位の伝達関数の比較（質量比 0.1）



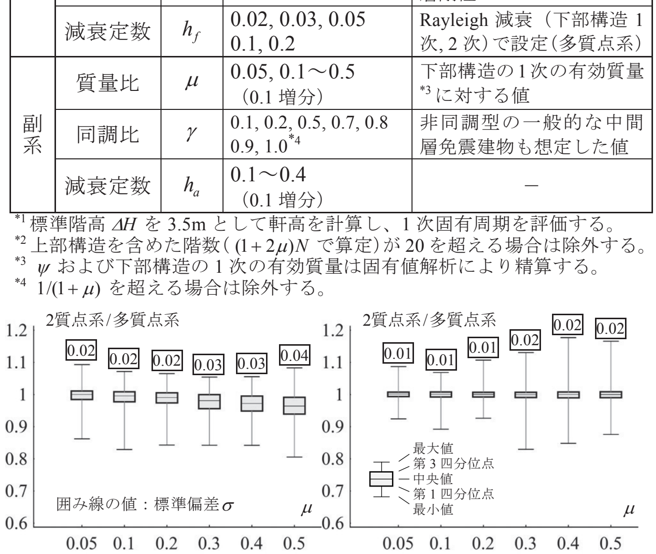
(a) 既往の方法($\psi=1$)　　(b) 動的縮約法

図 3 副系（免震層）の変位の伝達関数の比較（質量比 0.1）

表 1 主系（下部構造）と副系（上部構造・免震層）のパラメータ

	因子	記号	水準	備考
主系	層数	N *2	3, 5, 10, 15, 20	主系の高さ: $H=N\Delta H$ *1
	係数	α	0.02, 0.03, 0.04	1 次固有周期: $T_f=\alpha H$
	層剛性比	τ	0.3, 0.5, 1	最上層の層剛性/最下層の層剛性
	減衰定数	h_f	0.02, 0.03, 0.05 0.1, 0.2	Rayleigh 減衰（下部構造 1 次, 2 次）で設定（多質点系）
副系	質量比	μ	0.05, 0.1〜0.5 （0.1 増分）	下部構造の 1 次の有効質量 *3 に対する値
	同調比	γ	0.1, 0.2, 0.5, 0.7, 0.8 0.9, 1.0*4	非同調型の一般的な中間層免震建物も想定した値
	減衰定数	h_a	0.1〜0.4 （0.1 増分）	―

*1 標準階高 ΔH を 3.5m として軒高を計算し、1 次固有周期を評価する。
*2 上部構造を含めた階数（$(1+2\mu)N$ で算定）が 20 を超える場合は除外する。
*3 ψ および下部構造の 1 次の有効質量は固有値解析により精算する。
*4 $1/(1+\mu)$ を超える場合は除外する。



(a) 主系 u_f　　(b) 副系 d

図 4 等価 2 質点系による多質点系の最大応答予測

で定義した同調比に対して、最適同調条件を誘導する。最適化問題を解くためには、外力と目的関数を定義する必要がある。この組み合わせには種々のものが提案されており、代表的なものとしては、下記 a), b)および c)の組み合わせが挙げられる [17]。

a) 主系に対する強制外力あるいは基礎部への地動入力

b) 調和応答、自由振動あるいはランダム応答

c) 最大応答変位あるいは最大加速度応答の低減

質量比 μ が数%程度であれば、上記 a)〜c)の組み合わせによる最適解（γ^* および h_a^*）の差異は少ない [3]。したがって、定点理論により H^∞ ノルムを最小化する式(18)が便宜的に用いられることが多い。しかし、質量比 μ が大きくなると、問題に応じた最適同調条件を用いなければ、望む解からの誤差が大きくなる。

本論文では、ホワイトノイズ地動により生じる主系の 2 乗平均変位応答を最小化する最適同調比 γ^* および最適減衰定数 h^* を求める最適化問題を定義する。なお、$\psi=1$ の場合には、厳密解 [17]が得られており、これを $\psi\neq1$ の場合に拡張するものである。

3.2　基本式

目的関数である主系の 2 乗平均変位応答を誘導する。外乱であるホワイトノイズのスペクトル密度を S_0 として、式(17b)の変位伝達関数 H_f から、主系の 2 乗平均変位応答は、以下のように表される。

$$E[u_f^{\ 2}]=\int_{-\infty}^{\infty}\left|H_f(\omega)\right|^2 S_0 d\omega \qquad (22)$$

ここに、 $E[\cdot]$ は期待値の演算子である。伝達関数 H_f が形式的に

$$H_f(\omega)=\frac{-i\omega^3B_3-\omega^2B_2+i\omega B_1+B_0}{\omega^4A_4-i\omega^3A_3-\omega^2A_2+i\omega A_1+A_0} \qquad (23)$$

で表されれば、式(22)は、留数定理により次式で広義積分される [18]。

$$\int_{-\infty}^{\infty}\left|H_f(\omega)\right|^2 d\omega=\pi\frac{\left\{\begin{array}{l}\left(B_0^{\ 2}/A_0\right)\left(A_2A_3-A_1A_4\right)+A_3\left(B_1^{\ 2}-2B_0B_2\right)\\ \quad+A_1\left(B_2^{\ 2}-2B_1B_3+\left(B_3^{\ 2}/A_4\right)\left(A_1A_2-A_0A_3\right)\right)\end{array}\right\}}{A_1\left(A_2A_3-A_1A_4\right)-A_0A_3^{\ 2}} \qquad (24)$$

ここで、式(24)のそれぞれの係数は、式(17b)から、

$$A_0=\omega_f^{\ 2}\omega_a^{\ 2},\quad A_1=2\omega_f\omega_a\left(h_a\omega_f+h_f\omega_a\right) \qquad (25a, b)$$

$$A_3=\omega_f^{\ 2}+\left(1+\bar{\mu}\right)\omega_a^{\ 2}+4h_fh_a\omega_f\omega_a,\quad A_4=1 \qquad (25c, d)$$

$$B_0=-\left(\bar{\mu}+\psi\right)\omega_a^{\ 2},\quad B_1=-2h_a\left(\bar{\mu}+\psi\right)\omega_a,\quad B_2=-\psi,\quad B_3=0 \qquad (25e\text{-}h)$$

として表されるから、式(25)を式(24)に代入して、2 乗平均変位応答に対する次式の停留条件

$$\partial E[u_f^{\ 2}]/\partial\gamma=0,\quad \partial E[u_f^{\ 2}]/\partial h_a=0 \qquad (26a, b)$$

を連立して求解することにより、最適同調比 γ^* および最適減衰定数 h_a^* が求められる。

3.3　主系の減衰が最適設計に及ぼす影響

主系の減衰が数%程度であれば、主系の減衰が γ^* および h_a^* に与える影響が小さいことが知られている [3]。しかし、本問題は見かけ上は多入力問題であり、この知見が適用できるかは不明である。本節では、主系の減衰が最適同調条件に及ぼす影響を検討する。

主系の減衰を考慮した最適同調条件の厳密解を得るのは困難であるから、式(26)の代わりに、以下の最適化問題を数値的に解く。

$$\underset{\gamma>0,h_a>0}{\text{minimize}}\quad E[u_f(\gamma,h_a)^2] \qquad (27)$$

式(17)を逐次 2 次計画法により解いた結果を図 5 に示す。本問題でも $h_f\leq0.05$ では、h_f が γ^* および h_a^* に及ぼす影響は小さい。以上から、既往の知見と同様に、副系の最適設計を誘導する際には主系の減衰を無視しても差し支えない。

3.4　主系の減衰が無視できる場合の最適同調条件

$h_f=0$ とすれば、式(26)から γ^* および h_a^* は以下のように導かれる。

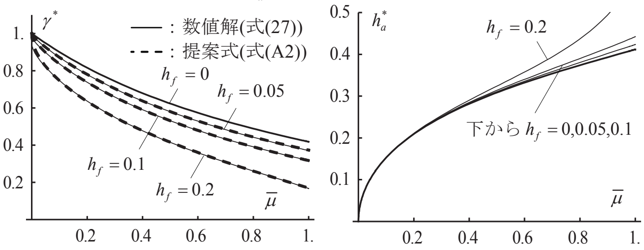
$$\gamma^*=\frac{\sqrt{\psi+\bar{\mu}\left(\psi-\bar{\mu}\right)/2}}{\left(1+\bar{\mu}\right)\sqrt{\bar{\mu}+\psi}},\quad h_a^*=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\bar{\mu}\left(\bar{\mu}^2-4\psi-3\psi\bar{\mu}\right)}{2\left(1+\bar{\mu}\right)\left(\bar{\mu}^2-2\psi-\psi\bar{\mu}\right)}} \qquad (28a, b)$$

図 6 に示すように、γ^* は式(10)右辺の地震影響ベクトルの ψ による影響が若干存在するが、h_a^* は ψ にはほとんど影響がない。$\psi=1$ のとき、式(28)は次式 [17]に一致する。

$$\gamma^*\approx\frac{\sqrt{1-\bar{\mu}/2}}{1+\bar{\mu}},\quad h_a^*\approx\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\bar{\mu}\left(1-\bar{\mu}/4\right)}{\left(1+\bar{\mu}\right)\left(1-\bar{\mu}/2\right)}} \qquad (29a, b)$$

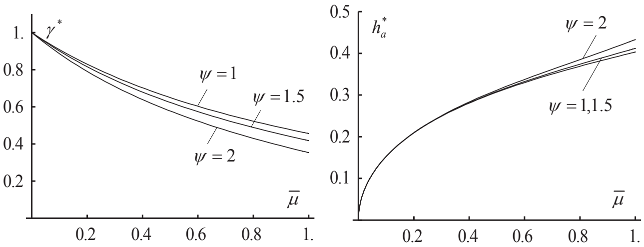
したがって、最適同調条件には、式(28)の代わりに式(29)を近似的に用いることができる。これをより具体的に示したものが図 7 である。$\gamma<\gamma^*$ では、主系の 2 乗平均変位の低減率は、$\psi=1$ や 1.5 でもほとんど差異がない。$\gamma\geq\gamma^*$ では若干差があるものの、やはり小さい。

図 8 は、質量比 μ に対して、副系の最適値の変化を示したものである。従来の手法による値と大きくことなり、より小さな同調比 γ^*、かつより大きな減衰定数 h_a^* を用いるべきであることが解る。



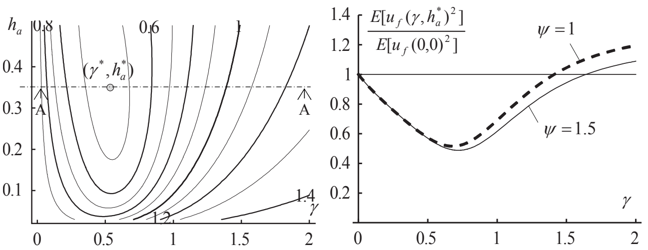
(a) 最適同調比　(b) 最適減衰定数

図 5　主系の減衰を考慮する場合の最適値（数値解）



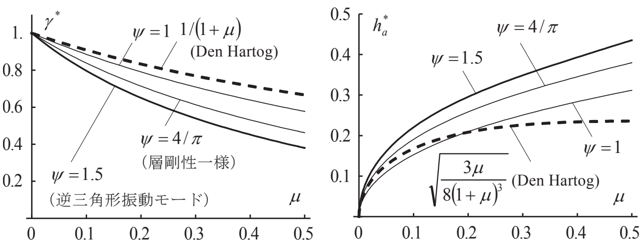
(a) 最適同調比　(b) 最適減衰定数

図 6　地震影響ベクトルの相違による副系の最適値



(a) 等値線　(b) 最適減衰定数での等値線の断面

図 7　TMD による主系の 2 乗平均変位の低減率（質量比 0.3）



(a) 最適同調比　(b) 最適減衰定数

図 8　主系頂部の刺激関数が副系の最適値に与える影響

4．地震動に対する最適同調条件の推定

3 章で誘導した最適同調条件は、ホワイトノイズ地動入力による定常応答時の主系の 2 乗平均変位応答の最小化により誘導されたものである。しかし、実際に工学的に興味があるのは、地震動入力による非定常時の最大応答の最小化である。

本章では、応答スペクトルに適合する模擬地震動を用いた時刻歴地震応答解析により、この最適同調条件を数値的に推定する。

4.1　入力地震動

入力地震動は、目標の応答スペクトルに適合する、一様乱数を位相角として正弦波合成法により作成した模擬地震動とする。目標スペクトルは、建築基準法告示 1461 号で定義された解放工学的基盤上で定義された加速度応答スペクトルから、第二種地盤を想定した地盤の増幅係数 G_s（告示の簡便法から算出）を乗じて、目標応答スペクトルとする。図 9 に地震動の応答スペクトルの一例を示す。基準となる減衰定数 $h_0 = 0.05$ に対する目標応答スペクトルに笠井ら[19]の応答低減効果係数 D_h を乗じた値を参考に示している。

$$D_h = \sqrt{(1+\alpha h_0)/(1+\alpha h)}, \quad \alpha = 75 \tag{30a, b}$$

主系の固有周期 T_f は、（副系がない状態で）0.5 秒（ケース 1）および 2 秒（ケース 2）の 2 種とする。前者は中層建物の 1 次固有周期を想定しており、加速度一定領域に属する。後者は、速度応答一定領域に属し、ホワイトノイズ入力の仮定に近い結果を期待して設定したものである。どちらも主系の減衰定数 h_f は 0.03 とする。式(10)の等価 2 質点系に対して、直接積分法に基づく時刻歴地震応答解析により主系の応答低減率を求める。

4.2　応答低減効果の定義および最適同調条件の推定

ここで、2 つの応答低減率を定義する。

$$R_{\sigma d} = \frac{(\text{副系付き連成系の主系の2乗平均変位})}{(\text{副系なしの主系の2乗平均変位})} \tag{31a}$$

$$R_d = \frac{(\text{副系付き連成系の主系の最大変位})}{(\text{副系なしの主系の最大変位})} \tag{31b}$$

式(31a)の $R_{\sigma d}$ は、式(27)の最適化問題の目的関数に対応し、R_d は耐震設計上で興味ある値である。50 の異なる位相角の入力波を生成し、複数の入力波に対する $R_d, R_{\sigma d}$ の標本平均を用いて、これらを最小化する γ, h_a を求める。2 乗平均応答は、地震動の加速度パワーの累積値の比が 0.05 から 0.95 となる区間の応答を採用する。

図 10 に応答低減率 R_d の解空間の等値線図の一例を示す。これから理解されるように、解空間は単峰性の特性を有する。そこで、比較的粗い計算間隔で多項式による応答曲面モデル(RSM)を最小二乗法により同定し、これに対して逐次 2 次計画法により最適同調比 $\gamma^*_{(1)}$ および最適減衰定数 $h^*_{a(1)}$ の第 1 候補を算定する。さらに、最適値の精度を高めるため、$\gamma^*_{(1)}, h^*_{a(1)}$ の近傍について応答計算を再度おこない応答曲面を更新する Efficient Global Optimization (EGO)[20]を用いる。

図 11 に最適同調比と最適減衰定数の推定結果を示す。ホワイトノイズ入力に近いケース 2 の場合には、最適同調条件は、式(28)の評価式とほぼ一致している。ケース 1 の場合には、若干誤差は大きい傾向にあるものの、概ね一致している。

5．応答スペクトル法を用いた等価 1 質点系による最大応答評価

本章では、2.1 節で提案した等価 2 質点系をさらに等価 1 質点系（Voigt モデル）に置換する方法を提案する（図 12）。ランダム振動

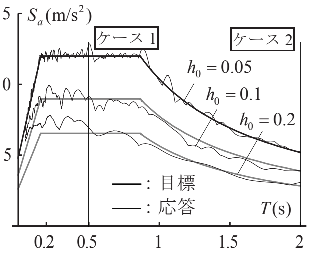


図 9　地震応答スペクトル

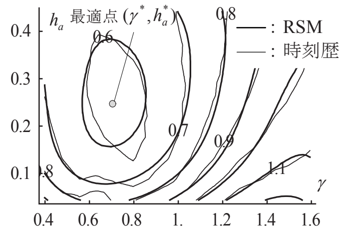
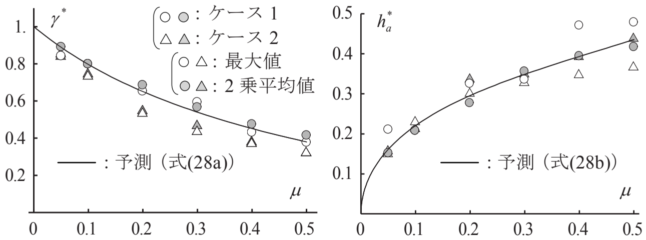


図 10　応答低減率の解空間の一例



(a) 最適同調比　(b) 最適減衰定数

図 11　地震動入力における最適同調条件の推定

論に基づいて、主系の変位伝達関数の 2 乗の面積が等しくなるよう（図 13）、等価 1 質点系を定義する。これにより、複素固有値解析や CQC 法を利用[6]することなく、系の最大応答予測が可能となる。最適同調時以外の予測も可能であれば、多様な要求性能に対して柔軟に設計できるようになるため、最適同調時以外も含めた一般的な形で等価 1 質点系を誘導する。

5.1　等価 1 質点系の諸元

5.1.1　等価固有円振動数

等価 1 質点系の固有円振動数は、主系単独の固有円振動数 ω_f を用いる場合と副系の付加による連成系による等価固有円振動数 ω^{eq} を用いる場合の 2 種類が想定される。それぞれに対応する等価減衰定数が定義できる（図 12）。はじめに、ω^{eq} の定義について述べる。

ランダム振動理論に基づいて、主系の等価期待振動数 ν_{0+}

$$\nu_{f0+} = \frac{1}{2\pi}\frac{\sigma_{\dot f}}{\sigma_f}, \quad \sigma_f = \sqrt{E[u_f^{\,2}]}, \quad \sigma_{\dot f} = \sqrt{E[\dot u_f^{\,2}]} \tag{32a-c}$$

を導入する[18]。ν_{f0+} は単位時間に零軸を正勾配で横断する回数（ゼロクロス点数の半分）である。$E[\dot u_f^{\,2}]$ は式(10)に対応する速度伝達関数から算出する。これらを用いて、等価 1 質点系の等価固有円振動数 ω^{eq} を次のように等値する。

$$\omega^{eq} = 2\pi\nu_{0+} \tag{33}$$

式(32)を具体的に計算すると、次式を得る。

$$\omega^{eq} = \omega_f / \Gamma \tag{34}$$

ここで、$\Gamma = \Gamma_0$ として、影響の小さい主系の減衰を無視すると、

$$\Gamma_0 = \sqrt{\frac{D}{(1+\bar\mu)\bar\psi^2\gamma^4 + \{(2h_a\bar\psi)^2 - 2\psi\bar\psi\}\gamma^2 + \psi^2}}, \quad \bar\psi = \bar\mu + \psi \tag{35a, b}$$

$$D = (1+\bar\mu)^2\bar\psi^2\gamma^4 + \left[(1+\bar\mu)(2h_a\bar\psi)^2 + \bar\psi\{\bar\mu^2 - (2+\bar\mu)\psi\}\right]\gamma^2 + \psi^2 \tag{35c}$$

が得られる。式(35)は入力のスペクトル密度が一定であるものとして誘導しているため、主系の固有周期が加速度応答一定領域に属する場合には、半経験的な次式の等価固有円振動数 ω^{eq} を提案する。

$$\Gamma = \begin{cases} \Gamma_0^{\,2} & \text{for } \omega_f \in \text{加速度応答一定領域} \\ \Gamma_0 & \text{for } \omega_f \in \text{速度応答一定領域} \end{cases} \tag{36}$$

最適同調時には、式(28)を式(35)に代入すると、以下のようになる。

$$\Gamma^* = \Gamma_0^*, \quad \Gamma_0^* = \sqrt{\frac{\overline{\psi}\left(4\psi + 3\overline{\mu}\psi - \overline{\mu}^2\right)}{2\psi\left\{\overline{\mu} + \left(2+\overline{\mu}\right)\psi\right\}}} \qquad \text{for} \quad h_f \le 0.05 \quad (37)$$

5.1.2　等価減衰定数

式(34)で定義した等価固有円振動数 ω^{eq} に対応する等価減衰定数を誘導する。

まず、ω_f に対応する等価減衰定数 h_f^{eq} は、次式で定義できる [22]。

$$h_f^{eq} = h_f + \Delta h_f^{eq}, \quad \Delta h_f^{eq} = \psi^2 \frac{\pi S_0}{2\omega_f{}^3 E[u_f{}^2]} - h_f \qquad (38a, b)$$

h_f^{eq} は固有周期の伸長による応答変位の増加を減衰効果に含めた、見かけ上の減衰定数と解釈できる。同様に、実際に等価 1 質点系で使用する、ω^{eq} に対応する等価減衰定数 h^{eq} を以下で定義する。

$$h^{eq} = h_f + \Delta h^{eq}, \quad \Delta h^{eq} = \psi^2 \frac{\pi S_0}{2\omega^{eq^3} E[u_f{}^2]} - h_f \qquad (39a, b)$$

定義の異なる 2 つの等価付加減衰定数 Δh^{eq} と Δh_f^{eq} の間には、式(38b)と式(39b)から次の関係がある。

$$\Delta h^{eq} = \Gamma^3\left(\Delta h_f^{eq} + h_f\right) - h_f \qquad (40)$$

$\Gamma > 1$ であるから、$\Delta h^{eq} > \Delta h_f^{eq}$ あるいは $h^{eq} > h_f^{eq}$ である。式(38b)に式(22)を代入して整理すると、

$$\Delta h_f^{eq} = h_a \gamma \overline{\mu} \psi^2 / D \qquad (41)$$

が得られ、等価付加減衰定数の一般的な表現が得られる。図 14 に種々の同調比および減衰に対する等価付加減衰定数の変化を示してある。最適同調時の値は、式(41)に式(28)を代入すれば、次式となる。

$$\Delta h_f^{eq*} = \frac{\overline{\mu}\psi^2}{2\overline{\psi}^2} \sqrt{\frac{\overline{\psi}}{\psi\left(2+\overline{\mu}\right) - \overline{\mu}^2}} \frac{\sqrt{\left(1+\overline{\mu}\right)\left\{\overline{\mu}^2 - \left(2+\overline{\mu}\right)\psi\right\}}}{\sqrt{\overline{\mu}^3 - \overline{\mu}\left(4+3\overline{\mu}\right)\psi}} \qquad (42)$$

式(42)は煩雑であるため、これを簡便化する。式(42)の逆関数を μ で Taylor 展開して、この逆を取ると最終的に次式が得られる。

$$\Delta h_f^{eq*} = \frac{1}{4/\sqrt{\overline{\mu}} + \sqrt{\overline{\mu}}\left(12-\psi\right)/\left(2\psi\right)} \qquad (43)$$

式(43)の分母の第 1 項の逆数は、阿部らの摂動解 [21]に一致する。式(43)の提案式と式(42)の厳密解を図 15(a)に比較してある。図 15(a)や式(43)の表現から明らかなように、見かけ上の等価付加減衰定数 Δh_f^{eq*} には上限値が存在し、TMD であれば、その制振性能を決定づける。この上限値は式(43)の μ に関する微係数を零とすることにより求められる。これをさらに、ψ について Taylor 展開した式は、

$$\max(\Delta h_f^{eq*}) \approx 0.10 + 0.06\left(\psi - 1\right) \qquad (44)$$

となり、$\max(\Delta h_f^{eq*})$ は ψ の増加に伴い直線的に増加する（図 15(b)）。しかし、その変化は大きくなく、概ね質量比 0.2（$\overline{\mu} = 0.4$）で 0.15 程度である。これは、質量比 0.2 で主系の応答低減効果が概ね頭打ちになる知見 [22]に一致するものである。

5.1.3　ARX モデルによる妥当性検証

式(37)および式(40)の妥当性を検証するために、パラメトリックモデルの一種である ARX (Auto-Regressive eXogenous)モデル [23]を用いる。地動を入力項、地動による等価 2 質点系の応答を出力項として、次数を 2 として意図的に underfitting させて、ARX モデルのパラメータを推定する。これから求まる伝達関数の極から、等価 1 質点系の等価固有円振動数および等価減衰定数を算出する。

主系の固有周期は、$T_f = 0.3, 0.5\mathrm{s}$（加速度応答一定領域）および $T_f = 2\mathrm{s}$（速度応答一定領域）の計 3 種とする。主系の減衰定数は、$h_f = 0.02, 0.03, 0.05$ の 3 種とする。副系の諸元は、与えられた質量比 μ に対して、最適同調を与える式(28)により求める。

図 16 に示すとおり、予測式は ARX モデルで同定した結果と良く一致している。図 17 は、推定した等価固有円振動数と等価減衰定数を有する 1 質点系ともとの等価 2 質点系の主系の時刻歴変位を比較した一例である。等価 1 質点系に適切な諸元を設定すれば、主系の変位振幅を良く再現できることが理解される。

5.2　最大応答の比の期待値

5.1 節で示した等価 1 質点系の諸元を用いれば、応答スペクトル法により主系の最大応答が直接求まる。本節では、ランダム振動理論により、主系と副系の最大応答の比を定式化し、副系を含む系全体の最大応答が逐次求まるような手法を示す。

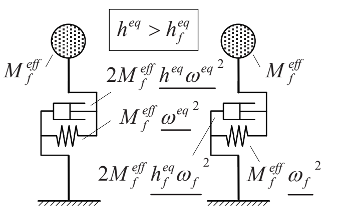


図 12　等価 1 質点系への置換

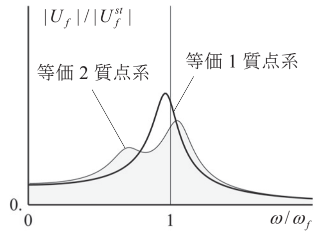
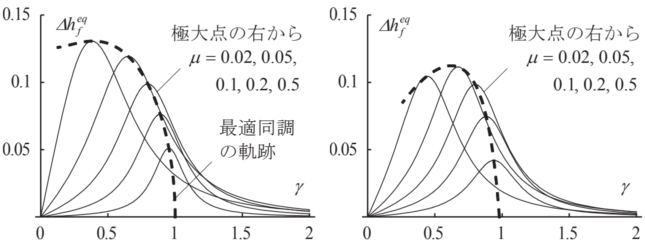
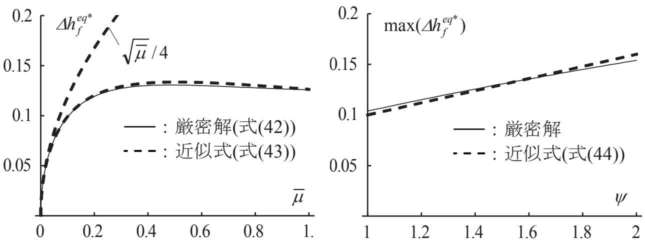


図 13　主系の変位伝達関数



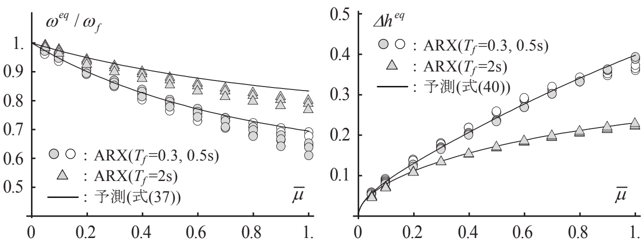
(a)　$h_a = h_a^*$　　(b)　$h_a = 0.2$

図 14　等価 1 質点系の等価付加減衰定数（非同調時）



(a)　等価付加減衰定数（$\psi = 1.5$）　(b)　等価付加減衰定数の極値

図 15　等価付加減衰定数（最適同調時）



(a)　等価固有円振動数　　(b)　等価付加減衰定数

図 16　ARX モデルによる等価 1 質点系の同定（最適同調時）

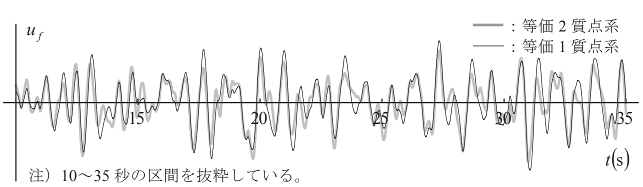


図 17　主系の変位時刻歴の一例（μ=0.2；最適同調時）

5.2.1　副系（免震層）の最大変位

主系と副系の最大変位の比 χ（以下、変位比）を次式で定義する。

$$\chi = \frac{\text{(副系の最大層間変位)}}{\text{(主系の最大頂部変位)}} \tag{45}$$

主系の最大変位 u_f および副系の最大層間変位（免震層の層間変位）d のそれぞれを 2 乗平均変位で代用して、変位比を定める [21]。

$$\chi = \sqrt{E[d^2]\big/E[u_f{}^2]} \tag{46}$$

式(46)は、d と u_f のピークファクター（最大値／2 乗平均値）が互いに等しいと仮定して定義したものである。ピークファクターは応答のパワースペクトル密度関数の形状に依存する。d と u_f のパワースペクトル密度関数は相似とならないため、式(46)は最大応答比の近似である。そのため、5.5 節で式(46)の妥当性を検証する。

$E[d^2]$ は、免震層の層間変位伝達関数を用いて、周波数領域から算定する。減衰定数の高次項を無視すれば、次式を得る。

$$\chi \approx \sqrt{\frac{C_1 h_f + C_2 h_a}{C_3 h_f + C_4 h_a}} \tag{47}$$

ここに、

$$C_1 = 1 + \gamma^4(\psi - 1)^2 + \gamma^2(\bar{\mu} - 2 + 2\psi) \tag{48a}$$

$$C_2 = \gamma\left(\bar{\mu} + \gamma^2\bar{\mu}^2 + 2\gamma^2\bar{\mu}\psi + \gamma^2\psi^2\right) \tag{48b}$$

$$C_3 = \gamma^4\bar{\mu}\left(\bar{\mu} + \gamma^2\bar{\mu}^2 + 2\gamma^2\bar{\mu}\psi + \gamma^2\psi^2\right), \quad C_4 = \gamma^3 D \tag{48c, d}$$

である。図 18(a)に $\psi = 1.5$ のときの変位比 χ を示すように、質量比が小さい場合には、副系の剛性（免震層の水平剛性）を増加させても、同調効果により、副系の変位が逆に増加する場合もあることを示している。このことは、後述する性能曲線においても触れる。

5.2.2　副系（上部構造）の最大絶対加速度

主系に対する副系の絶対加速度の比 χ_a（以下、絶対加速度比）を次式で定義する。

$$\chi_a = \frac{\text{(副系の最大絶対加速度)}}{\text{(主系の最大代表加速度)}} \tag{49}$$

分母には、主系頂部の絶対加速度ではなく、ベースシア係数と関連のある代表加速度を選択した。このとき、5.2.1 項と同様に、χ_a は、

$$\chi_a = \sqrt{E[\ddot{x}_a{}^2]\big/E[\ddot{x}_f{}^2]}, \quad x_f = q_f + u_g, \; x_a = u_a + u_g \tag{50a-c}$$

と定義できる。ここで、$\ddot{x}_f$ は主系の代表加速度であり、$\ddot{x}_a$ は副系の絶対加速度である。その 2 乗平均値は、式(7)の振動方程式に対応する絶対加速度伝達関数から求めれば良い。χ_a は、根号中の減衰定数の高次項を無視すれば、以下のように誘導される。

$$\chi_a \approx \sqrt{\frac{D_1 h_f + D_2 h_a}{D_3 h_f + D_4 h_a}} \tag{51}$$

ここに、

$$D_1 = \gamma + \gamma^3\left(2\psi + \mu\psi^2 - 2\right) + \gamma^5(\psi - 1)^2 \tag{52a}$$

$$D_2 = \gamma^2\psi^2\left\{\mu + \gamma^2(1 + \mu\psi)^2\right\}, \quad D_3 = \gamma^3\mu\psi^2\left\{1 + \gamma^2\mu(\psi - 1)^2\right\} \tag{52b, c}$$

$$D_4 = 1 + \gamma^2\left\{-2 + \mu(\psi - 2)\psi + \gamma^2(1 + \mu\psi)^2\right\} \tag{52d}$$

である。$\bar{\mu}$ ではなく μ を用いているのは、式(10)の代わりに式(7)の伝達関数から各応答量の 2 乗平均変位を導出しているためである。

5.3　最適同調時の最大応答比

TMD の設計では、まず最適同調時の TMD の最大応答を把握したいことが多いと思われるため、これらの評価式を誘導しておく。

式(47)に式(28)を代入して求められる最適同調時の閉解は煩雑であり実用的ではない。そこで、χ^* の簡易な表現を考える。図 19(a)に $\psi = 1.5$ のときの χ^* を示す。地震応答低減に期待するような質量比 μ が 0.05〜0.1 以上であれば、主系の減衰が χ に与える影響は大きくない。そこで、$h_f = 0$ として、式(47)を $\bar{\mu} = 0$ の周りで Laurent 展開した次式を提案する。

$$\chi^* \approx 1/\sqrt{2\bar{\mu}} + 0.83\sqrt{\bar{\mu}} + 0.32\bar{\mu}^{3/2} + 0.12\bar{\mu}^{5/2} \quad \text{for} \quad \psi = 1.5 \tag{53}$$

絶対加速度比 χ_a も、主系の減衰が与える影響は大きくなく（図 20(a)）、地震影響ベクトルが与える影響も小さい。以上から、式(51)を $\mu = 0$ の周りで Laurent 展開し、さらに高次の項のみが係数に ψ を含むことから、展開式の第 1 項のみを採用した次式を提案する。

$$\chi_a^* \approx 1/\sqrt{2\mu} \tag{54}$$

図 19(b)および図 20(b)に示すとおり、式(53)および式(54)の評価式は、簡便ながらも精度の高いものとなっている。

5.4　副系の等価固有円振動数

基礎免震と異なり、同調化した中間層免震の免震層の層間変位応答には、下部構造の固有振動数に起因した高次振動数成分も含まれる。これにより、免震層減衰材の繰返し変形による疲労がより厳しくなることも考えられる。免震層の累積変形の概算に資することを目的として、副系（免震層）の統計的固有円振動数を誘導する。

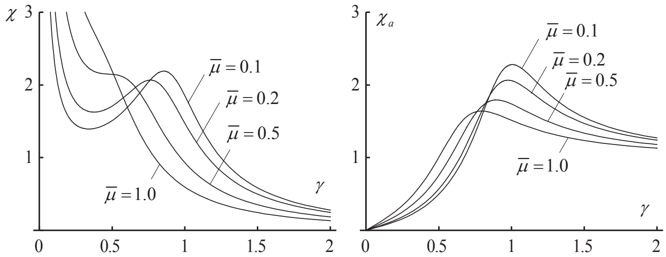
5.1.1 項と同様に、副系の等価固有円振動数を等価期待振動数 ν_{d0+}

$$\nu_{d0+} = \frac{1}{2\pi}\frac{\sigma_{\dot{d}}}{\sigma_d}, \quad \sigma_d = \sqrt{E[d^2]}, \quad \sigma_{\dot{d}} = \sqrt{E[\dot{d}^2]} \tag{55a-c}$$

から、$\omega_d^{eq} = 2\pi\nu_{d0+}$ として求める。ここで、

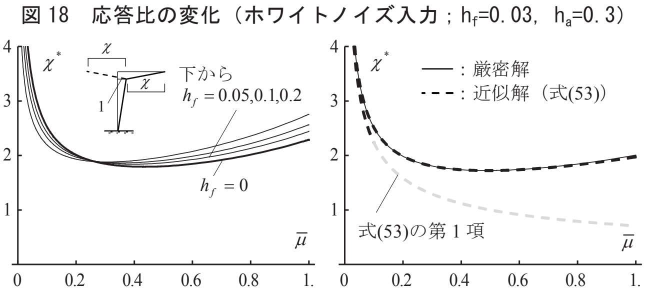
$$\omega_d^{eq} = \omega_a / \Gamma_d \tag{56}$$

を定義すれば、Γ_d は、減衰定数に関する高次項を零として、以下



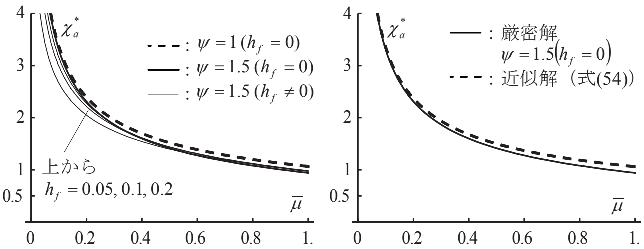
(a) 変位比　　(b) 絶対加速度比

図 18　応答比の変化（ホワイトノイズ入力；h_f=0.03, h_a=0.3）



(a) 主系の減衰の影響　　(b) 提案式の精度

図 19　主系と副系の最大変位の比（最適同調時）



(a) 地震影響ベクトルと減衰による相違　　(b) 提案式の精度

図 20　主系と副系の最大絶対加速度の比（最適同調時）

のように誘導される。

$$\Gamma_{d0} \approx \sqrt{\frac{F_1 h_f + F_2 h_a}{F_3 h_f + F_4 h_a}}\,, \quad \Gamma_d = \begin{cases} {\Gamma_{d0}}^{1/2} & \text{for } \omega_a \in \text{加速度応答一定領域} \\ \Gamma_{d0} & \text{for } \omega_a \in \text{速度応答一定領域} \end{cases} \tag{57a, b}$$

Γ と同様、式(57b)で経験的に補正している。各定数は以下となる。

$$F_1 = (\psi-1)^2\gamma^4 + \{2(\psi-1)+\bar{\mu}\}\gamma^2 + 1\,, \quad F_2 = \gamma\{\bar{\mu} + \gamma^2(\bar{\mu}+\psi)^2\} \tag{58a, b}$$

$$F_3 = 1 + \gamma^2\{2 + \gamma^2(1+\bar{\mu})(\psi-1)\}(\psi-1)\,, \quad F_4 = \gamma(\bar{\mu}+\psi^2) \tag{58c, d}$$

5.5 妥当性検証

時刻歴地震応答解析結果を比較することにより、妥当性を検証する。2.2 節で等価 2 質点系が多質点系を良く模擬できることが確認されたので、地震応答解析モデルには等価 2 質点系を用いる。

ここでは、応答の絶対値を考察するのではなく、式(31)の変位応答低減率 $R_{\sigma d}$, R_d および加速度応答低減率（ベースシア低減率）を

$$R_{\sigma a} = \frac{(\text{副系付き連成系の主系の2乗平均絶対加速度})}{(\text{副系なしの主系の2乗平均代表加速度})} \tag{59a}$$

$$R_a = \frac{(\text{副系付き連成系の副系の最大絶対加速度})}{(\text{副系なしの主系の最大代表加速度})} \tag{59b}$$

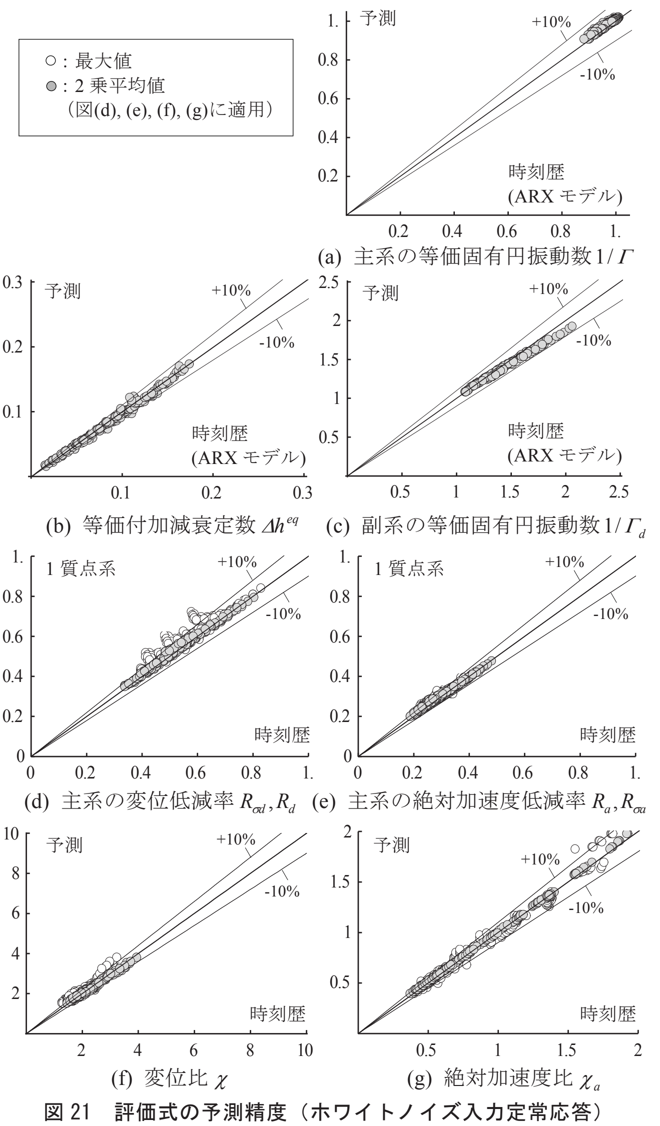
で定義し、この無次元応答値に着目する。表 2 に示す非同調から最適同調状態を包括する中間層免震建物を対象とし、水準の組み合わせは、完全実施要因計画とする。

Gauss 型のホワイトノイズ（継続時間 120 秒）の入力による結果を図 21 に示し、地震動（4.1 節の告示波）入力による結果を図 22 に示す。振動数や減衰定数は、等価 2 質点系による時刻歴応答から ARX モデルにより推定する。その等価 1 質点系の諸元を用いて、別

表 2　主系（下部構造）と副系（上部構造・免震層）のパラメータ

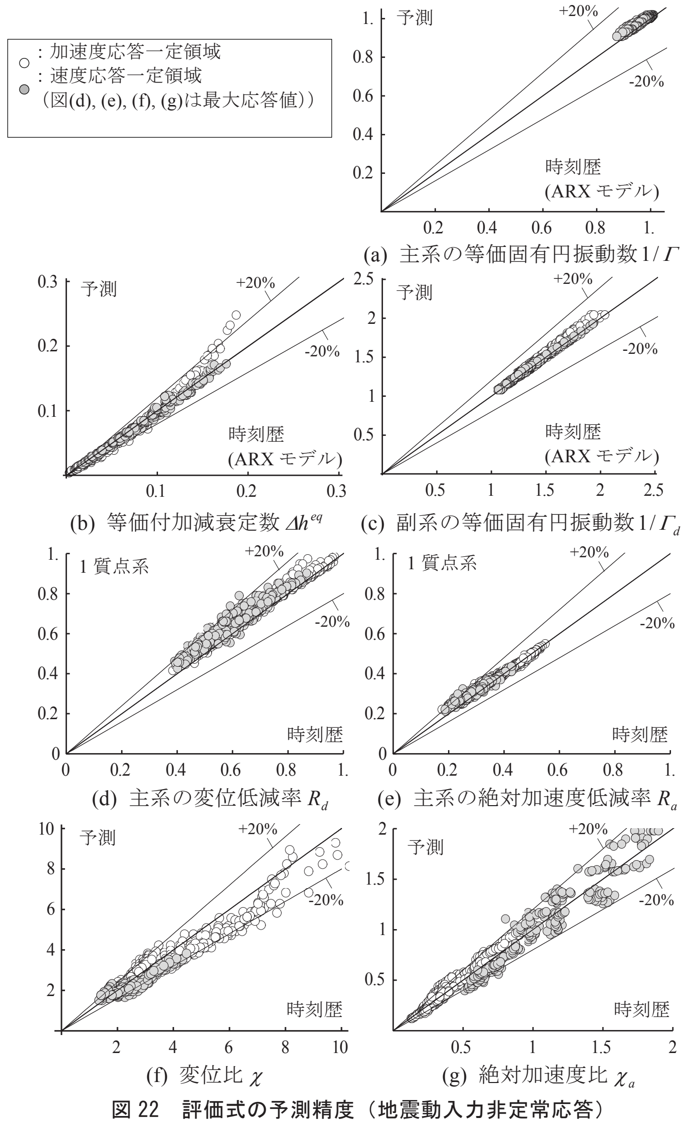
	因子	記号	水準	備考
主系	固有周期	T_f	0.3, 0.5 1, 2(s)*	加速度応答一定領域：0.3,0.5s 速度応答一定領域：1,2s
	減衰定数	h_f	0.02, 0.03 0.05	弾性時の初期減衰を想定した。
	刺激関数	ψ	1.5	逆三角形振動モード
副系	質量比	μ	0.1, 0.2, 0.5	同調効果による応答制御法の長所が少ない場合は除外した。
	同調比	γ/γ^*	0.1～1.0 （0.1 増分）	左記に加えて、免震層の固有周期の範囲を 1～4s とする。
	減衰定数	h_a	0.2, 0.25 0.3, 0.35	免震層の一般的な減衰定数の範囲に限定した。

*ホワイトノイズ入力の場合は、主系の固有周期は 1 秒のみとする。



(a) 主系の等価固有円振動数 $1/\Gamma$
(b) 等価付加減衰定数 Δh^{eq}
(c) 副系の等価固有円振動数 $1/\Gamma_d$
(d) 主系の変位低減率 $R_{\sigma d}, R_d$
(e) 主系の絶対加速度低減率 $R_a, R_{\sigma a}$
(f) 変位比 χ
(g) 絶対加速度比 χ_a

図 21　評価式の予測精度（ホワイトノイズ入力定常応答）



(a) 主系の等価固有円振動数 $1/\Gamma$
(b) 等価付加減衰定数 Δh^{eq}
(c) 副系の等価固有円振動数 $1/\Gamma_d$
(d) 主系の変位低減率 R_d
(e) 主系の絶対加速度低減率 R_a
(f) 変位比 χ
(g) 絶対加速度比 χ_a

図 22　評価式の予測精度（地震動入力非定常応答）

途、時刻歴応答解析をおこない、縦軸（予測）にある変位および加速度の低減率を算出している。ホワイトノイズ入力では、概ね誤差10%以内で予測できている。一方、地震動入力では、誤差が大きくなる傾向にあるが、それでも誤差は概ね20%以内であり、工学的に許容できるものと考えられる。

６．性能曲線を用いた中間層免震建築物等の多目的設計法

6.1　応答指定型設計

5 章では、最適同調時あるいは非同調時に関わらず、等価 1 質点系の諸元を誘導した。応答スペクトル法を用いて、この等価 1 質点系から主系の最大応答、副系の最大変位および絶対加速度が評価可能である。最適同調時には、各種の評価式は簡便であり応答予測も簡易であるが、副系の最大応答が過大となることもある。

一方、非同調時の各種の評価式は、最適同調時よりも直感的には理解し難く、一般的に目標性能が基礎免震よりも多いため（主系変位、副系変位および副系加速度）、これら多数の目標性能や制約条件を満足する解が直感的に得られれば、工学的に有益である。

そこで、本章では、従来の免震・制振建物に対応する性能曲線[10]を示し、応答指定型設計法を確立する。

6.2　性能曲線

主系の変位応答低減率 R_d と副系の加速度指標 R_{a2}

$$R_{a2} = \frac{(\text{副系付き連成系の副系の最大絶対加速度})}{(\text{副系なしの主系の最大代表加速度})} \tag{60}$$

の関係を性能曲線として示す。性能曲線は、地震動の目標スペクトルと主系の固有周期 T_f との関係により、

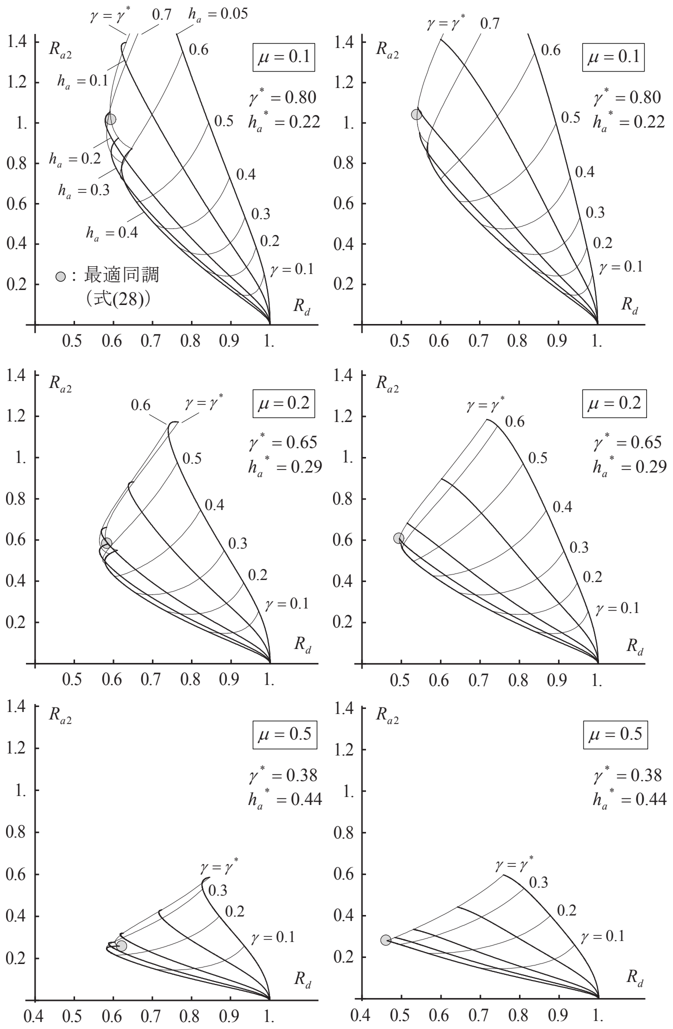
（加速度応答一定領域）　$R_d = D_h \Gamma^2$,　$R_{a2} = \chi_a D_h$　(61a, b)

（速度応答一定領域）　$R_d = D_h \Gamma$,　$R_{a2} = \chi_a D_h / \Gamma$　(61c, d)

が成立することから求められる。また、

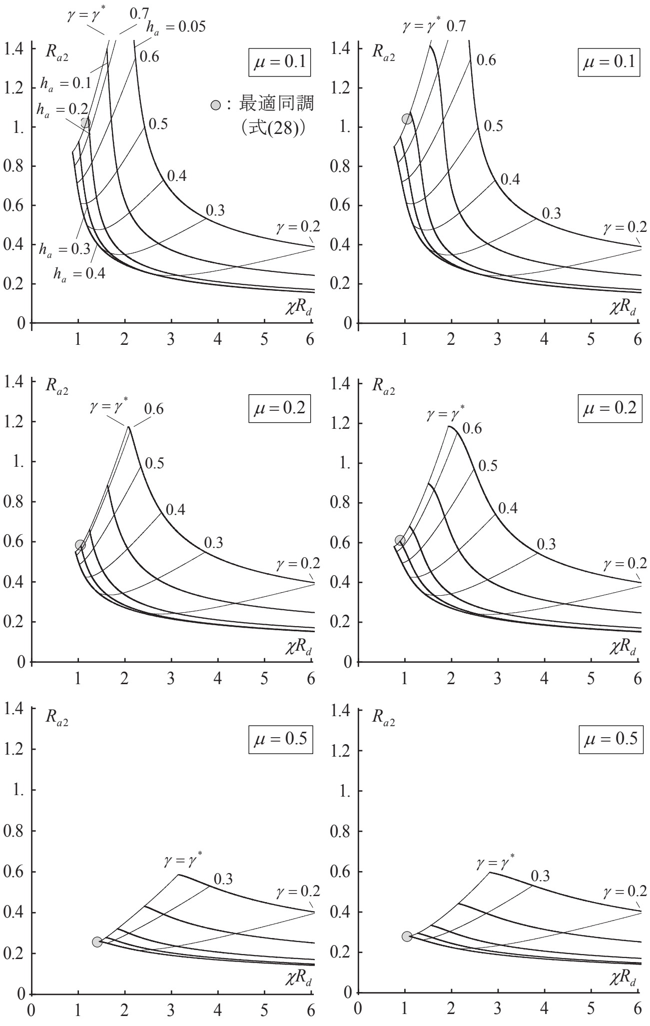
$$\frac{(\text{副系の最大層間変位})}{(\text{副系なしの主系の最大代表変位})} = \chi R_d \tag{62}$$

が成立するので、これと R_{a2} の関係も併せて示す。図 23 と図 24 に性能曲線の一例を示す。例えば、質量比 μ が 0.1 の場合、同調比 γ を最適値 $\gamma^*(=0.8)$ から 0.6 に、減衰定数 h_a を $h_a^*(=0.22)$ から 0.3 に変更すれば、R_d の損失は 5%以内で、上部構造の絶対加速度と免震変形を約 20%抑制できる。μ が 0.5 などでは、同調比の変化に伴う上部構造の加速度変化が緩やかであるから、まず免震層の一般的な周期を鑑みて最初の非同調状態を定め、徐々に免震層の剛性を上げて上部構造の加速度上昇を照査しながら、下部構造の副次的な応答低減効果を狙えば良い。性能曲線から、これら試行が容易に可能となる。



(a) 加速度応答一定領域　　(b) 速度応答一定領域

図 23　性能曲線（主系の変位と副系の絶対加速度、h_f=0.03）



(a) 加速度応答一定領域　　(b) 速度応答一定領域

図 24　性能曲線（副系の変位と副系の絶対加速度、h_f=0.03）

７．まとめ

本論文では、中間層免震建築物において、上部構造を剛体、下部構造を弾性および免震層を Voigt モデルとして、下部構造の地震応答低減効果を期待した同調制御法を解析的に検討した。

得られた結論を以下に要約する。

1) 上部構造が仮想的にない場合の下部構造の振動モードを用いて、中間層免震建築物を等価 2 質点系に縮約する方法を提案した。この等価質点系に基づき、従来の中間層免震建築物の 2 質点系への縮約方法の不適切さを指摘した。多質点系モデルと伝達関数および時刻歴地震応答解析の結果を比較することにより、提案した等価 2 質点系の妥当性を確認した。
2) 免震層の最適設計を考慮するうえで有効な質量比は、下部構造に対する上部構造の実際の質量比ではなく、これに下部構造頂部の刺激関数の 2 乗で重みづけした値であるべきことを示した。その結果、見かけ上の質量比が大きくなることから、免震層に必要な剛性はより小さくなり、減衰定数は大きくなることを指摘した。
3) 地震応答の低減にも慣習的に用いられる、Den Hartog の定点理論による免震層の最適化は、質量比が大きい場合には不適切であることを指摘した。これを踏まえて、地動をホワイトノイズと仮定して、下部構造の 2 乗平均変位を最小化する免震層の最適剛性および最適減衰定数の閉解を理論的に誘導した。
4) ランダム振動理論により、等価 2 質点系の等価期待振動数および等価減衰定数を導入し、等価 2 質点系を等価 1 質点系に置換する方法を示した。同様の理論により、免震層の最大層間変位や上部構造の最大絶対加速度を評価する方法を提案した。さらに、最適同調時には、下部構造の減衰定数が無視できることを確認した上で、これら応答量の簡易な評価式を提案した。
5) 応答スペクトルに適合する模擬地震動を用いた時刻歴地震応答解析により、等価 1 質点系の諸元や下部および上部構造の最大応答を概ね 20%以内の誤差で予測できることを確認した。
6) 加速度応答一定領域では、質量比が 0.2 以上になると、最適同調条件時の変位の応答低減効果が概ね頭打ちになることを確認した。これを等価減衰定数の上限の存在により理論的に説明した。
7) 免震層の図表的設計に資する性能曲線を提案した。これにより、上部構造の絶対加速度の低減効果と下部構造の変位低減効果の両者に注目しながら、耐震設計可能となることを示した。

謝辞

（有）金箱構造設計事務所の金箱温春氏には、中間層免震建築物の構造設計に対する実務の立場からの貴重なご意見を、UAo（株）の伊藤麻里氏、樽見優希氏および森本剛氏には、同調型の中間層免震建築物や TMD を用いた耐震改修の可能性について、建築計画の上から様々なご意見を頂きました。ここに感謝の意を示します。

参考文献

1) 向井洋一, 馬場丈雄：高層建築物に対する同調質量型中間層免震システムの適用性に関する研究, 日本建築学会近畿支部報告集, pp.85-88, 2006
2) Y . Ishimaru, Seismic response control by mode(s)-isolation method Part I: Control method and its verification experiments, Proc. of the 10th world conference on earthquake engineering, Vol.4, pp.2421-2424, 1992
3) J. J. Connor：Introduction to Structural Motion Control, Prentice Hall, 2002
4) 石塚馨, 加藤隆, 近藤豊史, 早野裕次郎, 城戸隆宏, 山下大：屋上緑化を利用した制振構造, その 1 建物概要と設計概要, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp.451-452, 2001.7
5) 栗野治彦, 狩野直樹, 矢口友貴:ストローク制御機能を有する超高層ビル用大地震対応 TMD の開発,日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp.749-750, 2014.9
6) 辻聖晃, 西村智賢：既存建物上部への増築を利用した耐震補強システムのための増築層剛性設計法, 日本建築学会構造系論文集, No.611, pp.47-54, 2007.1
7) 建築画法, No.355, Vol.49, pp.60-63, 2013.7
8) 竹内徹, 大島康昌, 中田安洋, 佐伯英一郎：既存建物付加型免震構法の応答特性, 日本建築学会技術報告集, No.25, pp.153-158, 2007.6
9) 村上勝英, 北村春幸, 小崎均, 山梨知彦：中間階に免震層を持つ建物の設計, 日本建築学会技術報告集, No.7, pp.51-56, 1999.2
10) 日本免震構造協会：パッシブ制振構造　設計・施工マニュアル　第 3 版 －2013 年版－, 2013
11) J. P. Den Hartog：Mechanical Vibration, Dover Publications, Inc. New York, 1985
12) 背戸一登, 岩波孝一, 滝田好宏:動吸振器による多自由度系の制振 ：第 1 報　動吸振器の設計理論, 日本機械学会論文集 C 編, pp.1962-1969, 1984
13) 村上勝英, 北村春幸, 松島豊：2 質点系中間層免震構造モデルの地震応答予測, 日本建築学会構造系論文集, No.549, pp.51-68, 2001.11
14) 小林正人, 洪忠憙：中間層免震構造の地震応答予測と耐震性能, 日本建築学会構造系論文集, No.558, pp.109-116, 2002.8
15) 小林正人, 洪忠憙：中間層免震構造の地震応答予測と動的設計法の合理化, 日本建築学会構造系論文集, No.592, pp.51-57, 2005.6
16) 下田智博, 笠井和彦, Takeru Igusa, 大木洋司：非比例減衰系の応答予測精度に関する一考察, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp.311-312, 2005.9
17) G. Warburton：Optimum absorber parameters for various combinations of response and excitation parameters, Earthquake Engineering & Structural Dynamics, Vol.10, pp.381-401, 1982
18) S. H. Crandall：Random Vibration in Mechanical Systems, Academic Press, 1963
19) 笠井和彦, 伊藤浩資, 渡辺厚：等価線形化手法による一質点弾塑性構造の最大応答予測法, 日本建築学会構造系論文集, No.571, pp.53-62, 2003.9
20) D. Jones, M. Schonlau and W. J. Welch：Efficient global optimization of expensive black-box functions, Journal of Global Optimization, pp.435-492, 1998
21) 阿部雅人, 藤野陽三：摂動解による同調質量ダンパー(TMD)－構造物系の動特性の理解と制振評価, 土木学会論文集, No.446, pp.157-166, 1992.4
22) 辻聖晃, 西村智賢：増築層免震システムによる既存建築物の耐震性能向上, 日本建築学会学術講演梗概集, B-2, pp.503-504, 2003.9
23) 斎藤知生：モード解析型多入力多出力 ARX モデルを用いた高層建物のシステム同定, 日本建築学会構造系論文集, No.508, pp.47-54, 1998.6
24) H. C. Tsai and G. C. Lin：Optimum tuned-mass dampers for minimizing steady-state response of support-excited and damped systems, Earthquake Engineering & Structural Dynamics, Vol.22, pp.957-973, 1993.11

付録１　主系の減衰を考慮する場合の最適同調条件

Tsai らの回帰式[24)]を参考にして、主系の減衰がある場合の最適同調条件を参考に示す。まず、最適同調比を以下のように形式的に表す。

$$\gamma^* = \gamma_0 + \gamma_1 , \quad \gamma_1 = a_1 h_f + a_2 {h_f}^2 \qquad \text{(A1a, b)}$$

$$a_1 = a_{11}\overline{\mu}^{1/2} + a_{12}\overline{\mu} + a_{13}\overline{\mu}^{3/2} , \quad a_2 = a_{21}\overline{\mu}^{1/2} + a_{22}\overline{\mu} + a_{23}\overline{\mu}^{3/2} \qquad \text{(A1c, d)}$$

$\psi = 1.5$ として $\overline{\mu} \in [0, 0.9]$, $h_f \in [0, 0.25]$ の範囲で得られた数値解に対して、最小二乗法により回帰係数を同定した結果を次式に示す。

$$\gamma_1 = \left(-2.02\overline{\mu}^{1/2} + 1.23\overline{\mu} + 0.01\overline{\mu}^{3/2}\right) h_f + \left(-8.84\overline{\mu}^{1/2} + 19.2\overline{\mu} - 12.6\overline{\mu}^{3/2}\right) {h_f}^2$$

$$\gamma_0 = \frac{\sqrt{\psi + \overline{\mu}(\psi - \overline{\mu})/2}}{(1+\overline{\mu})\sqrt{\overline{\mu} + \psi}} \quad \text{for} \quad 0 \le h_f \le 0.25 , \quad \psi = 1.5 \qquad \text{(A2a, b)}$$

図 5(a)に示すとおり、式(A2)の提案式は精度が良い。

MULTIPURPOSE PASSIVE CONTROL OF MID-STORY ISOLATION BUILDINGS DESIGNED TO MITIGATE SEISMIC RESPONSE IN SUBSTRUCTURE

Kensaku KANEKO

Assist. Prof., Dept. of Built Environment, Interdisciplinary Graduate School of Science and Technology, Tokyo Institute of Technology, Dr.Eng.

Mid-isolation buildings designed to mitigate seismic response in a substructure is discussed. Similar systems such as a heavy tuned mass damper (TMD) attached to the rooftop of buildings is also involved in our subject. The objective of this paper is to find both optimal tuning ratios and viscous damping factors of the mid-isolation minimizing seismic peak response of the substructure to ground motions induced by earthquakes. Evaluation methods of the peak responses in both the super structure and the substructure are presented based on the response spectrum method. It is applicable to the wide range of the tuning ratios from the optimal condition to isolated-conditions.

Applicability of the classical Den Hartog's expression for the tuning ratio is reviewed. For this purpose, the equivalent 2DOF system is formulated from the stick model of the building with the aid of the dynamic reduction approach. Optimal parameters minimizing the mean square response in the substructure to the white-noise ground motion are derived in terms of the equivalent mass ratio. The optimal parameters are compared with one estimated by a number of numerical analyses. The response surface is generated by the peak responses of the various systems with various tuning ratios and damping ratios. The optimal parameters on the response surface are estimated by using the sequential quadratic programming method. The result shows good agreement with the optimal points predicted by the proposed method for systems with various mass ratios.

Next, evaluation methods of the peak response are formulated. The two dominant frequencies of the system are statistically replaced by an equivalent frequency based on the random vibration theory. The equivalent damping is also derived in the similar manner. The two parameters consisting of the mass ratio and the effective mass of the substructure define a SDOF model. The model theoretically shows that there exists the upper limit of the performance mitigating the seismic response. In order to verify the parameters of the SDOF model, the time history responses of the 2DOF model are intentionally under-fitted by the ARX model with insufficient number of AR parameters. The estimated SDOF parameters correspond to the parameters obtained by the proposed SDOF model. Two types of the peak response ratios are defined. One is the ratio of the peak isolation displacement to the peak displacement in the substructure. Another is the ratio of the peak acceleration of the superstructure to the peak acceleration of the substructure. The ratios are rigorously represented by the tuning ratio, the damping factor, and the mass ratio. The estimated response ratios have accuracy within twenty percent errors in comparison with results by time history analyses.

Finally, performance curve diagrams are presented in combination with the equivalent SDOF parameters and the proposed equation for the response ratios. The performance curves are utilized to realize multipurpose passive controls including reduction of seismic response both the substructure and the superstructure by graphical interpretation.

（2015 年 5 月 9 日原稿受理，2015 年 8 月 24 日採用決定）