

論文 / 著書情報
Article / Book Information

論題(和文)	地震動の経時特性および周期特性を考慮した同調質量ダンパーの応答指定型設計法
Title(English)	Performance-Based Design of Tuned Mass Damper Mounted on Rooftop of Buildings Considering Type of Seismic Ground Motions
著者(和文)	金子健作
Authors(English)	Kensaku Kaneko
出典(和文)	日本建築学会構造系論文集, Vol. 81, No. 730, pp. 2057-2067
Citation(English)	Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol. 81, No. 730, pp. 2057-2067
発行日 / Pub. date	2016, 12
Rights	日本建築学会
Relation	is version of: https://www.jstage.jst.go.jp/article/aijs/81/730/81_2057/_article/-char/ja
Note	本文データは学協会の許諾に基づきJ-STAGEから複製したものである

地震動の経時特性および周期特性を考慮した
同調質量ダンパーの応答指定型設計法PERFORMANCE-BASED DESIGN OF TUNED MASS DAMPER
MOUNTED ON ROOFTOP OF BUILDINGS CONSIDERING TYPE OF SEISMIC GROUND MOTIONS

金子 健作*

Kensaku KANEKO

This paper proposes a practical evaluation method of vibration control performance of a tuned mass damper (TMD) mounted on rooftop of buildings without time history analysis. The seismic effectiveness of the TMD is assessed in terms of an equivalent damping factor of the whole vibration system. The closed form expression of the equivalent damping factor derived from random vibration theory is modified to take account of intensity envelope function of strong ground motion through a semi-empirical approach. Finally, a performance curve considering the dynamic TMD-building interaction is proposed.

Keywords: Tuned mass damper, Pulse type ground motion, Long period motion, Duration, Optimum condition, Response spectrum method

TMD, パルス性地震動, 長周期地震動, 継続時間, 最適同調条件, 応答スペクトル法

1. はじめに

近年、建物・構築物に対する地震応答抑制の方策の一つとして、同調質量ダンパー（以下、TMD と称す）が用いられるようになってきている。代表的な例として、超高層建物に対する長周期地震動対策^{例え}ば¹⁾や、BCP を踏まえた立体自動倉庫に対する地震対策が挙げられる。いずれにも共通することは、従来の風揺れ対策によるものよりも大きな質量を有する TMD が用いられていることである。TMD の質量の増大は、制振効果を高めるに留まらずに、各部の剛性変動に伴う制振効果のロバスト性の向上や TMD の変形抑制にも繋がる。

TMD に関する研究は、伝達関数の H_{∞} ノルムを最小化する古典的な Den Hartog の定点理論²⁾に始まり、制振効果を最大化する最適同調条件に関心が向けられてきた。Crandall³⁾は、定常不規則振動論により、地動入力に対する制振対象の 2 乗平均応答と同調比の関係を考察している。Warburton⁴⁾は、Crandall の条件を含む様々な外力条件や応答種別に対する最適同調条件を誘導している。Kaynia et al.⁵⁾は、時刻歴地震応答解析によるパラメトリクスタディにより、観測地震動に対する TMD の制振性能を調べ、また、Sadek et al.⁶⁾は経験的な最適同調条件を提案している。Shinha and Igusa⁷⁾は、非定常不規則振動論を用いて、2 乗平均応答の時間発展式を誘導している。Hoang et al.⁸⁾は、質量比 0.7 までを想定して、Kanai-Tajimi 型の filtered white noise 入力に対する最適同調条件を提案しているものの、質量比が 0.2 以下では、入力のスペクトル特性による有意な差異は見られないとしている。Shinha et al.⁷⁾は、入力がホワイトノイズであれば、最適同調比は地動の継続時間に依存しないことを見出している。Matta⁹⁾は、He et al.¹⁰⁾が数式表現したパルス性地震動に特化して、最

適同調条件を提案している。質量比が 0.2 以下では、最適同調比は Warburton⁴⁾ の解と大きく変わらないが、最適減衰定数は零に近い値となる。ただし、この特別な最適同調条件を用いることによる制振効果の改善幅は小さく、広帯域の地震動に対しては、TMD に過酷な変形が生じる。このように、最適同調比については、地震動特性に拘らずに、定常理論から導かれた値を採用するのが妥当なようである。一方、実際の設計では、TMD の過大な変形を避けるため、TMD の減衰定数にはその最適値よりも大きな値を採用することが多い。堀内ら¹¹⁾は、伝達関数を数値的に分析し、最適同調条件でない場合の経験的な全体系の等価減衰定数を提案している。これに対して、著者は、定常不規則振動論により、全体系の等価減衰定数や建物と TMD の最大変形の比の閉解を理論的に誘導した¹²⁾。これと応答スペクトル法を併用して、各部の最大応答を簡易に予測できることを示した。ただし、模擬地震動に限定しており、様々な地震動に対する制振効果は明らかにされていない。以上述べたように、地震用 TMD に対する最適同調条件の考え方は確立されつつあるものの、その制振性能については、包括的に理解されているとは言い難い。

本論文では、TMD の制振効果を喪失する地震動の特徴量を整理したうえで、応答スペクトル法を用いた応答指定型の設計法を提案する。一般に、観測地震動の応答スペクトルの局所的な谷間やパルス性地震動では、減衰による応答低減効果が小さくなる。この現象と TMD の制振効果の喪失を峻別した上で、地震動の経時特性が TMD の制振性能に与える影響を注意深く議論する。この上で、性能曲線を用いた層間変位追従型ダンパーの設計手順に準じて、時刻歴応答解析を介さずに TMD を包括的に設計可能となることを示す。

* 東京工業大学環境・社会理工学院建築学系 助教・博士(工学)

Assist. Prof., School of Environment and Society, Dept. of Architecture and Building Engineering, Tokyo Institute of Technology, Dr.Eng.

2. 広帯域非定常確率過程における同調質量ダンパーの制振性能

2.1 定常確率過程における最適同調条件

建物の屋上に TMD が接続されているものとし、この建物の 1 次の振動モードの 1 つを制振対象とする (図 1(a))。これを踏まえ、多質点系で表される建物が有効質量 M_f^{eff} 、固有円振動数 ω_f および内部粘性減衰定数 h_f (≤ 0.05) を有する 1 質点弾性系で表されるとする。TMD の質量を m_a 、固有円振動数を ω_a 、減衰定数を h_a とする。質量比 μ および $\bar{\mu}$ 、ならびに同調比 γ を以下のように導入する。

$$\bar{\mu} = \psi^2 \mu, \quad \mu = m_a / M_f^{eff}, \quad \gamma = \omega_a / \omega_f \quad (1a-c)$$

ここに、 ψ は、TMD がいない場合の多質点系で表された建物頂部の刺激関数値である。逆三角形振動モードのとき、 $\psi = 1.5$ となる。それゆえ、 $\bar{\mu}$ は μ の倍程度の値となる。

建物基礎に地動加速度 $\ddot{u}_g$ が作用したとき、図 1(b) に示すような自由度が縮約された振動方程式は、以下のように表される¹²⁾。

$$\begin{bmatrix} \bar{\mu} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_a \\ \ddot{u}_f \end{Bmatrix} + 2\omega_f \begin{bmatrix} \bar{\mu}h_a\gamma & -\bar{\mu}h_a\gamma \\ -\bar{\mu}h_a\gamma & h_f + \bar{\mu}h_a\gamma \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_a \\ \dot{u}_f \end{Bmatrix} + \omega_f^2 \begin{bmatrix} \bar{\mu}\gamma^2 & -\bar{\mu}\gamma^2 \\ -\bar{\mu}\gamma^2 & 1 + \bar{\mu}\gamma^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_a \\ u_f \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} \bar{\mu} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ \psi \end{Bmatrix} \ddot{u}_g \quad (2)$$

ここに、 u_f, u_a はそれぞれ地盤面からの建物頂部の変位および TMD の変位である。式(2)は、TMD の設置による建物の振動モードの形状変化が無視できるという仮定に基づいている。以降は、何らかの数値計算結果を記載する際には、断りのない限り、 $\psi = 1.5, h_f = 0.02$ を用いる。ただし、TMD 以外の付加減衰機構が建物に存在する場合を除いて、この限定により、結果の一般性が失われるものではない。

定常応答仮定に基づく最適同調条件には、外力条件に応じて種々の式が提案されている⁴⁾。本論文では、一様なパワースペクトル密度を有する地動入力に対して制振対象の 2 乗平均変位応答を最小化する、最適同調条件を採用する。このとき、最適同調比 γ^* および最適減衰定数 h_a^* は、それぞれ以下のように表される^{4), 12)}。

$$\gamma^* = \frac{\sqrt{1 - \bar{\mu}/2}}{1 + \bar{\mu}}, \quad h_a^* = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\bar{\mu}(1 - \bar{\mu}/4)}{(1 + \bar{\mu})(1 - \bar{\mu}/2)}} \quad (3a, b)$$

式(3)は、式(2)右辺の地震影響ベクトルの成分に含まれる ψ を 1 として誘導されたものである。かつて著者は、 $\psi \neq 1$ として、式(3)と異なる最適同調条件を誘導したが¹²⁾、その値は式(3)と工学的に有意な差異がないために、より平易な式(3)を用いることとした。以降では、 $(\cdot)^*$ の記号を式(3)に関連した最適値を表すのに用いる。

対象とする質量比 μ は、0.02~0.1 程度の範囲とする。下限値は、超高層建物や立体自動倉庫用などの TMD の質量比であり、上限値は屋上庭園によるマスダンパー¹³⁾を想定している。 $\mu > 0.1$ では、 μ の増加による TMD の制振効果の向上は鈍化するため¹²⁾、検討範囲から除外している。ゆえに、 $\bar{\mu}$ は、0.04~0.2 を検討範囲とする。

2.2 定常確率過程における等価減衰定数

式(3)の最適同調条件で設計された TMD による建物の制振効果を式(2)の 2 質点系で評価する。この制振効果の尺度として、如何なる量を選択すべきかをまず議論しなければならない。なぜならば、層間変位追従型のダンパー付き建物を想定した Voigt モデルでも、減衰による応答低減効果は、地震動の経時特性や周期特性に依存するからである。例えば、パルス性地震動では、ランダム性の強い地震動に比べて、減衰性能が 1/2~1/3 倍程度にまで低下する¹⁴⁾。完全なランダム性地震動、すなわち、ホワイトノイズ入力に対しても、減

衰性能は地震動の継続時間に影響される⁷⁾。したがって、TMD の制振効果は Voigt モデルのそれと不可分に議論しなければならない。

そこで、等価 2 質点系で表された全体系に対する等価減衰定数 h^{eq} を導入し、等価 2 質点系を等価 1 質点系に置換する (図 1(c))。

$$\ddot{u}_f + 2h^{eq}\omega_f\dot{u}_f + \omega_f^2 u_f = -\psi\ddot{u}_g, \quad h^{eq} = h_f + \Delta h^{eq} \quad (4a, b)$$

ここに、 ω^{eq}, h^{eq} はそれぞれ 1 質点系に置換したときの等価固有円振動数および等価減衰定数である。 ω^{eq} の詳細は 4.1 節で述べるが、 μ が小さく、地動のパワースペクトル密度の勾配が緩やかであれば、 $\omega^{eq} \approx \omega_f$ と見做せる。そのため、ここではこの近似を用いる。

一方、 h^{eq} については、伝達関数の高さが 2 質点系と同一となるように決める方法¹¹⁾と制振対象の 2 乗平均変位が同一となるように定める方法に大別される^{12), 15)}。著者は、後者の方法により、式(3)の最適同調時の等価減衰定数 h^{eq*} が次式で表されることを示した¹²⁾。

$$h^{eq*} = h_f + \Delta h^{eq*}, \quad \Delta h^{eq*} \approx \frac{1}{4/\sqrt{\bar{\mu}} + \sqrt{\bar{\mu}}(12 - \psi)/(2\psi)} \quad (5a, b)$$

式(5b)は、定常不規則振動論に依拠しているため、過渡応答の効果が欠落している。建物の過渡応答問題において、式(5)の等価付加減衰定数がどのように修正されるべきかを次節で検討する。

2.3 非定常性の影響を考慮した等価減衰定数

Shinha⁷⁾は、時刻 $t \in [0, t_c]$ で 1、それ以外の区間で 0 となる矩形型の振幅包絡関数 $A(t)$ を仮定し、Gauss 型のホワイトノイズ入力を受ける場合の建物の応答推移を不規則振動論と数値計算を組み合わせる半理論的に誘導している。Shinha は、TMD がある場合とない場合の建物頂部の変位応答をそれぞれ u_f, u_{f0} として、

$$\Gamma(t_c) = 1 - \frac{E[u_f^2(t_c)]}{E[u_{f0}^2(t_c)]} \quad (6)$$

なる応答低減効果の尺度 Γ を導入している。 $E[\cdot]$ は期待値である。等価 2 質点系における Γ を Γ_2 で区別すると、 Γ_2 は次式となる⁷⁾。

$$\Gamma_2(t_c) = \Gamma_{2,\infty} \left\{ 1 - \frac{1}{1 + \bar{\mu}(\omega^a t_c)^2 / (12\Gamma_{2,\infty})} \right\} \quad (7)$$

ここに、 $\Gamma_{2,\infty}$ は定常状態 ($t_c \rightarrow \infty$) のときの Γ_2 の停留値であり、次式で表される⁷⁾。

$$\Gamma_{2,\infty} = \frac{\bar{\mu}}{(\bar{\mu} + 4h_f h_a) (h_f + h_a)} \quad (8)$$

また、式(7)に現れる ω^a は固有円振動数の平均値 $\omega^a = (\omega_f + \omega_a)/2$ である。式(7)は、式(2)の地震影響ベクトルの項を 1 とした場合の解であるものの、 $\psi \neq 1$ の場合にも適用可能であることを確認している (付録 1)。式(7)の半理論解を応答低減効果の経時特性として捉え、時刻 t_c を地動入力開始時刻 $t_0 (=0)$ からの経過時間 t と読み替える。

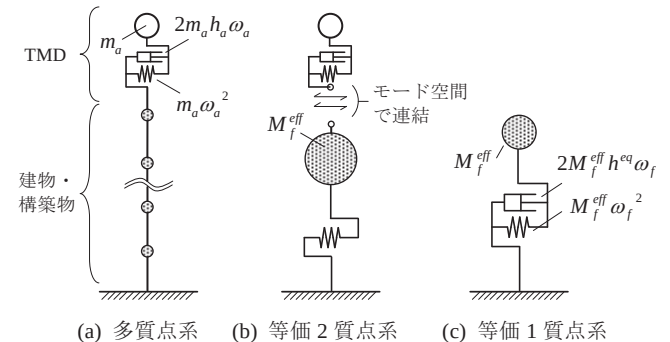


図 1 建物と TMD から構成される全体系のモデル化

これにより、TMD の制振効果の経時特性を議論できる。

式(7)の時間依存項に着目してみる。粗い近似を認めれば、最適調時には、 $\omega^o \approx \omega_f$ が成立することから、

$$\tau = \sqrt{\mu} \frac{t_c}{T_f} \quad (9)$$

の無次元量 τ が、過渡応答における制振性能損失の多寡を支配すると思われる。この無次元量は、建物の最大応答が生起するまでの応答サイクル数 ($= t_c / T_f$) が少ないほど、TMD の制振性能が発揮され難いという良く知られた経験的事実を示唆するものである。また、TMD の質量比 μ を大きくすれば、TMD の制振性能の損失を緩和できることも推測される。

一方、等価 1 質点系では、Iwan and Smith により、理論解¹⁶⁾

$$E[u_f^2(t)] = \psi^2 \frac{\pi G_0}{2\omega_f^2} \int_0^t A^2(t-s) \exp(-2h^{eq}\omega_f s) ds \quad (10)$$

が誘導されている。ここに、 G_0 は地動の片側パワースペクトル密度であり、関数 $A(\cdot)$ は、地動の経時特性を特徴づける確定的な振幅包絡関数である。もし、 A が時間に依存せず一定であれば、次式の Caughey の理論解¹⁷⁾が利用できる。

$$E[u_f^2(t)] = \psi^2 \frac{\pi G_0}{4h^{eq}\omega_f^3} \{1 - \exp(-2h^{eq}\omega_f t)\} \quad (11)$$

ただし、ここでは、厳密解に含まれる微小の時間変動項を無視している。式(11)を式(6)に代入すると、等価 1 質点系に対する Γ の理論解が以下のように誘導される。

$$\Gamma_1(t_c) = 1 - \Gamma_{1,\infty} \exp(-\Delta h^{eq}\omega_f t_c) \operatorname{csch}(h_f \omega_f t_c) \sinh(h^{eq}\omega_f t_c) \quad (12)$$

ここに、 $\Gamma_{1,\infty} = h_f / h^{eq}$ である。csch は双曲線余割関数である。式(12)は、減衰の付加による応答低減効果が地震動の継続時間に依存するという良く知られた事実¹⁸⁾を式(6)と同等の表現に書き直したものに過ぎない。図 2 に $(1 - \Gamma)$ と τ の関係を示す。図の縦軸の値が小さいほど制振性能が高いことを示す。等価 1 質点系と異なり、等価 2 質点系には変曲点が存在する。この点に対応する時刻よりも前では、時間の経過に伴う TMD の制振性能の上昇は緩やかである。この等価 1 質点系と等価 2 質点系における応答の経時特性の相違は、TMD が層間変位追従型ダンパーに制振性能の面で劣る点を表している。

そこで、この変曲点に着目して、式(7)の τ に関する 2 階微分から $\tau - \Gamma_2$ 曲線の変曲点を求めてみる。 $\Gamma_{2,\infty} \approx \bar{\mu} / (\sqrt{\bar{\mu}} + 2h_f)^2$ の近似¹⁹⁾を用いると、 Γ_2 が変曲点を迎える時刻 τ_p は以下のように表される。

$$\tau_p = \frac{1}{\pi} \frac{1}{1 + 2h_f / \sqrt{\bar{\mu}}} \approx \frac{1}{\pi(1 + h_f / h_a^*)} \quad (13)$$

地震時応答の非定常性を考慮するために、式(7)の Γ_2 と式(12)の Γ_1 の値が任意の時刻で可能な限り合致するように、等価付加減衰定数 Δh^{eq} の値を修正する。それゆえ、経験的に次式の関数を定める。

$$\Delta h^{eq*} = \phi \Delta h^{eq}, \quad \phi = \frac{1}{1 + (\xi\tau)^2} \quad (14a, b)$$

ここに、 ϕ は低減係数、 ξ は正の定数である。 Δh^{eq*} は補正した等価付加減衰定数である。式(13)での議論から、 ξ を次式で定める。

$$\xi = \pi(1 + h_f / h_a^*) \quad (15)$$

このとき、図 3(a)に示すように、等価 1 質点系でも等価 2 質点系の建物部の応答推移を模擬できるようになる。なお、TMD を用いる場合には、 h_f は h_a^* に比して小さいことが多いため、式(15)で $\xi \approx \pi$ に近似しても問題ない。

3. 確率論的時刻歴応答解析における等価減衰定数の検証

3.1 解析手法の概要

実際の強震動の波形は、立ち上がり部、強震部および減衰部から成る経時特性を有する。したがって、第 2 章での継続時間 t_c が地震動の有効継続時間とどのように対応づけられるかを論じなければならない。そこで、地震動の経時特性を定める振幅包絡関数を仮定し、式(14b)で考慮する係数 ξ について改めて検討する。

Kaynia⁵⁾は、地盤の減衰定数が極めて小さく、かつ地盤と建物の固有周期が近接する場合を除いて、 $\sqrt{E[u_f^2] / E[u_{f0}^2]}$ の推移は地盤特性の影響を受けないことを示している。そこで、本論文では、ホワイトノイズに振幅包絡関数を乗じた値を地動入力とする。

振幅包絡関数 A には、種々のものが提案されているが、ここではまず、確率論的応答解析で良く用いられる、Shinozuka¹⁹⁾により提案された次式の指数関数型を採用する (図 4(a))。

$$A(t) = \frac{\exp(-a_1 t) - \exp(-a_2 t)}{\exp(-a_1 t_c) - \exp(-a_2 t_c)}, \quad t_* = \frac{\ln a_1 / a_2}{a_1 - a_2} \quad (16a, b)$$

ここに、 $a_1, a_2 (> a_1)$ はともに正の定数であり、 t_* は包絡曲線 $A(t)$ が極大点となるときの時刻である。

準備として、式(2)の振動方程式を以下の状態方程式で書き改める。

$$\dot{\mathbf{Y}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{Y}(t) + \mathbf{b}\ddot{u}_g(t) \quad (17)$$

ここに、状態変数 $\mathbf{Y}$ と係数 $\mathbf{A}, \mathbf{b}$ は、

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{r} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Y}(t) = \begin{Bmatrix} \mathbf{X}(t) \\ \dot{\mathbf{X}}(t) \end{Bmatrix} \quad (18a-c)$$

である。 $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$ は、それぞれ式(2)の質量マトリクス、減衰マトリクスおよび剛性マトリクスである。また、 $\mathbf{X}^T(t) = \{u_f, u_a\}$ 、 $\mathbf{r}^T = \{\psi, 1\}$ である。ここで、地動 $\ddot{u}_g(t)$ をホワイトノイズとすると、状態変数 $\mathbf{Y}(t)$ の分散共分散行列 $\mathbf{V}(t) = E[\mathbf{Y}(t)\mathbf{Y}^T(t)]$ の時間発展を支配する常微分方程式は、以下のように表される²⁰⁾。

$$\dot{\mathbf{V}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{V}(t) + \mathbf{V}(t)\mathbf{A}^T + \pi G_0 \mathbf{d}(t)\mathbf{d}^T(t) \quad (19)$$

ここに、 $\mathbf{d}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{b}$ である。

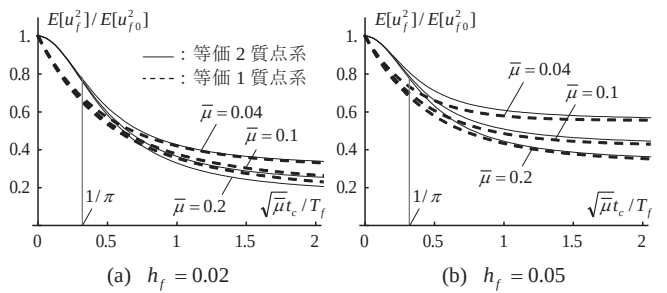


図 2 ホワイトノイズ入力における応答低減効果

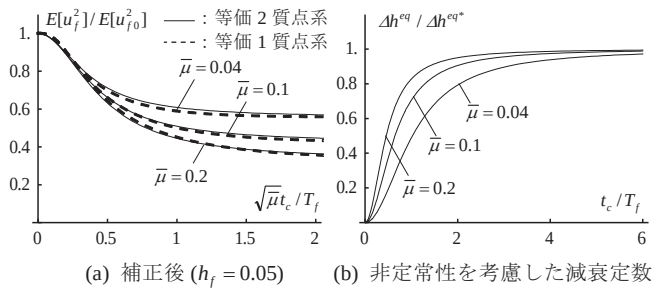


図 3 非定常性を考慮した減衰定数

3.2 等価減衰定数の推定

式(19)を Runge-Kutta 法で数値積分して共分散応答の推移を求める。これに続き、建物の2乗平均変位応答 $E[u_f^2] = \mathbf{V}_{11}$ の最大値を求め、この値と式(11)のそれとが合致するように、2分法による収束計算から等価付加減衰定数 $\tilde{\Delta h}^{eq}$ を推定する。パラメータ a_1, a_2 は、(0.5, 1.0), (0.5, 0.75), (0.25, 0.5), (0.125, 0.25)の4種の組み合わせとする。

図5(a)に、 $\phi (= \tilde{\Delta h}^{eq} / \Delta h^{eq*})$ と $\tau (= \sqrt{\mu} t_c / T_f)$ の関係を示す。 Δh^{eq*} は式(5b)から算定している。 $A(t)$ が時刻に依存する場合においても、 τ と ϕ には強い相関が確認される。ゆえに、非定常応答下での等価付加減衰定数の修正に無次元量 τ を用いることは妥当である。

ところで、国内の設計では、振幅包絡関数として、区分的に定義された Jennings 型²¹⁾が良く用いられる。この包絡型をもとにして佐藤ら²²⁾は、気象庁マグニチュード M_J と震源距離 X から、工学的基盤上の統計的な中小地震の経時特性を以下のように提案している。

$$\log(t_b - t_a) = 0.229 M_J - 1.112 \quad (\text{立ち上がり部}) \quad (20a)$$

$$\log(t_c - t_b) = 0.433 M_J - 1.936 \quad (\text{強震部}) \quad (20b)$$

$$\log(t_d - t_c) = 0.778 \log X - 0.340 \quad (\text{減衰部}) \quad (20c)$$

ここに、 $\log(\cdot)$ は常用対数である。時刻 t_a, t_b, t_c, t_d の定義は、図4(b)のとおりである。 M_J を5.0~7.0、 X を10~40kmとした式(20)から ϕ を同様に推定した結果を図5(b)に示す。基準化する時刻として t_c を採用すると、式(14)がそのまま適用できることが解る。

図5(b)から同様に理解されることは、 $\tau (= \sqrt{\mu} t_c / T_f)$ が1以上では概ね $\phi \approx 1$ となり、ひいては $\tilde{\Delta h}^{eq} \approx \Delta h^{eq*}$ となることである。このことから、 $\tau = 1$ が閾値と見做せる。例えば、中地震で $t_c = 25$ 秒、大地震で $t_c = 35$ 秒とし²¹⁾、最も不利な条件として $\bar{\mu} = 0.04$ を想定すると、中地震で T_f が3秒以下、大地震で T_f が7秒以下であれば、 $\tau \geq 1$ となる。それ以上の $\bar{\mu}$ では、より小さな T_f に対して $\tau \geq 1$ となる。このような地震動条件と建物の組み合わせでは、地震時の TMD の制振性能は、定常応答下のそれと同程度となる。以上を踏まえると、地震動の応答抑制に期待するような大質量比の TMD に限定した場合 ($\bar{\mu} \geq 0.04$)、ランダム性の強い地震動については、地震動の経時特性が TMD の制振性能に及ぼす影響は小さい。

ただし、断層近傍で生じ得るパルス性地震動については、確率過程による特徴づけは難しい。そこで、次章では、検討用地震動をパルス性地震動に限定して、TMD の制振性能の考察を進めていく。

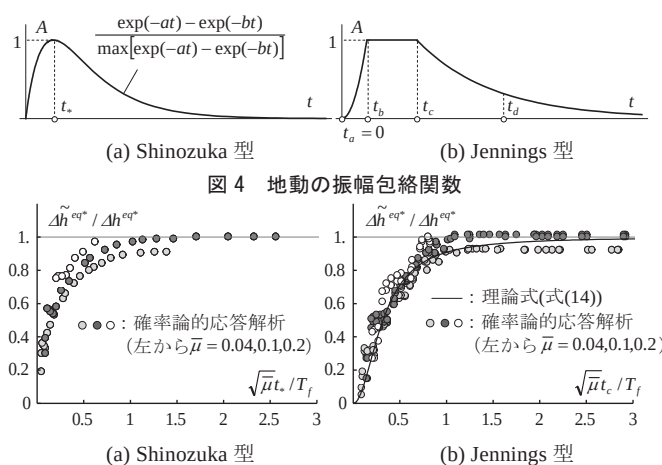


図5 等価付加減衰定数の推定

4. パルス性地震動に対する同調質量ダンパーの制振性能

4.1 正弦波パルス入力による等価減衰定数の推定

パルス性地震動の地動加速度 $\ddot{u}_g(t)$ を表す最も単純な数理モデルとして、以下の正弦波パルス (1 波長分の正弦波)¹⁴⁾を取り上げる。

$$\ddot{u}_g(t) = \begin{cases} C \sin(\omega_p t + \phi) & 0 \leq t \leq T_p \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (21)$$

ここに、 ω_p はパルス振動数 ($= 2\pi/T_p$; パルス周期 T_p) である。 C は振幅の調整係数、 ϕ は位相遅れである。ここでは、前章と異なり、(決定論的)時刻歴応答解析により、TMD の制振性能を論じる。

正弦波パルスを入力したときの応答スペクトルについて、周期 T_{cr} 以上の固有周期では、速度応答スペクトル S_v と擬似速度応答スペクトル S_{pv} が分離し始めることを Blazquez and Kelly²³⁾は見出した。この周期 T_{cr} は、1 質点系の最大応答の発生時刻とパルス終了時刻の前後関係に関連がある¹⁴⁾。それゆえ、この T_{cr} を用いて、等価付加減衰定数に係る修正係数である式(14b)を次のように書き換えてみる。

$$\phi = \frac{1}{1 + (\xi \sqrt{\mu} T_{cr} / T_f)^2} \quad (\text{パルス性地震動}) \quad (22)$$

ここで、 $T_{cr} = 3.3 T_p$ である¹⁴⁾。 $T_f = T_{cr}$ のとき、後述する等価1質点系と等価2質点系の最大応答が同一となる条件から、 $\xi \approx \pi$ を同定した。つまり、式(14b)と式(22)は、以下の一つの式に統合される。

$$\phi = \frac{(\pi \tau)^2}{1 + (\pi \tau)^2}, \quad \tau = \begin{cases} \sqrt{\mu} T_{cr} / T_f & (\text{パルス性地震動}) \\ \sqrt{\mu} t_c / T_f & (\text{上記以外}) \end{cases} \quad (23)$$

一方、等価固有円振動数 ω^{eq} を次式のように定義する。

$$\omega^{eq} = \omega_f / \Gamma \quad (24)$$

ここで、TMD と建物が同調する際には、同調時に全体系の2つ振動モードの応答が有意になるため、そのどちらも無視できない。そのため、この2つの固有円振動数を統計的に合成したものが等価固有円振動数 ω^{eq} の実体である¹²⁾。第3章では、等価付加減衰定数を修正するために、 $\Gamma \approx 1$ としていた。ここでは、急峻な変化を伴う応答スペクトルに対応するために、 $\Gamma \neq 1$ とした定式化を用いる。

S_v 一定領域の Γ を Γ_0 とし、主系の減衰を無視すると、

$$\Gamma_0 = \sqrt{\frac{D}{(1 + \bar{\mu})\bar{\mu}^2\gamma^4 + (2h_g\bar{\mu})^2 - 2\bar{\mu}\bar{\psi}\gamma^2 + \bar{\psi}^2}}, \quad \bar{\psi} = \bar{\mu} + \psi \quad (25a, b)$$

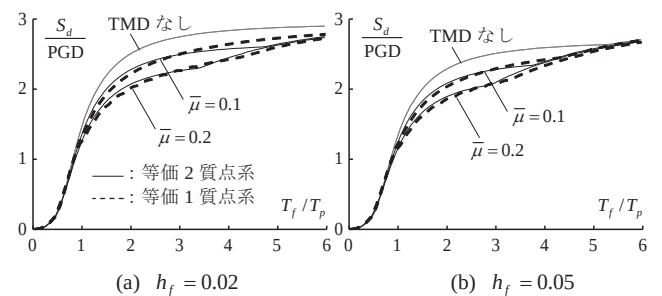


図6 正弦波パルス入力による建物の変位応答スペクトル

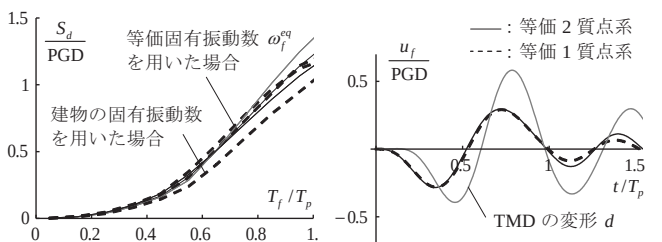


図7 固有振動数による応答の相違

図8 各部の応答の時刻歴

$D = (1 + \bar{\mu})^2 \bar{\psi}^2 \gamma^4 + \left[(1 + \bar{\mu})(2h_0 \bar{\psi})^2 + \bar{\psi}(\bar{\mu}^2 - (2 + \bar{\mu})\psi) \right] \gamma^2 + \psi^2$ (25c)
となる¹²⁾。式(25a)は入力のパワースペクトル密度が一定であるものとして誘導しているため、建物の固有周期が応答スペクトルの加速度応答一定領域に属する場合には、修正が必要である。ここでは、以下のように定める。

$$\Gamma = \begin{cases} \Gamma_0^2 & T_f \leq T_p \\ \Gamma_0 & T_f > T_p \end{cases} \quad (26)$$

文献 12)では、式(26)の区分関数を加速度応答一定領域と速度応答一定領域で区分したが、ここでは便宜的にパルス周期 T_p で区分した。

$T_p = 1\text{s}$ の場合の時刻歴解析により計算した建物の変位応答スペクトル S_d を図 6 に示す。地動の最大変位 PGD を用いて、縦軸を無次元化している。図中の等価 2 質点系は、式(2)を用いた結果であり、等価 1 質点系は、式(4)の h^{eq} を $\phi \Delta h^{eq} + h_f$ で評価した結果である。図から解るように、質量比 $\bar{\mu}$ や建物の減衰定数 h_f を変えた場合でも、単一の式(23)で種々の変位応答を良く再現している。なお、同図からは、 $T_f \leq T_p$ では TMD の制振効果が完全に喪失していることが解る。図 7 は、等価 1 質点系の固有振動数に建物の固有円振動数 ω_f を用いた場合と式(24)の等価固有円振動数 ω^{eq} を用いた場合の変位応答スペクトル S_d の相違を示したものである。 ω^{eq} を用いた結果は、等価 2 質点系の結果と良く対応しているものの、 ω_f は若干小さめの変位応答を与えるようである。図 8 からは、2 つの系の時刻歴応答は、最大応答のみならず周期も含めて良く対応していることが解る。

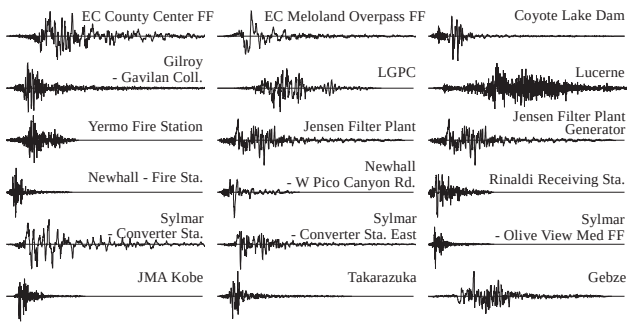
4.2 観測パルス性地震動に対する等価減衰定数の検証

過去に観測されたパルス性地震動に対して、式(23)の適用性を検

表 1 検討用地震動（パルス性地震動）

地震名	M_w	観測点	$T_p(\text{s})^*$
Imperial Valley-06 1979	6.53	EC County Center FF EC Meloland Overpass FF	4.5 3.3
Morgan Hill 1984	6.19	Coyote Lake Dam	1.0
Loma Prieta 1989	6.93	Gilroy - Gavilan Coll. LGPC	1.8 4.4
Landers 1992	7.28	Lucerne Yermo Fire Station	5.1 7.5
Northridge-01 1994	6.69	Jensen Filter Plant Jensen Filter Plant Generator Newhall - Fire Sta. Newhall - W Pico Canyon Rd. Rinaldi Receiving Sta. Sylmar - Converter Sta. Sylmar - Converter Sta. East Sylmar - Olive View Med FF	3.5 3.5 1.0 2.4 1.2 3.5 3.5 3.1
兵庫県南部地震 1995	6.90	JMA Kobe Takarazuka	1.0 1.4
Kocaeli 1999	7.51	Gebze	5.8

*記載のパルス周期 T_p は Baker²⁴⁾ の定義による断層直交成分の値である。



注) すべて最大振幅を 1 に正規化している。

図 9 検討用パルス性地震動の加速度時刻歴波形（断層直交成分）

討する。Baker²⁴⁾が整理したパルス性地震動のうち、表 1 に示すものを検討に用いる。パルス周期 T_p は種々の推定法が提案されており、表 1 に示す T_p はウェーブレット変換から推定された値である²⁴⁾。図 9 は表 1 に対応する時刻歴波形であり、様々な継続時間の地震動が検討に含まれている。固有周期 T_f ごとに 1 質点系と 2 質点系の最大応答の比 $u_{f,\text{SDOF}}/u_{f,2\text{DOF}}$ を図 10 に整理している。 T_f の全周期帯で予測誤差は 10%以内に収まり、 T_f による誤差の偏りは見られない。また、4.1 節での極端な狭帯域の正弦波パルスの場合に比べて、実際の観測地震動では、等価 1 質点系の固有振動数に建物の値 ω_f と全体系の等価値 ω^{eq} を用いた場合の両者の予測誤差の違いは少ない。

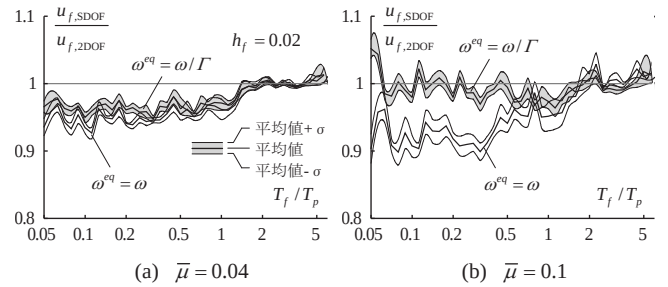


図 10 建物の最大応答の予測精度の周期特性（パルス性地震動）

5. 応答スペクトル法に基づく各部の最大応答の予測法

5.1 不規則振動論に基づく応答予測法

検討用の地震応答スペクトルが既知であるものとして、応答スペクトル法により、建物や TMD の最大応答を予測する方法を述べる。地震応答スペクトルは、関数で規定される滑らかな設計用応答スペクトルでも、観測波の地震応答スペクトルであってもよい。第 4 章までは、最適同調条件により設計される TMD に限定していたが、本章では任意の TMD の剛性や減衰定数に一般化して論じる。

建物頂部の最大変位 u_f は、変位応答スペクトル S_d を用いて、以下のように推定できる。

$$u_f = \psi S_d(\omega^{eq}, h^{eq}) \quad (27)$$

S_d の算定に用いる等価減衰定数 h^{eq} は、線形系の不規則振動論から、以下のように表される¹²⁾。

$$\tilde{h}^{eq} = \phi \Delta h^{eq} + h_f, \quad \Delta h^{eq} = h_0 \bar{\mu} \psi^2 / D \quad (28a, b)$$

式(5b)と異なり、式(28b)は任意の γ, h_0 に対して使用できる。また、最適同調条件以外でも、式(23)の ϕ が式(28a)の評価に利用できるものとする。変形比 χ を導入して、建物頂部と TMD の最大相対変位 $d = (u_a - u_f)$ (TMD の最大変形)を次式で評価できるものとする。

$$d = \chi u_f \quad (29)$$

ここで、2 つの最大応答 $\max |d(t)|$ と $\max |u_f(t)|$ の比の代わりに、2 乗平均応答 $E[d(t)^2]$ と $E[u_f(t)^2]$ の比の平方根に置き換えると、変形比 χ は次式のように表される¹²⁾。

$$\chi \approx \sqrt{\frac{C_1 h_f + C_2 h_0}{C_3 h_f + C_4 h_0}} \quad (30)$$

ここに、

$$C_1 = 1 + \gamma^4 (\psi - 1)^2 + \gamma^2 (\bar{\mu} - 2 + 2\psi) \quad (31a)$$

$$C_2 = \gamma (\bar{\mu} + \gamma^2 \bar{\mu}^2 + 2\gamma^2 \bar{\mu} \psi + \gamma^2 \psi^2) \quad (31b)$$

$$C_3 = \gamma^4 \bar{\mu} (\bar{\mu} + \gamma^2 \bar{\mu}^2 + 2\gamma^2 \bar{\mu} \psi + \gamma^2 \psi^2), \quad C_4 = \gamma^3 D \quad (31c, d)$$

である。

5.2 パルス性地震動に対する同調質量ダンパーの最大変形

図 11 には、式(3)の最適同調条件で設定した TMD について、1995 年の兵庫県南部地震の 2 つの地震動 (JMA Kobe および Takarazuka) の断層直交(SN)成分と平行(SP)成分の入力に対して、その最大変形を応答スペクトルの形で表示している。不規則振動論による式(30)の理論値は、時刻歴解析の結果の概ね上限値を与えるようである。 $T_f < T_p$ の周期帯では、TMD の変形比 χ は大局的には一定と見做せるものの、 $T_f > T_p$ では、 T_f/T_p の増大に伴い χ が著しく減少してることが解る。一般に、長周期系の建物がパルス性地震動を受けた場合、建物に過酷な変形が生じやすい。その一方で TMD はあまり変形しないため、式(30)を長周期系の建物にそのまま用いると、TMD の変形を本来の 2 倍以上大きく評価してしまうこととなる。

5.3 同調質量ダンパーの最大変形評価法の補正

応答スペクトルから直接得られる情報をもとにして、前述した TMD の特異な挙動を包括的に予測できれば、設計上便利である。

この実現のため、TMD の最大変形が地震動のどのような特徴量に影響され得るかを分析する。この目的のために、式(2)の等価 2 質点系の振動方程式を次のように書き換える。

$$\ddot{u}_f + \{2h_f\omega_f\dot{u}_f + \bar{\mu}(2h_a\omega_a\dot{d} + \omega_a^2 d)\} + \omega_f^2 u_f = -\psi\ddot{u}_g \quad (32)$$

式(32)の中括弧の項は、等価 1 質点系における減衰力と見做せる。このことから、TMD の最大変形が小さくなる要因は、等価 1 質点系における減衰力による応答低減効果の影響が小さい要因と通底していると考えられる。この仮説を実証するために、次式で定義される指標 κ を導入する。

$$\kappa = \frac{1 - D'_h(h^{eq}, h_f)}{1 - D_h(h^{eq}, h_f)}, \quad D_h = \sqrt{\frac{1 + \alpha h_f}{1 + \alpha h^{eq}}}, \quad D'_h(h^{eq}) = \frac{S_a(\omega, h^{eq})}{S_a(\omega, h_f)} \quad (33a-c)$$

ここに、 D_h は減衰によるスペクトル応答の低減効果を表す係数である²⁵⁾。ここでは、 $\alpha = 75$ とする。式(33)で $\alpha = 75$ を基準値として採用した理由は、一様乱数位相を有する模擬地震動では、式(30)がほぼ正解を与えることが確認されているためである¹²⁾。指標 κ の値が 1 に近いほど、実際の応答スペクトルの低減効果が式(33b)の D_h による算出値に近づく。この意味から、 $\kappa \rightarrow 1$ のとき、式(30)の χ は時刻歴応答から得られるそれと対応するはずである。

時刻歴解析により評価した $\chi_{時刻歴}$ と式(30)による $\chi_{理論値}$ の比と指標 κ の関係を図 12 に示す。ただし、 $\kappa \geq 0.2$ に限定して結果を記載している。この 2 つの関係には、強い相関がみられる。また、TMD の減衰定数 h_a が最適値 h_a^* よりも大きな値をとるほど、 $\chi_{時刻歴}/\chi_{理論値}$ は全体的に 1 に漸近する傾向にある。

以上のことを踏まえて、応答スペクトル特性に準じて TMD の変形比 χ を補正するために、以下の回帰式を導入する。

$$\chi_{補正後} = \begin{cases} \{1 - a(1 - \kappa)\}\chi & \text{for } \kappa \leq 1 \\ \chi & \text{for } \kappa > 1 \end{cases} \quad (34)$$

図 12 の縦軸との切片は、 $1 - a$ で表される。TMD の減衰定数が大きいほどこの切片が大きくなる傾向を回帰係数 a で考慮している。TMD の質量比と減衰定数を変更し、表 1 の地震動に対して、建物の固有周期 T_f を 0.2~6 秒として、時刻歴応答解析から χ を計算し、これらの値から回帰係数 a を推定した結果を図 13 に示す。 $\bar{\mu}$ が 0.2 かつ λ が 2 以上のときに、パルス性地震動の SN 成分と SP 成分の入力に対して推定した a は、若干の違いが認められるものの、概ね同

じと見做せる。 a は、 $\bar{\mu}$ と h_a の両者に強く影響されるため、 a に対して次式の回帰式を定める。

$$a = \max\left(\frac{1}{1.6 + 4.5\bar{\mu}} - 0.09\lambda, 0\right), \quad \lambda = \frac{h_a}{h_a^*} \quad (35a, b)$$

図 13 には、式(35)の回帰式の結果を併記している。

パルス性地震動に対しては、林らの一連の研究により、規格化された設計用応答スペクトル²⁶⁾や応答低減効果係数¹⁴⁾が提案されている。これらの設計式を式(33b, c)に用いれば、パルス性地震動に対する TMD の標準的な設計法を構築することが可能となる。

5.4 様々な地震動に対する応答予測法の検証

等価 1 質点系について、以下で定義される建物の変位応答のピーク比 R_d と速度応答の RMS 比 R_v^σ を検証する。

$$R_d = \frac{\max_t |u_f(t)|}{\max_t |u_{f0}(t)|}, \quad R_v^\sigma = \frac{E[\dot{u}_f(t)^2]}{E[\dot{u}_{f0}(t)^2]} \quad (36a, b)$$

RMS 比に着目する理由は、その値が建物主架構の繰返し疲労に

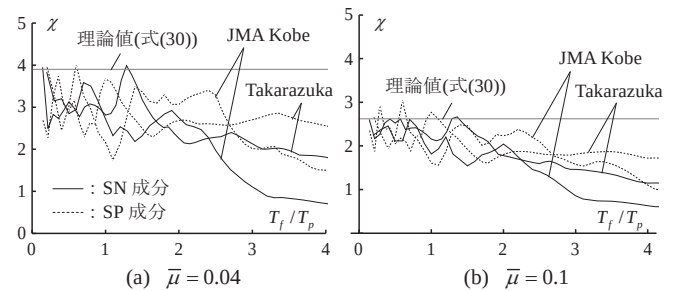
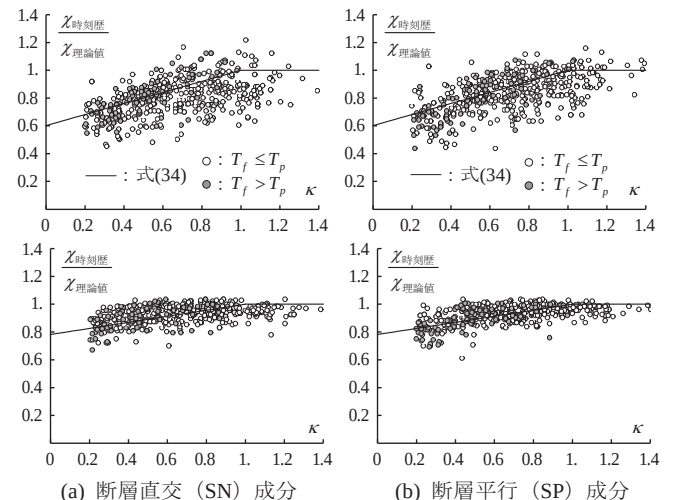
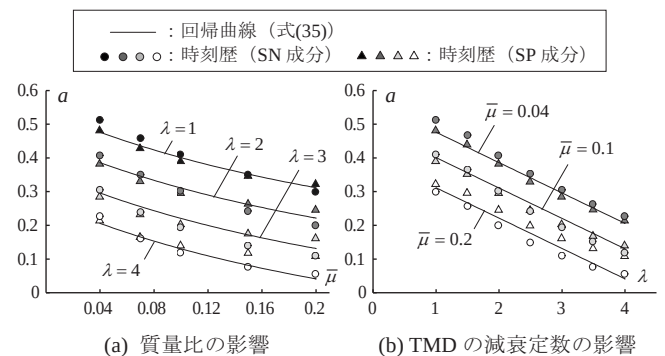


図 11 TMD の変形と建物の固有周期の関係 (兵庫県南部地震 1995)



(a) 断層直交 (SN) 成分 (b) 断層平行 (SP) 成分
(上段: $h_a/h_a^* = 1$, 下段: $h_a/h_a^* = 3$, 共通で $\bar{\mu} = 0.1$)

図 12 TMD の最大変形と応答スペクトル特性の関係



(a) 質量比の影響 (b) TMD の減衰定数の影響

図 13 TMD の諸量と TMD の最大変形指標を表す回帰係数の関係

よる部材破断に関連するためである。

表2の地震動と表1のパルス性地震動を検討の一例として用いる。建物の耐震性の検証に用いられることの多い標準三波を含め、実際の超高層建物に被害をもたらした長周期地震動²⁷⁾を含めた。 T_c には $2\pi \cdot (\max S_v / \max S_d)$ で評価した略算値を用いる。時刻 t_c は、検討地震のマグニチュード M_w から式(20)により算定する。また、5.3節の考え方を非パルス性の地震動の検討に準用する。ただし、3.2節で述べたように、総じて $\Delta \tilde{h}^{eq*} \approx \Delta h^{eq*}$ となる。

表3および表4には、建物の固有周期 T_f を0.2～6秒とした範囲で、等価2質点系の時刻歴解析結果に対する等価1質点系で予測した値の比を整理している。表には、平均値と標準偏差を併記している。建物の応答予測精度は極めて高いことが解る。また、TMDの最大変形についても、 $(\bar{\mu}=0.04, h_a=h_a^*)$ の場合には、10%強の誤差が認められるものの、それ以外の誤差の平均値は概ね10%以内であり、標準偏差も極めて小さい。また、図14(a)は、式(3)の最適同調比でTMDの質量比を変化させた場合の建物頂部の擬似応答スペクトルである。長周期の建物ほど、過渡応答による制振性能を損失し易いが、この周期帯でも2つの系の結果は良く対応している。図14(b)は、同様な条件下、 $\bar{\mu}$ の増大によるTMDの変形減少の様子をスペクトル形式で表したものである。全周期帯で等価2質点系と等価1質点系の結果は良く対応している。特に、図11で示したように、JMA Kobeなどのやや短周期パルスでは長周期領域でTMDの変形が小さくなるものの、5.3節の補正方法により、TMDの最大変形を精度良く予測できている。図15は、一例として、減衰による応答低減効果が大きい建物周期での変位の時刻歴を示したものである。パル

表2 例題に用いる地震動（パルス性地震動を除く）

No.	地震名	観測点	M_w	PGA (cm/s ²)		備考
				NS	EW	
1	Imperial Valley 1940	El Centro	6.4	341.7	210.1	—
2	Kern Country 1952	Taft	7.7	152.7 ^{†1}	175.9 ^{†2}	^{†1} N21E, ^{†2} N291E
3	十勝沖 1968	八戸	7.8	229.6	180.2	—
4	宮城県沖 1978	東北大学	7.4	258.2	202.6	—
5	東北地方太平洋沖地震 2011	茨洲庁舎	9.0	34.3	33.5	1階の記録

表3 建物最大変位の時刻歴解析結果に対する予測値の比

質量比 $\bar{\mu}$	減衰定数 h_a/h_a^*	地震動の種別			
		パルス性以外 (表2)		パルス性 (表1)	
		$T_f \leq T_c$	$T_f > T_c$	$T_f \leq T_p$	$T_f > T_p$
0.04	1.0	0.99 (0.10)	0.96 (0.07)	1.00 (0.08)	1.05 (0.11)
	2.0	0.99 (0.04)	0.97 (0.04)	1.00 (0.03)	1.04 (0.07)
	3.0	1.00 (0.02)	0.98 (0.03)	1.00 (0.02)	1.04 (0.06)
0.1	1.0	1.04 (0.11)	0.97 (0.10)	1.07 (0.13)	1.05 (0.12)
	2.0	1.03 (0.06)	0.98 (0.05)	1.05 (0.05)	1.03 (0.10)
	3.0	1.04 (0.03)	1.00 (0.04)	1.05 (0.03)	1.03 (0.07)
0.2	1.0	1.11 (0.14)	1.00 (0.12)	1.12 (0.10)	1.07 (0.10)
	2.0	1.10 (0.07)	1.01 (0.06)	1.12 (0.08)	1.02 (0.10)
	3.0	1.10 (0.04)	1.03 (0.06)	1.12 (0.05)	1.03 (0.09)

注) 括弧外の数値は平均値、括弧内の数値は標準偏差を示す。

表4 TMD最大変形の時刻歴解析結果に対する予測値の比

質量比 $\bar{\mu}$	減衰定数 h_a/h_a^*	地震動の種別			
		パルス性以外 (表2)		パルス性 (表1)	
		$T_f \leq T_c$	$T_f > T_c$	$T_f \leq T_p$	$T_f > T_p$
0.04	1.0	1.15 (0.21)	1.14 (0.17)	1.14 (0.22)	0.96 (0.14)
	2.0	1.09 (0.15)	1.09 (0.11)	1.09 (0.15)	0.96 (0.11)
	3.0	1.05 (0.13)	1.06 (0.10)	1.06 (0.11)	0.95 (0.09)
0.1	1.0	1.00 (0.17)	1.08 (0.17)	1.01 (0.18)	0.93 (0.15)
	2.0	0.98 (0.12)	1.05 (0.12)	1.00 (0.12)	0.93 (0.13)
	3.0	0.96 (0.08)	1.04 (0.10)	0.97 (0.10)	0.91 (0.10)
0.2	1.0	0.94 (0.15)	1.10 (0.20)	0.96 (0.15)	0.89 (0.19)
	2.0	0.92 (0.10)	1.07 (0.14)	0.93 (0.10)	0.92 (0.12)
	3.0	0.93 (0.06)	1.06 (0.12)	0.92 (0.05)	0.94 (0.05)

注) 括弧外の数値は平均値、括弧内の数値は標準偏差を示す。

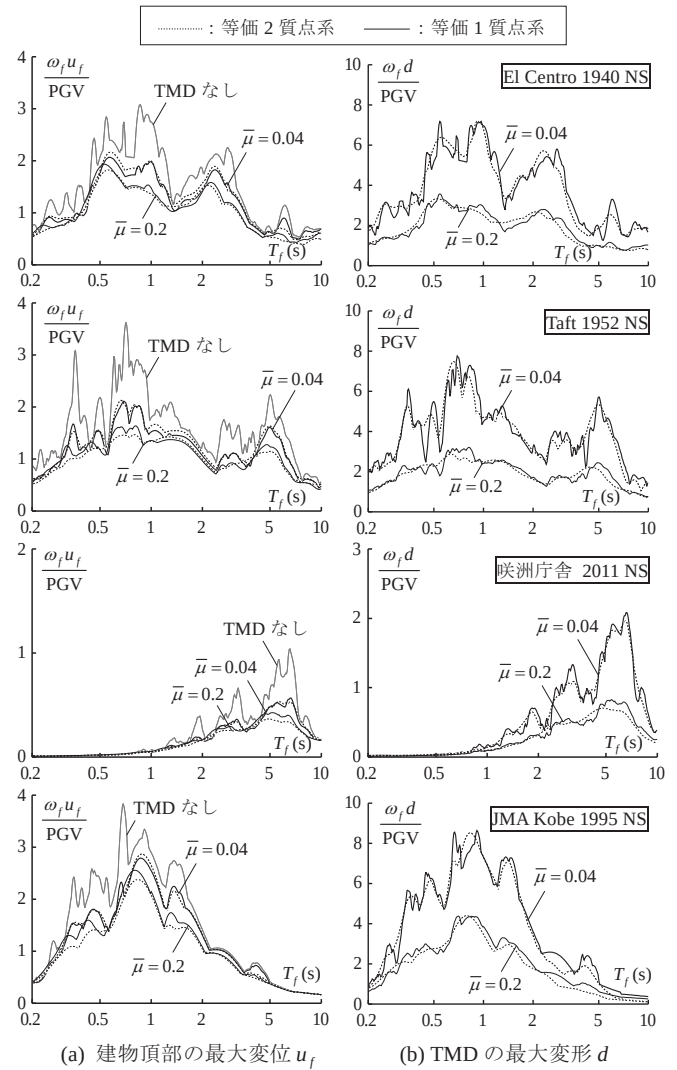


図14 代表的な地震波に対する擬似速度応答スペクトル ($h_a=2h_a^*$)

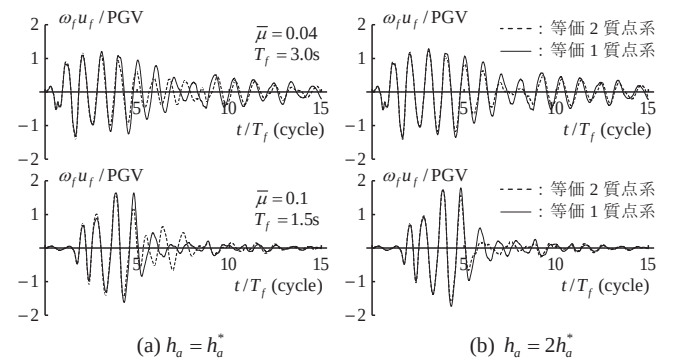


図15 変位時刻歴 (上段: El Centro NS, 下段: JMA Kobe NS)

表5 建物累積速度の時刻歴解析結果に対する予測値の比

質量比 $\bar{\mu}$	減衰定数 h_a/h_a^*	地震動の種別			
		パルス性以外 (表2)		パルス性 (表1)	
		$T_f \leq T_c$	$T_f > T_c$	$T_f \leq T_p$	$T_f > T_p$
0.04	1.0	1.01 (0.07)	1.01 (0.08)	1.00 (0.07)	0.88 (0.13)
	2.0	1.00 (0.03)	1.00 (0.04)	1.00 (0.04)	0.88 (0.10)
	3.0	1.00 (0.02)	0.99 (0.03)	0.99 (0.02)	0.89 (0.08)
0.1	1.0	0.96 (0.08)	1.00 (0.09)	0.95 (0.09)	0.90 (0.13)
	2.0	0.95 (0.04)	0.99 (0.04)	0.95 (0.04)	0.89 (0.09)
	3.0	0.95 (0.02)	0.97 (0.03)	0.95 (0.02)	0.89 (0.08)
0.2	1.0	0.88 (0.08)	0.98 (0.10)	0.88 (0.09)	0.88 (0.11)
	2.0	0.89 (0.04)	0.95 (0.05)	0.89 (0.05)	0.88 (0.07)
	3.0	0.90 (0.03)	0.93 (0.04)	0.89 (0.03)	0.88 (0.06)

注) 括弧外の数値は平均値、括弧内の数値は標準偏差を示す。

ス性地震動である JMA Kobe 波の入力に対しては、建物の最大振幅生起後の後続に若干のずれが認められる。 R_d^σ を整理した表 5 に示すように、累積応答もこの傾向にあるものの、総じて言えば、工学的には十分な精度を有している。

以上から、過渡応答下の等価付加減衰定数の設定、TMD の最大変形評価の基本式、そしてその補正方法が妥当であることが示された。

6. 同調質量ダンパーの許容変形に着目した応答指定型設計法

6.1 最適化問題の定式化

現実的な問題を勘案すれば、TMD の減衰機構や復元力機構の物理的な変形制限により、TMD の剛性や減衰定数は独立に設定できない場合が多い。TMD の最大変形を抑制するためにその質量を増加させる以外には、戦略は次の 2 つに大別される。一つは TMD の剛性 $m_0(\gamma\omega_f)^2$ をその最適値よりも高く設定する方法であり、もう一つは TMD の減衰定数 h_0 をその最適値 h_0^* よりも高く設定する方法である。当然、それらの組み合わせもあり得る。こうした問題は、非線形制約条件付きの最適化問題に帰着され、建物・構築物に応じて、

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } R_d \\ & \text{subject to } d \leq_{\text{allow}} d, \quad h_0 \leq_{\text{allow}} h_0, \quad \bar{\mu} \leq_{\text{allow}} \bar{\mu} \end{aligned} \quad (37)$$

あるいは、

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } \bar{\mu} \\ & \text{subject to } d \leq_{\text{allow}} d, \quad h_0 \leq_{\text{allow}} h_0, \quad R_d \leq_{\text{req}} R_d \end{aligned} \quad (38)$$

などに定式化できる。ここに、左添え字の $_{\text{allow}}(\cdot)$ は許容値を表し、 $_{\text{req}}(\cdot)$ は設計上の要求値を表す。式(37)や式(38)を解くためには、最適化問題に対する各種の解法を用いればよい。ただし、時刻歴応答解析により評価した $R_d(u_f/u_{f0})$ は滑らかではなく、最適化計算をするには不都合である。最適化問題として、式(37)の目的関数の代わりにそれと等価な「Maximize Δh^{eq} 」を用い、第 5 章で定式化した方法でこれを評価すれば、このような問題を回避できる。

これとは別に、応答スペクトル法により包括的に理解しようという本研究の立場から、図的解法による TMD の設計法を考える。

6.2 ダンパーの変形抑制を目的とした最適同調比

はじめに、最適減衰定数に拘らずに、TMD の減衰定数 h_0 を直接指定した場合の最適同調比 $\hat{\gamma}^*$ を考えてみる。 $\bar{\mu}$ は与えられた条件として、式(37)から TMD に係る制約条件なしの 2 乗平均変位応答 $E[u_f^2]$ の最適化問題を次式により解く。

$$\frac{d}{d\gamma} E[u_f^2] = 0 \quad (39)$$

式(39)を満足する理論解（厳密解） $\hat{\gamma}^*(\bar{\mu}, \lambda)$ の集合は、図 16(a)のようになる。TMD の減衰定数 h_0 がその最適値よりも大きな値が採用された場合、最適同調比 $\hat{\gamma}^*$ は小さくなる。この厳密解は煩雑で見通しが悪いので、厳密解を $\bar{\mu} = 0$ で Taylor 展開すると、次式を得る。

$$\hat{\gamma}^* \approx \left(1 + \bar{\mu} \frac{1 - \lambda^2}{8}\right) \gamma^*, \quad \lambda = \frac{h_0}{h_0^*} \quad (40a, b)$$

当然ながら、式(40a)では、 $h_0 = h_0^*$ で $\hat{\gamma}^*$ は γ^* に一致する。式(40)は近似解であるものの、厳密解と良く対応する（図 16(b)）。

6.3 最適同調条件時の特性を用いた応答特性の近似解

次に、2 つの種類の最適同調比 γ^* あるいは $\hat{\gamma}^*$ を用いたときに、

TMD の減衰定数の増加に対して、全体系の等価付加減衰定数がどのように変化するかを考察する。 $\gamma = \gamma^*$ のときの Δh^{eq} と h_0 の関係は図 17(a)のように描ける。 $\lambda < 1 (h_0 < h_0^*)$ では h_0 の変化に対して Δh^{eq} は急峻な変化を伴うものの、 $\lambda \geq 1 (h_0 \geq h_0^*)$ では Δh^{eq} の変化は緩慢である。また、 $\Delta h^{\text{eq}} / \Delta h^{\text{eq}*}$ は質量比 $\bar{\mu}$ にほとんど影響されないことが解る。そこで、 Δh^{eq} を Taylor 展開し、 $\bar{\mu}$ に関する 1 次以上の高次項を無視すると、以下の近似式を得る。

$$\Delta h^{\text{eq}}(\bar{\mu}, \lambda) \approx \frac{2\lambda}{1 + \lambda^2} \Delta h^{\text{eq}*}(\bar{\mu}) \quad \text{for } \gamma = \gamma^* \quad (41)$$

式(41)において、 Δh^{eq} は $\bar{\mu}$ の関数であり、変数分離形で表された訳である。図 17(a)に示すように、式(41)の近似解は、その厳密解と良く対応している。これに類似して、今度は、 λ に応じて、式(40)から同調比 γ を変化させた場合の結果を図 17(b)に示す。 $\bar{\mu} \leq 0.1$ であれば、2 つの解にはほとんど差異がない。 $\bar{\mu} = 0.2$ で λ が大きい場合には、式(41)は若干小さめの値を与えるものの、このとき TMD に設定される減衰定数は、大きな減衰定数となる。例えば、 $\bar{\mu} = 0.2, \lambda = 2$ のとき $h_0 = 0.42$ 、 $\lambda = 4$ で $h_0 = 0.84$ となる。したがって、式(41)の評価誤差が生じる範囲では、実際に設計で対象とされることは少ない。以上から、 $\hat{\gamma}^* \leq \gamma \leq \gamma^*$ では、式(41)で等価減衰定数を評価できる。

続いて、TMD の変形比 χ についても、同様のことを検討する。まず、建物の減衰定数 h_f が χ / χ^* に及ぼす影響は小さいので、 $h_f = 0$ とする。この仮定の下、 $\gamma = \gamma^*$ に固定して h_0 を変化させた場合には、 χ / χ^* は $\bar{\mu}$ にもほとんど影響されない（図 18(a)）。そこで、式(41)

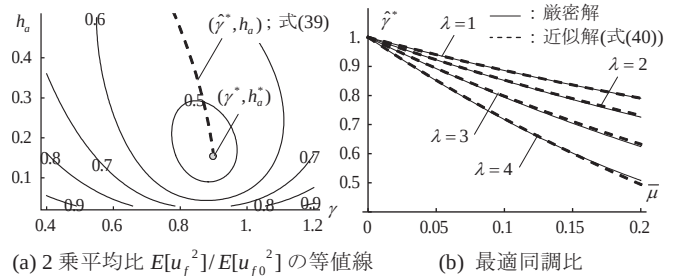


図 16 最適減衰定数からの変動による応答特性の変化

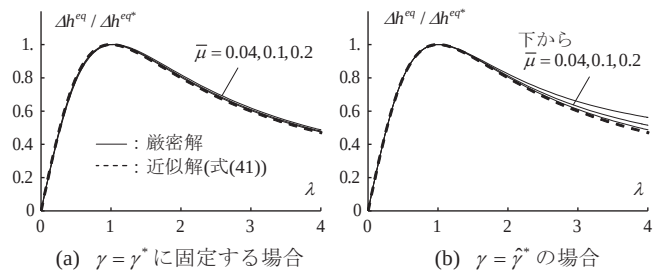


図 17 最適減衰定数からの変動による等価減衰定数の変化

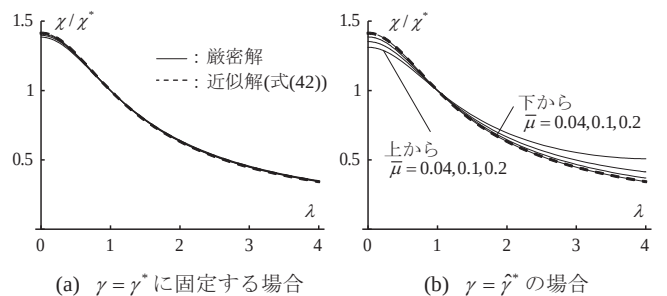


図 18 最適減衰定数からの変動による TMD の最大変形の変化

の導出と同様な考え方から、以下の近似式を提案する。

$$\hat{\chi}^*(\bar{\mu}, \lambda) \approx \sqrt{\frac{2}{1+\lambda^2}} \chi^*(\bar{\mu}) \quad \text{for } \gamma = \gamma^* \quad (42)$$

一方、 $\gamma = \gamma^*$ に比べて $\gamma = \hat{\gamma}^*$ とした場合の方が、TMD の剛性が低く、かつ最適同調に近い場合 TMD の変形が若干大きくなるものの、差は小さい (図 18(b))。視点を変えれば、指定した TMD の減衰定数 h_0 に対して、建物や TMD の最大応答は、 $h_0 \geq h_0^*$ かつ $\hat{\gamma}^* \leq \gamma \leq \gamma^*$ の範囲でロバストであると言える。TMD が建物の屋上にある場合には、最適同調時の変形比の評価には、次式が利用できる¹²⁾。

$$\chi^* \approx 1/\sqrt{2\bar{\mu}} + 0.83\sqrt{\bar{\mu}} + 0.32\bar{\mu}^{3/2} + 0.12\bar{\mu}^{5/2} \quad (43)$$

negligible

なお、 $\bar{\mu} \leq 0.2$ では、式(43)の第3項以降の項は極めて小さいため、無視できる。以上から、最適同調条件のときの制振性能と TMD の最大変形がまず推定でき、TMD の減衰定数の増大により、TMD の変形抑制と制振性能のトレードオフ関係が明確化された訳である。

6.4 応答指定型設計法を実現する性能曲線

前節での成果から、TMD の質量比 $\bar{\mu}$ と減衰定数 h_0 をパラメータにして、性能曲線が描ける²⁸⁾。これにより、層間変位追従型の従来のパッシブ制振と類似した設計手順を踏襲できることを示す。制振指標として Δh^{eq} を使い、TMD の最大変形との関係を図に整理する。

TMD の最大変形 d については、制振前の建物の頂部変位 u_{f0} を用いて、次のように基準化しておくとう便利である。

$$\frac{d}{u_{f0}} = \chi R_d \quad (44)$$

図 19 に Δh^{eq} と d の関係を示す。上段は、パラメータとして $\bar{\mu}$ と $\lambda = (h_0/h_0^*)$ を選択した場合である。実際の設計では、 λ よりも直接

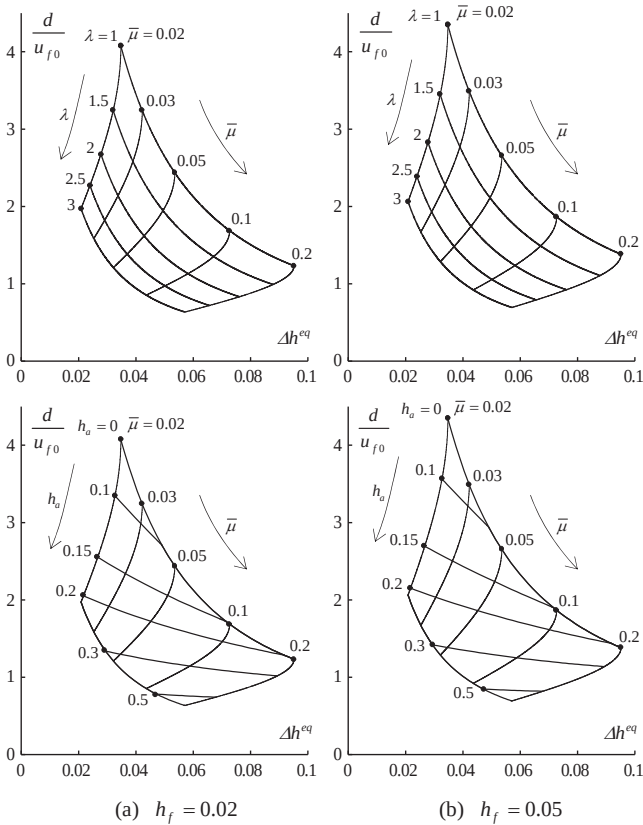


図 19 等価付加減衰定数と TMD の最大変形の関係

h_0 で表した方が理解しやすいであろう。下段には、パラメータとして λ の代わりに h_0 を用いた結果を示してある。この図の利用の仕方は、次のとおりである。はじめに、応答スペクトル法により、 u_{f0} を求める。TMD の許容変形 d_{allow} を定めれば、図の縦軸方向の許容空間が定まる。これと併せて、取り得る $\bar{\mu}$ と h_0 の範囲から、 Δh^{eq} が最大となるように $\bar{\mu}$ と h_0 を選択すればよい。 $\bar{\mu}$ と h_0 の範囲により、どの制約条件が支配的となるかについても、視覚的に判断できる。また、許容解が存在しない場合には、どの制約条件を緩和すればよいかを直感的に理解しやすい。なお、 $T_f \geq \sqrt{\mu} t_c$ となる場合には、過渡応答下における TMD の制振性能の低下を考慮して、等価付加減衰定数を式(23)により修正すればよい。

次に、性能曲線を示す。まず、本論文で対象とする TMD 質量の範囲では、応答スペクトルの変化が急峻でない限り、 $\Gamma \approx 1$ としても、応答の予測誤差は極わずかにしか増えない。それゆえ、 $\Gamma \approx 1$ の近似を認めると、応答低減率 R_d は、次式のように表される。

$$R_d = \frac{\psi S_d(\omega^{eq}, h^{eq})}{\psi S_d(\omega_f, h_f)} \approx D_h(h^{eq}, h_f) \quad (45)$$

D_h の評価に式(33b)を用い、観測波に対して $\alpha = 25$ とする²⁵⁾。本来、 R_d は 1 次モードの応答低減率に対応するものの、応答に高次モードの影響を含む高層あるいは超高層建物でも、その最大層間変形角の低減率は式(45)と概ね等しい²⁹⁾。図 20 に式(45)の R_d と d の関係を示す。例えば、許容する TMD の減衰定数として $h_0 = 0.3$ とすれば、 $\bar{\mu} = 0.05, 0.1$ に対して、それぞれ R_d は 0.8 と 0.7 程度となる。

7. まとめ

本論文では、建物応答を弾性範囲に限定して、TMD による制振効

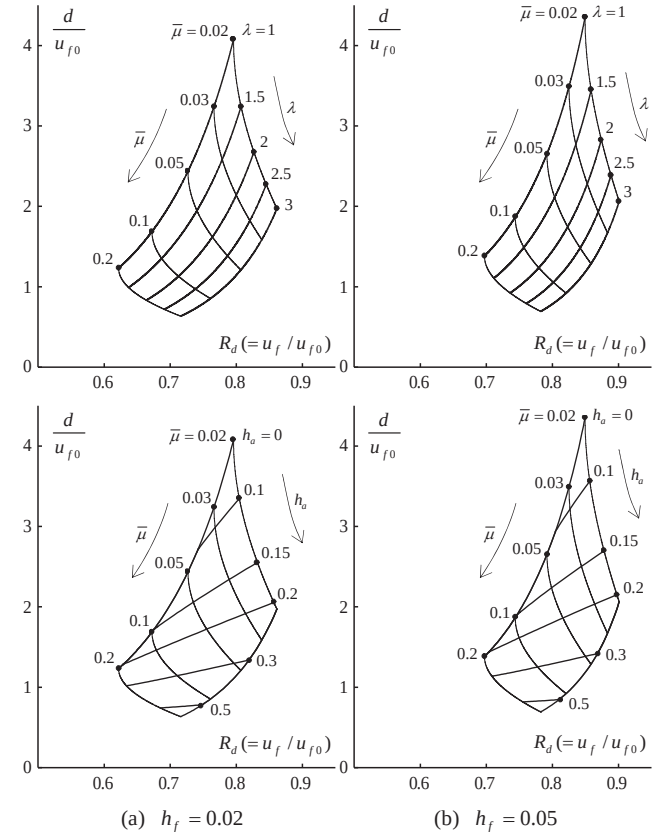


図 20 同調質量ダンパー付き建物の性能曲線

果を理論的に考察した。得られた結論を以下に要約する。

- 1) 地震応答低減効果を目的とする大質量比の TMD (建物に対する質量比が概ね 2%以上) では、ランダム性の強い地震動に対して、その継続時間が TMD の制振性能に及ぼす影響は小さい。
- 2) パルス性地震動に対しては、パルス周期に対する建物の固有周期の比と TMD の質量比を用いて、定常不規則振動論から得られる等価付加減衰定数を半経験的に修正することにより、建物の最大応答を等価 1 質点系で予測することができる。
- 3) 定常不規則振動論に基づく TMD の最大変形の予測値は、時刻歴応答解析の結果に対して概ね上限値を与える。特に長周期領域では、予測値は TMD の最大応答を過大評価する。この原因は、減衰の付加による応答スペクトルの低減効果の多寡にあることを考察し、これを踏まえた TMD の最大変形の予測手法を提案した。
- 4) TMD の減衰定数が最適値よりも大きな場合を想定し、等価減衰定数や TMD の最大変形は、最適同調条件時のそれらの値とその修正項に分離できることを理論的に示した。
- 5) 要求される等価減衰定数や応答低減効果から、必要な TMD の質量と減衰定数を図解法により求める性能曲線を提案した。

今後、本論文で構築した応答指定型設計法を建物が降伏する場合にまで対応できるよう、内容を拡張して報告する予定である。

謝辞

Pacific Earthquake Engineering Research Center が公開している地震波のデータを利用させていただきました。また、2011 年東北地方太平洋沖地震の咲洲庁舎の地震記録は、国立研究開発法人建築研究所の強震観測で得られたものです。ここに記して謝意を示します。

参考文献

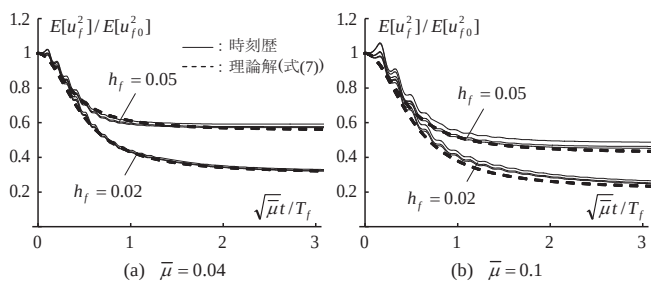
- 1) 栗野治彦, 狩野直樹, 矢口友貴: ストローク制御機能を有する超高層ビル用大地震対応 TMD の開発: その 1 所要性能に関する基礎的検討, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp.749-750, 2014.9
- 2) J. P. Den Hartog: Mechanical Vibration, Dover Publications. New York, 1985
- 3) S. H. Crandall and W. D. Mark: Random Vibration in Mechanical Systems, Academic Press, 1963
- 4) G. B. Warburton: Optimum absorber parameters for minimizing vibration response, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.9, pp.251-262, 1981
- 5) A. M. Kaynia, D. Veneziano and J. M. Biggs: Seismic effectiveness of tuned mass dampers, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.107, pp.1465-1484, 1981.8
- 6) F. Sadek, B. Mohraz and A. Taylor: A method of estimating the parameters of tuned mass dampers for seismic application, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.26, pp.617-635, 1997
- 7) R. Shinha and T. Igusa: Response of primary-secondary systems to short-duration, wide-band input, Journal of Sound and Vibration, pp.119-137, 1995
- 8) N. Hoang, Y. Fujino and P. Warnitchai: Optimal tuned mass damper for seismic applications and practical design formulas, Engineering Structures, Vol.30, pp.707-715, 2008
- 9) E. Matta: Effectiveness of tuned mass dampers against ground motion pulses, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.139, pp.188-198, 2013
- 10) W. He and K. Agrawal: Analytical model of ground motion pulses for the design and assessment of seismic protective systems, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.134, pp.1177-1188, 2008.7
- 11) 堀内博, 藤澤伸光, 津村直宣: TMD の設計における実用算定式, 構造工学論文集, Vol.37A, pp.781-788, 1991.3

- 12) 金子健作: 下部構造の変位低減に着目した中間層免震構造の多目的地震応答制御, 日本建築学会構造系論文集, No.718, pp.1869-1879, 2015.12
- 13) 石塚馨, 加藤隆, 近藤豊史, 早野裕次郎, 城戸隆宏, 山下大: 屋上緑化を利用した制振構造 (グリーンマスタダンパー) による建物の設計 (その 1) 建物概要と設計概要, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp.451-452, 2001.9
- 14) 安井雅明, 西影武知, 見上知広, 亀井功, 鈴木恭平, 林康裕: パルス地震動に対する 1 自由度系最大応答理論と応答特性, 日本建築学会構造系論文集, No.650, pp.731-739, 2010.4
- 15) 阿部雅人, 藤野陽三: 摂動解による同調質量ダンパー(TMD)一構造系の動特性の理解と制振効果, 土木学会論文集, No.446, pp.157-166, 1992.4
- 16) W. D. Iwan and K. S. Smith: On the nonstationary response of stochastically excited secondary systems, Journal of Applied Mechanics, 54, pp.688-694, 1987
- 17) T. K. Caughey, and H. J. Strumpf: Transient response of a dynamic system under random excitation, Journal of Applied Mechanics, ASME, pp.563-566, 1961.12
- 18) 柴田明徳: 最新耐震構造解析 (第 3 版), 森北出版, 2014
- 19) M. Shinozuka and Y. Sato: Simulation of nonstationary random process, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.91, pp.11-40, 1967
- 20) Y. K. Lin: Probabilistic Theory of Structural Dynamics, McGraw-Hill, 1967
- 21) 日本建築学会: 最新的地盤震動研究を活かした強震波形の作成法, 日本建築学会, 2009
- 22) 佐藤智美, 川瀬博, 佐藤俊明: ボアホール観測記録を用いた表層地盤同定手法による工学的基盤波の推定及びその統計的経時特性, 日本建築学会構造系論文集, No.461, pp.19-28, 1994.7
- 23) R. Blazquez and J. M. Kelly: Effect of initial condition and computational algorithm on long period response spectra, Proceedings of Ninth World Conference on Earthquake Engineering, Vol.V, pp.1051-1056, 1988
- 24) J. Baker: Quantitative Classification of Near-Fault Ground Motions Using Wavelet Analysis, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol.97, pp.1486-1501, 2007
- 25) 日本建築学会: 鋼構造制振設計指針, 日本建築学会, 2014
- 26) 鈴木恭平, 川辺秀憲, 山田真澄, 林康裕: 断層近傍のパルス性地震動特性を考慮した設計用応答スペクトル, 日本建築学会構造系論文集, No.647, pp.49-56, 2010.12
- 27) 鹿嶋俊英, 小山信, 大川出: 平成 23 年 (2011 年) 東北地方太平洋沖地震における建物の強震観測記録, 建築研究資料 No.135, 独立行政法人建築研究所, 2012.3
- 28) 日本免震構造協会: パッシブ制振構造 設計・施工マニュアル 第 3 版, 2013
- 29) 金子健作: 履歴型同調質量ダンパーを用いた超高層建物の最適地震応答制御, 日本建築学会構造系論文集, No.721, pp.459-469, 2016.3

付録 1 非定常確率過程における建物応答の理論解の精度検証

ここでは、式(7)の Shinha の半理論解が式(2)の地震影響ベクトルで $\psi \neq 1$ とした問題にそのままの形で準用できるかを検討する。

第 3 章で述べた非定常確率論の時刻歴応答解析をおこない、得られた建物 (主系) の 2 乗平均応答の比 $E[u_f^2]/E[u_0^2]$ と式(7)の理論解を比較した結果を付図 1 に示す。ここでは、指定の $\bar{\mu}$ から、建物頂部の刺激関数値 $\psi = 1, 1.5, 2$ の 3 種のケースに対応する μ を用いた。無次元化した時刻 $\sqrt{\mu}t/T_f (= \psi\sqrt{\mu}t/T_f)$ で結果を整理すれば、 ψ の値に依らずに、建物の減衰定数 h_f と TMD の質量比 $\bar{\mu}$ の組み合わせごとに概ね一つの曲線に整理される。また、その曲線は、理論解による結果と良く一致している。なお、同一の $\bar{\mu}$ でも、 $\psi = 1, 1.5, 2$ の 3 ケースで無次元化した応答が若干異なる理由は、式(5b)の等価付加減衰定数 Δh^{eq} が ψ の値により僅かに変わることから説明できる。



付図 1 2 乗平均変位応答の時間的推移

PERFORMANCE-BASED DESIGN OF TUNED MASS DAMPER MOUNTED ON ROOFTOP OF BUILDINGS CONSIDERING TYPE OF SEISMIC GROUND MOTIONS

Kensaku KANEKO *

* Assist. Prof., School of Environment and Society, Dept. of Architecture and Building Engineering, Tokyo Institute of Technology, Dr.Eng.

This paper proposes a practical evaluation method of vibration control performance of a tuned mass damper (TMD) mounted on rooftop of buildings without time history analysis. The response quantity of interest has been taken to be the peak seismic response of the buildings with the TMD. In this study, the seismic effectiveness of the linear TMD is assessed in terms of an equivalent damping factor of the overall vibration system. The objective of this paper is to formulate the equivalent damping factor of the building subjected to strong ground motions.

Firstly, the vibration system consisting of both the multi-story building and the TMD on the seismic response is idealized as an equivalent two degrees of freedom (2-DOF) system. Based on this simplified model, parameters of interest are a mass ratio and a tuning ratio, which govern the seismic effectiveness. The mass ratio is the ratio of the TMD mass to the effective mass of the building. Using these parameters, the equivalent damping factor based on random vibration theory is employed in optimal conditions (perfect-tuning case). The remaining parameters of interest are effective duration and a fundamental period of ground motions. The equivalent damping factor is empirically modified with the help of a solution of the time-dependent mean squared response under non-stationary random disturbances.

Secondary, the response to base excitation having a single sinusoidal wave, which is degenerated from historical records of ground motion pulses, is investigated. It is confirmed that the maximum response obtained by the SDOF system with the proposed damping factor show good accordance with those calculated by the 2-DOF system in a wide variety of natural periods through time history analysis. The closed form equation of the equivalent damping factor is also verified under population of historical earthquakes. Subsequently, the relationship between the maximum displacement of the building and the TMD is examined. Time history analysis demonstrates that the ratio of the TMD deformation to the building displacement is almost constant over a wide range of periods. The ratios, however, tend to significantly decrease in long period regions. A closed form expression of this ratio derived from random vibration theory is empirically modified to take account of this inherent dynamic characteristic through parametric study.

Finally, the evaluation method of the maximum response is developed to cover non-tuning cases in the light of design practice. The design damping factor of the TMD is assumed to be larger than its optimal value. The equivalent damping factor and the deformation ratio are theoretically decomposed into its optimal value and correction factors. Using these results, a performance curve diagram is presented. This diagram consists of the response reduction factor of the building and the amplification factor of the TMD in terms of the mass ratio and the damping factor. It is shown that the proposed method to design parameters of the TMD based on the diagram approach is useful in engineering applications.

(2016 年 6 月 23 日原稿受理, 2016 年 9 月 2 日採用決定)