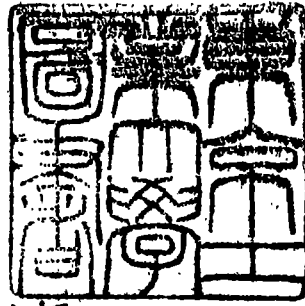


論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	垂直管内気液二相流の圧力損失に関する研究
Title(English)	
著者(和文)	井上晃
Author(English)	
出典(和文)	学位:工学博士, 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第163号, 授与年月日:1966年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:青木 成文
Citation(English)	Degree:Doctor of Engineering, Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第163号, Conferred date:1966/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis



垂直管内気液二相流の
圧力損失に関する研究

指導教官 青木成文教授

東京工業大学 大学院

原子核工学専攻

井 上 晃

目 次

	頁
第1章 緒 論	1
1.1 本研究の目的	2
1.2 従来の研究結果と本研究の特徴	5
第2章 気液二相流の圧力降下に関する基礎的考察	13
2.1 緒 言	13
2.2 気泡流モデル	14
2.2.1 運動量方程式	14
2.2.2 連続の式	17
2.2.3 圧力降下の表示式の誘導	18
2.3 層状流モデル	37
2.3.1 運動量方程式	37
2.3.2 連続の式	38
2.3.3 圧力降下の表示式の誘導	39
2.4 平均気体体積率の決定に関する考察	52
2.5 結 論	55
第3章 垂直管内気液二相流の圧力損失に関する実験(円管の場合)	57
3.1 緒 言	57
3.2 垂直管内気液二相流動の実験装置ならびに方法	58
3.2.1 気液二相流の流動実験装置	58
3.2.2 実験方法	63
3.3 垂直管内二相流の実験結果	67
3.3.1 気液二相流の流動様式	69
3.3.2 全圧力損失	77
3.3.3 平均気体体積率	83
3.3.4 摩擦損失	92
3.4 気液二相流における基礎関係式の誘導	102

	頁
3. 4. 1 気泡流領域での伝わり速度	104
3. 4. 2 環状流領域での伝わり比	112
3. 4. 3 平均気体体積率	127
A) 気泡流領域	127
B) 環状流領域	131
3. 4. 4 摩擦損失倍率	137
A) 気泡流領域	137
B) 環状流領域	151
3. 5 結 論	175
第4章 二重管、複管および他の形状の 管における二相流について	180
4. 1 緒 言	180
4. 2 実験装置および方法	181
4. 3 実験結果および考察	187
4. 3. 1 流動様式の観察	187
4. 3. 2 平均気体体積率	189
4. 3. 3 摩擦損失倍率	197
4. 4 結 論	208
第5章 管路に沿って気泡の発生がある 場合の二相流について	210
5. 1 緒 言	210
5. 2 実験装置および方法	214
5. 3 摩擦損失の算出方法	218
5. 4 実験結果	227
5. 4. 1 流動状態の観察	227
5. 4. 2 摩擦損失倍率	228
5. 4. 3 加速二相流における摩擦損失 倍率の関係式の誘導	236
5. 5 結 論	249
第6章 二重管および複管における加速 二相流	250
6. 1 緒 言	250

6.2	実験装置および方法	251
6.3	実験結果および考察	252
6.4	結 論	261
第7章	エネルギー散逸の関係式を用いた整理法の検討	263
7.1	緒 言	263
7.2	垂直管内気液二相流におけるエネルギー散逸の関係式	266
7.2.1	気泡モデル	266
7.2.2	層流状モデル	273
7.2.3	誘導関係式についての考察	278
7.3	エネルギー散逸の関係式を用いた摩擦損失の整理	280
7.3.1	気泡流領域	280
7.3.2	環状流領域	286
7.4	結 論	294
第8章	結 論	296
付 録		302
参考文献		328
謝 辞		

記 号

A_t	: 流体が通る管壁の全面積	m^2
A_B	: 気泡の発生がある壁の面積	m^2
A_{NB}	: 気泡の発生がない	m^2
C_D	: 単一気泡の抵抗係数	—
D	: 管の直径	m
D_g	: 環状流領域で気相が占める部分の直径	m
D_b	: 気泡の直径	m
E_k	: 二相流の運動エネルギー	$kg \cdot m$
E_g	: 単位時間に重力によるエネルギーの減少の割合	$kg \cdot m/s$
E_R	: 単位時間に気泡の上り速度のために失われるエネルギー	$kg \cdot m/s$
E_s	: 境界面の応力によるエネルギー増加の割合	$kg \cdot m/s$
F_k	: 二相流の運動量	$kg \cdot m/s$
Fr_l	: フルード数 $gD/\bar{v}_l^2$	—
Fr_L	: — gD/V_L^2	—
f_g	: 気体々積率	—
$\bar{f}_g$	: 管断面での平均気体々積率	—
f_g^*	: $f_g/\bar{f}_g$	—
g	: 重力加速度	m/s^2
$\mathcal{G}$	: 外力 —	m/s^2
$F(f_g)$	: 抵抗係数の補正関数	—
f_{TF}	: 二相流の摩擦損失係数	—
K	: 定数	—
L	: 管路に沿った任意の長さ	m
P	: 系の絶対圧力	kg/cm^2
ΔP_{ls}	: 液相単相流での摩擦損失	kg/m^2
ΔP_{TF}	: 二相流の摩擦損失	kg/m^2
ΔP	: 圧力差 (静圧)	kg/m^2
ΔP_{gs}	: 気相単相流での摩擦損失	kg/m^2
p^*	: 無次元圧力 ($P/\rho_l \bar{v}_l^2$)	—
Q_l	: 液相の体積流量	m^3/s
Q_g	: 気相の —	m^3/s

R_f	: 二相流の単位体積要素中の気泡に働らく抗力	Kg/m^3
Re_g	: 気相レイノルズ数 ($\rho_g \bar{u}_g D / \mu_g$)	—
Re_G	: ———— ($\rho_g V_G D / \mu_g$)	—
Re_l	: 液相 ———— ($\rho_l \bar{u}_l D / \mu_l$)	—
Re_L	: ———— ($\rho_l V_L D / \mu_l$)	—
$\bar{R}_e$	: 管壁より気泡発生がない二相流の摩擦損失倍率 ($\Delta P_{TPF} / \Delta P_{ls}$)	—
R_A	: 管壁より気泡発生がある二相流の摩擦損失倍率 ($\Delta P_{TPF} / \Delta P_{ls}$) (円管の場合)	—
$\bar{R}_A$	: 同上 (二重管, 複管)	—
$\bar{R}_E$	: エネルギー式を用いた整理法による二相流摩擦損失エネルギー倍率 ($\Delta P_{TPF}(V_L + V_G) / \Delta P_{ls} V_L$)	—
S	: 迂り比 ($\bar{u}_g / \bar{u}_l$)	—
S	: 面ベクトル	m^2
t	: 時間	s
u_l	: 液相速度 (ベクトル)	m/s
u_g	: 気相 “ “	m/s
u_l	: 管路方向の液相速度	m/s
u_g	: “ 気相速度	m/s
$\bar{u}_l$	: 二相流の液相平均速度	m/s
$\bar{u}_g$	: “ 気相 “	m/s
V_L	: 液相体積速度 (液相のみが流れたときの平均流速)	m/s
V_G	: 気相体積速度 (気相のみが流れたときの平均流速)	m/s
$\bar{u}_s$	: 迂り速度	m/s
u_{s0}	: 単一気泡の迂り速度	m/s
$u_{s\infty}$	: 管壁の影響がない場合の単一気泡の迂り速度	m/s
w_g	: 気相の重量流量	Kg/s
w_l	: 液相 ————	Kg/s
X	: 重量流量率 $w_g / (w_g + w_l)$	—
X_0	: 出口重量流量率	—
$\bar{X}$	: 管路に沿った平均の重量流量率	—

X	:	$\Delta P_{ls} / \Delta P_{gs}$	-
x_v	:	体積流量率 $Q_g / (Q_l + Q_g)$	-
x_v^*	:	$(1 - x_v) / x_v$	-
γ_g	:	気相密度	kg/m^3
γ_l	:	液相 "	kg/m^3
ρ_g	:	気相質量	$\text{kg s}^2/\text{m}^4$
ρ_l	:	液相 "	$\text{kg s}^2/\text{m}^4$
μ_g	:	気相の粘性	$\text{kg s}/\text{m}^2$
μ_l	:	液相 "	$\text{kg s}/\text{m}^2$
π	:	せん断応力	kg/m^2
∇	:	微分演算子	$1/\text{m}$

座標: r, θ, z

$\bar{}$: 時間平均項
 $\prime$: 変動項(乱流項)

$\cdot$: スカラー積

$(\vec{u} \cdot \vec{S})$: テニソルとベクトルのベクトル積

$[\vec{u} : \vec{v}]$: テニソルとテニソルのスカラー積

第 1 章

緒 論

気体と液体の混合体の流動である気液二相流現象は、つぎに述べる理由によって、流体工学上の重要研究課題の一つとして、最近、注目されて来ている。その主な理由は、高圧の貫流式ボイラーや動力用原子炉、特に沸騰水形原子炉において、蒸気-水系二相流現象が、ポンプの性能も左右するばかりでなく、炉の反応度変化や燃料棒の焼損等に密接な関係ももち、ひいては、原子炉の動特性や安全性にまでつながる重要な役割を占めていること、さらに、上記の工業分野だけでなく、化学工業での反応装置(たとえば、気泡塔)においても、二相流動現象が装置の機能に直接関係していることである。

このように、影響する分野が多岐にわたっているため、解決されなければならない問題も多い

2
が、二相流現象で特に問題とされているのは、

i) 平均気体体積率(圧力降下とともに、原子炉の反応度や動特性に関連) ii) 圧力損失(炉のポンプ動力や動特性) iii) 流動様式(熱焼損や i), ii) に関連)等である。

1. 1 本研究の目的

管内の単相流に関しては、これまで流れの性質も詳しく研究され、単純な管路であれば工学上の流動計算においても簡単な関係式で、十分正確に表わされ得ることがわかっている。

また、管内の摩擦損失は、管壁近くの速度分布に密接に関係していることがわかっているが、これとは別個に管内の流速分布も一様とみなした簡便な摩擦損失表示式で表わされ得る。

しかるに、二相流においては、以下にのべるように、その流動状態が、非常に複雑なので管内の細部の構造はあらか、プラントの流動計算に用いる実験的な関係式も、まだ、確立されて

いないのが現状である。すなわち、垂直管内二相流では、気液相の流量や特性によって、その流動様式が、気泡流から噴霧流まで連続的に変化して行く。それとともに、管内の密度分布や気液の流速分布に変化が起こる。さらに、二相流の解明上の困難を増しているのは、二相流では、単相流に比し、桁違いに大きな乱れが存在することである。この大きな乱れは、単相流のように管壁とのせん断応力によって発生する乱れとは、本質的に性格が異なり、気泡の Wake 作用や気液間の流速の差によって発生する乱れである。したがって、単相流では、簡単に求められる摩擦損失の表示式も二相流では、複雑な流動条件に支配されることになる。

したがって、本研究では、このように複雑な流動条件に支配されている二相流の平均気体体積率や摩擦損失等が、まづ、どのような流動因子によって影響を受けているかを解明し、つぎに、

これによつて、工学上の流動計算に使用できる簡便で適用範囲の広い関係式を求めることを才1の目的としている。さらに工学上の問題として、原子炉の冷却系やボイラー等では、円管以外の種々の形状をもつ管内での二相流問題に遭遇するが、このような場合の二相流の解明を才2の目的としている。

また、従来の空気-水系二相流の研究では、管路に沿つて気泡の発生のない二相流の研究のみが行われて来た。ところが、原子炉の炉心やボイラーの加熱部においては、沸騰を伴つた二相流が見られる。この場合、管内の圧力損失等は、さらに複雑な因子に影響されるものと考えられる。このような二相流に関して、気泡発生のない場合の二相流の諸関係式を用いて推察しているのが現状であるが、管路に沿つて気泡発生のない二相流と沸騰部での二相流の明確な関連づけができていないため、種々

問題点が残る。本研究においては、このような沸騰部での二相流に直接適用できるような管路に沿って気泡の発生のある場合の二相流の圧力損失を解析と実験より解明し、流動計算に必要な関係式を求めることを才るの目的としている。

1. 2 従来の研究結果と本研究の特徴

従来二相流に関して、特に重点がおかれて来たのは、圧力損失と平均気体体積率に関してである。これ等についての研究がなされ始めたのは、1940年頃からであるが、その後、Martinelli⁽¹⁾は、いわゆる Lockhart-Martinelli パラメータ X
$$X = (\Delta P_{gs} / \Delta P_{fs})^{\frac{1}{2}}$$
 を用いて、これと摩擦損失比 $(\Delta P_{TPF} / \Delta P_{gs})^{\frac{1}{2}}$ の関係および X と平均気体体積率の関係も図表で表わす整理方法を提案した。ここで ΔP_{gs} および ΔP_{fs} は、気液各相が単独で流れた時の摩擦損失であり、 ΔP_{TPF} は、二相流の摩擦損失である。この方法は、それ以後の研究に広く使用され、

(18)

実験結果相互比較の基準になつてゐる場合
が少なくない。しかるに、この方法の欠点の
一つは、気液各相が層状をなして互いに独立に
流れてゐると考え、気液相間の相互作用を考慮
してゐない点である。それゆゑ、層状流とな
つて流れる流動範囲が大きい水平管に対しては
、比較的現象に合った整理方法であるが、垂直
管二相流の気泡流やスラッグ流においては、モ
デルと全く異なつた流動状態のため問題があり
、Martinelli の関係図は、垂直管ではデータより、
一般に小さな値を示し、しかも、パラメータ x
のみでは、整理できず、液流量の影響も考慮する
必要があることが、Petric⁽²⁾によつて指摘されてい
る。Martinelli の方法を踏襲したものに Chisholm⁽³⁾
や Alves⁽⁴⁾の報告がある。

これ等、整理方法に対して、二相流流動を単
相流とみなし、特に二相流の顕著な特性のみを
これに考慮して、理論を展開しようとする試み

か、Bankoff⁽⁵⁾によつてなされた。これは、気相が無限に小さな混入体となつて単相乱流の流速分布をもした液相の中に分布し、しかも液相より一定の遅り速度で先行していると考えられる解析法で均質流モデルと呼ばれる。さらに Lenz⁽⁶⁾は、単相乱流の混合長理論を二相流の気液相の流速分布と密度分布も決定するのに適用し、摩擦損失の関係式も誘導している。このような理論は、単相乱流の理論も二相流にも適用しようとする試みであるが、単相乱流の混合長なり、流速分布をもそのまま二相流に適用することは、二相流のたまは乱れの存在から考えて無理があるようである、また、モデルから考えて環状流領域に関しては、不適当であり、事実 Bankoff の式は、実験結果よりも数倍大きな値を示している。さらに別の整理方法としては、二相流のモデルは考慮せず、実験データの集積より、比較的簡單で精度のいい実験式

(8)

(7)(8)

を 作 る こ と が 試 み ら れ て 来 た 。 而 し 等 の 実 験
式 は 、 比 較 的 広 範 囲 の 流 動 様 式 に 適 用 で き る が
理 論 的 裏 づ け が な り た め 、 流 動 条 件 が 全 く 異 な
っ た 場 合 (例 へ ば 、 高 温 、 高 圧 下 の 二 相 流 や 物 性
が 全 く 異 な っ た 流 体 の 二 相 流) に 用 い る こ と
が で き る か じ ょ う か は 、 全 く 不 明 で あ る 。

従 来 の 研 究 結 果 を 綜 合 し て 結 論 さ れ る こ と は
垂 直 管 内 二 相 流 に お い て は 、 流 動 様 式 が 広 い 範
囲 で 変 化 す る た め (流 動 様 式 の 変 化 に つ い て は 、
第 3 章 に 示 し て い る 。) こ の 二 相 流 現 象 も 一 つ の
流 動 モ デ ル で 説 明 す る こ と は 無 理 で あ る と 云 う
こ と 。 お よ び 二 相 流 の 大 き な 乱 れ の 存 在 を 考
え た 場 合 、 単 相 乱 流 の 混 合 長 理 論 も 適 用 す る こ
と も 問 題 が あ る と 云 う こ と で あ る 。 し か し な
が ら 二 相 流 の 乱 れ に つ い て の 細 部 構 造 は 、 全 く
明 ら か で な い の で 、 微 視 的 見 地 よ り 理 論 を 組 立
て る の も あ ま り 意 味 が な い 。 し た が 、 て 、 著
者 は 、 二 相 流 動 現 象 の 解 明 に 次 の よ う な 方 法

を用いた。これは、垂直管二相流を二つの流動モデル、すなわち気泡流モデルと層状流モデルの二つに分けて考える。気泡流および噴霧流領域は前者に、スラッグ流および環状流領域は後者に含めることにした。そして、これ等のモデルについて基礎方程式を確立することから出発し、次元解析的手法によって各流動モデルでの摩擦損失や平均気体体積率に關係する因子を導き、これ等の因子間の關係を實驗によって定める。基礎方程式から出発して、關係因子を導く場合には、二つの方法がある。一つは、運動量保存則を用いる場合、他は、エネルギーの散逸の關係式を用いる場合である。單相流においては、両者の結果は完全に一致する。しかしながら、二相流においては、密度分存や気液各相の流速が異なるため、両式より算出した各圧力損失項(たとえば、重力による圧降下、摩擦損失項)は、全く違ったものとなる。

ことが明らかとなった。本研究においては、
運動量保存則を用いる方を主体として、実験結
果を整理しているが（これまでにあがった従来の
研究は皆、この方法で整理したものである。）
エネルギー散逸の関係式を用いた場合につい
ても検討を行った。（オ7章で具体的に述べる。）

上に記した従来の研究における関係式を比較
したものをオ1.2.1図およびオ1.2.2図に示す。

平均気体体積率($\bar{f}_g$)については、各関係式に大ま
な差違はないが、⁽⁹⁾ Nicklin や Bankoff においては、

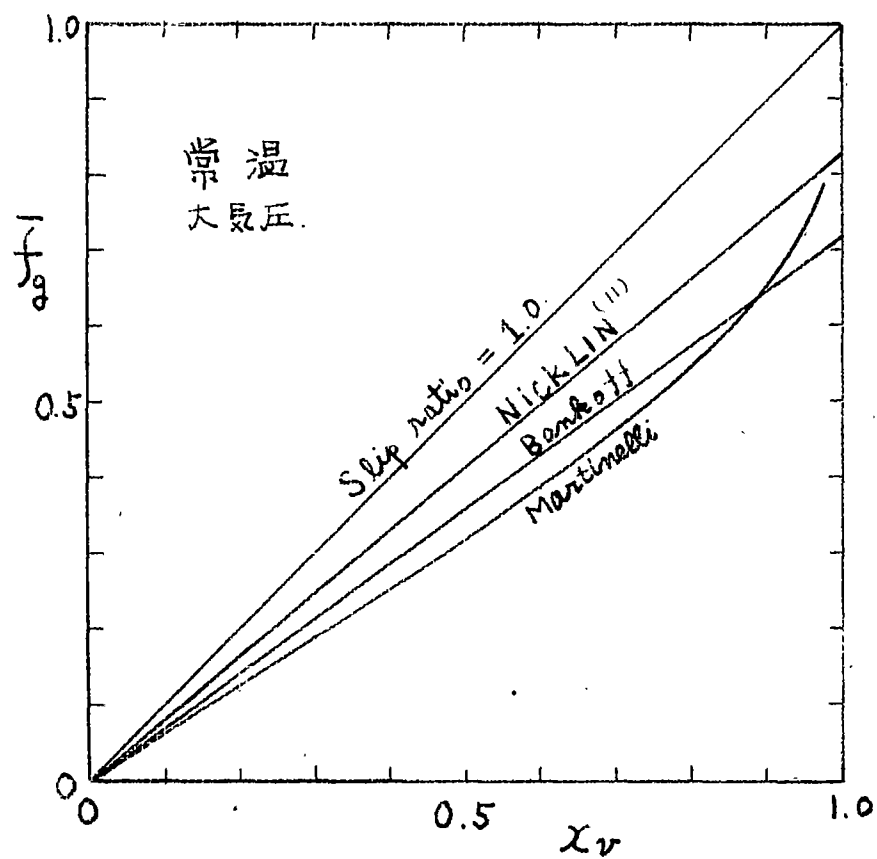
体積流量比(α)が $\rightarrow 1$ の時 いわゆる気相のみ
の流束に近づいた時、 $\bar{f}_g$ が $\rightarrow 1$ にならない欠点

がある。また、摩擦損失比(後に定義する摩擦
損失倍率と同じ)に関しては、 $\bar{f}_g$ が 0.5以上になると

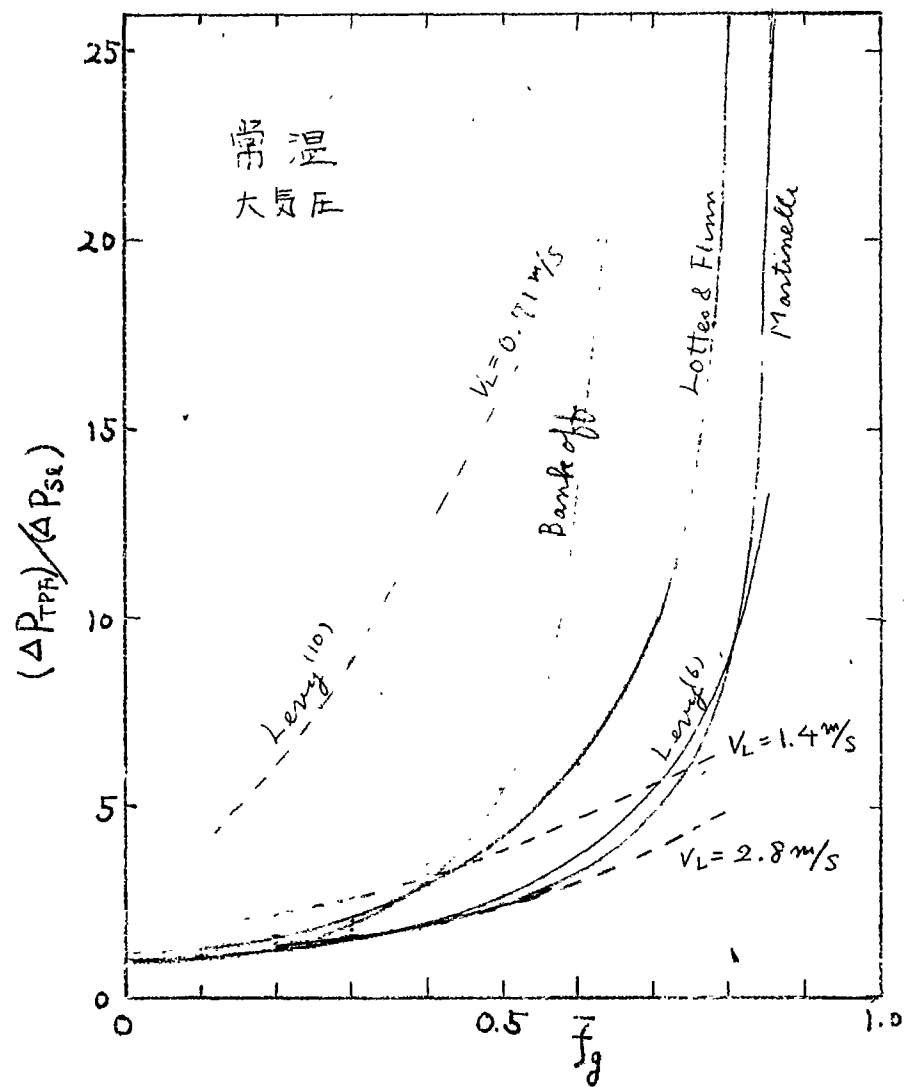
と各関係式は、大きな差をもってくる。さら
に各関係式間の大きな差は、Martinelli, Bankoff およ

び Lottes & Flinn ⁽¹⁰⁾ らのように、摩擦損失比が、 $\bar{f}_g$ と

一意的に定まると云う報告と、⁽¹¹⁾ Levy, Marchaterre ⁽¹²⁾ の



(才1.2.1図) 平均
気体体積率と体積流量比
の関係 (従来の関係式と比較)



(才1.2.2図) 二相流摩擦損失倍率と
平均気体体積率の関係
(従来の関係式と比較)

関係式や Petrick の実験結果のように、液相体積速度(または流量)によっても影響の小さいと云う報告とがあるが、まだ両者についての結論は出ていない。

第 2 章

気液二相流の圧力降下に関する基礎的考察

2.1 緒言

垂直管内気液二相流動の圧力降下の関係式を求め、その摩擦損失項が、いかなる無次元因子に左右されるかを見出すためには、その基礎方程式から出発しなければならない。しかしながら第1章で明らかにしたように、一つの流動モデルでは、二相流の広い流動状態を説明することはできない。このため、二相流で代表的な流動である気泡流モデルと層状流モデルの二つを考慮、これ等のモデルの基礎運動方程式と系での運動量保存則より圧力降下の関係式と摩擦損失項に關係する無次元因子が見出される。

2. 2 気泡流モデル

2. 2. 1 運動量方程式

次の仮定をおく。

- i) 二相流体中に単位流体要素を考え、この流体要素に比べて気泡は十分に小さいものとする。
- ii) 気液相間の相対速度のため気液間に働く抗力は、気液各相で独立に立てた運動方程式に関して外力として考え、液相と外壁の間に働く力のみに粘性力としてあつかう。
- iii) 気泡間の衝突による運動量の交換は、無視できるものと考えらる。

i) の仮定について、実際の気泡は、数ミリの径をもつ比較的大きなものであるが、圧力の測定区間が、このような単位流体要素に比べて十分大まければ、才一次近似として許されるものと考えらる。 また

ii) の仮定については、気泡に働く抗力は、気

泡近くの液相に局所的な流速勾配が生じて働くものであり、面力と考えられるが、この面力を一つの気泡の全面積で積分したものが、単一気泡に働く抗力となる。これを液相が、単一気泡に働く外力と考えるわけである。この外力に単位流体要素内の気泡の個数を掛けただけのものが、単位流体要素内の気相に働く外力となる。

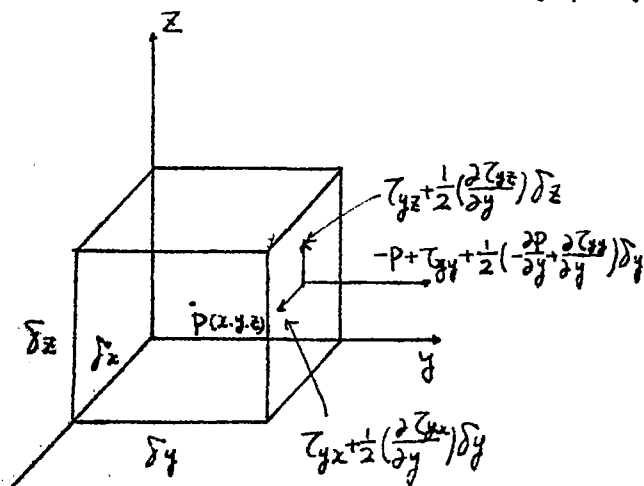
III) の仮定は、気泡の質量は、液相に比し、はるかに小さいので妥当であろう。

今、単位体積要素内で気泡のしめる体積を f_g

とすると この要素に働く

運動量。平衡式より、次

の運動方程式を得る。



$$\frac{\partial \{ \rho_L (1-f_g) u_x + \rho_g f_g u_x \}}{\partial t} + \nabla \cdot \{ \rho_L (1-f_g) u_x \cdot u_x + \rho_g f_g u_x \cdot u_x \}$$

$$= \{ \rho_L (1-f_g) + \rho_g f_g \} g - \nabla P - [\nabla \cdot \tau] \quad (2.2.1)$$

ここで、 ρ_g , ρ_l は気液の密度、 u_g , u_l は気液相の流速、 g は外力、 π はせん断応力である。

上式は、単位体積要素全体についての力の平衡式であるが、この要素内の気相についてのみ考えると、 f_g の部分を占める気相にも、単位体積要素の面に働く応力が、働くと共に、気液間の相対速度に与える抗力が、外力として働くものと考えられる。故に

$$\frac{\partial(\rho_g f_g u_g)}{\partial t} + \nabla(\rho_g f_g u_g \cdot u_g) = \rho_g f_g g - f_g \nabla p - f_g [\nabla \cdot \pi] - R_f \quad (2.2.2)$$

右辺第1項は、質量力、第2項は浮力の作用をなす項で、単一気泡が静止水中にある場合には、 $\nabla p = \rho_l g$ となり、第1項と合わせて浮力の定義そのものになる。第3項は、壁面の影響(すなわち液相流速分布の影響)が気相に働く割合である。第4項は、気泡の相対速度のために、液相より受ける抗力であり、付録(I)に示すようにして求められる。

式(2.2.1)より式(2.2.2)を差引くと、液相のみに
関する運動方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \{ \rho_l (1 - f_g) u_l \}}{\partial t} + \nabla \cdot \{ \rho_l (1 - f_g) u_l \cdot u_l \} \\ = \rho_l (1 - f_g) g - (1 - f_g) \nabla P - (1 - f_g) [\nabla \cdot \tau] + R_f \end{aligned} \quad (2.2.3)$$

ここで τ は、気相の影響も外力として、別項
にあるかうと液相のみの変形によって起るもの
と考えられるので 次のように仮定される。

$$\tau_{ij} = -\mu_l \left\{ \frac{\partial u_{li}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_{lj}}{\partial x_i} \right\} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_{lk}}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (2.2.4)$$

但し μ_l は、液相の粘性 δ_{ij} は、単位テンソ
ルである。

2.2.2 連続の式

二相流の単位流体要素についての質量保存
則より 次の式が成立つ。

$$\frac{\partial \{ \rho_l (1 - f_g) + \rho_g f_g \}}{\partial t} + \nabla \cdot \{ \rho_l (1 - f_g) u_l + \rho_g f_g u_g \} = 0 \quad (2.2.5)$$

および 単位流体要素中の気液各相についても
保存則が成立たなければならないので

$$\frac{\partial \{ \rho_l (1 - f_g) \}}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_l (1 - f_g) \mathbf{v}_l = 0 \quad (2.2.6)$$

$$\frac{\partial \rho_g f_g}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_g f_g \mathbf{v}_g = 0 \quad (2.2.7)$$

気液相共 非圧縮性と考えられる場合は

式(2.2.6)より

$$-\frac{\partial f_g}{\partial t} + \nabla \cdot (1 - f_g) \mathbf{v}_l = 0 \quad (2.2.8)$$

式(2.2.8)と式(2.2.7)に代入して

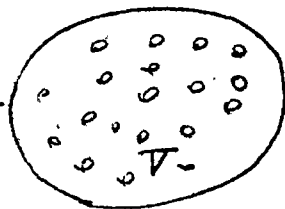
$$\nabla \cdot \{ (1 - f_g) \mathbf{v}_l + f_g \mathbf{v}_g \} = 0 \quad (2.2.9)$$

式(2.2.9)のカッコ内は、局所における二相流体
の体積速度である。

2.2.3 圧力降下の表示式の誘導

(1) 一般式の誘導

S 二相流体中に S なる境界面がかこま



れた部分も考え、この内部で流体が

もつ運動量を F_k とすると

$$F_k = \int_V \{ \rho_l (1 - f_g) \mathbf{v}_l + \rho_g f_g \mathbf{v}_g \} dV \quad (2.2.10)$$

(1)
 F_k の時間的変化は Leibnitz の関係式によって

$$\begin{aligned}\frac{dF_k}{dt} &= \frac{d}{dt} \int_V \{ \rho_c (1-f_g) w_k + \rho_g f_g w_k \} dV \\ &= \int_V \frac{\partial \{ \rho_c (1-f_g) w_k + \rho_g f_g w_k \}}{\partial t} dV + \int_S \{ \rho_c (1-f_g) w_k \cdot v_{es} + \rho_g f_g w_k \cdot v_{gs} \} dS\end{aligned}\quad (2.2.11)$$

ここで S は S 面の外方向の面ベクトルであり v_{gs} , v_{es} は 気相および液相部に於ける境界面の速度である。しかし、これは流体の速度と一致するので

$$v_{gs} \equiv v_g \quad v_{es} \equiv v_l \quad (2.2.12)$$

式(2.2.12)を式(2.2.11)に代入し、ガウスの定理を用いると

$$\frac{dF_k}{dt} = \int_V \left[\frac{\partial \{ \rho_c (1-f_g) w_k + \rho_g f_g w_k \}}{\partial t} + \nabla \cdot \{ \rho_c (1-f_g) w_k v_l + \rho_g f_g w_k v_g \} \right] dV \quad (2.2.13)$$

式(2.2.13)に基礎方程式(2.1.1)を代入すると

$$\frac{dF_k}{dt} = \int_V \{ \rho_c (1-f_g) + \rho_g f_g \} g_k dV - \int_V \nabla p dV - \int_V [\nabla \cdot \pi] dV \quad (2.2.14)$$

さらに、右辺の2項および3項にガウスの定理を用い、左辺に式(2.2.11)を代入すると次のよ

うな二相流の圧力降下の一般式を得る。

$$\begin{aligned} & \int_V \frac{2\{\rho_L(1-f_g)u_L + \rho_g f_g u_g\}}{2t} dV + \int_S \{\rho_L(1-f_g)u_L u_L + \rho_g f_g u_g u_g\} dS \\ &= \int_V \{\rho_L(1-f_g) + \rho_g f_g\} g dV - \int_S p dS - \int_S [\bar{\tau} \cdot dS] \quad (2.2.15) \end{aligned}$$

(2) 垂直円管内流への適用

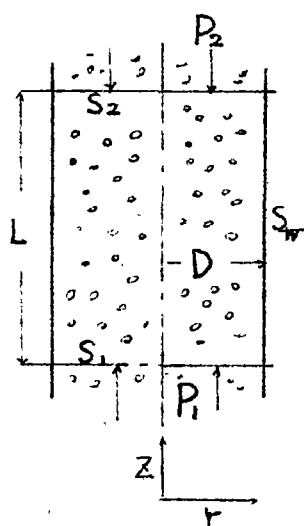
次の仮定をおく。

- i) 管断面積は 不変であり、同一管断面での静圧は一定とする。
- ii) 気液各相は、非圧縮性と考える。
- iii) 管断面での気体体積率の分布は、不変とする。したがって $f_g/\bar{f}_g$ は、他の流動条件には左右されず、一定の分布をもつ。ここで $\bar{f}_g$ は、管断面での平均の気体体積率である。

iii) の仮定について、Bankoff⁽²⁾ も同じ仮定の下に理論を進めている。Petrick⁽³⁾ は、X線透過法によつて管内の気体体積率分布を測定しているが、これによつて、平均気体体積率が小さい

所では、分布形に大まな変化は見られない。

今、管内に左図のように円筒座



標を取り、境界面 S として、管壁 S_w と管路に沿ってとだけ離れた一管断面 S_1 、および S_2 を取ると

$$S = S_1 + S_2 + S_w \quad (2.2.16)$$

この S 面内の流体について考える。

(A) 定常流で平均気体体積率が、管路に沿って変化しない場合

式(2.2.15)の左辺 すなはち

$$\frac{dF_R}{dt} = 0 \quad (2.2.17)$$

ゆえに

$$\int_S p dS = \int_V [\rho_c(1-f_g) + \rho_g f_g] g dV - \int_S [\pi dS] \quad (2.2.18)$$

式(2.2.18)の各項について検討する。左辺は

$$\int_S p dS = \int_{S_2} P_2 dS - \int_{S_1} P_1 dS + \int_{S_w} p dS \quad (2.2.19)$$

しかも、管壁での圧力は、管断面で一定で互いに反対方向にもあり、打消し合うので、

式(2.2.19)の右辺の3項は0となる。ゆえに

$$\int_S p dS = \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_0^{D/2} (p_2 - p_1) r dr d\theta dz = (p_2 - p_1) \frac{1}{4} \pi D^2 L \quad (2.2.20)$$

つぎに、式(2.2.18)の右辺の1項で質量力として

重力のみを考えよと $g = -g$

$$\int_V \{ \rho_e (1 - f_g) + \rho_g f_g \} g dV = -g \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_0^{D/2} \{ \rho_e (1 - f_g) + \rho_g f_g \} r dr d\theta dz \quad (2.2.21)$$

= 相流の管断面での平均気体体積率を $\bar{f}_g$ とする

$$\bar{f}_g = \frac{2\pi \int_0^{D/2} f_g r dr}{2\pi \int_0^{D/2} r dr} = \frac{2\pi \int_0^{D/2} f_g r dr}{\frac{1}{4} \pi D^2} \quad (2.2.22)$$

式(2.2.22)を式(2.2.21)に代入すると

$$\int_V \{ \rho_e (1 - f_g) + \rho_g f_g \} g dV = - \{ \rho_e (1 - \bar{f}_g) + \rho_g \bar{f}_g \} g \frac{1}{4} \pi D^2 L \quad (2.2.23)$$

S面でのせん断応力による力は、速度成分はz方向のみしかないので

$$\begin{aligned} \int_S [\vec{\tau} \cdot d\vec{S}] &= \int_{S_W} \tau_{rz} dS - \int_{S_1} \tau_{zz} dS + \int_{S_2} \tau_{zz} dS \\ &= \int_0^L \int_0^{2\pi} \mu_e \left. \frac{\partial u_{ez}}{\partial r} \right|_{r=\frac{D}{2}} \frac{D}{2} d\theta dz - \frac{4}{3} \int_0^{D/2} \int_0^{2\pi} \mu_e \left| \frac{\partial u_{ez}}{\partial z} \right|_{S_1} - \left| \frac{\partial u_{ez}}{\partial z} \right|_{S_2} r dr d\theta \end{aligned} \quad (2.2.24)$$

式(2.2.24)の右辺の2項は, S_1 および S_2 面での流体の加速の割合に関係する粘性力であり, この場合は0となる。ゆえに

$$\int_S [\bar{\tau} \cdot dS] = - \int_0^L \int_0^{2\pi} \mu_e \frac{\partial \bar{v}_{\theta z}}{\partial r} \Big|_{r=p/2} \frac{p}{2} d\theta dz \quad (2.2.25)$$

式(2.2.20), 式(2.2.23)および式(2.2.25)を式(2.2.18)に代入し, $1/4 \pi D^2 L$ で割ると, 二相流の圧力降下に関する式を得る。すなわち

$$\left(\frac{P_2 - P_1}{L} \right) = - \left\{ \rho_e (1 - \bar{f}_g) + \rho_g \bar{f}_g \right\} g_z + \frac{2}{\pi D L} \int_0^L \int_0^{2\pi} \mu_e \frac{\partial \bar{v}_{\theta z}}{\partial r} \Big|_{r=p/2} d\theta dz \quad (2.2.26)$$

ここで, $\left(\frac{P_2 - P_1}{L} \right)$ は, 静圧降下である。

式(2.2.26)は, ある時点での圧力降下に関する式である。しかし, 実際の測定にかかわるのは, 時間平均化した値なので,

$$\bar{v}_{\theta z} = \widehat{\bar{v}}_{\theta z} + \bar{v}_{\theta z}' \quad P = \widehat{P} + P'$$

とおいて, 時間平均化した式になおし, 右辺の

2項を摩擦損失と定義して $\left(\frac{P_2 - P_1}{L} \right)_{TPF}$ とおくと

$$\left(\frac{P_2 - P_1}{L} \right)_{TPF} = \frac{2}{\pi D L} \int_0^L \int_0^{2\pi} \mu_e \frac{\partial \widehat{\bar{v}}_{\theta z}}{\partial r} \Big|_{r=p/2} d\theta dz \quad (2.2.27)$$

ただし $\bar{}$ は時間平均値を示し、 $\hat{}$ は変動項を示す。式(2.2.27)を $\hat{v}_{rz}^* = \hat{v}_{rz}/\bar{v}_z$, $r^* = r/D$, $z^* = z/D$ を用いて、無次元化し、両辺を $\frac{1}{2}\rho\bar{v}_z^2\frac{1}{D}$ で割って、 f_{TPF} を f_{TPF} とおくと、

$$f_{TPF} = \left(\frac{P_2 - P_1}{L} \right)_{TPF} / \frac{1}{2}\rho\bar{v}_z^2\frac{1}{D} = \frac{4D}{\pi L Re_L} \int_0^{1/2} \int_0^{2\pi} \left. \frac{\partial \hat{v}_{rz}^*}{\partial r^*} \right|_{r^*=1/2} d\theta dz^* \quad (2.2.28)$$

ここで f_{TPF} は、二相流の摩擦抵抗係数と云うべきものであり、 $Re_L = \rho\bar{v}_z D / \mu_0$ である。

式(2.2.28)において、 f_{TPF} が、いかなる無次元因子に左右されるかは、無次元速度分布 $\partial \hat{v}_{rz}^* / \partial r^*$ が、いかなる無次元因子の関数となるかによって決定される。

$\hat{v}_{rz}^*$ は、気体体積率分布(f_g)が気泡流領域では流動条件に無関係である(仮定(iii)より)ので、(f_g の分布が流動条件によって左右される場合には f_g についての方程式がもう一つ必要となる。)

連続の式、式(2.2.6)および式(2.2.7)と運動方程式、

式(2.2.1)、式(2.2.2)および式(2.2.3)のうち、いづれか2

この方程式と次の境界条件の下に連立させたものによって厳密に定まる。

境界条件

$$r=0 \quad \text{で} \quad \frac{\partial \hat{v}_{rz}}{\partial r} = 0 \quad \frac{\partial \hat{v}_{\theta z}}{\partial r} = 0 \quad \left. \vphantom{\frac{\partial \hat{v}_{rz}}{\partial r}} \right\} \quad (2.2.29)$$

$$r=\frac{1}{2}D \quad \text{で} \quad \hat{v}_{rz} = 0 \quad \hat{v}_{\theta z} = 0$$

したがって、 $\frac{\partial \hat{v}_{rz}^*}{\partial r^*}$ は、二相流における「乱れ」の変化も考慮して、厳密には、附録(II)に示すようにして求められ、これより f_{TPH} は、次の無次元因子の関数となる。

$$f_{TPH} = f_{TPH}(\bar{f}_g, \rho/\rho_c, Re_b, \frac{D}{D_b}, \bar{v}_g/\bar{v}_c, Re_c, Fre)$$

(2.2.30)

ここで $Fre = \bar{v}_g^2/gD$, Re_b は、単一気泡の Reynolds 数
 D_b は気泡径である。

f_{TPH} は、相当複雑な無次元因子に左右されるが、
常温大気圧下の場合には、次のように単純化される。

この場合 $\rho \ll \rho_c$, 気泡流領域では $f_g < 0.17$

しかも 気相速度は、液相速度に比しその程大
まかないので、気相のもゝ運動量は、液相のそ
れに比し無視できる。したがって 厚が符し
た項を他の項に比し無視すると 式(2.2.1)は、

$$\nabla \rho_l (1 - \alpha) \mathbf{u}_l \cdot \mathbf{u}_l = \rho_l (1 - \alpha) g - \nabla p - [\nabla \cdot \boldsymbol{\pi}] \quad (2.2.1)'$$

これは、液相速度のみを関数なので、これより
 $\hat{\mathbf{u}}_{l, r}^*$ は、液相のみを連続の式(2.2.6)と境界条
件式(2.2.29)により決定される。

== では、乱流領域のみを対象としてゐるの
で、

$$\mathbf{u}_l = \hat{\mathbf{u}}_l + \mathbf{u}_l' \quad p = \hat{p} + p'$$

(== での $\hat{\mathbf{u}}_l$, $\hat{p}$ は、液流速および圧力の時間的平
均を表わし、 $\mathbf{u}_l'$, p' は、その変動項を表わす。)

を 式(2.2.1)' に代入し、連続の式を用いると、
次の時間平均の運動方程式を得る。(実際は、 α
も変動するわけであるが、仮定(iii)により、 α の
分布は管内で一定と考えてゐるので、 α の変動
項は考慮しない。考慮しても、以下の結論は変

めらな。い。)

$$\rho(1-f_g)\widehat{u}_e \cdot \nabla \widehat{u}_e = \rho(1-f_g)g - \nabla p - [\nabla \cdot \widehat{c}] - [\nabla \cdot \widehat{c}'] \quad (2.2.31)$$

ここで、 $\widehat{c}$ は、式(2.2.4)で時間平均の速度を用いたもの、また $\widehat{c}'$ は乱流変動にもとづく応力項であり

$$\widehat{c}'_{ij} = -\rho(1-f_g) \overline{u_{ei} u_{ej}} \quad (2.2.32)$$

円管内流では、平均流速として、 z 方向のみしか存在せず、また、乱流変動も、 z 方向および θ 方向には、不変なので、式(2.2.31)の z 方向成分は、

$$\begin{aligned} \rho(1-f_g)\widehat{u}_{ez} \frac{\partial \widehat{u}_{ez}}{\partial z} &= -\rho(1-f_g)g - \frac{\partial \widehat{p}}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r(\widehat{c}_{rz} + \widehat{c}'_{rz})] \\ \text{ここで } \widehat{c}_{rz} &= -\mu_e \frac{\partial \widehat{u}_{ez}}{\partial r} \quad \widehat{c}'_{rz} = -\rho(1-f_g) \overline{u_r u_z} \text{ である。} \end{aligned}$$

単相乱流においては、この乱流変動項と平均流との関係を表わすのに、Prandtlの混合長理論、Reisslerの実験式、およびKármánの相似理論等がある。これ等の式は、それぞれ欠陥があり、適用領域が異なるが、ここでは、管内流に比較

的よく適用される Prandtl の混合長理論を拡張して用いる。(ここでは、乱流変動項に影響する無次元因子を求めることを目的とするので、代表として Prandtl の理論を用いたが、他の理論、たとえば、式を用いても全く同じ結果を得る。)

単相乱流における混合長(l)は、流体の物性には無関係で、流れの場所のみの関数(主として、管壁からの距離の関数)として与えられる。

一方、二相流においては、単相流のように管壁との機械的応力によって発生する乱流の他に、気泡群の Wake 現象によって発生する乱流も加わる。したがって、二相流の混合長は、附録(Ⅳ)で示したように管壁からの距離の他に、局所の気体体積率(または、気泡集中度)および気泡の Reynolds 数($Re_b = \rho_g \bar{u} D / \mu_g$)の関数になるものと考えられる。したがって、 $\overline{u'_{rz}}$ を次のようにおく。

$$\overline{u'_{rz}} = -\rho_l(1-f_g) \cdot K_2(f_g, Re_b)^2 \left(\frac{D}{2} - r\right)^2 \left| \frac{\partial \widehat{u_{rz}}}{\partial r} \right| \frac{\partial \widehat{u_{rz}}}{\partial r}$$

$K_f(t_g, Re_b)$ は、単相乱流では、定数で、円管流の場合 ~ 0.4 となる。二相流でも気泡径が、不変の場合は、 K_f は、 t_g のみの関数となる。

(オ3章の実験によると、気泡径(D_b)が、 $1.8\text{mm} \sim 3\text{mm}$ の範囲では、摩擦損失にほとんど変化がないので、この範囲では、 $K_f(t_g)$ とみていい)

式(2.2.33)を式(2.2.32)に代入すると、

$$\rho_l(1-t_g)\widehat{v}_{lz}\frac{\partial \widehat{v}_{lz}}{\partial z} = -\rho_l(1-t_g)g - \frac{\partial \widehat{P}}{\partial z} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(\mu_l + \rho_l(1-t_g)K_f(t_g)Re_b^2\right) \times \left(\frac{D}{2} - r\right)^2 \left|\frac{\partial \widehat{v}_{lz}}{\partial r}\right|\right] \frac{\partial \widehat{v}_{lz}}{\partial r} \quad (2.2.34)$$

上式を無次元化するために

$$\widehat{v}_{lz}^* = \widehat{v}_{lz}/\bar{v}_l, \quad P^* = P/\rho_l \bar{v}_l^2, \quad r^* = r/D, \quad z^* = z/D \quad \text{と}$$

おき、さらに

$$f_g^* = t_g/\bar{t}_g, \quad \text{および} \quad (1-t_g)^* = (1-t_g)/(1-\bar{t}_g) \quad \text{とおき、}$$

式(2.2.34)に代入すると(f_g^* をとる)は、気体体積率の管内分布が、流動条件に左右されず一定であれば、 f_g^* , $(1-t_g)^*$ は、不変であるが、 t_g や $(1-t_g)$ は、分布が一定でも気体の流量に F , γ 変

化するため、このように無次元量を取るとはならない。) と、

$$(1-\bar{f}_g)^* \hat{v}_{ez}^* \frac{\partial \hat{v}_{ez}^*}{\partial z^*} = -(1-\bar{f}_g)^* \frac{gD}{\bar{v}_e^2} - \frac{1}{(1-\bar{f}_g)} \frac{\partial \hat{p}^*}{\partial z^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} r \left\{ \frac{\mu_e}{\rho_e \bar{v}_e D} + K_e(\bar{f}_g, Re_b) - K_e(\bar{f}_g^*, Re_b) \left(\frac{1}{2} - r^*\right)^2 \left| \frac{\partial \hat{v}_{ez}^*}{\partial r^*} \right| \right\} \frac{\partial \hat{v}_{ez}^*}{\partial r^*} \quad (2.2.35)$$

また、連続の式は

$$\rho_e (1-\bar{f}_g) \bar{v}_e \frac{\partial \hat{v}_{ez}^*}{\partial r^*} = 0 \quad \therefore \frac{\partial \hat{v}_{ez}^*}{\partial r^*} = 0 \quad (2.2.36)$$

境界条件は

$$\begin{aligned} r^* = 0 & \quad \text{で} \quad \frac{\partial \hat{v}_{ez}^*}{\partial r^*} = 0 \\ r^* = \frac{1}{2} & \quad \text{で} \quad \hat{v}_{ez}^* = 0 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} r^* = 0 \\ r^* = \frac{1}{2} \end{aligned}} \right\} (2.2.37)$$

したがって、式(2.2.35)、式(2.2.36)および式(2.2.37)

より、定常流で流速分布が十分発達した所では、

$\hat{v}_{ez}^*$ は、次のように関数となる。

$$\hat{v}_{ez}^* = \hat{v}_{ez}^*(r^*, K_e(\bar{f}_g, Re_b), \bar{f}_g, Fr, Re_e) \quad (2.2.38)$$

式(2.2.38)を式(2.2.28)に代入すると、 f_{TPF} は、結局次の関数となる。

$$f_{TPF} = f_{TPF}(\bar{f}_g, Fr, Re_e, Re_b) \quad (2.2.39)$$

(ただし、 $\rho_e \ll \rho_g$.)

また、気泡径が、一定の場合には、(後の実験によると $D_b = 1.8 \sim 3.0 \text{ mm}$ の範囲でも)

$$f_{\text{TPF}} = f_{\text{TPF}}(\bar{f}_g, Re, Fr) \quad (2.2.40)$$

となる。

単相流においては、抵抗係数に、フルード数(Fr)の影響は入って来ない。それは、単相流では、流体の密度は、一定であり、重力の影響は、径方向の流体要素に均等になるため、管内の流速分布には、関係しなくなる。しかるに、二相流においては、径方向に、気体体積率分布が存在するため、重力の作用が、流速分布に影響を与えることになる。

高圧になると気相密度が、無視できなくなるが、反面、止り速度が、減少して D に近づくため、気液間の抗力(R_f^*)も小さくなり、式(2.2.30)で R_f^* に関係した項($G \propto \frac{D}{D_b}$)は無視でき、 $\bar{u}/u_c \rightarrow 1$ となるので、 f_{TPF} は、

$$f_{TPF} = f_{TPF} \left(\frac{\rho_g}{\rho_l}, \bar{f}_g, Fr_l, Re_l \right) \quad (2.2.41)$$

となる。

常温・大気圧下での気泡流モデルにおける二相流の摩擦損失は、式(2.2.28)および式(2.2.39)より、次式で与えられる。

$$\left(\frac{P_2 - P_1}{L} \right)_{TPF} = \left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{TPF} = f_{TPF} \left(\bar{f}_g, \boxed{Re_l}, Fr_l, Re_l \right) \frac{1}{2} \rho_l \bar{U}_e^2 \frac{1}{D} \quad (2.2.42)$$

ここで二相流においては、摩擦係数 f_{TPF} を評価するよりも、二相摩擦損失と、液相単相のみが、管内を流れた時の摩擦損失 $(\Delta P/\Delta L)_{ls}$ の比を次のように定義し、

$$\bar{R}_l = (\Delta P/\Delta L)_{TPF} / (\Delta P/\Delta L)_{ls} \quad (2.2.43)$$

この $\bar{R}_l$ についての関係式を求めておく方が、

実用的である。ここで $\bar{R}_l$ は、二相流摩擦損失倍率と呼ばれる。

液相単相流の摩擦損失は、ポアズイユの式

より $Re_L = \frac{\rho_L V_L D}{\mu_L} < 10^6$ では、次式で表わしうる。

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_{2S} = C Re_L^{-\frac{1}{4}} \frac{1}{2} \rho_L V_L^2 \frac{1}{D} \quad (2.2.44)$$

ここで、 V_L は、液相のみが、管内を流れている時の平均流速であり、 V_L と $\bar{u}_e$ には次の関係がある。

$$V_L = \bar{u}_e (1 - \bar{f}_g) \quad (2.2.45)$$

故に

$$\bar{Re} = \frac{f_{TPF} \cdot \frac{1}{2} \rho_L \bar{u}_e^2 \frac{1}{D}}{C Re_L^{-\frac{1}{4}} \frac{1}{2} \rho_L V_L^2 \frac{1}{D}} = \frac{f_{TPF}(\bar{f}_g, Re_L, Fr_L, Re_b)}{C Re_L^{-\frac{1}{4}} \cdot (1 - \bar{f}_g)^2} \quad (2.2.46)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} Re_b &= Re_L / (1 - \bar{f}_g) \\ Fr_L &= Fr_L / (1 - \bar{f}_g)^2 \end{aligned} \right\} \quad (2.2.47)$$

$$\left(\begin{aligned} \text{ただし } Re_L &= \frac{\rho_L V_L D}{\mu_L} & Fr_L &= \frac{V_L^2}{g D} \end{aligned} \right)$$

の関係が成立するので、 f_{TPF} は、次のように書くこともできる。

$$f_{TPF} = f_{TPF}(\bar{f}_g, Re_L, Fr_L, Re_b) \quad (2.2.48)$$

式(2.2.46)に、式(2.2.48)を代入し

$$\bar{R}_L = \frac{f_{TPH}(\bar{f}_g, Re_L, Fr_L, Re_b)}{C Re_L^{-\frac{1}{4}} (1 - \bar{f}_g)^2} = \bar{R}_L(\bar{f}_g, Re_L, Fr_L, Re_b) \quad (2.2.49)$$

とおける。(ただし 常温大気圧)

(B) 定常流で、気体体積率が管路に沿って変化する
 場合(管壁より気泡発生がある場合)

一般式(2.2.15)において

$$\frac{\partial \{ \rho_L (1 - f_g) v_e^2 + \rho_g f_g v_g^2 \}}{\partial t} = 0 \quad (2.2.50)$$

この場合、圧力降下関係式には、加速損失の
 項が入ってくる。式(2.2.15)の左辺の2項は、

$$\int_S \{ \rho_L (1 - f_g) v_e^2 + \rho_g f_g v_g^2 \} dS = \int_{S_w + S_1 + S_2} \{ \rho_L (1 - f_g) v_e^2 + \rho_g f_g v_g^2 \} dS$$

管壁では、速度成分はないので、 S_1 および S_2 面
 のみ考えればよい。ゆえに

$$= \int_0^{2\pi} \int_0^{p/2} \left[\{ \rho_L (1 - f_{g0}) v_{e0}^2 + \rho_g f_{g0} v_{g0}^2 - \rho_L (1 - f_g) v_e^2 + \rho_g f_g v_g^2 \} \right] r dr d\theta$$

ここに添字はおよびは、 S_1 および S_2 面^{での値}を表す。
つまり

$$\int_V \{ p_e(1-\eta) + \eta \tau \} g dV = -g \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_0^{D/2} \{ p_e(1-\eta) + \eta \tau \} r dr d\theta dz$$

(2.2.52)

静圧項は (A) の場合と同じで、式 (2.2.20) より

$$\int_S p dS = (p_2 - p_1) \frac{1}{4} \pi D^2 \quad (2.2.53)$$

次に、粘性項は、式 (2.2.24) で、加速の際に起こ

る、 S_1 、 S_2 面での粘性の影響は、 L が大きい測

定の場合には、ほとんど無視できる。

したがって、式 (2.2.25) と同形となる。

$$\int \pi dS = - \int_0^L \int_0^{2\pi} \mu_e \frac{\partial u_e}{\partial r} \Big|_{r=\frac{D}{2}} \frac{D}{2} d\theta dz \quad (2.2.54)$$

ただし、 $\frac{\partial u_e}{\partial r}$ は、 L に沿って変化する。そ

れで、管路に沿った、平均値を用いて、次のよ

うに表わせると仮定する。

$$\int \pi dS = - \frac{DL}{2} \int_0^{2\pi} \overline{\mu_e \frac{\partial u_e}{\partial r}} \Big|_{r=\frac{D}{2}} d\theta \quad (2.2.55)$$

ただし $\left(\overline{\frac{\partial u_e}{\partial r}} \right)$ は、管路に沿った平均値を取る。

式(2.2.51), 式(2.2.52), 式(2.2.53)および式(2.2.55)
 を式(2.2.15)に代入することにより, 圧力降下
 式を得る。すなわち

$$\left(\frac{P_2 - P_1}{L}\right) = -\frac{4}{\pi D^2 L} \int_0^{2\pi} \int_0^{D/2} \left\{ \rho_2 (1 - f_g) v_{z0}^2 + \rho_g f_g v_{g0}^2 \right\} - \left\{ \rho_2 (1 - f_g) v_{z1}^2 + \rho_g \right.$$

$$\left. f_g v_{g1}^2 \right\} r dr d\theta - g \frac{4}{\pi D^2 L} \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_0^{D/2} \left\{ \rho_2 (1 - f_g) + \rho_g f_g \right\} r dr d\theta dz$$

$$+ \frac{2}{\pi D} \int_0^{2\pi} \overline{\mu} \left. \frac{\partial u_e}{\partial r} \right|_{r=\frac{D}{2}} d\theta \quad (2.2.56)$$

式(2.2.56)の具体的な表示については, 本章
 7" の 7" 3" 。

2.3 層状流モデル

2.3.1 運動量方程式

この場合、気液各相にもうけた単位流体要素について、次の Navier-Stokes の方程式が、厳密に成立つ。

$$\frac{\partial \rho_l v_l}{\partial t} + \nabla (\rho_l v_l v_l) = \rho_l g - \nabla \cdot P - [\nabla \cdot \bar{\tau}_l] \quad (2.3.1)$$

$$\frac{\partial \rho_g v_g}{\partial t} + \nabla (\rho_g v_g v_g) = \rho_g g - \nabla P - [\nabla \cdot \bar{\tau}_g] \quad (2.3.2)$$

ここで、 $\bar{\tau}_l$ および $\bar{\tau}_g$ は、気液相のせん断応力場で、変形速度を用いて次のように表わせる。

$$\tau_{lij} = -\mu_l \left\{ \left(\frac{\partial u_{li}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_{lj}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial u_{lk}}{\partial x_k} \delta_{ij} \right\} \quad (2.3.3)$$

$$\tau_{gij} = -\mu_g \left\{ \left(\frac{\partial u_{gi}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_{gj}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial u_{gk}}{\partial x_k} \delta_{ij} \right\} \quad (2.3.4)$$

気泡流モデルと上式の運動方程式の大きな差違

は、気液境界面で働く抗力は、気泡流のように

各相についての外力 R_f として表わさず、

本来のように、 π の項に、せん断応力として入

てあり、積分の際に境界条件によって決定されること、および、気相の粘性による応力項が陽に入ってきていることである。

気泡流の場合、気泡の中心速度は、せいぜい数 10 cm/s であり、気泡の内部に於けるエネルギー損失に関係している気相の粘性の影響は、実際は、 R_f の項に入っていることにはなるがほとんど無視できるものと考ええる。しかもに垂直管での環状流等の層状流では、気相の流速は大きく、また、明確な流速分布をもつので、気相の粘性による損失も無視できないものと考えられる。

2.3.2. 連続の式

式(2.2.6)および式(2.2.7)で、それぞれ、

$f_g \rightarrow 0$ および $f_g \rightarrow 1$ とした式が、各相について成立つので、

$$\frac{\partial \rho_l}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_l \mathbf{v}_l = 0 \quad (2.3.5)$$

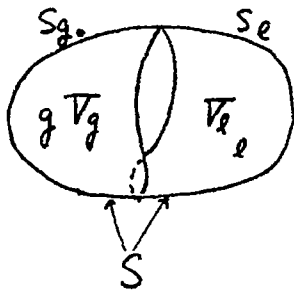
$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_g \mathbf{u}_g = 0 \quad (2.3.6)$$

気液相とも非圧縮性の場合には

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{u}_l &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{u}_g &= 0 \end{aligned} \quad (2.3.7)$$

2.3.3 圧力降下、表示式の誘導

(1) 一般式の誘導



層状をなして流れる二相流体中

に、 S 面で囲まれた領域を考

える。この領域の体積を V 、こ

の内、気相の中にある面および

体積を S_g 、および V_g 、液相の中にあるそれ等を

S_l および V_l とすると

$$\begin{aligned} S &= S_g + S_l \\ V &= V_g + V_l \end{aligned} \quad (2.3.8)$$

この S 面内の流体のもつ運動量を F_k とし、その
時間的变化を考えると

$$\begin{aligned}
\frac{dF_k}{dt} &= \frac{d}{dt} \left\{ \int_{V_g} \rho_g w_g dV + \int_{V_e} \rho_e w_e dV \right\} = \left\{ \int_{V_g} \frac{2(\rho_g w_g)}{2t} dV \right. \\
&+ \left. \int_{S_g} \rho_g w_g \cdot w_{S_g} dS + \int_{S_b} \rho_g w_g \cdot w_{S_b} dS \right\} + \left\{ \int_{V_e} \frac{2\rho_e w_e}{2t} dV + \int_{S_e} \rho_e w_e \cdot w_{S_e} dS \right. \\
&+ \left. \int_{S_b} \rho_e w_e \cdot w_{S_b} dS \right\} \quad (2.3.9)
\end{aligned}$$

これは、付録(III)で示すように

$$\begin{aligned}
\frac{dF_k}{dt} &= \int_{V_g} \left(\frac{2\rho_g w_g}{2t} + \nabla \cdot \rho_g w_g w_g \right) dV + \int_{V_e} \left(\frac{2\rho_e w_e}{2t} + \nabla \cdot \rho_e w_e w_e \right) dV \\
&\quad (2.3.10)
\end{aligned}$$

式(2.3.10)に、式(2.3.1)および式(2.3.2)を代入し

ガウスの定理を用いると、

$$\begin{aligned}
\frac{dF_k}{dt} &= \int_{V_g} \rho_g g dV + \int_{V_e} \rho_e g dV - \int_S p dS - \int_{S_g} [\bar{\pi}_g dS] - \int_{S_e} [\bar{\pi}_e dS] \\
&\quad - \int_{S_b} \sum_{i=1}^g p \cdot m_i dS - \int_{S_b} \sum_{i=1}^g [\bar{\pi}_i \cdot m_i] dS \quad (2.3.11)
\end{aligned}$$

よって、 m_i は

$$m_g + m_e = 0 \quad (2.3.12)$$

よって、

$$\int_{S_b} \sum_{i=1}^g p \cdot m_i dS \equiv 0 \quad (2.3.13)$$

また、気液の境界面 S_b で $\pi_g = \pi_l$ ゆえに

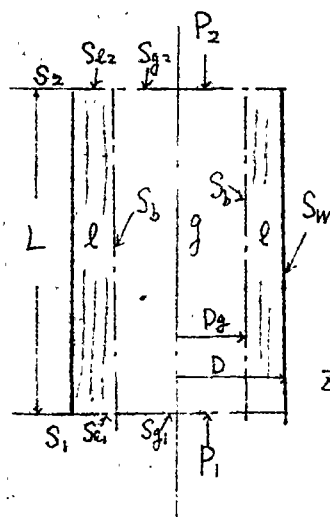
$$\int_{S_b} \sum_{i=1}^2 [\pi \cdot m_i] ds = 0 \quad (2.3.14)$$

したがって、式(2.3.11)は

$$\frac{dF_k}{dt} = \left(\int_{V_g} \rho_g dV + \int_{V_l} \rho_l dV \right) g - \int_S p ds - \left(\int_{S_g} [\tau_g ds] - \int_{S_l} [\tau_l ds] \right) \quad (2.3.15)$$

(2) 垂直円管内流への適用.

二相流の環状流領域では、第3.3節で述べるように、液相部が管壁部に、気相部が管の中心部を流れる層状流流動となる。気相部には液相が小さな水滴となっていて解んでいるが(これをエントレーメントと呼ぶ。) このエントレーメントの量は、気相流速が 10 m/s 以下の時は、ほ



とんど問題とはならない。また

が、層状流として、左図のような

モデルを考える。

S 面として、 S_1 , S_2 で示す管

断面と管壁 S_w と取る。 S_1 および S_2 面でそれぞれ
気液相が占める部分を S_{g1} , S_{l1} および S_{g2} , S_{l2} とす
ると

$$S = S_1 + S_2 + S_w$$

$$S_1 = S_{l1} + S_{g1}$$

$$S_2 = S_{l2} + S_{g2}$$

(2.3.16)

同じ層状流でも水平管の場合との大きな差違
は、管壁に接する部分が、水平管の場合、気液
両相であるのに反し、垂直管の場合は、液相の
みである。このため、後述するように、 $\bar{u}_g$ の摩
擦損失の影響が、式中に明確な形で入って来
ない。

次の仮定をおく。

- i) 管断面積は不変であり、同一断面内での
静圧は一定である。
- ii) 気液各相とも非圧縮性と考える。
- iii) 気液の各層部への他の相の混入は、無視
できる。

(A) 定常で、管路に沿って気体体積率の変化がない場合

気泡流モデルの場合と同様に、

$$\frac{dF_k}{dt} = 0 \quad (2.3.17)$$

ゆえに、式(2.3.15)より

$$\int_S p dS = \left(\int_{V_g} \rho_g dV + \int_{V_e} \rho_e dV \right) g - \int_{S_g} (\tau_g dS) - \int_{S_e} (\tau_e dS) \quad (2.3.18)$$

静圧項は、

$$\int_S p dS = \int_{S_1+S_2+S_w} p dS$$

しかるに、管断面での静圧は一定であり、管壁では、互いに反対方向もあるので

$$= \int_{S_1+S_2} p dS = \int_0^{2\pi} \int_0^{D/2} p r dr d\theta = (P_2 - P_1) \frac{1}{4} \pi D^2 \quad (2.3.19)$$

つまり、質量力 g による運動量の減少の項は、質量力として重力のみを考えると、 $g = -g$ 。レ

たがって

$$\left(\int_{V_g} \rho_g dV + \int_{V_e} \rho_e dV \right) g = -g \left(\int_0^L \int_0^{2\pi} \int_0^{D/2} \rho_g r dr d\theta dz + \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_{D/2}^{\infty} \rho_e r dr d\theta dz \right) \quad (2.3.20)$$

いま、管内の平均気体体積率は、iii) の仮定より

$$\bar{f}_g = \frac{\frac{1}{4} \pi D_g^2}{\frac{1}{4} \pi D^2} \quad (2.3.21)$$

式(2.3.21)を式(2.3.20)に代入し

$$\int_{V_g} \rho_g dV + \int_{V_e} \rho_e dV = -\frac{1}{4} \pi D^2 L \cdot g \{ \rho_e (1 - \bar{f}_g) + \rho_g \bar{f}_g \} \quad (2.3.22)$$

つぎに、せん断力として、 S 内の流体に働く力は、面 S_1 、および S_2 での作用は、無視できるので、(気泡流モデルの場合と同様)

$$\int_{S_g} (\bar{\tau}_g \cdot dS) + \int_{S_e} (\bar{\tau}_e \cdot dS) = \int_{S_w} (\bar{\tau}_e \cdot dS) = - \int_0^L \int_0^{2\pi} \mu_e \left. \frac{\partial u_e}{\partial r} \right|_{r=D/2} \frac{D}{2} d\theta dz \quad (2.3.23)$$

したがって、層状流に関しても、垂直管のように、環状流の場合は、気相の粘性の作用は、管壁でのせん断力に、陽の形で入って来ない。

これは、水平管の場合は、気液相が上下に分かれて、それぞれ管壁と接しているのだから、気液相の粘性の影響が、明確に入ってくる。

ところが、垂直管、層状流と水平管、それとの大きな差である。

式(2.3.19), 式(2.3.22) および 式(2.3.23) を 式(2.3.18) に
代し, 両辺を $1/4 \pi D^2 L$ で割ると圧力降下との関
係式を得る。これは, 気泡流モデルの場合と全
く同じであり,

$$\left(\frac{P_2 - P_1}{L}\right) = -\left\{\rho_l(1 - \bar{f}_g) + \bar{\rho}_g \bar{f}_g\right\}g + \frac{2}{\pi D L} \int_0^L \int_0^{2\pi} \mu_l \frac{\partial \bar{v}_{rz}}{\partial r} \bigg|_{r=\frac{D}{2}} d\theta dz \quad (2.3.24)$$

式(2.3.24) の右辺の 2 項を 2 相流の摩擦損失とあ
え, さらに, 時間平均の値を求めるため,

$$P = \bar{P} + P', \quad \bar{v}_{rz} = \bar{v}_{rz} + v'_{rz} \quad \text{を代入すると}$$

$$\left(\frac{\Delta \bar{P}}{\Delta L}\right)_{TPF} = \frac{2}{\pi D L} \int_0^L \int_0^{2\pi} \mu_l \frac{\partial \bar{v}_{rz}}{\partial r} \bigg|_{r=\frac{D}{2}} d\theta dz \quad (2.3.25)$$

式(2.3.25) を $1/2 \rho_l \bar{v}_c^2 \frac{1}{D}$ で割り, さらに, $\bar{v}_{rz}^* = \bar{v}_{rz} / \bar{v}_c$
 $r^* = r/D$, $z^* = z/D$ とおいて, 無次元化すると

$$f_{TPF} = \left(\frac{\Delta \bar{P}}{\Delta L}\right)_{TPF} / \frac{1}{2} \rho_l \bar{v}_c^2 \frac{1}{D} = \frac{4}{\pi} \frac{D}{L} \frac{1}{Re} \int_0^1 \int_0^{2\pi} \frac{\partial \bar{v}_{rz}^*}{\partial r^*} \bigg|_{r^*=\frac{1}{2}} d\theta dz^* \quad (2.3.26)$$

気泡流の場合と同様, f_{TPF} などのような無次元
量に左右されるかは, $\frac{\partial \bar{v}_{rz}^*}{\partial r^*}$ が, いかなる無次元量
の関数となるかがわかればよい。

$\bar{v}_{rz}^*$ は, 定常流で時間平均化した運動方程式,

式(2.3.1) および式(2.3.2), 連続の式 式(2.3.7) を次。境界条件の下に解くことにする。まず、

$$\left. \begin{aligned} r=R/2 \quad \text{で} \quad \widehat{v}_{rz} &= 0 \\ r=R_g/2 \quad \text{で} \quad \widehat{v}_{rz} &= \widehat{v}_{gz} \\ \widehat{v}_{rz} + \widehat{v}_{rz}' &= \widehat{v}_{gz} + \widehat{v}_{gz}' \\ r=0 \quad \text{で} \quad \partial \widehat{v}_{gz} / \partial r &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.3.27)$$

いま、気泡流の場合と同様に

$u_z = \widehat{u}_z + u_z'$, $u_g = \widehat{u}_g + u_g'$, $p = \widehat{p} + p'$ とおき 定常流で時間平均した運動方程式を求めると 式(2.3.1)

は

$$\nabla(\rho_z \widehat{u}_z \cdot \widehat{u}_z) = \rho_z g - \nabla \widehat{p} - [\nabla \cdot \widehat{\pi}_z] - [\nabla \cdot \widehat{\pi}_z'] \quad (2.3.28)$$

式(2.3.2) より

$$\nabla(\rho_g \widehat{u}_g \cdot \widehat{u}_g) = \rho_g g - \nabla \widehat{p} - [\nabla \cdot \widehat{\pi}_g] - [\nabla \cdot \widehat{\pi}_g'] \quad (2.3.29)$$

したがって、気泡流の場合と同様にして、垂直円管内流の場合、 z 方向成分は、

$$\rho_z \widehat{v}_{rz} \frac{\partial \widehat{v}_{rz}}{\partial z} = -\rho_z g - \frac{\partial \widehat{p}}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \{ r(\widehat{v}_{rz} + \widehat{v}_{rz}') \} \quad (2.3.30)$$

および

$$\rho_g \widehat{v}_{gz} \frac{\partial \widehat{v}_{gz}}{\partial z} = -\rho_g g - \frac{\partial \widehat{p}}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \{ r (\widehat{\tau}_{grz} + \widehat{\tau}_{grz}) \} \quad (2.3.31)$$

$\widehat{\tau}_{erz}$ および $\widehat{\tau}_{grz}$ に混合長理論を適用すると、

$$\left. \begin{aligned} \widehat{\tau}_{erz}' &= -\rho_e l_e^2 \left| \frac{\partial \widehat{v}_{ez}}{\partial r} \right| \frac{\partial \widehat{v}_{ez}}{\partial r} \\ \widehat{\tau}_{grz}' &= -\rho_g l_g^2 \left| \frac{\partial \widehat{v}_{gz}}{\partial r} \right| \frac{\partial \widehat{v}_{gz}}{\partial r} \end{aligned} \right\} \quad (2.3.32)$$

単相乱流においては、気泡流の所で述べたように、混合長は流体の物性には無関係であり、管壁からの距離のみの関数となる。二相流の層状流モデルにおいても、気液の境界面が全く平ら

である環状流領域においては、管壁との機械的応力により発生する乱れのみが存在すると考えられるので、 $\widehat{\tau}_{erz}'$ および $\widehat{\tau}_{grz}'$ は次のように仮定する。

$$\left. \begin{aligned} \widehat{\tau}_{erz}' &= \rho_e \cdot K_e^2 \left(\frac{D}{2} - r \right)^2 \left| \frac{\partial \widehat{v}_{ez}}{\partial r} \right| \frac{\partial \widehat{v}_{ez}}{\partial r} \\ \widehat{\tau}_{grz}' &= \rho_g \cdot K_g^2 \left(\frac{D}{2} - r \right)^2 \left| \frac{\partial \widehat{v}_{gz}}{\partial r} \right| \frac{\partial \widehat{v}_{gz}}{\partial r} \end{aligned} \right\} \quad (2.3.33)$$

式(2.3.33) および u^* 、平均流速を用いた式(2.3.3)

式(2.3.4)を式(2.3.30)および式(2.3.31)に代入すると

液相に、

$$\rho_l \widehat{v}_{lz} \frac{\partial \widehat{v}_{lz}}{\partial z} = -\rho_l g - \frac{\partial \widehat{p}}{\partial z} + \frac{\mu_l}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \widehat{v}_{lz}}{\partial r} \right) + \frac{K_l^2 \rho_l}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left(\frac{D}{2} - r \right)^2 \left| \frac{\partial \widehat{v}_{lz}}{\partial r} \right| \frac{\partial \widehat{v}_{lz}}{\partial r} \right\} \quad (2.3.34)$$

気相に、

$$\rho_g \widehat{v}_{gz} \frac{\partial \widehat{v}_{gz}}{\partial z} = -\rho_g g - \frac{\partial \widehat{p}}{\partial z} + \frac{\mu_g}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \widehat{v}_{gz}}{\partial r} \right) + \frac{K_g^2 \rho_g}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left(\frac{D}{2} - r \right)^2 \left| \frac{\partial \widehat{v}_{gz}}{\partial r} \right| \frac{\partial \widehat{v}_{gz}}{\partial r} \right\} \quad (2.3.35)$$

気泡流と同様な操作で式(2.3.34)および式(2.3.35)

を無次元化すると、(無次元化の操作に、は

付録(IV)に示す。) 式(2.3.34)は付録(IV)の式(2)より

$$\begin{aligned} \widehat{v}_{lz}^* \frac{\partial \widehat{v}_{lz}^*}{\partial z^*} &= -\frac{gD}{\bar{v}_l^2} - \frac{\partial \widehat{p}^*}{\partial z^*} + \frac{\mu_l}{\rho_l \bar{v}_l D} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial \widehat{v}_{lz}^*}{\partial r^*} \right) \\ &+ K_l^2 \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left\{ r^* \left(\frac{1}{2} - r^* \right)^2 \left| \frac{\partial \widehat{v}_{lz}^*}{\partial r^*} \right| \frac{\partial \widehat{v}_{lz}^*}{\partial r^*} \right\} \end{aligned} \quad (2.3.36)$$

式(2.3.35)は、付録(IV)の式(4)より

$$\begin{aligned} \widehat{v}_{gz}^* \frac{\partial \widehat{v}_{gz}^*}{\partial z^*} &= -\left(\frac{gD}{\bar{v}_l^2} \right) \left(\frac{\bar{v}_l}{\bar{v}_g} \right) - \frac{\rho_l}{\rho_g} \left(\frac{\bar{v}_l}{\bar{v}_g} \right)^2 \frac{\partial \widehat{p}^*}{\partial z^*} + \frac{\mu_g}{\rho_g \bar{v}_g D} \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \\ &\cdot \left(r^* \frac{\partial \widehat{v}_{gz}^*}{\partial r^*} \right) + K_g^2 \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left\{ r^* \left(\frac{1}{2} - r^* \right)^2 \left| \frac{\partial \widehat{v}_{gz}^*}{\partial r^*} \right| \frac{\partial \widehat{v}_{gz}^*}{\partial r^*} \right\} \end{aligned} \quad (2.3.37)$$

さらに、連続の式 式(2.3.17)は

$$\frac{\partial \widehat{v}_{lz}^*}{\partial z^*} = 0 \quad \frac{\partial \widehat{v}_{gz}^*}{\partial z^*} = 0 \quad (2.3.38)$$

境界条件は、式(2.3.28)より

$$r^* = \frac{1}{2} \quad \text{で} \quad \widehat{v}_{lz}^* = 0$$

$$r^* = \sqrt{f_g}/2, \quad \text{で} \quad \widehat{v}_{lz}^* = \left(\frac{\bar{v}_g}{\bar{v}_l}\right) \widehat{v}_{gz}^*$$

$$\left\{ \frac{\mu_l}{\rho_l \bar{v}_{lD}} + k_l^2 \left(\frac{1}{2} - r^*\right)^2 \left| \frac{\partial \widehat{v}_{lz}^*}{\partial r^*} \right| \frac{\partial \widehat{v}_{gz}^*}{\partial r^*} \right\} = \left\{ \frac{\mu_g}{\rho_g \bar{v}_{gD}} + k_g^2 \left(\frac{1}{2} - r^*\right)^2 \left| \frac{\partial \widehat{v}_{gz}^*}{\partial r^*} \right| \right\} \quad (2.3.39)$$

$$r^* = 0 \quad \text{で} \quad \frac{\partial \widehat{v}_{gz}^*}{\partial r^*} = 0$$

式(2.3.36), 式(2.3.37), 式(2.3.38)および式(2.3.39)より, $\widehat{v}_{lz}^*$

は、次の無次元量の関数となる。

$$\widehat{v}_{lz}^* = \widehat{v}_{lz}^*(r^*, \bar{f}_g, \rho_g/\rho_l, \bar{v}_g/\bar{v}_l, Re_l, Reg, Fre) \quad (2.3.40)$$

定常流で十分発達した流れでは、式(2.3.32)を式(2.3.26)

に代入して

$$f_{TPF} = f_{TPF}(\bar{f}_g, \rho_g/\rho_l, \bar{v}_g/\bar{v}_l, Re_l, Reg, Fre) \quad (2.3.41)$$

式(2.3.41)を式(2.3.26)に代入し、液相單相で流れた

場合の摩擦損失、式(2.2.44)で割ると摩擦損失倍率($\bar{R}_l$)は

$$\bar{R}_l = \frac{(\Delta P/\Delta L)_{TPF}}{(\Delta P/\Delta L)_{ls}} = \frac{f_{TPF}(\bar{f}_g, \rho_g/\rho_l, \bar{v}_g/\bar{v}_l, Re_l, Reg, Fre)}{C Re_L^{-1/4} (1 - \bar{f}_g)^2} \quad (2.3.42)$$

式(2.2.47)の関係を用いると、 $\bar{R}_l$ は、次式のよ

うに書くこともできる。

$$\bar{R}_e = \bar{R}_e \left(\bar{f}_g, \frac{\rho_g}{\rho_l}, V_g/V_L, Re_L, Re_g, Fr_L \right) \quad (2.3.43)$$

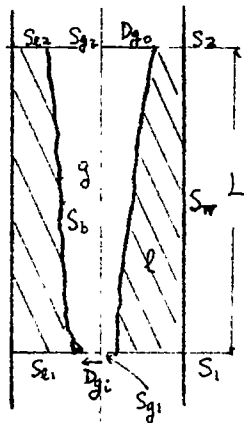
(B) 定常流で 気体体積率が管路に沿って変化する場合.

式(2.3.9)において

$$\frac{\partial(\rho_g u_g)}{\partial t} = \frac{\partial(\rho_l u_l)}{\partial t} = 0$$

この場合、圧力降下関係式には、加

速損失の項が入る。式(2.3.9)より



$$\begin{aligned} \frac{dF_k}{dt} = & \int_{S_g} (\rho_g u_g \cdot u_{Sg}) dS + \int_{S_l} (\rho_l u_l \cdot u_{Sl}) dS + \int_{S_b} (\rho_g u_g \cdot u_{Sb}) dS \\ & + \int_{S_b} (\rho_l u_l \cdot u_{Sb}) dS \end{aligned} \quad (2.3.44)$$

いま、気液の境界面の径方向の速度 u_{Sb} は、管路方向の速度に比べ無視できるのこ

$$\int_{S_b} (\rho_g u_g \cdot u_{Sb}) dS = \int_{S_b} (\rho_l u_l \cdot u_{Sb}) dS = 0$$

$$\text{ゆえに、} \quad \frac{dF_k}{dt} = \int_{S_g} (\rho_g u_g \cdot u_{Sg}) dS + \int_{S_l} (\rho_l u_l \cdot u_{Sl}) dS \quad (2.3.45)$$

(S_g, S_l の境界面、速度 u_{Sg} および u_{Sl} は、気液の

流速 W_g , W_e と等しい) 式 (2.3.45) を式 (2.3.15) に代入すると、この場合の圧力降下の一般式を得る。

$$\int_S p dS = - \left(\int_{S_g} \rho_g W_g W_g dS + \int_{S_e} \rho_e W_e W_e dS \right) + \left(\int_{V_g} \rho_g dV + \int_{V_e} \rho_e dV \right) g - \left(\int_{S_g} [\bar{\pi}_g dS] + \int_{S_e} [\bar{\pi}_e dS] \right) \quad (2.3.46)$$

このような環状流モデルの場合は、管壁に接しているのは、液相のみだから

$$\int_{S_g} \bar{\pi}_g dS + \int_{S_e} \bar{\pi}_e dS = \int_{S_e} \bar{\pi}_e dS = \int_{S_w} \bar{\pi}_e dS \quad (2.3.47)$$

式 (2.3.47) を式 (2.3.46) に代入すると

$$\int_S p dS = - \left(\int_{S_g} \rho_g W_g W_g dS + \int_{S_e} \rho_e W_e W_e dS \right) + \left(\int_{V_g} \rho_g dV + \int_{V_e} \rho_e dV \right) g - \int_{S_w} \bar{\pi}_e dS \quad (2.3.48)$$

式 (2.3.48) の具体的な取扱いに関しては、第5章の加速=相流でやる。

2.4 平均気体体積率の決定に関する考察

二相流に於ける平均気体体積率($\bar{f}_g$)は、止り比(S)や止り速度($\bar{v}_s$)と次のような関係にある。

$$S = \frac{\bar{v}_g}{\bar{v}_l} = \frac{V_g}{V_l} \frac{(1-\bar{f}_g)}{\bar{f}_g} \quad (2.4.1)$$

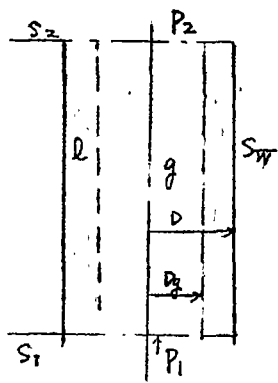
$$\text{また } \bar{v}_s = \frac{V_g}{\bar{f}_g} - \frac{V_l}{(1-\bar{f}_g)} \quad (2.4.2)$$

ここで、 V_g および V_l は、気液相の体積速度である。したがって、 $\bar{f}_g$ を直接求めるかわりに、 S または、 $\bar{v}_s$ についての関係式を求めてもよい。気泡流領域においては、気泡の止り速度は、単一気泡の静止液中の上昇速度⁽⁴⁾に、ほぼ等しいと云う報告もあるが、厳密には、運動方程式式(2.2.2)の解として得られる。これに関しては、3.4.1項で、具体的に取扱うので、ここでは、スラック流、環状流領域での平均気体体積率がどのような無次元因子に左右されるかについて考える。

中 3.1項で明らかにするように、垂直管内 =
 相流では、気泡流流動以外は、皆安定な流動と
 みなすことができる。気泡流流動は、安定し
 た流れでなく、これは、いゝかは、気泡の合体
 によつて、スラッグ流に変わる。しかも、一度
 他な流動に変わると、再び気泡流にもどること
 はない。しかし、スラッグ流や環状流流動は、
 いつまでも安定した流動で他に変わることはな
 い。安定した流動は、次のように示えること
 ができる。おぼはす、その状態で散逸する圧
 カを予ねば、ある平均気体体積率に關して
 (5)
 最低になるような流動をしていると示さる。

中 2.3節で述べた、S面において、圧力が、

S面内の流体に及ぼす仕事は、(左図より)



$$\int_0^{2\pi} \int_0^{D/2} (P_1 - P_2) \bar{u}_g r dr d\theta + \int_0^{2\pi} \int_{D/2}^D (P_1 - P_2) \bar{u}_l r dr d\theta$$

$$= (P_1 - P_2) \left\{ \bar{u}_g \bar{f}_g + \bar{u}_l (1 - \bar{f}_g) \right\} \frac{1}{4} \pi D^2$$

$$= (P_1 - P_2) (V_g + V_l) \frac{1}{4} \pi D^2 \quad (3.4.3)$$

式(2.3.24)に式(2.3.26)を代入し, さらに, それを式(2.4.3)に代入した後, $\frac{1}{4}\pi D^2$ で割ると, 圧力エネルギーは,

$$\left(\frac{P_1 - P_2}{L}\right)(V_L + V_G) = \{\rho_e(1 - \bar{f}_g) + \rho_g \bar{f}_g\} g(V_L + V_G) + f_{TPH} \frac{1}{2} \rho_e \bar{U}^2 \frac{1}{D} (V_L + V_G) \quad (2.4.4)$$

したがって, 圧力エネルギーが, 或る平均気体係数で最低値をもつ条件は,

$$\frac{d\left(\frac{P_1 - P_2}{L}\right)(V_L + V_G)}{d\bar{f}_g} = 0 \quad (2.4.5)$$

いま, f_{TPH} は, 式(2.3.41)より, 式(2.2.47)の関係を用いると

$$f_{TPH} = f_{TPH}\left(\bar{f}_g, \frac{\rho_g}{\rho_e}, \frac{V_G}{V_L}, Re_L, Re_g, Fr_L\right) \quad (2.4.6)$$

式(2.4.6)を, 式(2.4.4)に代入し, 式(2.4.5)を用いると

$$\frac{d\left(\frac{P_1 - P_2}{L}\right)(V_L + V_G)}{d\bar{f}_g} = (\rho_g - \rho_e)g(V_L + V_G) + \frac{d}{d\bar{f}_g} \frac{f_{TPH}}{(1 - \bar{f}_g)^2} \cdot \times$$

$$\frac{1}{2} \rho_e V_e^2 \frac{1}{D} (V_L + V_G) = 0 \quad (2.4.7)$$

したがって,

$$\frac{d}{d\bar{f}_g} \left(\frac{\bar{f}_{TPH}}{(1-\bar{f}_g)^2} \right) = 2 \left(\frac{\rho_g}{\rho_e} - 1 \right) \frac{2D}{V_L^2} = 2 \left(\frac{\rho_g}{\rho_e} - 1 \right) \frac{1}{Fr_L} \quad (2.4.8)$$

$\bar{f}_{TPH}$ は、式(3.4.6) で与えられるので、

$\bar{f}_g$ は、次の無次元量の関数として与えられる。

$$\bar{f}_g = \bar{f}_g \left(\frac{\rho_g}{\rho_e}, \frac{V_G}{V_L}, Re_L, Re_G, Fr_L \right) \quad (2.4.9)$$

ただし、式(2.4.9)は、気泡流領域では成立しない。

2.5. 結 論

垂直管内気液二相流の基礎方程式から、出発し、次元解析を行うことにより、次の結果を得た。

A). 摩擦損失係数($\bar{R}_f$)について:

i) 気泡流モデル.

厳密には、 $\bar{R}_f$ は 次の無次元量の関数と仮

る。式(2.2.30)を式(2.2.46)に代入して

$$\bar{Re} = \bar{Re}(\bar{f}_g, \frac{\rho_g}{\rho_L}, Re_b, \frac{D}{D_0}, \frac{V_g}{V_L}, Re_L, Fr_L) \quad (2.5.1)$$

しかし $\rho_g \ll \rho_L$ のとき、すなわち、

常温大気圧の二相流の場合は、次のように簡単に

に与えられる。式(2.2.49)より

$$\bar{Re} = \bar{Re}(\bar{f}_g, Re_b, Re_L, Fr_L) \quad (2.5.2)$$

さらに、気泡径が一定の場合には、

$$\bar{Re} = \bar{Re}(\bar{f}_g, Re_L, Fr_L) \quad (2.5.3)$$

ii) 層状流モデルの場合は、式(2.3.43)より

$$\bar{Re} = \bar{Re}(\bar{f}_g, \rho_g/\rho_L, V_g/V_L, Re_L, Re_g, Fr_L) \quad (2.5.4)$$

B) 平均気体体積率について。

気泡流領域以外では、安定性の条件より $\bar{f}_g$ は、

次の無次元量の関数となる。式(2.4.9)より、

$$\bar{f}_g = \bar{f}_g(\rho_g/\rho_L, V_g/V_L, Re_L, Re_g, Fr_L) \quad (2.5.5)$$

第 3 章

垂直管内気液二相流の圧力損失に関する実験（円管で管路に沿って、気泡の発生がない場合）

3. 1 緒 言

第 2 章によつて、垂直管二相流の摩擦損失倍率($\bar{R}_f$)や平均気体体積率($\bar{f}_g$)が、どのような無次元因子に左右されるか明らかになつたが、これ等が、無次元因子のどのような関数形として定まるかは、全く不明である。ここでは、空気-水系二相流の実験結果の検討より $\bar{R}_f$ および $\bar{f}_g$ と無次元因子間の関係を定めて行く。関係する無次元因子が多いため単相流の場合のように簡単には行かないが、いろいろな関係図の傾向や試行をくり返して、実験結果が一番よくまとまるようによつて行く。また、これ等の無次元因子のすべてを完全に定めるには、大気圧下空気-水

系の実験のみでは、不十分であり、気液の密度
や粘性を変えた実験が必要となる。したがって
関係式を定めるについては、粘性や系の圧力を
変えた他の実験結果も、あえて利用した。

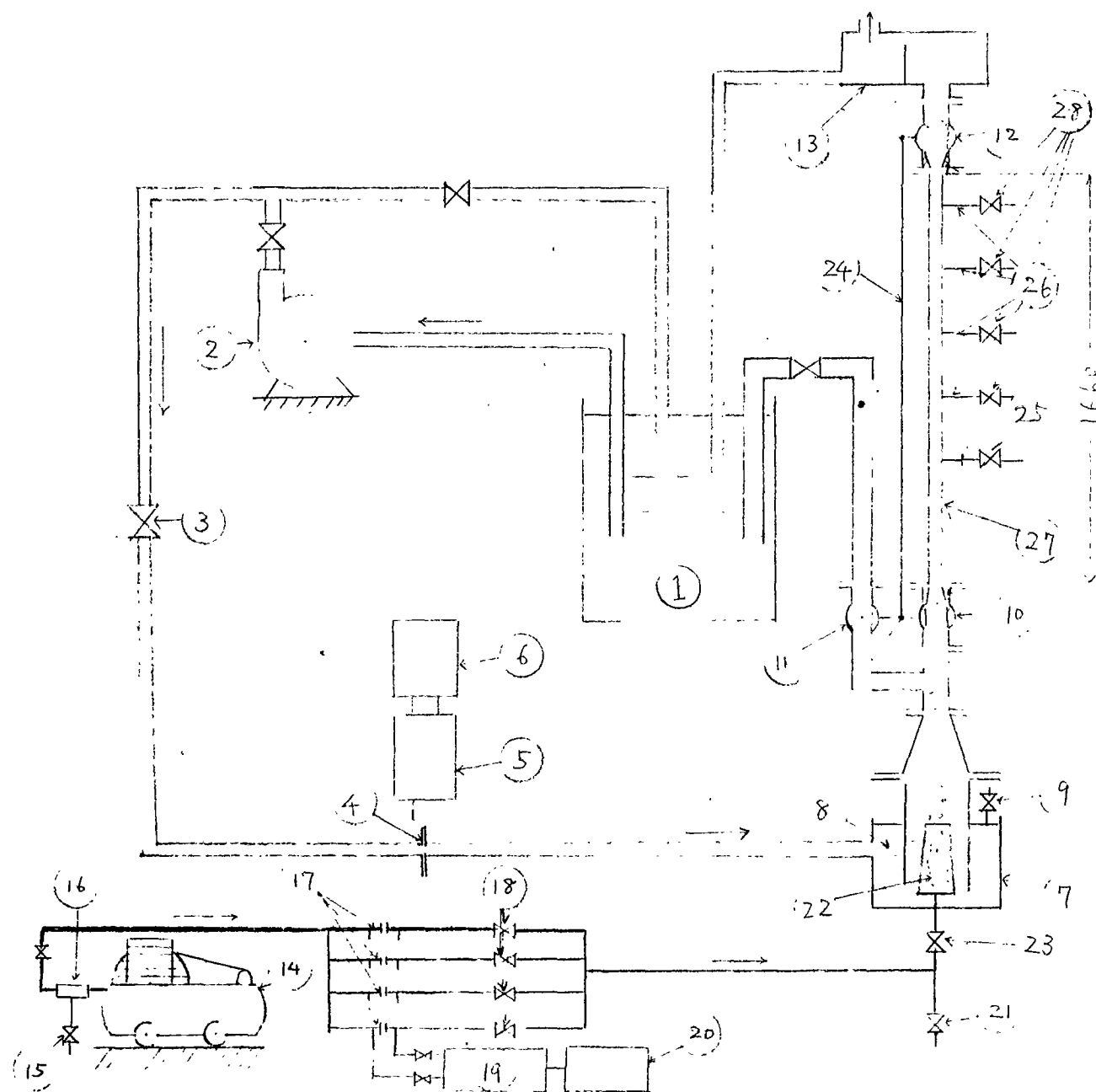
3. 2 垂直管内気液二相流動の実験装置

ならびに方法

3. 2. 1 気液二相流の流動実験装置

垂直管における気液二相流の圧力損失およ
び平均気体体積率の実験装置の略図を3.2.1図
に示す。

①は、水槽でこれよりポンプ②によって、給
水された水は、弁③によって流量を調整されて
、気水混合器に向う。途中、テスト管径に応じ
て、区別される流量範囲の異なる二種のオリフ
イス流量計④によって、記録計⑥で水流量が常
時記録される。二相流では、気相の流動条件に
よって、系の圧力損失が、常に変化する。この
ため、液相の流量も変動するので、液相流量を



1	水槽
2	水ポンプ
3	水流量調整弁
4	水流量測定用オリフス
5	差圧変換器
6	記録計
7	気水混合器
8	金網
9	空気抜き弁
10	閉弁(ボールバルブ)
11	"
12	"
13	気水分離器
14	空気分離器
15	ドレン
16	減圧器
17	空気流量測定用オリフス
18	空気流量調整弁
19	差圧変換器
20	記録計
21	ドレン
22	空気吹込み用フィルター
23	空気流量調整弁
24	連結棒
25	スパーリャー
26	ガス抜き用タップ
27	ガス抜き
28	弁

才3.2.1図 気液二相流の実験装置

、気相の流動条件によらず一定値を保つように常に弁③で調整しながら実験を行った。気水混合器⑦の内部は、液流のせん回や大きな乱れを止めるために、⑧のように金網のスペーサーが詰められている。一方気相は、圧縮機⑭で、10気圧に圧縮された空気が、減圧器⑮で約2気圧に減圧され、流量範囲の異なる4種の空気流量オリフィス⑰を通り、流量調整弁⑱および⑳を通じて、気水混合器に達する。空気流量オリフィスでの流量測定は、さらに差圧変換器㉑を用いて、㉒の記録計で常時記録されている。

気水混合器に達した空気は、粒径100ミクロンのアルミフロンズ粒子を焼結した円筒状金属フィルターより、約3mm中の均一で小さな気泡となって液相中に吹込まれる。ここで二相流流動となった気液は、テスト管㉓を通じて、気水分離器⑬に達し、ここでふたたび分離され、液相は水槽に、気相は系外に放出される。

二相流の平均気体体積率は、テスト管の上下を弁で急閉し、その中の気液相の体積比を測定することによって求められた。このための急閉弁として、ボールバルブ⑩⑪⑫を用いた。これらの3つのバルブは、連結棒⑭で連結されており、弁⑩⑫が開いているときは、弁⑪は閉じ、弁⑩⑫を閉じると弁⑪が開くようになり、このとき、二相流は、別回路を通過して水槽に至る。

ボールバルブの利点は、遮断部までテスト管と同一の管径にすることができること、管径が小さい場合は管径変更用補助具⑮を用いてテスト管と同一の管径を遮断部まで保つことにした。

テスト管としては、全長1660mmで管直径が28.8mm中、19.0mm中、9.15mm中、5.0mm中の4種で、これは透明なアクリル管が用意された。助走区間としては、テスト管入口より560mmあり、それより250mm間隔で5個の圧力測定用タッポをも

うけた。しかし、差圧測定には特に差圧が大きくなければ、上下の1000mm離れた圧カタツフを用いた。

差圧の測定は、水マノメーターを用いて行った。圧カタツフから水マノメーターの途中には各々弁が取り付けられ、この弁を絞ることによって二相流の圧力脈動の制振を行い、また気体体積率の測定時には、この弁を用いてマノメーターからの液の流出入を防いだ。

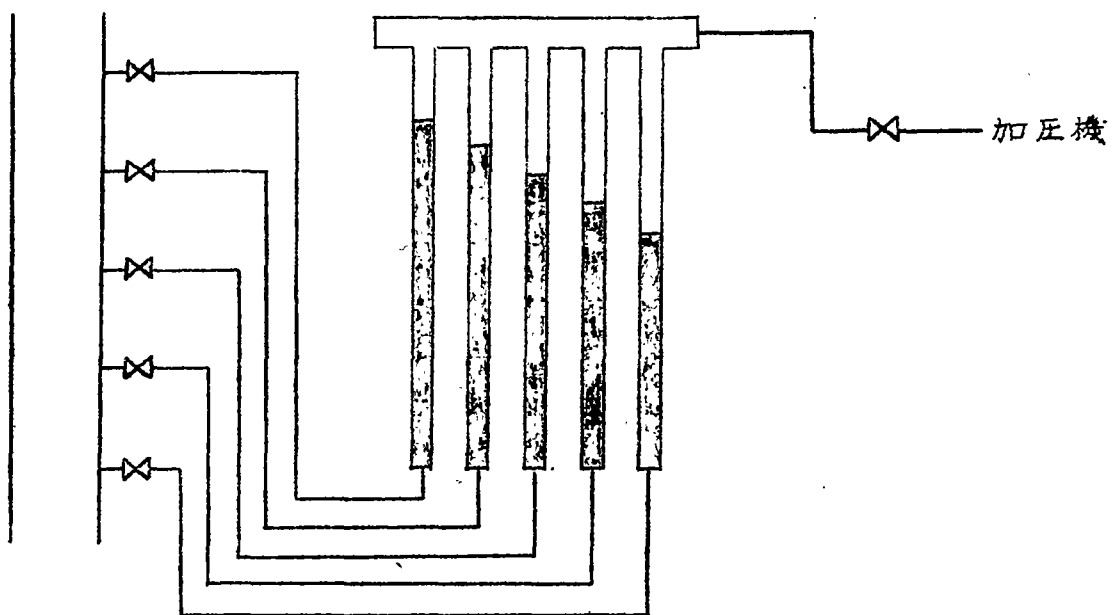


図 3.2.2

圧力差測定用のマノメーターは図 3.2.2 のようになり、圧カタツフより出た圧力系は

、多くの管を頂点で連結した櫛状のマノメータ群の下部に連結され、水頭の差より管の静圧が測定される。また、マノメータの管は、加圧機とも連結され、水柱上部の圧力を変えることによって、水頭の位置を自由に上下できる。したがって、圧力差が数mにおよんでも、水頭を上下させることによって、近接した管の水頭差をはかり、各々の和をとって1m間隔をもつ上下の差圧を知ることができる。

3. 2. 2 実験方法

実験の手順を簡単に説明する。液相の流量を一定流量にして、空気流量を0より種々に変えながら流動条件を作る。このとき、空気流量によって水流量も変化するので、常に⑥の水流量の記録計でチェックしながら行う。気液流量の流動条件を定めると、次に圧カタツ・フ・の弁⑳を調節して、二相流の脈動を制振させ、水マノ

メーターで差圧を測定する。さらに、圧カtrup弁⑫を完全に閉鎖した後、ボールバルブ⑩⑪⑫の連結棒を下げて、テスト管の上下を閉じる。テスト管中の気液が完全に分離した後、テスト管の中の気液の体積をテスト管につけた目盛でもって読む。気泡流領域での平均気体積率の測定誤差は2%以内でおさえられるが、スラッグ流以上になると偏差が大きいため同一条件で3回測定して平均値を取った。この差圧と平均気体体積率の測定より、摩擦損失は次のようにして算出される。

P , P_1 , P_2 および h , h_1 , h_2 を図 3.2.3 のように定めると、管内で L_m 離れた2点の圧力差 $P_1 - P_2$

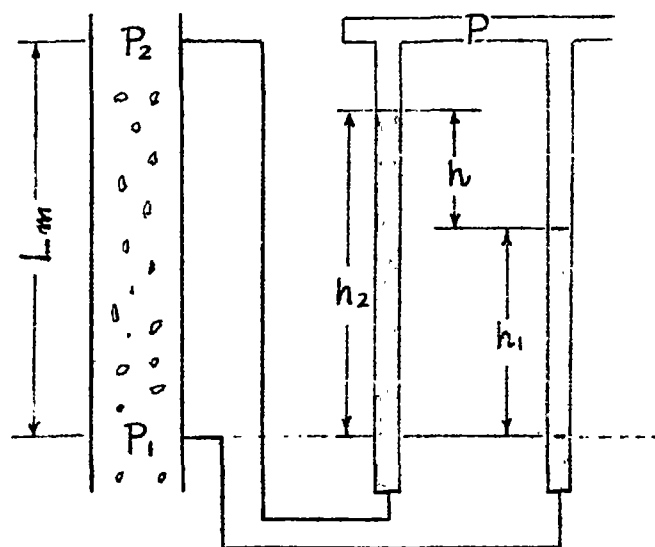


図 3.2.3

は次の関係より求まる。

$$P_1 = P + h_1 r_l \dots\dots\dots (3.1.1)$$

$$P_2 + L r_l = P + h_2 r_l$$

故に

$$P_2 = P + (h_2 - L) r_l \dots\dots\dots (3.1.2)$$

式(3.1.2) - 式(3.1.1) は

$$P_2 - P_1 = (h_2 - h_1) r_l - L r_l$$

故に

$$P_1 - P_2 = \{L + (h_1 - h_2)\} r_l = (h + L) r_l \dots\dots\dots (3.1.3)$$

管路に沿って気体体積率が変化しない場合を
考えているので、加速損失は0，したがって運
動量の方程式によって二相流の摩擦損失 ΔP_{TPF} を
出すには，式(3.1.3)を式(2.2.26)に代入すると

$$\begin{aligned} \Delta P_{TPF} &= (P_1 - P_2) - \{r_l(1 - \bar{f}_g) + r_g \bar{f}_g\} L \\ &= \{h + L - L(1 - \bar{f}_g)\} r_l - r_g \bar{f}_g L \\ &= \{h + L \bar{f}_g\} r_l - r_g \bar{f}_g L \dots\dots\dots (3.1.4) \end{aligned}$$

今 $r_l \gg r_g$ なので，式(3.1.4)の右辺第2項
を無視すると

$$\Delta P_f = \{h + L \bar{f}_g\} r_l$$

圧力タップ・間隔 $L = 1 \text{ m}$ とすると

$$(\Delta P / \Delta L)_{TPF} = \{h + \bar{f}_g\} r_l \quad \dots\dots\dots (4.1.5)$$

となる。

気泡流動における気泡径の調節には、吹込み口での金属フィルターの粒径を変えたが、発生する気泡径には、あまり影響しないことがわかったので、さらに界面活性剤（アルキルベンゼンスルホン酸ソーダ）をごく微量（ $10^{-3}\%$ 以下）混入して、気泡径を調節した。この界面活性剤の添加による液相の物性値の変化は、粘性は不変、表面張力が最大 2 dyne/cm 変化しただけであり、液相の特性には、ほとんど影響していないと考えてよい。また、気泡径の測定には、円管の周りに四角な水槽をもうけ、管のレンズ効果をなくして写真撮影し、約50個の気泡の長径を平均して求めた。

各管径の場合について、気液相の流量範囲を

表 3.1 に示す。

管径 mm	液相单相速度 m/s	気相单相速度 m/s
28.8	0.024 ~ 1.87	0 ~ 23
19.0	0.06 ~ 2.64	0 ~ 42
9.0	0.27 ~ 1.89	0 ~ 47
5.0	0.86 ~ 2.04	0 ~ 30

表 3.2.1 流量条件

以上の流動条件で，垂直管内二相流の流動様式中，気泡流動から噴霧流近くまでの流動様式が見られた。

これらの管について，液相单相流での管摩擦係数と液レイノルズ数との関係を表 3.2.4 図に示す。図からわかるように，供試管はなめらかな管に対する Blasius の式を適用しうる。（ $Re_L = 3 \times 10^3 \sim 10^5$ の範囲）

3. 3 垂直管内二相流の実験結果

ここでは，管内二相流の主要因子である全圧力損失，摩擦損失および平均気体体積率の実験結果について示し，これらと気液の流量や管

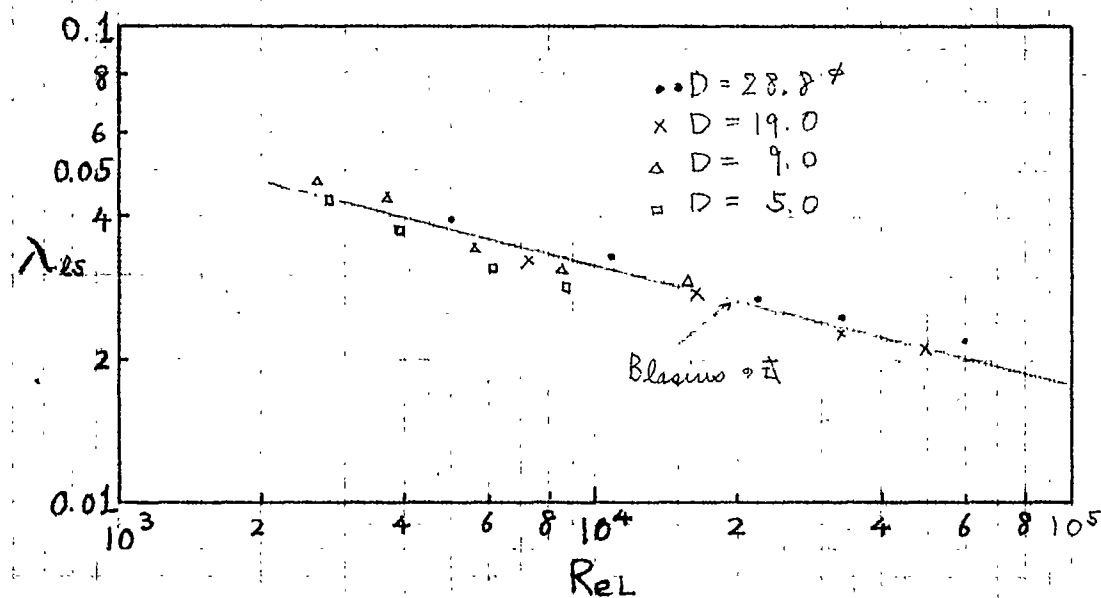


図3.2.4 単相流における円管の管
 摩擦係数(λ_{ls})

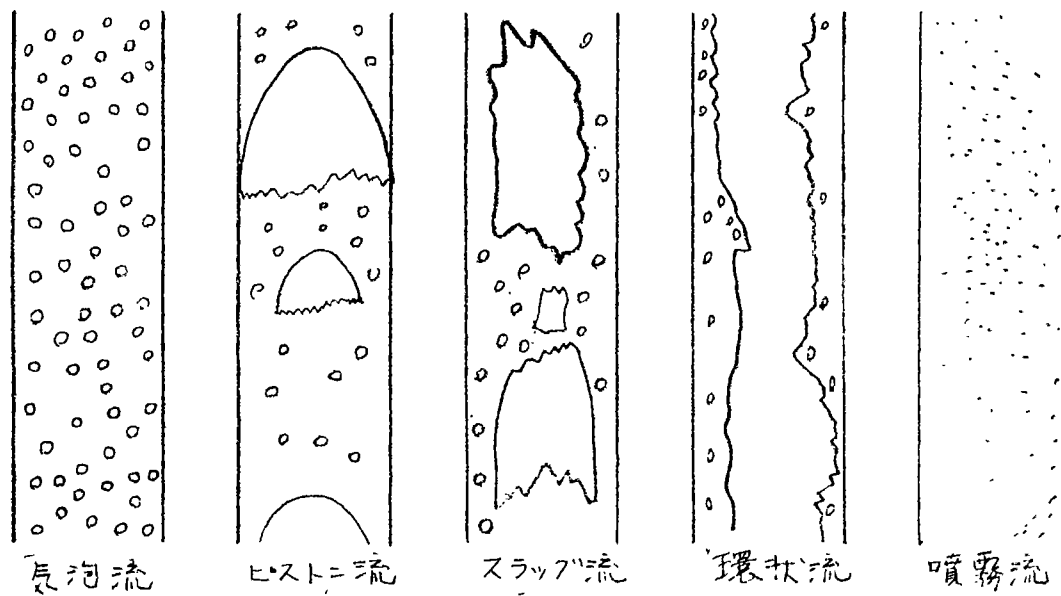
径の影響について簡単に説明する。

3.3.1 気液二相流の流動様式

垂直管内二相流において図3.3.1 図に示すような5種の流動様式が観察される。

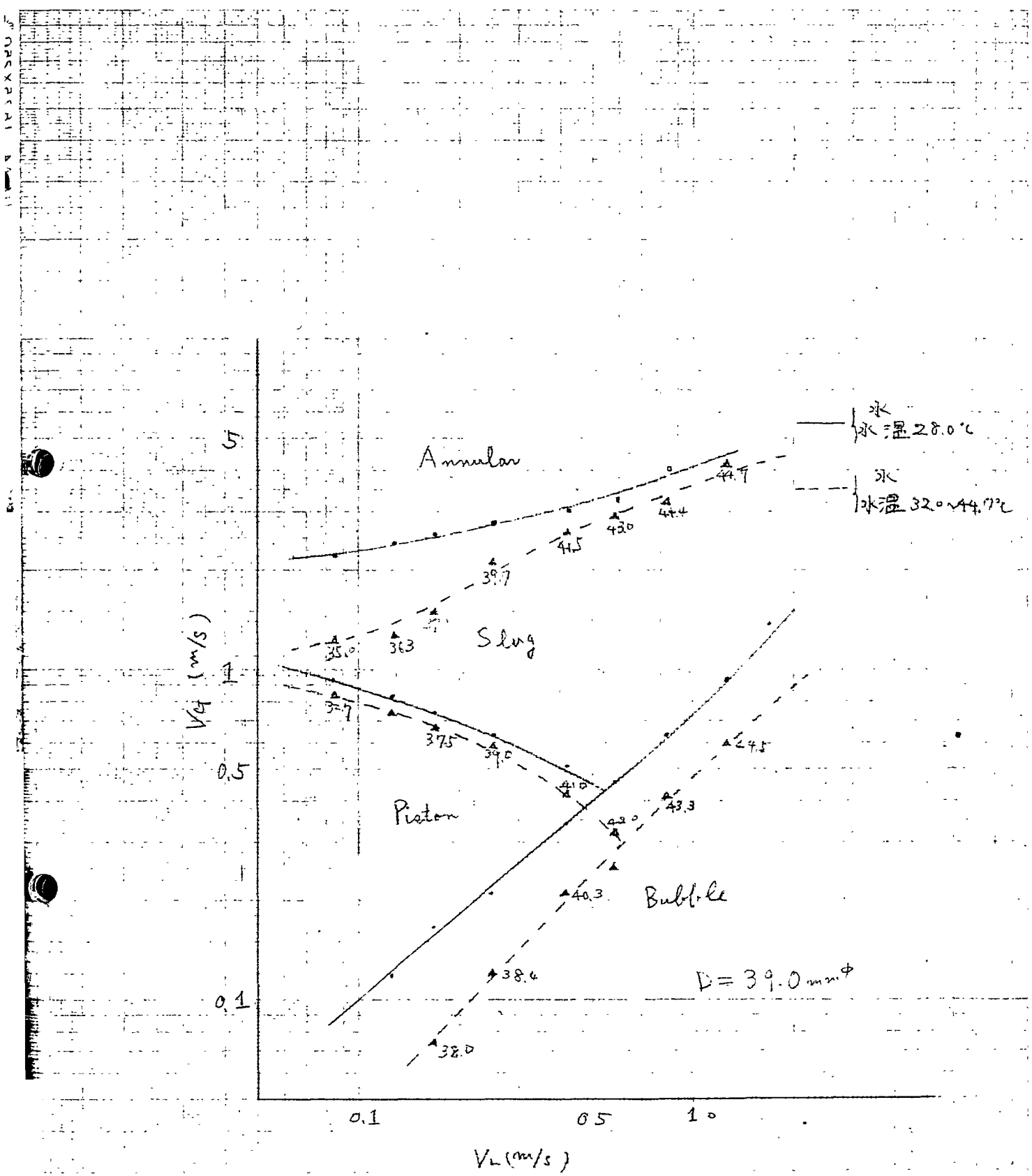
(1) 気泡流 (2) ピストン流 (3) スラッグ流
流 (4) 環状流 (5) 噴霧流

である。気泡流は管径よりも小さい球または楕円体の気泡が群をなして流れており、液相に対しては液相から受ける浮力と抗力のバランスした上り速度で上昇している流れである。ピストン流は、小気泡の一部または全部が合体し、管径より曲率半径の大きいピストン状の大気泡となって流れており、各大気泡の間と管壁が液相で占められている。さらにスラッグ流は、気液境界面が乱れ、管中心部に不足形の気相部と液相部が交互に現われ、管壁部は小気泡を含んだ液相でしめられ激しい圧力脈動を伴う流れである。気泡流や環状流における圧力脈動も単相流に比べると、は

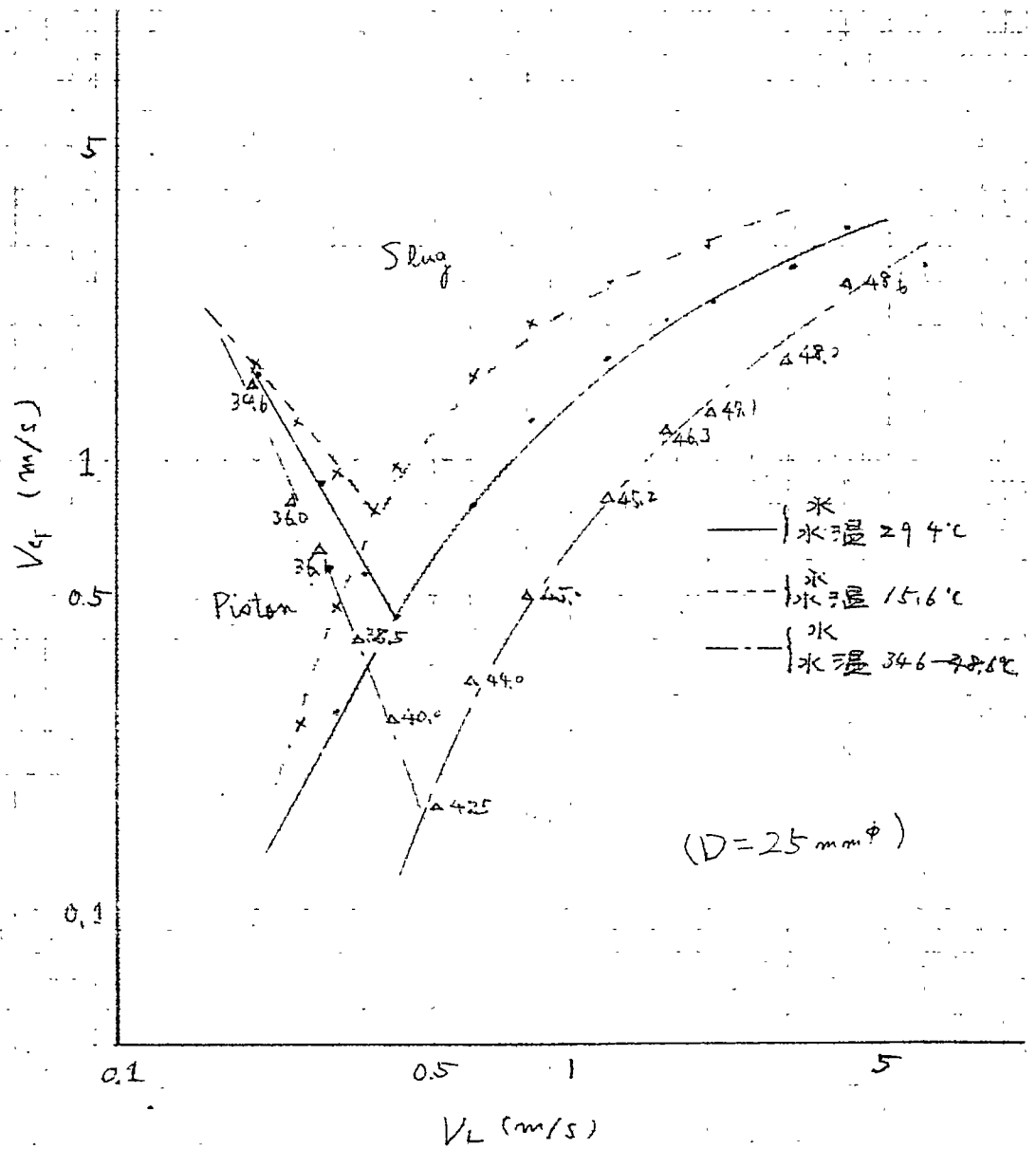


第 3.3.1 図 二相流流動様式

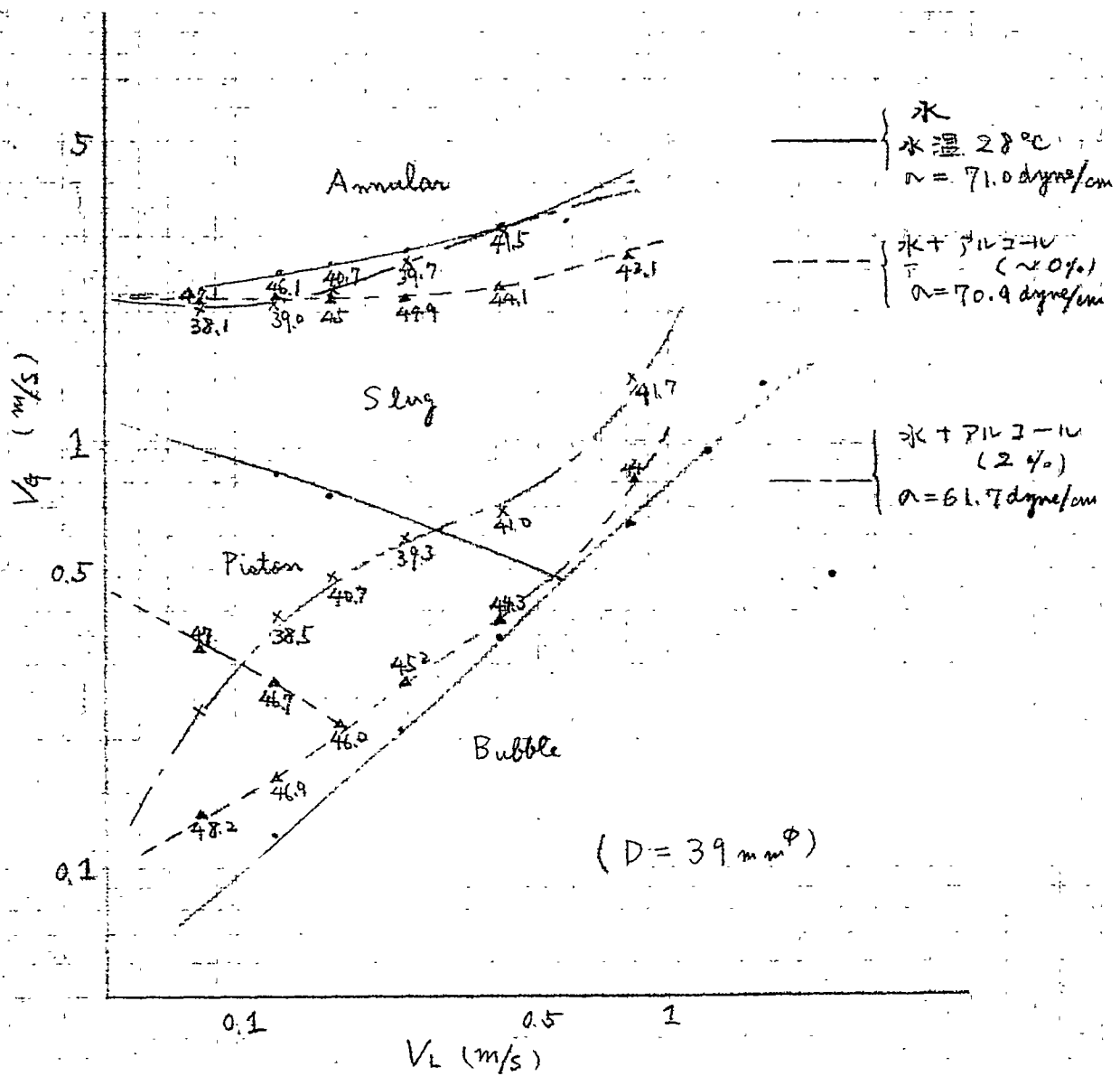
るかに大きいものであるが、スラッグ流においては、さらにこれよりも周期や振幅の大きい脈動が現われる。環状流では液相は管壁部におしやられ、管の中心部は気相のみ、管壁部は液相のみが流れる層状流を示してくる。さらに、気相流量が増大すると管壁の液相は大きな流速をもつ気相のためにはく離され、気泡流とは全く逆に連続流である気相の中を液相が液滴となって流れるようになる。これらの変遷は、気液の流量比によって最も影響されるが、この他に気液の物性（特に表面張力）、管径、気液混合部でのノズルの状態によっても影響を受ける。才3.3.2図および才3.3.3図は管径39mmと25mmについての流動様式の変遷の温度における影響を見たものである。一般に気泡径が同じであれば液温が上がり気液間の表面張力が低下すると気泡の合体が起こり易くなる。また、アルコールなどの添加によって表面張力を変えた場合の流動様式図才3.3.4図およ



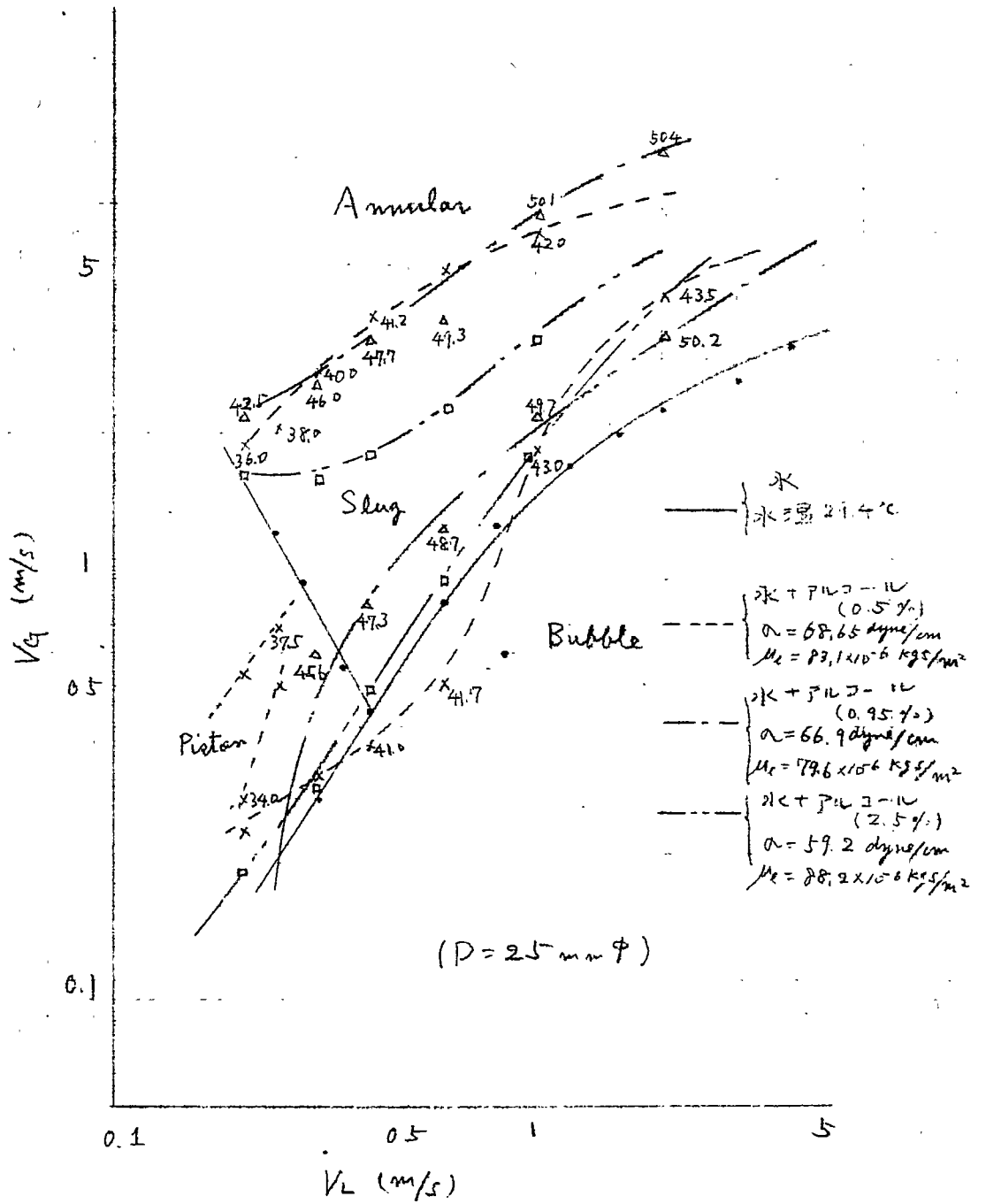
(才 3.3.2 図) 流動様式



(才3.3.3图) 流動様式



(才3.3.4圖) 流動様式



第33.5圖 流動様式

び第3.3.5図では、混合部のノズルから発生する気泡が小さくなるため合体は起りにくくなる。しかるにスラッグ流から環状流の境界は表面張力の変化とほとんど無関係のようである。ここで興味ある事実は気泡流流動は安定な流動状態ではなく、長い管での流動や流動時間が長い状態では気泡流からピストン流やスラッグ流に変遷するというところである。これは第3.3.4項で述べるように同一流動条件で圧力損失を調べると気泡流流動の方がピストン流やスラッグ流流動におけるよりも一般に大きな圧力損失を示していることと無関係ではなく、自然現象の法則として流動における圧力損失の小さい流動様式に移る傾向をもつわけである。したがって、一度気泡流から他の流動状態に移ると、ふたたび気泡流に戻ることはない。ただし気泡の合体の時間は比較的長いので流動時間が短かければ一応安定な流動とみなしてもよい。本研究においては、気泡流モ

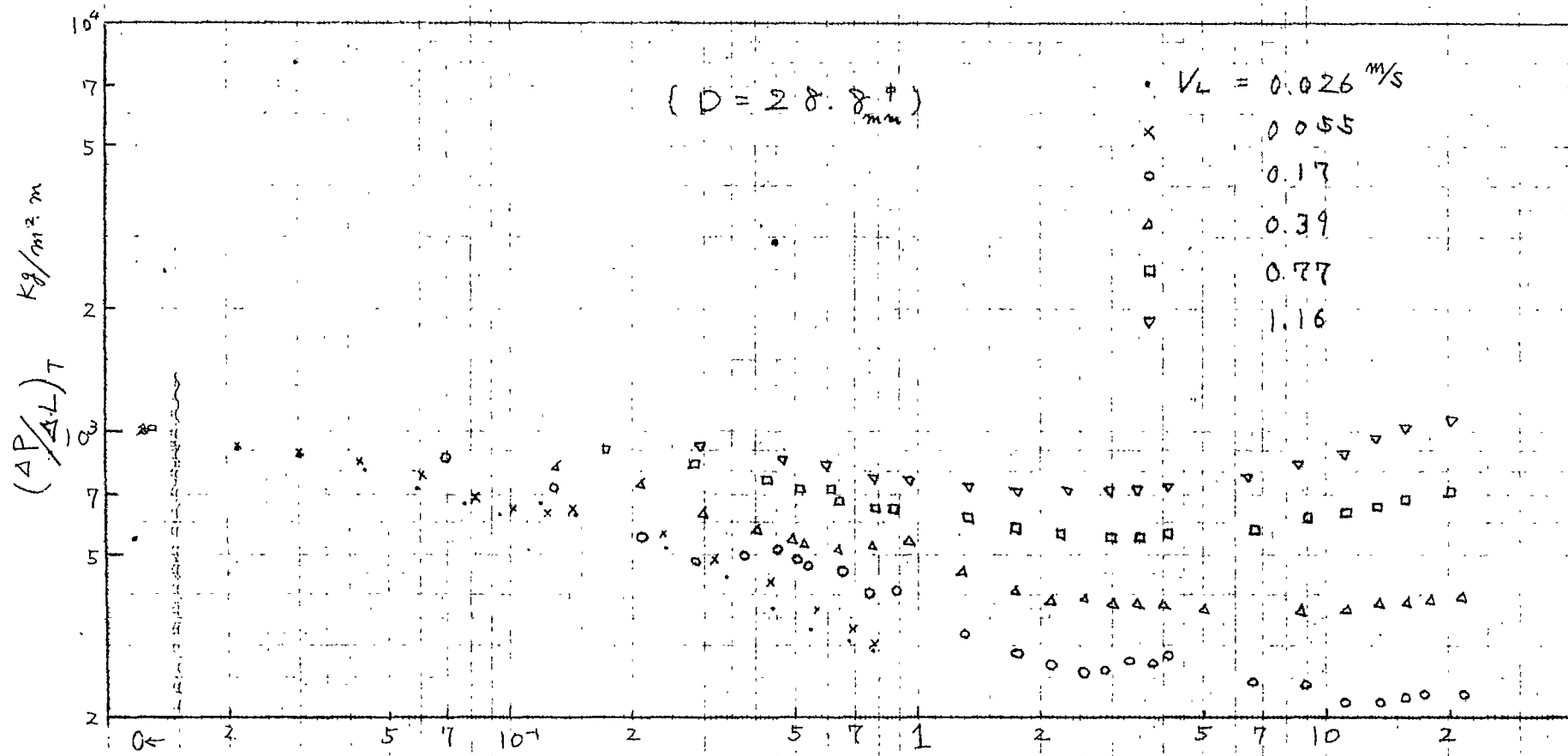
デルは気泡流領域に、層状流モデルはスラッグ流と環状流領域に適用している。

3.3.2 全圧力損失

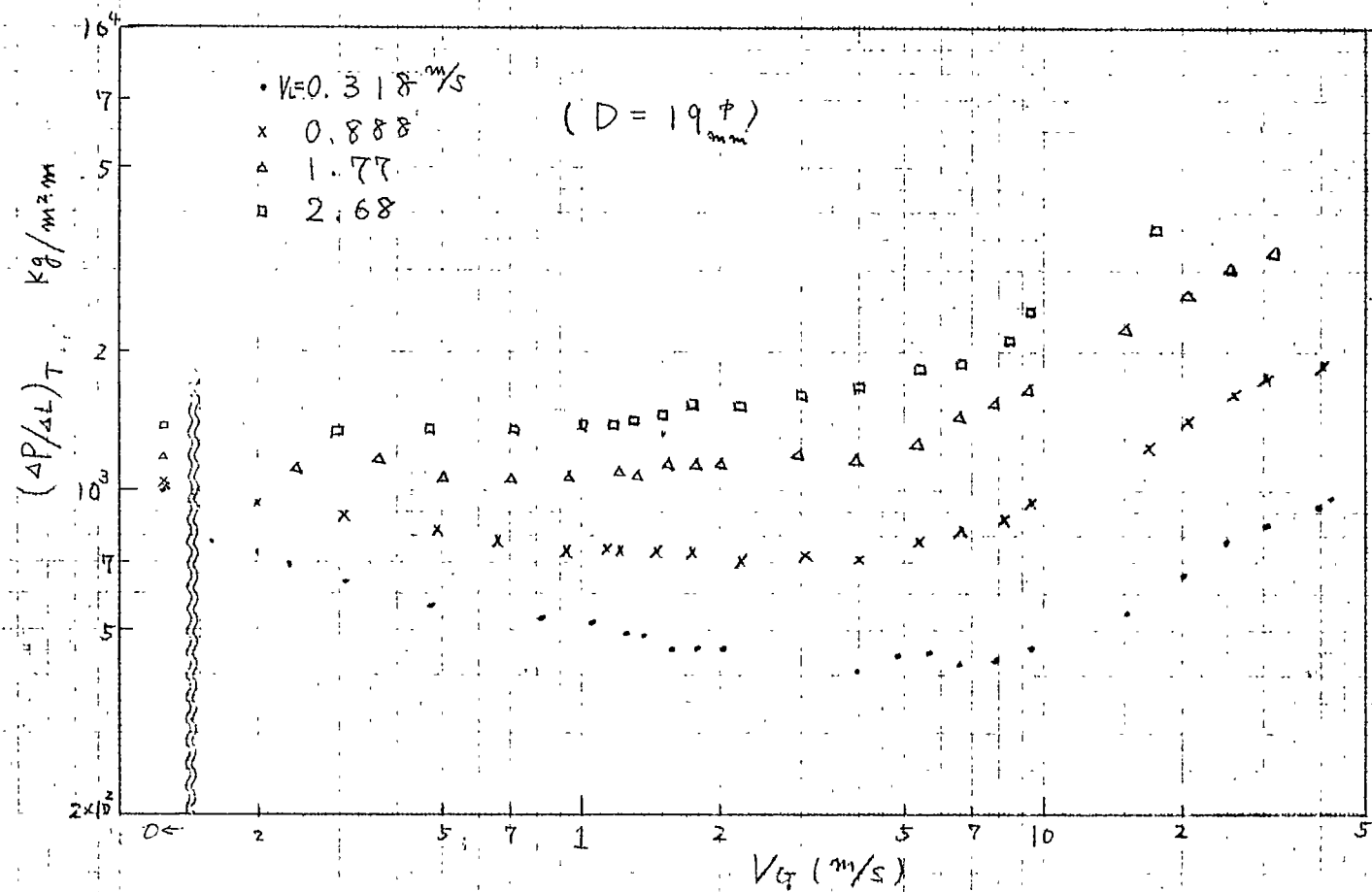
液相の体積速度 (V_L) をパラメータとし、二相流の全圧力降下 $(\frac{\Delta P}{\Delta L})_T$ と気体の体積速度 (V_G) の関係について調べると、各管について、才 3.3.6 図 ~ 才 3.3.9 図が得られる。図中、左端にある実験点は、液相単相で流れた場合の全圧力損失（摩擦損失 + 水頭）である。実験点は、気泡流から環状流までの流動様式を含む。

これらの図から、次のような特徴があることがわかる。気相の体積速度が増すにつれて、圧力損失は、一度減少し、極小値を取る。しかし、さらに気相速度を増大させると、ふたたび圧力損失も増大する。しかも、圧力損失の増大の割合は、液相体積速度や管径によって異なる。

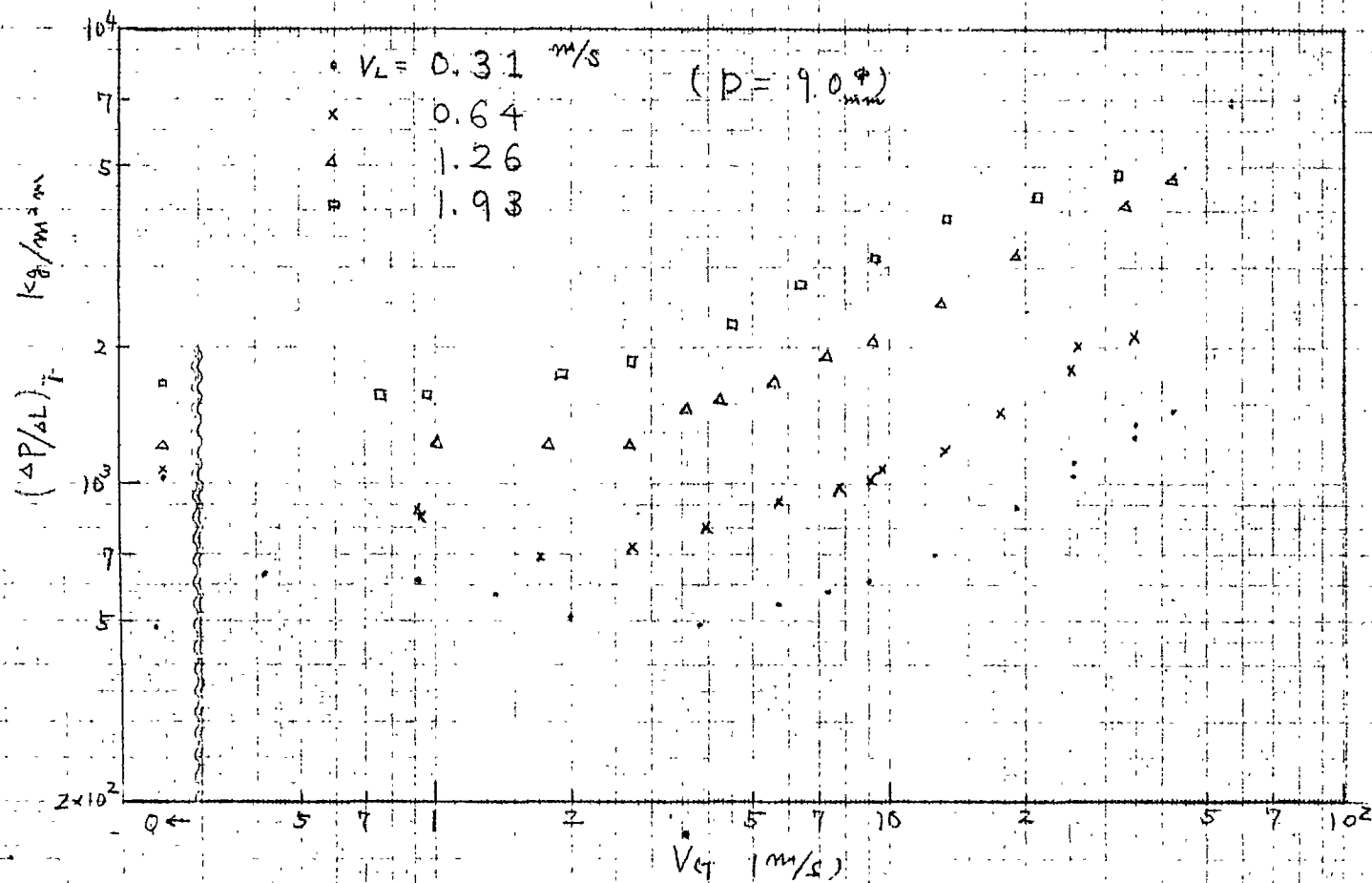
垂直管二相流では、(2.2.26) 式からわかるように、圧力損失の変化の主要因として、気相流



才3.3.6 四全圧力損失と気液の体積速度の関係



中 3.3.7 図 全圧力損失と気液の体積速度



3.3.8 図 全圧損失と液体の体積速度の関係

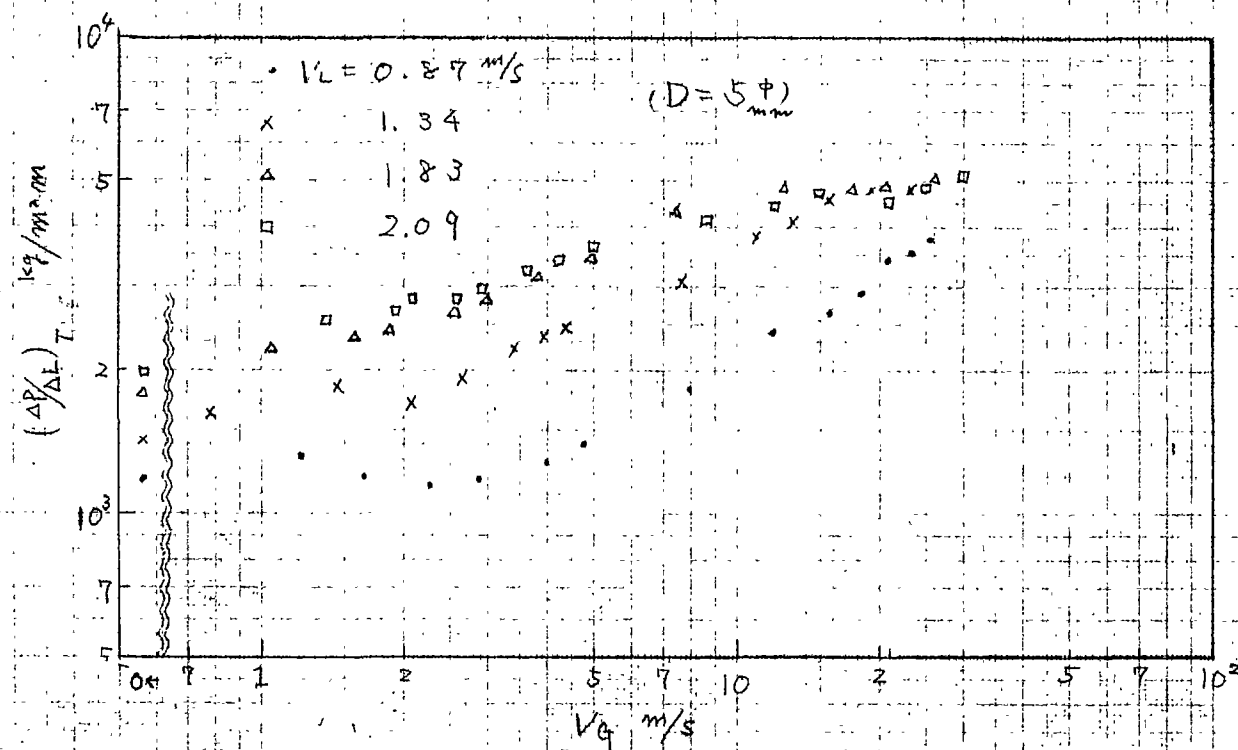


表 3.9 図 全圧力損失と気液相積速度の関係

量が增大すると平均密度が減少するので，これによる圧力損失の減少と摩擦損失の増大があげられる。これらの図は，この傾向を顕著に表わしている。

この全圧力損失と流動様式の間には，対応関係があるという報告⁽¹⁾があるが，管径の大きな $28.8\text{mm}\phi$ の管においては，対応関係が見られる。すなわち， $V_G < 0.1$ 以下では，大体気泡流動であり，ここまでは圧力損失は一方に減少する。

$0.1 < V_G < 2$ の領域では，圧力損失が，一時増加の傾向を示すが，ふたたび減少して極小値を示す。この領域は，大体スラッグ流領域である。

$V_G > 2$ では，圧力損失は，増加する。ここは，きれいな環状流領域に相当する。

しかし，このような対応関係は，大きな管径の場合にのみ見られ，管径が小さくなると，わからなくなる。

3.3.3 平均気体体積率

気泡流から環状流までの流動領域について平均気体体積率 ($\bar{f}_g$) と、次式で定義される体積流量比 (x_v) の関係を図 3.3.10 図～図 3.3.13 図に示す。

$$x_v = \frac{Q_G}{Q_L + Q_G} = \frac{V_G}{V_L + V_G} \quad \text{----- (3.2.1)}$$

ここで Q_G , Q_L は気液の流量, V_G , V_L は気液の体積速度である。

図中, 対角線は, じり比 (S) が 1 の時であり, この線上では, 気液間にじり速度がなく, この時 $\bar{f}_g$ は x_v と一致する。このじり比が 1 の線より下方に离れる程, 気液間のじり速度は増大することを意味する。

これらの図から, 次の特徴がわかる。

i) 流動様式について

図中, 気泡流とそれ以上の流動様式とを区別しているが, 平均気体体積率と流動様式の対応が顕著に見られる。すなわち, 気泡流からスラ

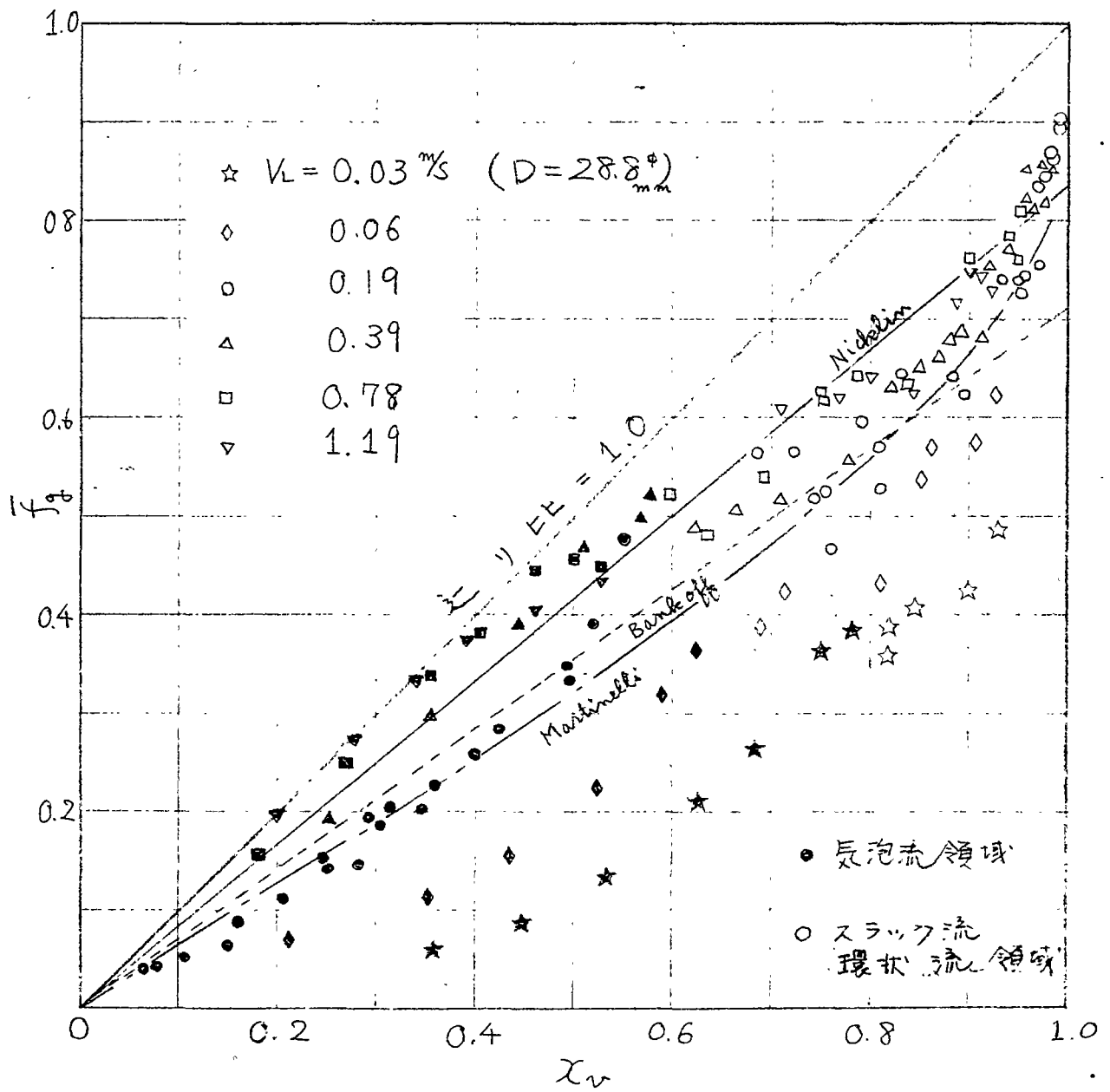
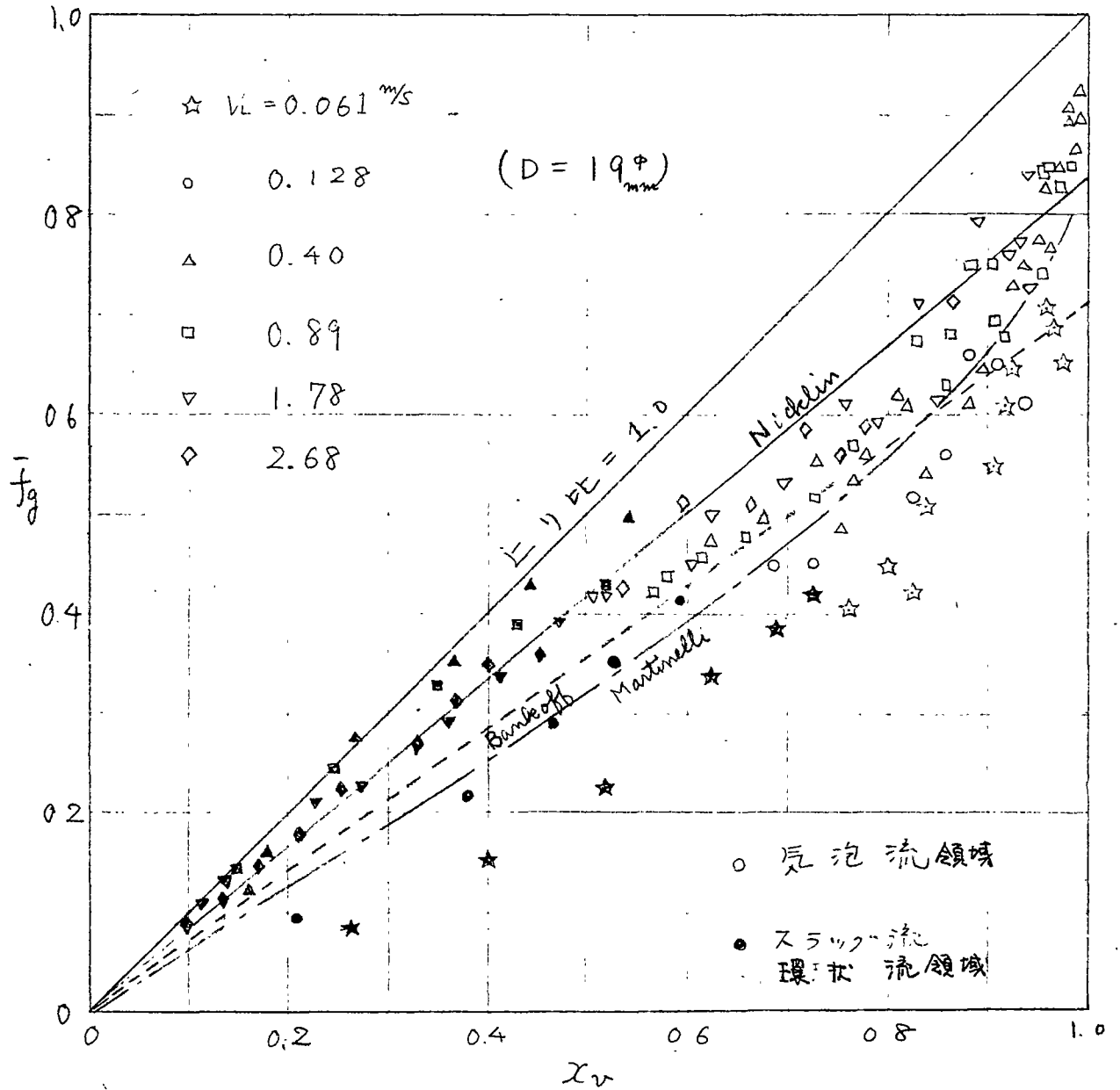


図 3.10 平均気体体積率と体積流量比



才 3.3.11 図 平均気体体積率と体積流量比

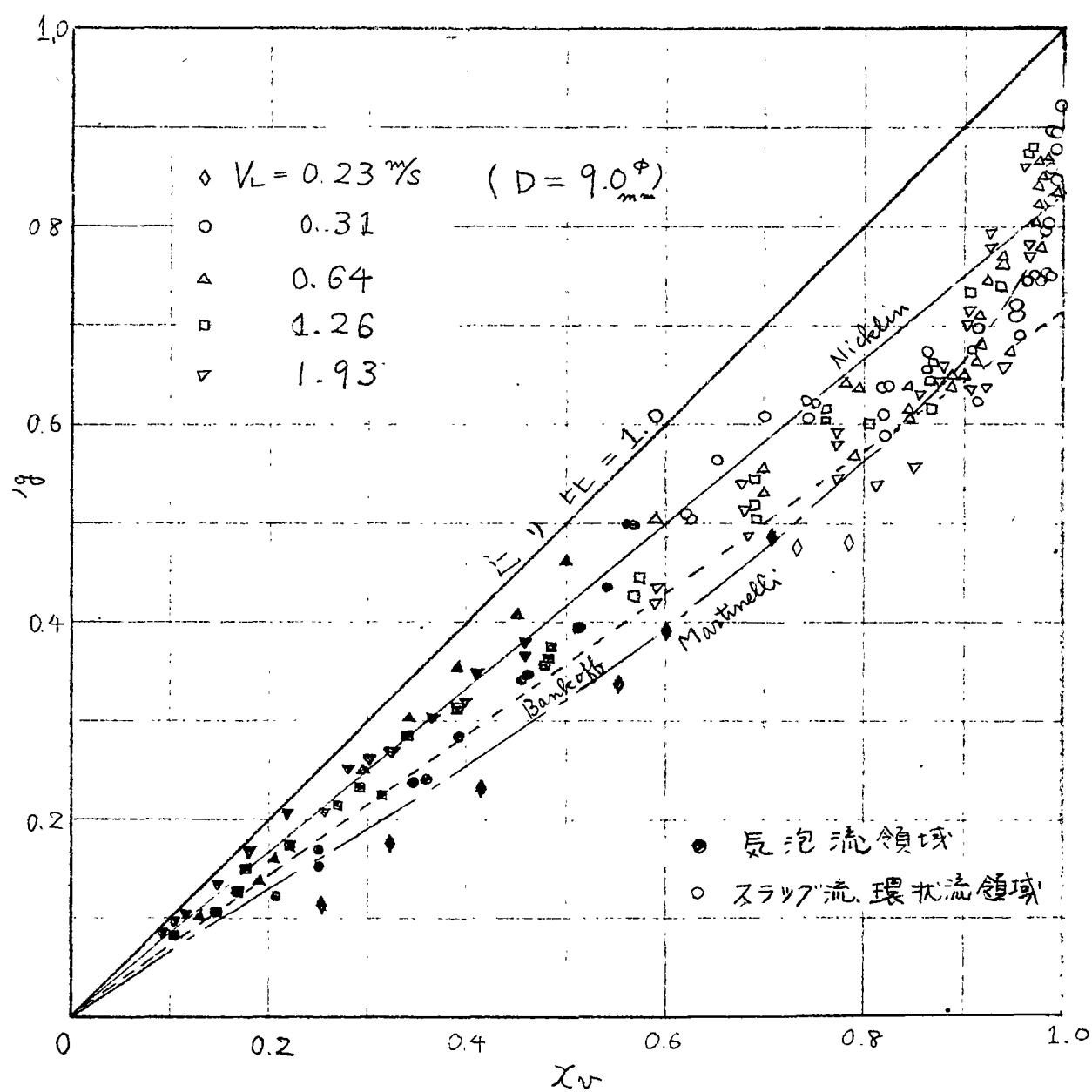


図 3.3.12 平均気体体積率と体積流量比

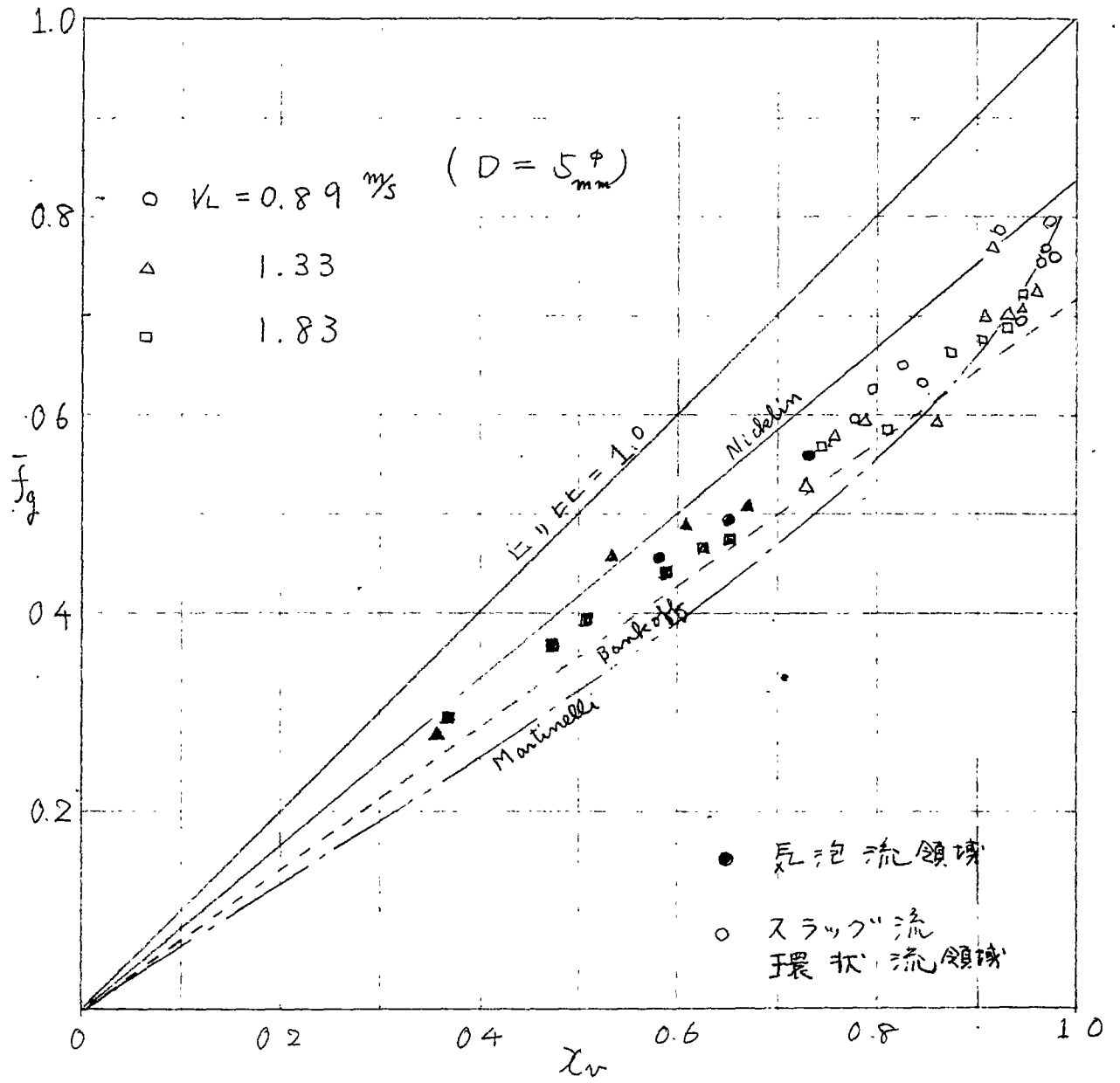


図 3.3.13 平均気体体積率と体積流量比

ツグ流に遷移するにつれて、実験点は迂り比が増大する方向に行く。それで気泡流状態を続けたとした時の外挿した気体体積率よりも小さな値を示してくる。

ii) 液相の体積速度 (V_L) の影響

一般に V_L が大きい程、平均気体体積率は、大きな値を示している。しかし、 V_L の影響が大きく現われるのは、気泡流領域で、しかも V_L がせいぜい 0.5 m/s 以下の時であり、それ以上になると V_L による $\bar{f}_g$ の差はなくなり、迂り比 1 の線に漸近する。

しかし、 V_L が 0.2 m/s 以下の時は、気泡流領域 V_L によって気体体積率は相当変化する。しかし、実用上の問題として V_L がこのように小さい場合は、あまり必要とならない。

一方、環状流領域においては、液相流速による差は、ほとんど見られなくなり、どのような液流速でも、同じような傾向を示す。

図中に, Martinelli⁽²⁾, Bankoff⁽³⁾ および気液の流量が多い場合の Nicklin⁽⁴⁾ の式を示した。Martinelli の式は, 実験結果の傾向をよく示しているが, fg について全体的にデータより少し小さな値を示す。また, Bankoff および Nicklin の式は, 大体合っているが, データの傾向をよく示していない傾向があり, x_v が極端に大きいところで, データとの差が大きくなることがわかる。

次に, 流動様式を気泡流のみに限定し, 低液相流速での気泡径の影響を調べると, 才 3.3.14 図 ~ 才 3.3.16 図 が得られる。

一般に, 気泡が小さくなると気泡の上昇速度は減少する。したがって, 気泡径が大きい時よりも小さい方が同一流動条件で, 気体体積率の値が大きくなる。しかし, 気泡径の影響にしても, 液相流速が 0.5 m/s 以下の場合のみ考慮すればよく, それ以上の場合は, 気泡径の平均気体体積率への影響は無視できることがわかる。

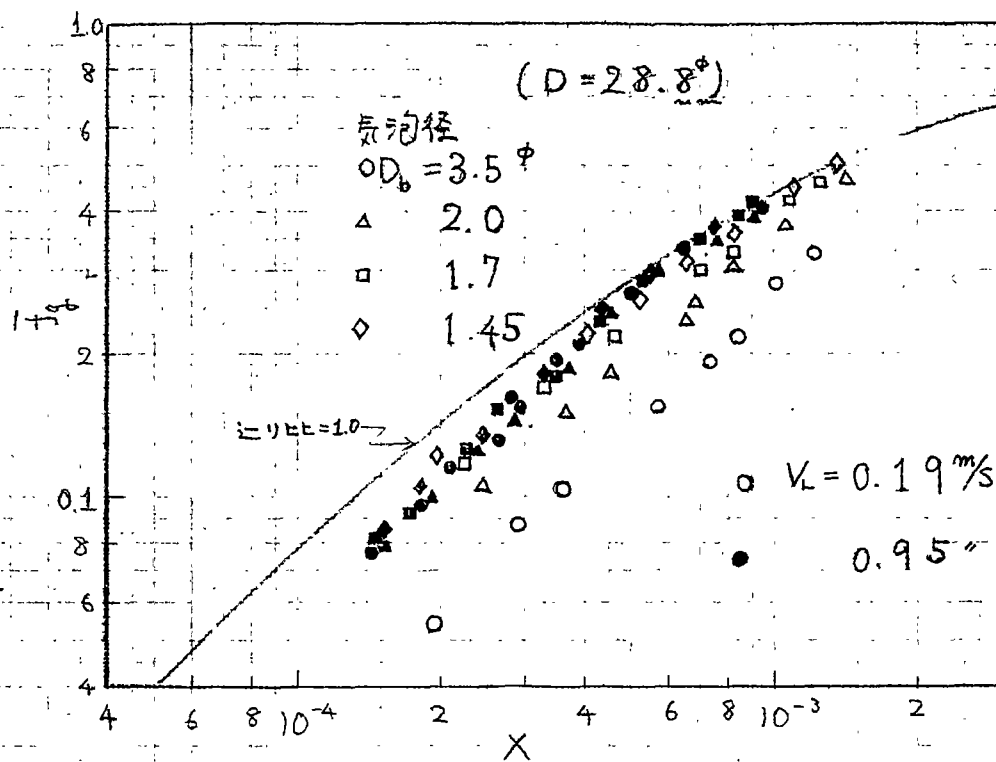


図 3.3.14 気泡径の影響

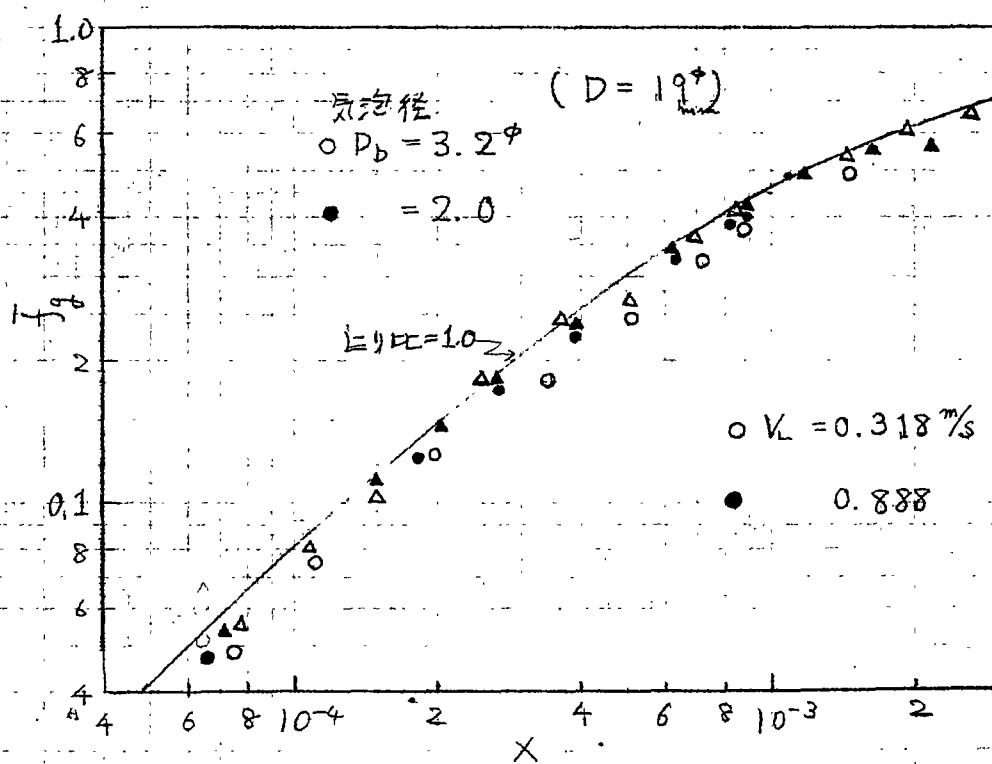
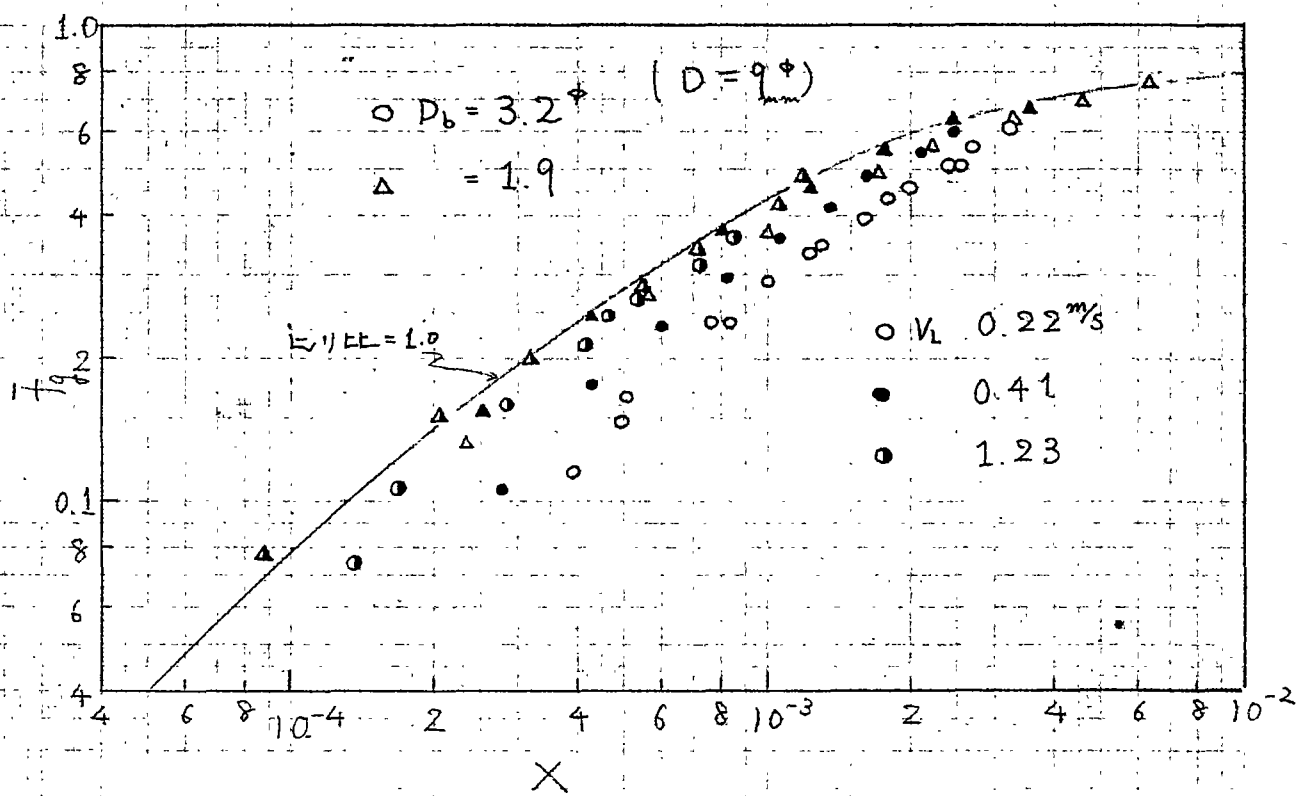


図 3.3.15 気泡径の影響



オ 3.3.16 図 気泡径の影響

3.3.4 摩擦損失.

二相流の全圧力損失から，式(2.2.26)を用いて重力による損失を差引くことによって，摩擦損失が得られる。

摩擦損失の整理の方法は，いろいろ考えられているが，ここでは第2章で定義した二相流摩擦損失倍率 $\bar{R}_l$ すなわち

$$\bar{R}_l = \frac{(\Delta P / \Delta L)_{TPF}}{(\Delta P / \Delta L)_{ls}}$$

をもって整理した。

(これは Martinelli パラメータの ϕ_L^2 と同じである。
) $\bar{R}_l$ を平均気体体積率や次式で定義される重量流量比 (X)

$$X = \frac{W_g}{W_g + W_l} = \frac{\rho_g V_g}{\rho_l V_l + \rho_g V_g} \quad \dots\dots\dots (3.2.3)$$

で整理する方が一般的であるが，平均気体体積率 ($\bar{f}_g$) のみで整理する方法は，気相の流量が小さい気泡流領域においてはよいが，気相の流量

が大きい所では， $\bar{f}_g$ の変動が大きいため，不適当である。

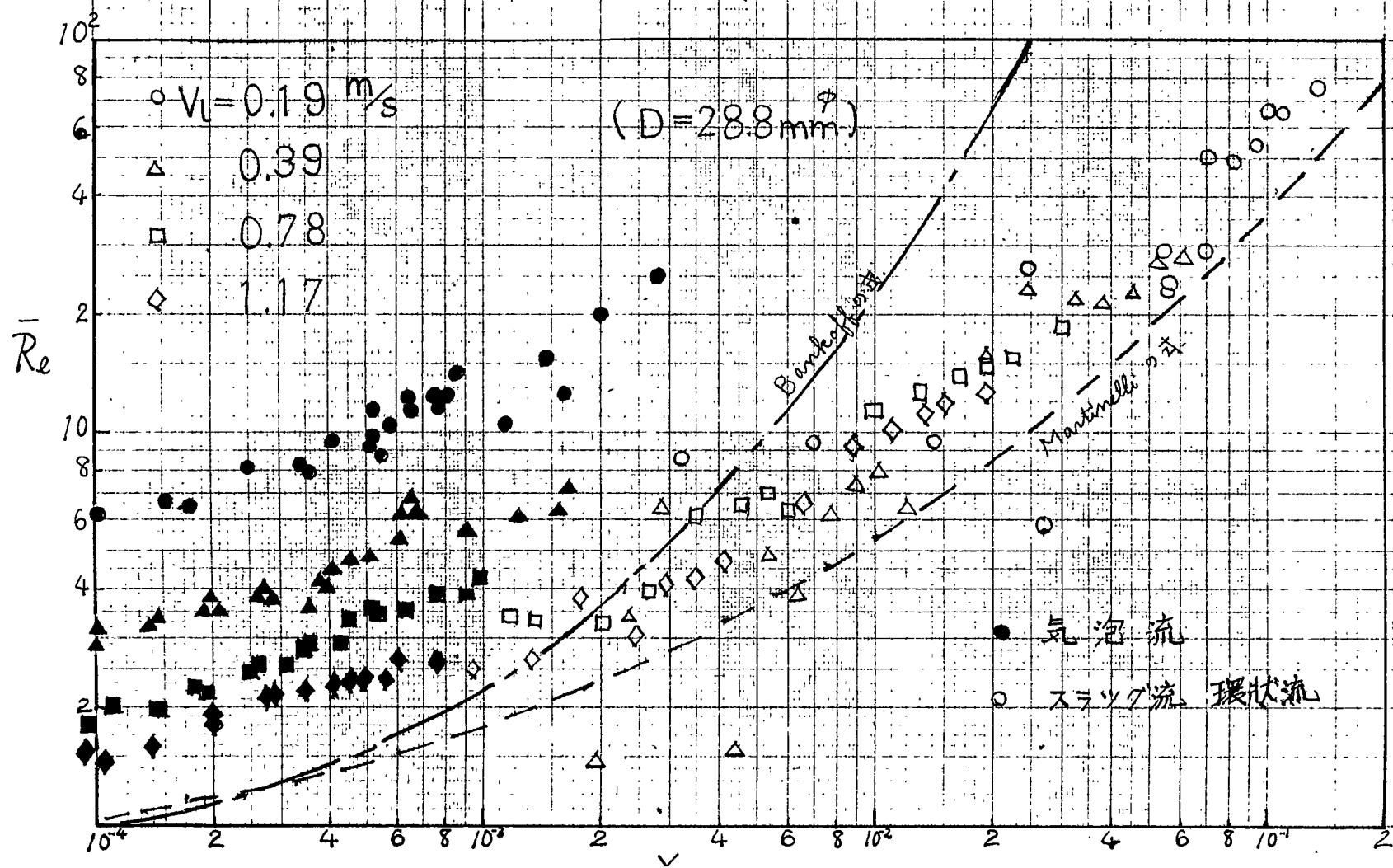
気泡流から環状流までの流動様式にわたって，摩擦損失倍率 ($\bar{R}_l$) と重量流量比 ($\bar{X}$) の関係を図 3.3.17 図 ~ 図 3.3.20 図に示す。また，気泡流領域における気泡径の摩擦損失への影響を調べたものを図 3.3.21 図 ~ 図 3.3.24 図に示す。

これらの図より，次のような特徴があることがわかる。

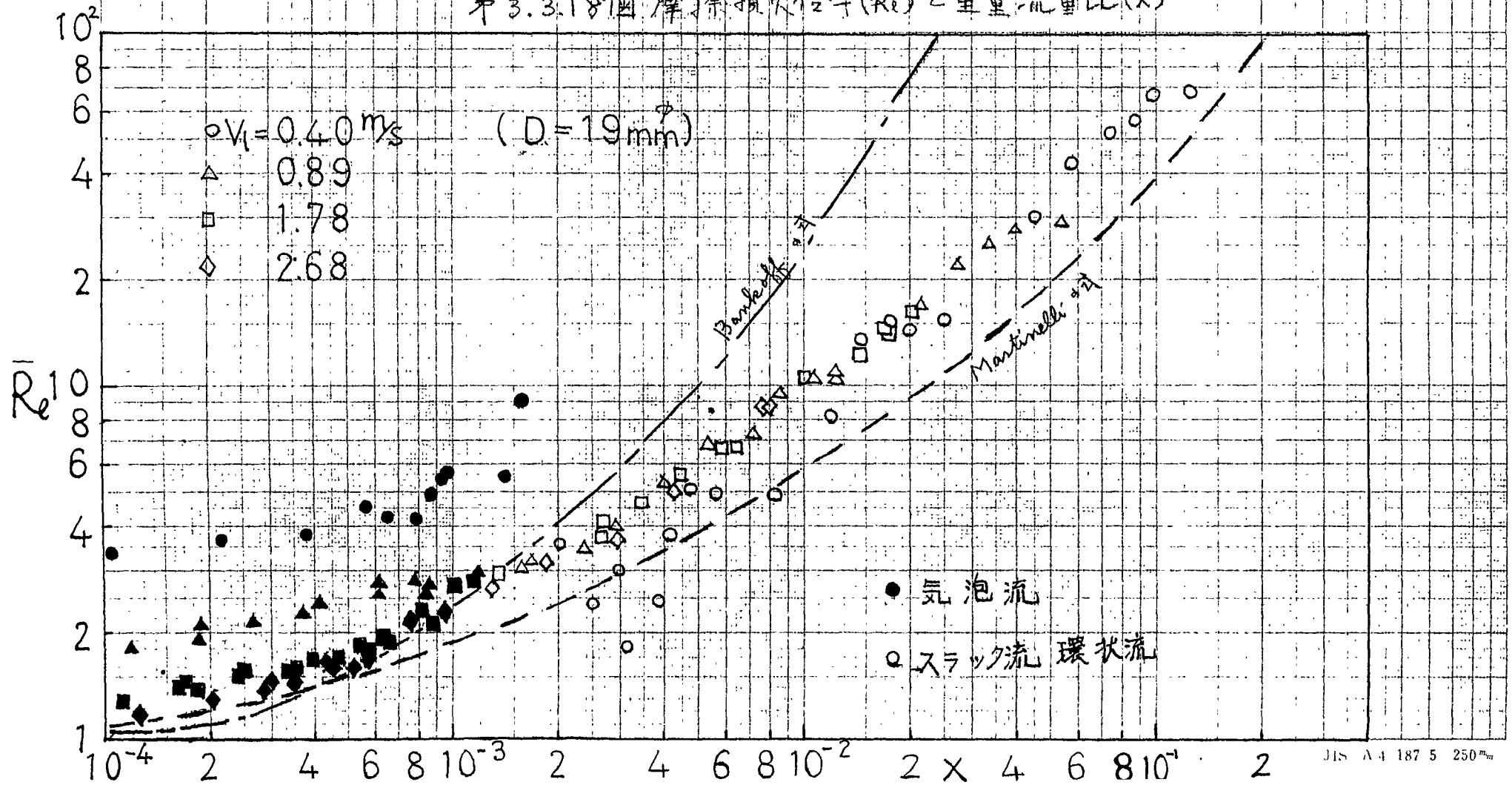
i) 流動様式の影響

気泡流からスラッグ流に変遷する際に，摩擦損失の低下が起こる。摩擦損失という点から考えると，気泡流流動はあまり望ましくない状態であり，したがって第 2 章で述べたように気泡流は不安定な流れであり，最後には，スラッグ流に遷移する傾向も生れてくる。さらに遷移の際の摩擦損失の低下は，液相流量が小さい程大きい。

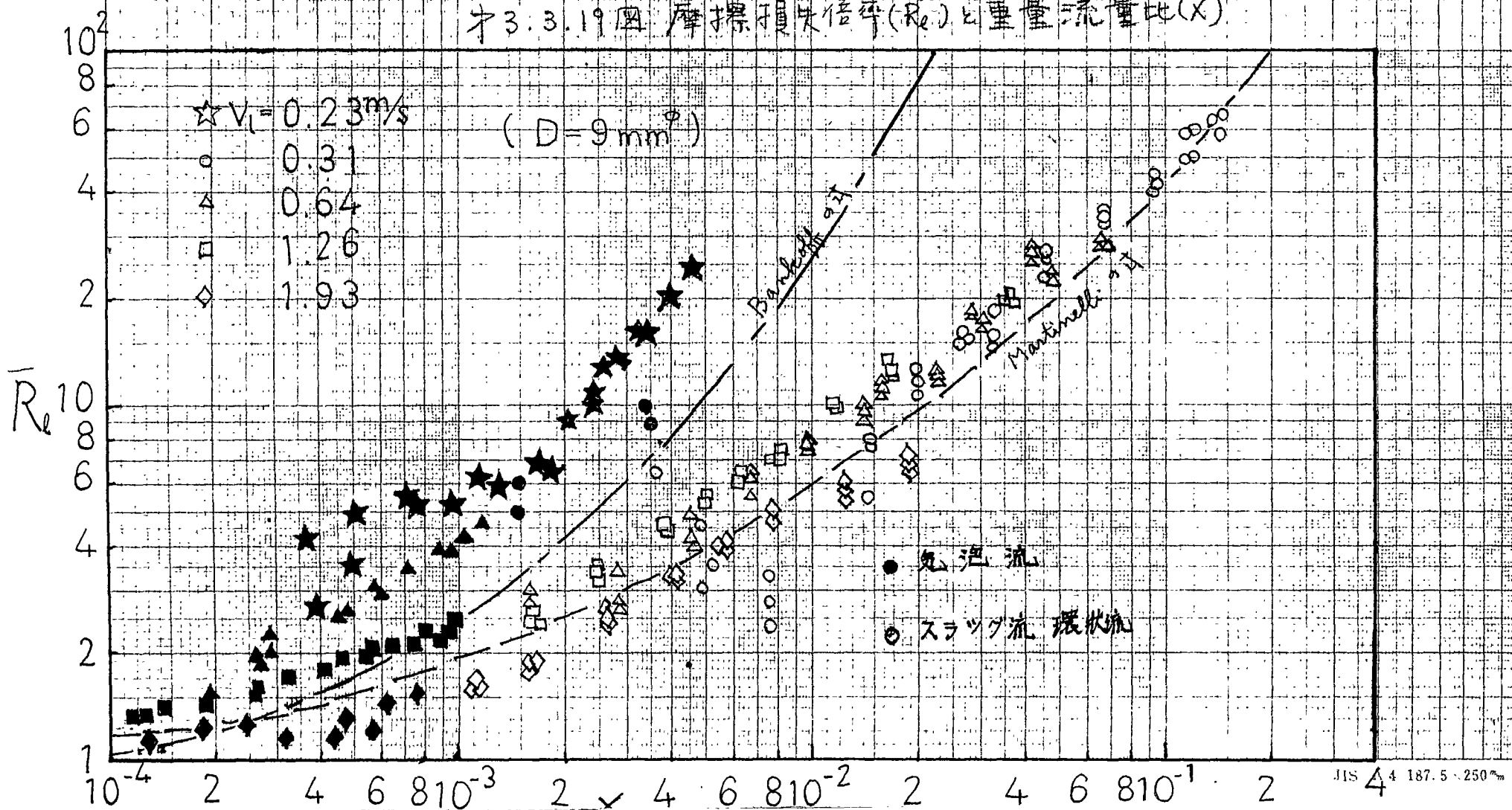
才 3.3.17 四 摩擦損失係数(R_e)と重量流量比(x)



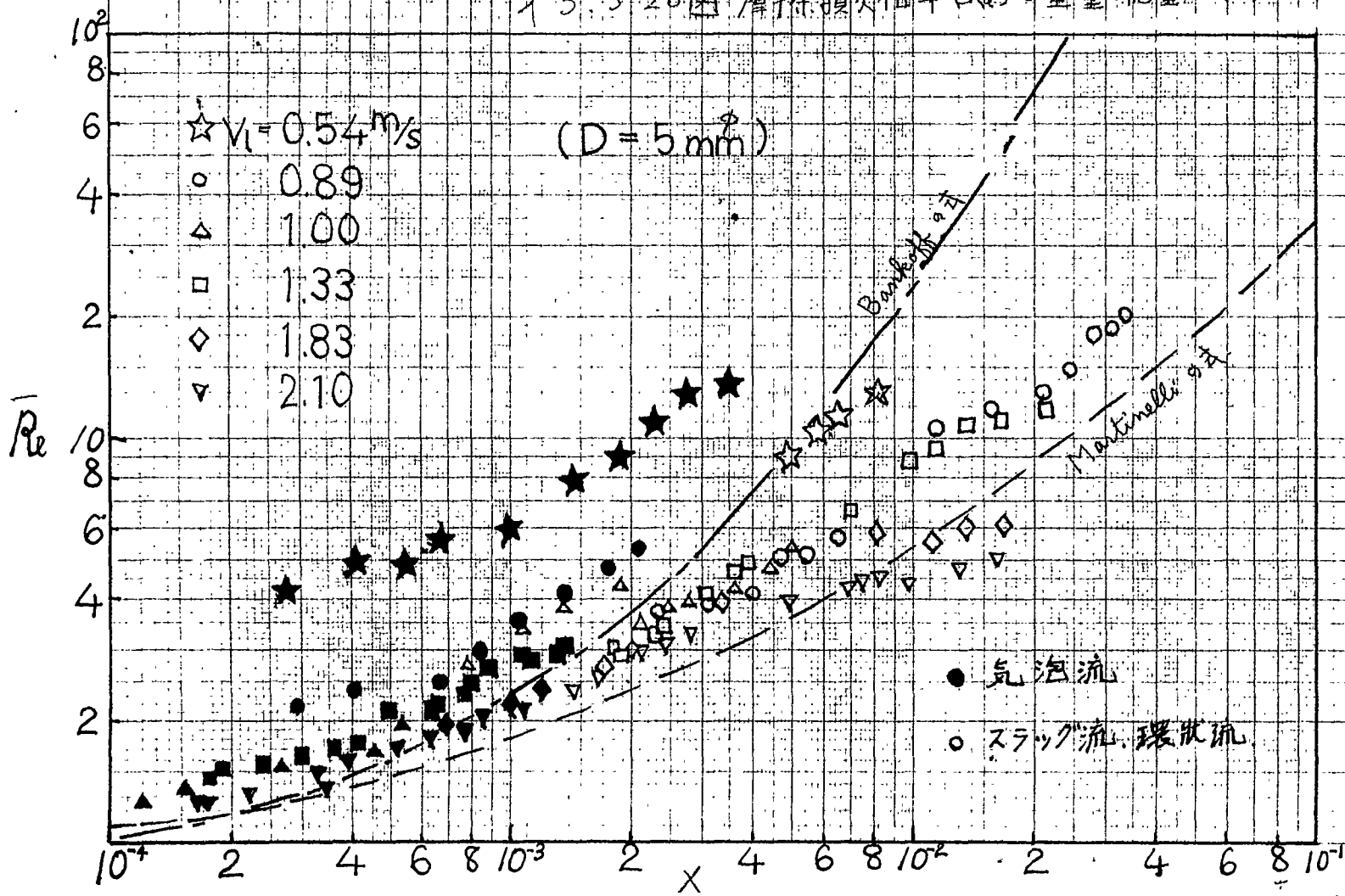
中 3.3.18 図 摩擦損失係数 ($\bar{R}_f$) と重量流量比 (X)



才3.3.19図 摩擦損失倍率($\bar{R}_f$)と重量流量比(X)



才 3.3 20 図 摩擦損失係数 ($\bar{R}_e$) と重量流量比 (X)



ii) 液相流量速度の影響

気泡流領域においては，液相流量によって，摩擦損失倍率($\bar{R}_l$)が明確に変化を受ける。しかし，スラッグ流環状流領域になってくると，液相流量速度の影響は小さくなり， $\bar{R}_l$ と重量流量比(X)が一意的に表わされ得るようになる。ただし，管径5mm ϕ で V_L が0.54 m/sの結果が，環状流領域でも大きいのは，この液相单相流のReynolds数が2500であり， $(\frac{\Delta P}{\Delta L})_{ls}$ が層流範囲の値であるためである。

これまで， $\bar{R}_l$ が X で一意的に整理されるという報告⁽²⁾⁽³⁾⁽⁵⁾と，液相流量速度(V_L)の影響が見られるという報告⁽⁶⁾⁽⁷⁾があるが， ϕ 3.3.17図～ ϕ 3.3.20図から判断すると，気泡流領域では後者が，また，スラッグ流環状流においては前者の報告が正しいことがわかる。図中，実線および点線は，Martinelli および Bankoff の式である。Martinelli の式は，液相体積速度が小さい場合の気泡流領域を

除けば、やや実験値より低い値を示しているが、一応よく合っている。一方、Bankoffの式は、気泡流領域で V_L が大きい所ではよく合っているが、重量流量比が大きなスラッグ流および環状流領域になるにつれて、実験値の数倍も大きな値を示すようになる。

iii) 管径の影響

気泡流領域では判断しにくいですが、スラッグ流、環状流領域では、管径の影響は、ほとんどないと云える。

iv) 気泡流における気泡径の影響

気泡径を変えた実験を才3.3.21図～才3.3.24図に示す。(管径5mm ϕ の場合は、界面活性剤を入れると、気体体積率の測定するとき気液が分離しないので測定できなかった。)

この場合、気泡径が変わることによって、気液の上り速度(V_s)も変化される。それで、気泡径のみの影響とは云えないが、図からわかるよ

图 3.3.21 氮泡流中氮泡径的影响

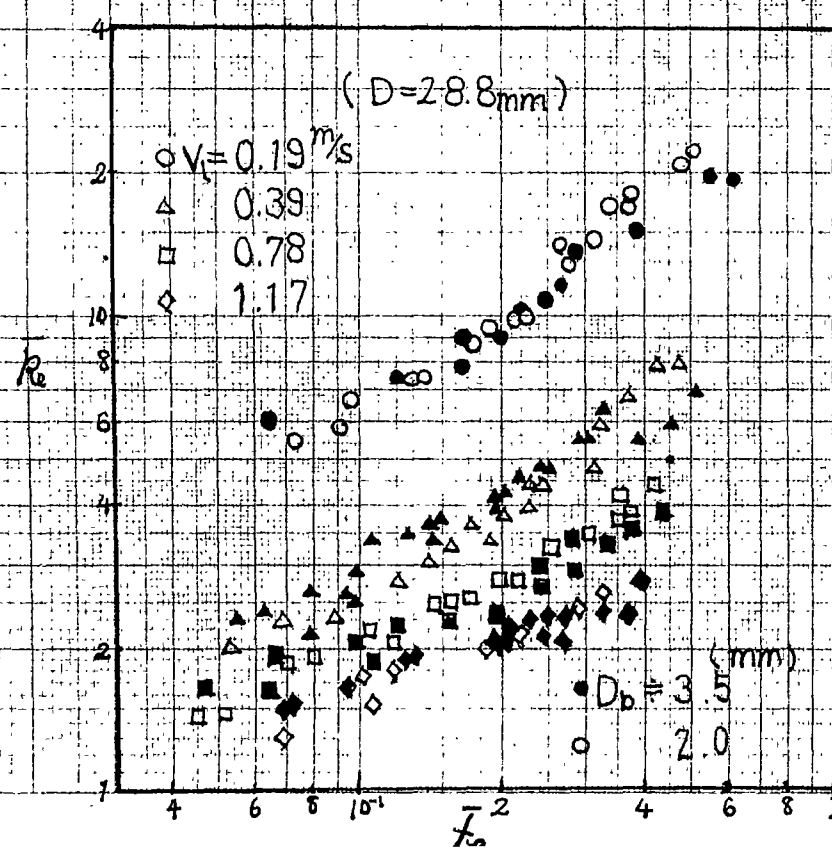
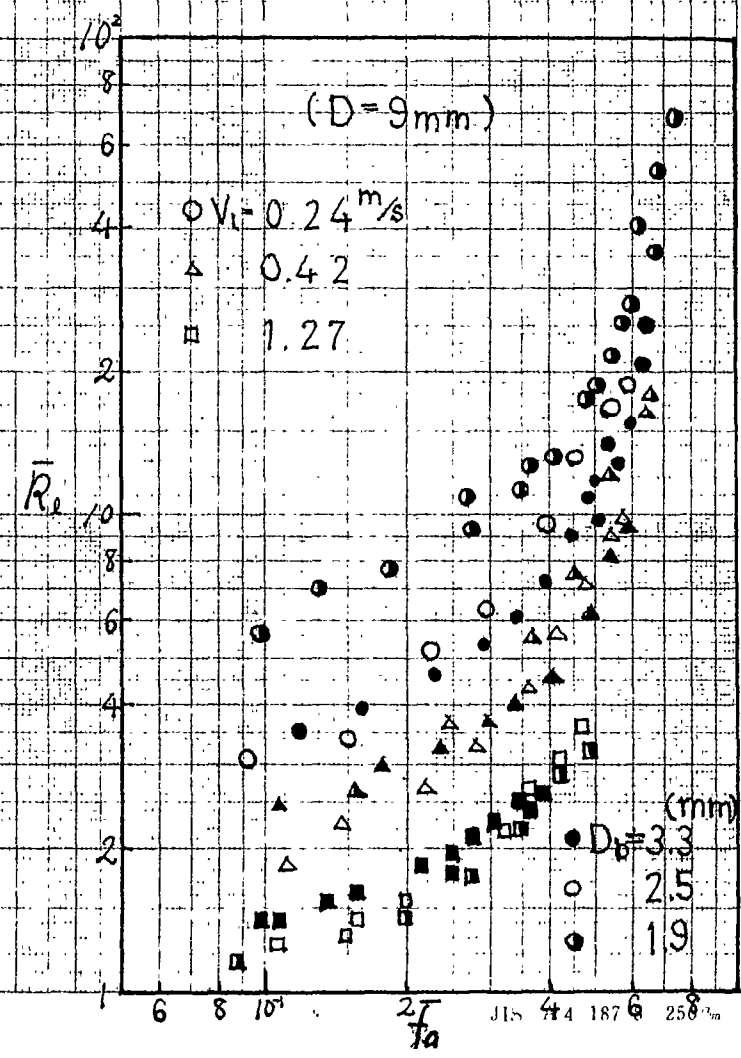
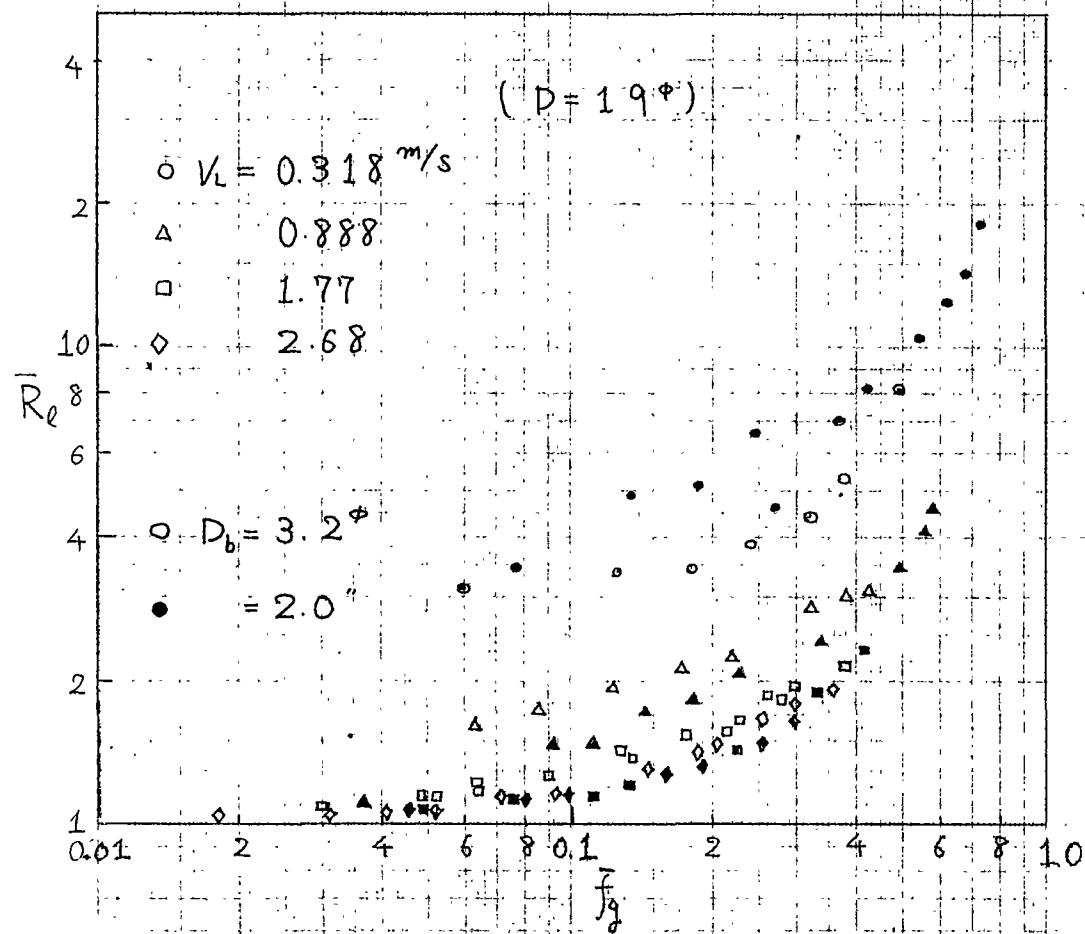
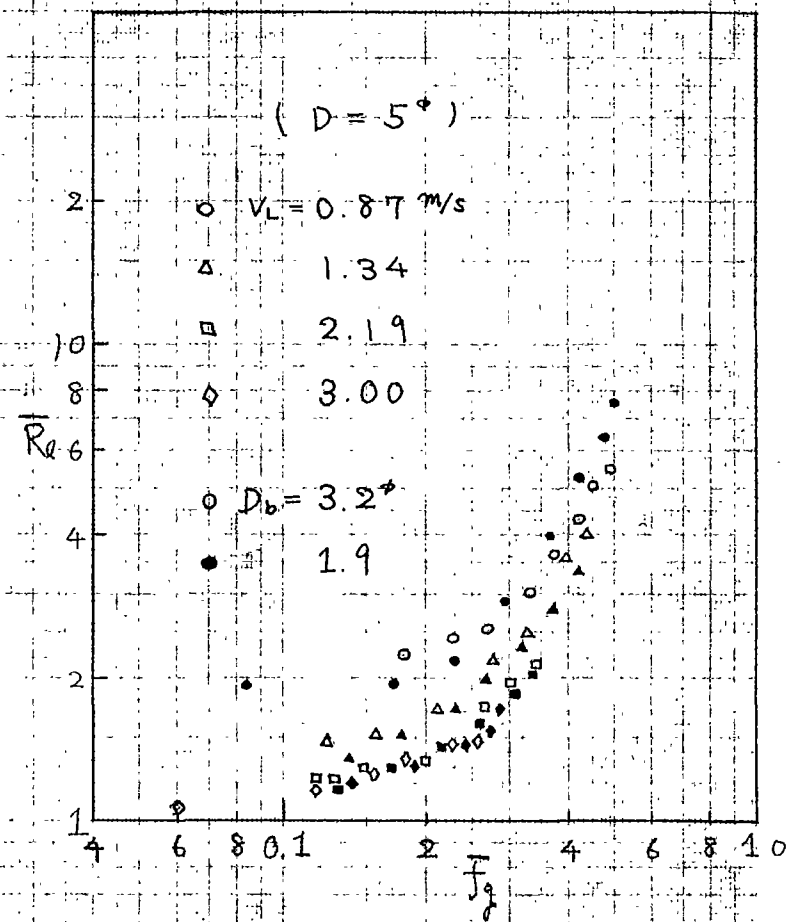


图 3.3.22 氮泡径的影响





オ3.3.23図 気泡流での気泡径の影響



オ3.3.24図
気泡流での気泡径の影響

うに、気泡径が変わっても、 $\bar{R}_L$ はほとんど変化を受けないことがわかった。ただし、液相体積速度 (V_L) が小さい場合に、気泡径が小さい方がわずかに大きい値を示している。

このような傾向は、固気系二相流でもみられ、固体粒子の径が小さい方が、一般に大きな摩擦損失を示していることと相通ずる。

以上の実験結果からわかるように、摩擦損失倍率 ($\bar{R}_L$) に関しては、気泡流領域とスラッグ流、環状流領域と区別して考える必要があることがわかる。

3. 4 気液二相流における基礎関係式の誘導

本節では、二相流の平均ボイド体積率および摩擦損失倍率についての関係式を求める。

これらは、第2章で述べた次元解析によって、

影響する因子がわかっているもので、これらの無次元因子を如何に簡明に、また精度よく定めるかが問題となる。

平均気体体積率の関係式は、これを直接求めることは、才3.3.10図～才3.3.13図のデータの傾向からわかるように、少し複雑になるので、これと一意的な関係にある上り速度または上り比について検討し、これより平均気体体積率の関係式を求める方が簡単であると思われる。

すなわち、気泡流領域では、気泡は合体せず、単一気泡の場合と気泡の形状も変わらないので、上り速度は、単一気泡の上昇速度と密接な関係があるだろう。また、スラッグ流、環状流領域では、気液相の境界面の状態は、常に変化しているので、上り速度は大きく変化するが、上り比については簡単な関係を見つけることができる。したがって、先ず気泡流領域での上り速度と、スラッグ流、環状流領域での上り比につ

いて、くわしく検討し、これらの関係式より、平均気体体積率の関係式を定めることを行う。

3. 4. 1 気泡流領域でのじり速度

A) じり速度についての解析

密度、粘性が全く異なる二相混合流体であっても、管内を流れる場合、管断面での圧力は一定でなければならない。流体は逆に、圧力が一定になるように二相が互に運動量を交換しながら流れている。したがって、各相での圧力勾配を等しくするためには、水平管では摩擦損失の小さい相、垂直管では密度に起因する圧力勾配と摩擦損失の和の小さい相が、全体として流速を増大しなければならない。ここに管内を流れる二相の平均流速の間に差を生じる原因がある。

二相流流動において、気泡流領域は、気相が小気泡となって流れており、したがって、気液

間に働らく抗力は，気液の境界面が大きいこと，および形状抵抗も働らくことから考えて，他の流動様式の場合より大きくなる。それで，上昇速度は一般に小さく数10 cm/s以下である。

液相の体積速度 (V_L) が大きい場合は，気泡の上昇速度の摩擦損失や気体体積率への影響は無視できる。しかし，気泡塔や自然循環型原子炉の冷却チャンネル等に現われる低液流速の場合には正確な検討を要する。

気泡流での気泡の上昇速度に関しては，ほぼ単一気泡の静止液中の上昇速度に等しいという報告⁽⁵⁾があるが，厳密な検討はなされていない。

一方，単一気泡の静止液中の上昇速度に関しては，これまで比較的多くの人の報告⁽⁸⁾⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾があり整理式はまちまちであるがほぼ正確に求められている。

今，壁の影響のない単一気泡の静止液中の上昇速度を U_{so} ，気泡の受ける抗力を R_{fo} とすると，

$$R_{fo} = C_D \frac{1}{2} \rho_l v_{so}^2 \frac{1}{4} \pi D_b^2 \dots\dots\dots (3.4.1)$$

v_{so} は式 (3.4.1) と浮力とのつり合によって次のようになる。

$$\begin{aligned} (\rho_l - \rho_g) g \frac{1}{6} \pi D_b^3 &= C_D \frac{1}{2} \rho_l v_{so}^2 \frac{1}{4} \pi D_b^2 \\ v_{so}^2 &= \frac{4}{3} \frac{g}{C_D} D_b \left(1 - \frac{\rho_g}{\rho_l}\right) = \frac{4}{3} \frac{g D_b}{C_D} \quad (\rho_g \ll \rho_l) \end{aligned} \dots\dots\dots (3.4.2)$$

二相流気泡流の場合の通り速度を v_s とおくと、

v_s は式 (2.2.2) より、定常流の場合は

$$\nabla \rho_g f_g v_g^2 = \rho_g f_g g - f_g \nabla P - f_g [\nabla \cdot \tau] - R_f \dots\dots\dots (3.4.3)$$

となる。管断面での v_s の分布を均一と仮定すると

R_f は付録 [I] の式 (2) より

$$R_f = \frac{3}{4} f_g F(f_g) C_D \rho_l v_s |v_s| \frac{1}{D_b} \dots\dots\dots (3.4.4)$$

今、質量力としては g のみとし、加速がなく、

また管壁の影響は後で考慮することにして無視

し、(3.4.4) 式を (3.4.3) 式に代入すると

$$f_g \left(\rho_g g - \nabla P - \frac{3}{4} F(f_g) C_D \rho_l \bar{v}_s^2 \frac{1}{D_b} \right) = 0 \quad (3.4.5)$$

$F(f_g)$ は他の気泡の存在のための低抗係数の変化の補正項である。

したがって、定常で加速のない二相流での上り速度 $\bar{v}_s$ は

$$\bar{v}_s^2 = \frac{4}{3} \frac{D_b}{C_D F(f_g)} \frac{1}{\rho_l} \{-\rho_g g - \nabla P\} \quad \dots\dots (3.4.6)$$

二相流での静圧降下 ΔP_T は、重力による圧力降下 (ΔP_g) および摩擦損失 (ΔP_{TPF}) の和である。しかしここでは、低液流速の場合のみ問題としてい
るので ΔP_{TPF} は ΔP_g に比し無視できる。

$$\nabla P = \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)_T = -\{\rho_l(1-\bar{f}_g) + \rho_g \bar{f}_g\} g \quad \dots\dots (3.4.7)$$

式(3.4.7)を式(3.4.6)に代入すると

$$\begin{aligned} \bar{v}_s^2 &= \frac{4}{3} \frac{D_b}{C_D F(f_g)} \frac{1}{\rho_l} \{(\rho_l - \rho_g)(1 - \bar{f}_g)\} \\ &= \frac{4}{3} \frac{D_b}{C_D F(f_g)} (1 - \bar{f}_g) \quad \dots\dots (3.4.8) \end{aligned}$$

ただし 常温大気圧下では $\rho_g \ll \rho_l$ なので ρ_g の項を無視している。式(3.4.8)および式(3.4.2)より

単一気泡の場合の上昇速度 v_{s0} と $\bar{v}_s$ の比をとると

$$\frac{\bar{v}_s}{v_{s0}} = \sqrt{\frac{(1 - \bar{f}_g)}{F(f_g)}} \quad \dots\dots (3.4.9)$$

したがって、二相流の上り速度と、単一気泡の静止中の上昇速度の比は、平均気体体積率のみ、

の関数で表わせることがわかる。また、管壁の影響については ⁽¹¹⁾ Harmathy によると管壁が存在しない時の単一気泡の上昇速度 $v_{s\infty}$ と直径 D の管内での上昇速度 v_{s0} の比は $D_0/D < \frac{1}{2}$ のとき

$$\frac{v_{s0}}{v_{s\infty}} = 1 - \left(\frac{D_0}{D}\right)^2 \quad \text{----- (3.4.10)}$$

式(3.3.10)と式(3.3.9)に代入すると

$$\frac{\bar{v}_s}{v_{s\infty}} = \sqrt{\frac{1 - \bar{f}_g}{F(f_g)}} \left\{ 1 - \left(\frac{D_0}{D}\right)^2 \right\} \quad \text{----- (3.4.11)}$$

式(3.3.9)において、 $F(f_g)$ は一般に1より大きいと考えられるので、 $\bar{v}_s$ は v_{s0} より小さくなるものと考えられる。 V_L が小さい場合について、 v_s/v_{s0} と $\bar{f}_g$ の関係を図3.4.1図～図3.4.3図に示す。図中実線および鎖線は、固液系での Richardson と Zeng の式である。

これ等と比較すると気液二相流の場合も平均気体体積率($\bar{f}_g$)が0.2以下では固液系と同じような傾向をもつが、 $\bar{f}_g > 0.2$ では、これより高めて $\bar{v}_s/v_{s0}$ は、ほぼ0.6の一定値をとる。さら

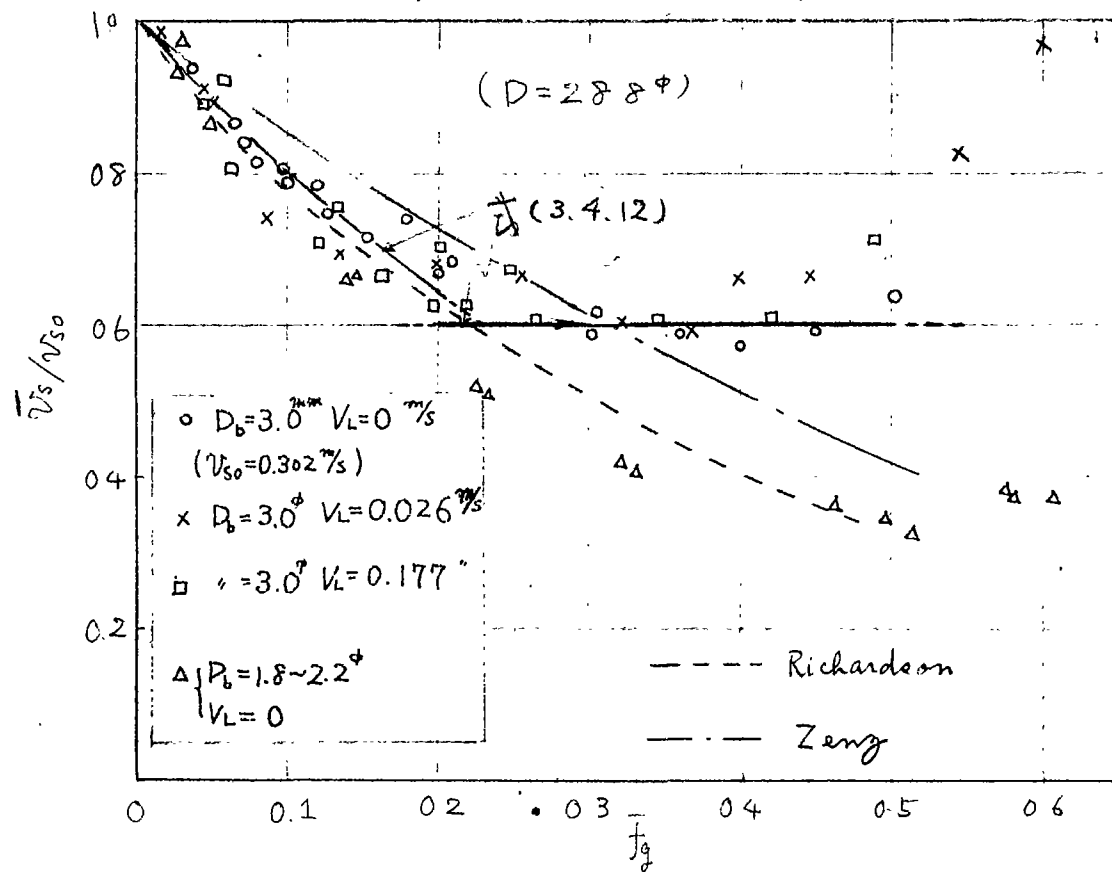


图 3.4.1 $\bar{v}_s/\bar{v}_{s0}$ と f_g の関係

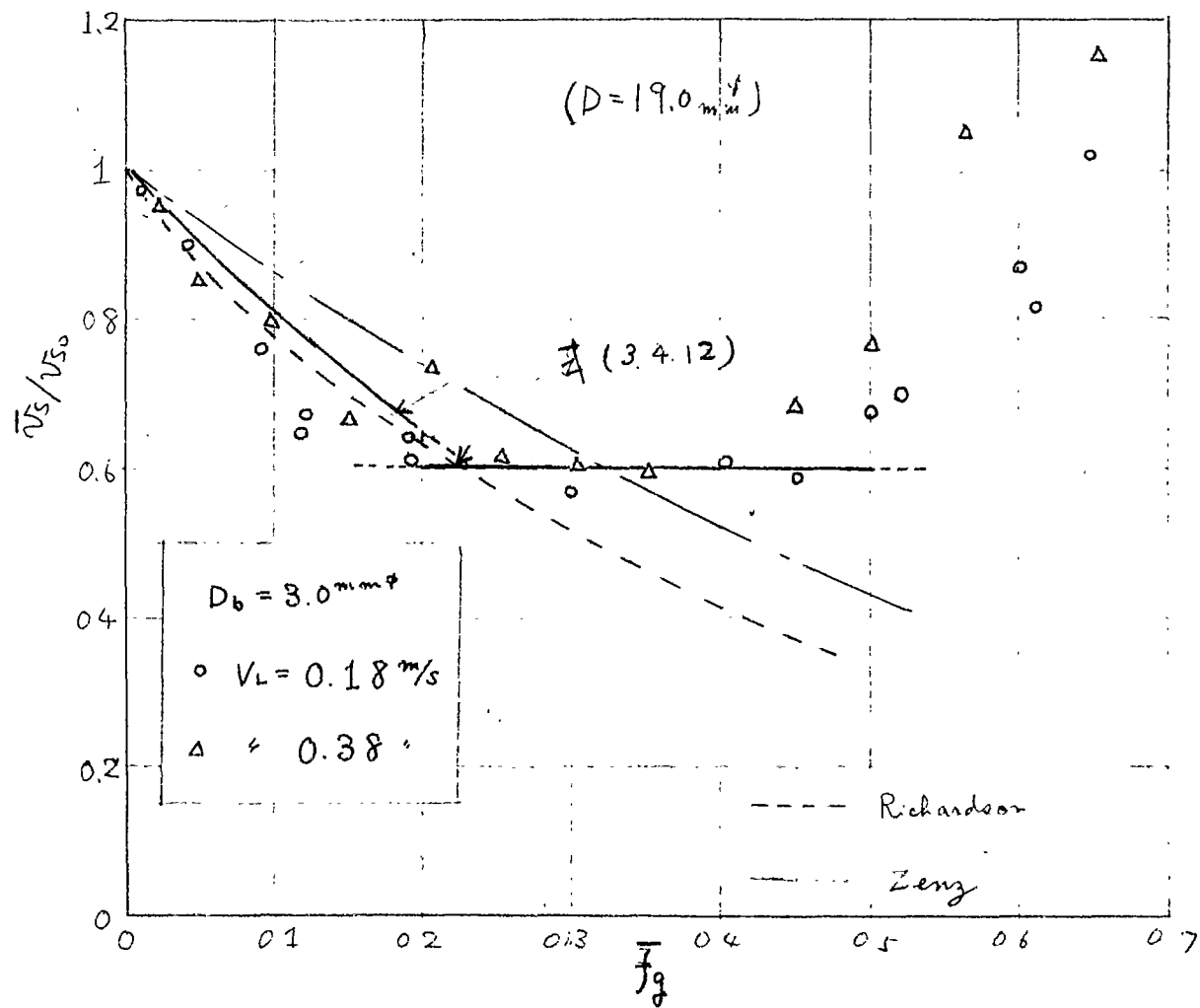


图 3.4.2 $\bar{v}_s/\bar{v}_{s0}$ 与 $\bar{f}_g$ 的关系

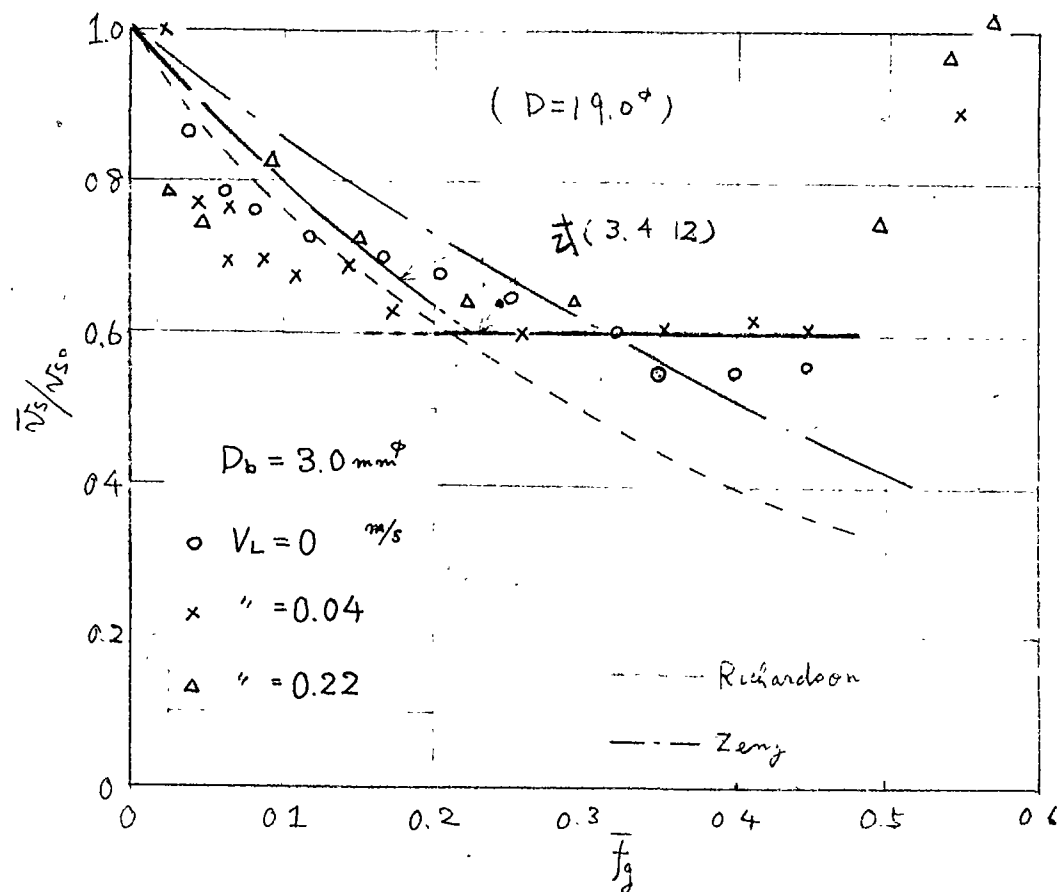


图 3.4.3 $\bar{v}_s/\bar{v}_{s0}$ 与 $\bar{f}_g$ 的关系

に、 $\bar{f}_g$ が大きくなると、気泡群の一部が合体し
 じり速度は急に増大する。

同じような結果は、Bridge⁽¹²⁾の Water-isoamylalcohol
 系の気液二相流でも見られている。

データとよく一致するように式を求めると

$0 \leq f_g \leq 0.2$ では

$$\bar{v}_s / v_{s0} \cong (1 - \bar{f}_g)^2$$

$0.5 \geq f_g > 0.2$ では

$$\bar{v}_s / v_{s0} \cong 0.6$$

$$\left. \begin{array}{l} \bar{v}_s / v_{s0} \cong (1 - \bar{f}_g)^2 \\ \bar{v}_s / v_{s0} \cong 0.6 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (3.4.12)$$

これを図中に示すと実線のようになる。

$\bar{f}_g > 0.5$ では、気泡流領域は存在しない。

3. 4. 2 環状流領域でのじり比

スラッグ流および環状流領域においては、気
 体体積率はエネルギー損失が最低値をとるとい
 う安定性の条件より定めた式(2.4.9)より

$$\bar{f}_g = \bar{f}_g \left(\frac{\rho_g}{\rho_l}, \frac{V_g}{V_L}, \frac{gD}{V_L^2}, Re_L, Re_g \right) \quad (3.4.13)$$

になることがわかっている。しかし、気体体積率の関係式を直接求めることは才3.3節の実験結果からわかるように、少し複雑な式になることが予想される。ところが、平均気体体積率と迂り比(S)の間には、次のような一意的な関係がある。

$$S = \frac{\bar{u}_g}{\bar{u}_l} = \frac{V_G(1-\bar{f}_g)}{V_L \bar{f}_g} \quad \dots\dots\dots (3.4.14)$$

したがって、迂り比に対する関係式を求めれば式(3.4.14)によって $\bar{f}_g$ も定めることができる。

式(3.4.13), 式(3.4.14)より $\bar{f}_g$ を消去すると、迂り比 S は

$$S = S \left(\frac{\rho_g}{\rho_l}, \frac{V_G}{V_L}, \frac{gD}{V_L^2}, Re_L, Re_G \right) \quad (3.3.15)$$

になることがわかる。すなわち S は5つの無次元量に影響される。このうち、気液の密度比 ρ_g/ρ_l は系の圧力のみによって左右される量であり、本実験は常温大気圧下で行っているので、密度比の影響を定めることはできない。

したがって、本実験結果の検討にあたっては、密度比 (ρ_g/ρ_l) は関係式内の定数項の中に入れておき、後で他の研究結果から検討することとすると、残りの4つの無次元量が上り比に関係することになる。

垂直管上昇流では、 S は常に1より大きいので ($S-1$) を考え、これが上記の無次元量の積で次式のように表わされるものと仮定する。

$$S-1 = K \left(\frac{V_g}{V_L} \right)^a \left(\frac{V_L^2}{gD} \right)^b \left(\frac{\rho_l V_L D}{\mu_l} \right)^c \left(\frac{\rho_g V_g D}{\mu_g} \right)^d \quad \dots\dots\dots (3.416)$$

ここでは、 K は定数であるが、一般には密度比の関数となる。 a, b, c, d の係数の決定は、種々の流動条件の下で、管径および気液の粘性を変えた実験をすることによって完全に決定できる。しかし、その決定には、いろいろ試行をくり返してデータが一番よくまとまるような係数をとらねばならない。それで、先ず ($S-1$) と V_g/V_L の関係を調べてみた。

オ 3.4.4 図 (5-1) と V_G/V_L の関係: $D=28.8 \text{ mm}$

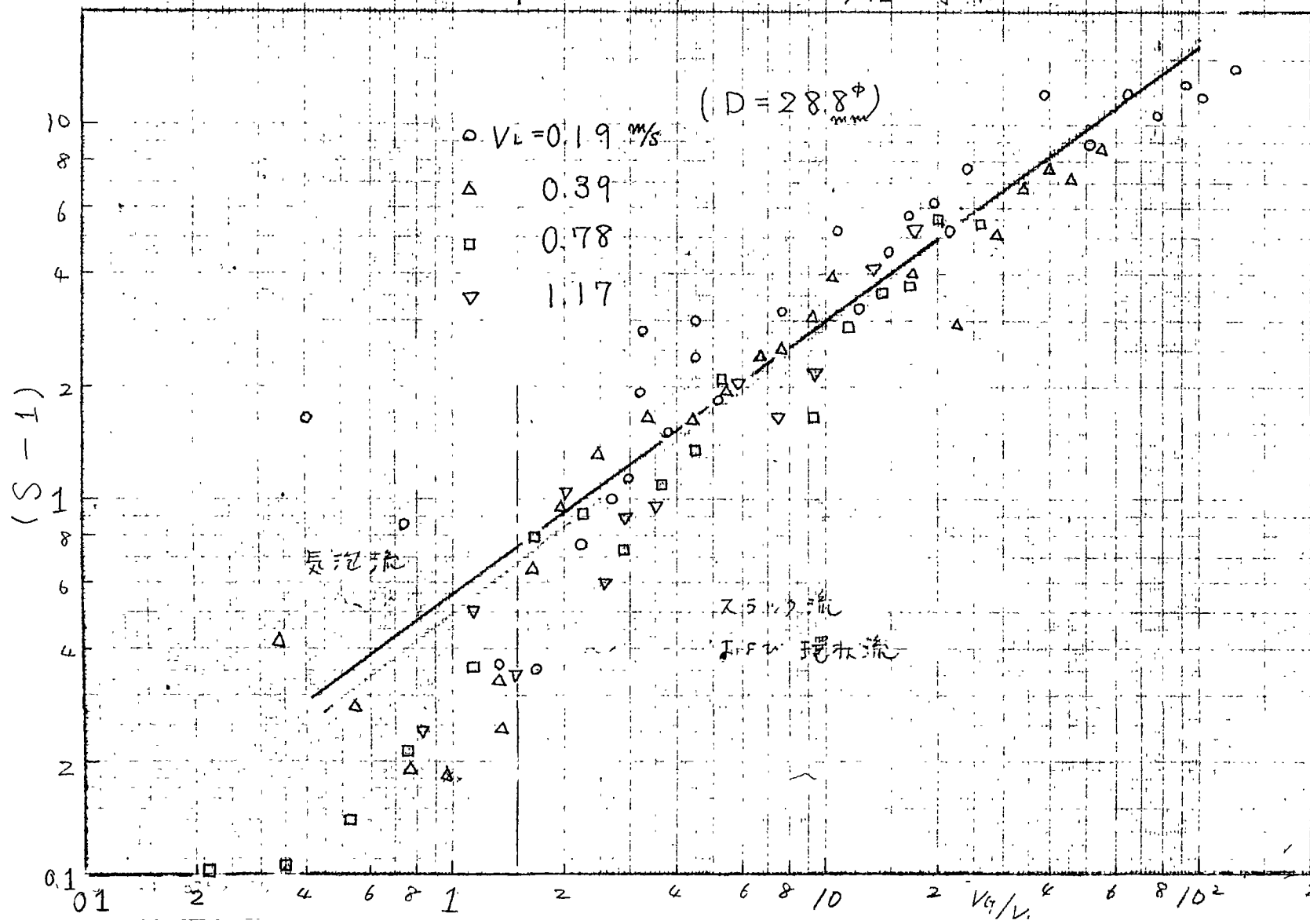
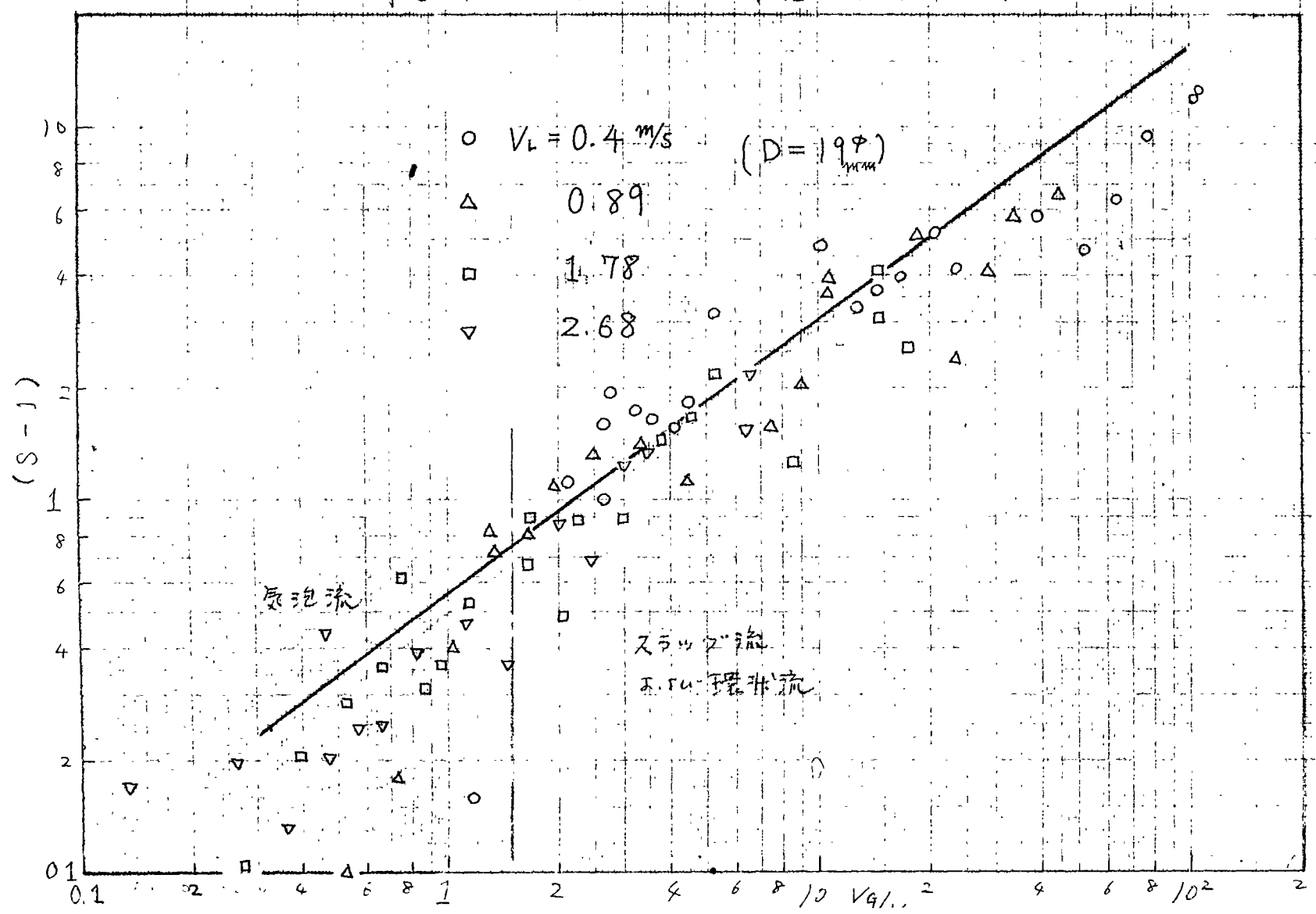
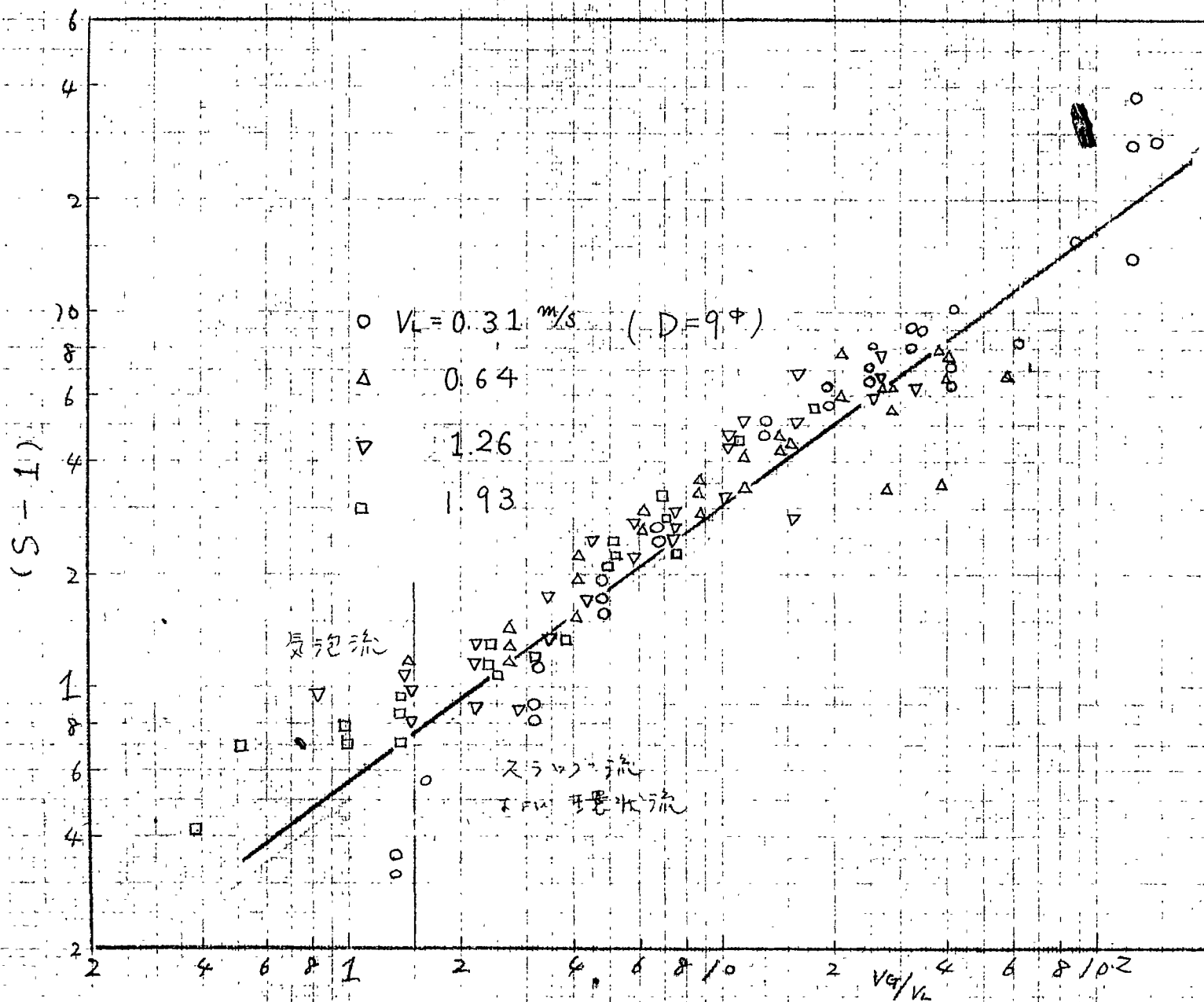
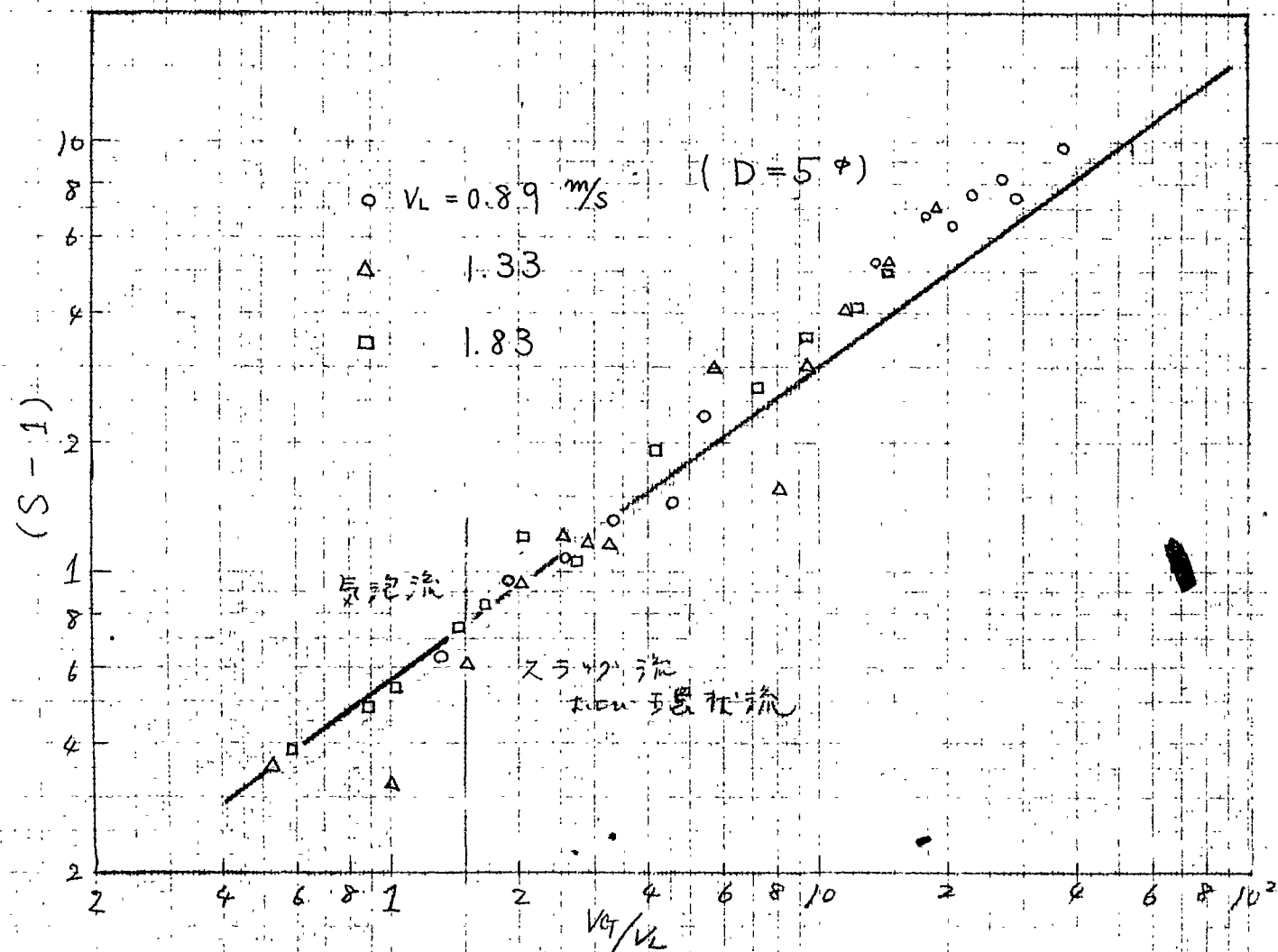


図 3.45 (S-1) と V_g/V_L の関係 $D=19\text{mm}$





3. 4. 6 図 $(S-1)$ と V_g/V_L の関係
 $D=9 \text{ mm}$



3.4.7 図 $(S-1)$ と V_g/V_L の関係
 $D=5 \text{ mm}$

才 3.3 節で求めた平均気体体積率の実験結果より
式 (3.4.14) を用いて S を算出し、これより各管
径の $(S-1)$ を V_G/V_L に関して図示したものを才
3.4.4 図 ~ 才 3.4.7 図に示す。

式 (3.4.16) は、各関係因子についてまとめなお
すと

$$(S-1) = K \rho_L^c \rho_g^d \bar{g}^b \mu_L^{-c} \mu_g^{-d} D^{-b+c+d} V_G^{a+d} V_L^{-a+2b+c} \quad \dots\dots (3.4.17)$$

となる。

$(S-1)$ と V_G/V_L の関係図より次のことがわか
る。

a) $(S-1)$ は $(V_G/V_L)^n$ の形で統一的にまとまる

。図より $n \doteq 0.75$

b) V_G/V_L に関してまとめた場合には、気相
または液相速度、単独の影響はほとんどない。

c) 管径 (D) には無関係になる。

a) および b) の条件より

$$a + d = 0.75 \quad (i)$$

$$-a + 2b + c = \div 0.75 \quad (ii)$$

c) の条件より

$$-b + c + d = 0 \quad (\text{iii})$$

a, b, c, d を定めるには、もう一つの条件が不足している。このためには、気液相の粘性を変えた場合の実験が必要となる。

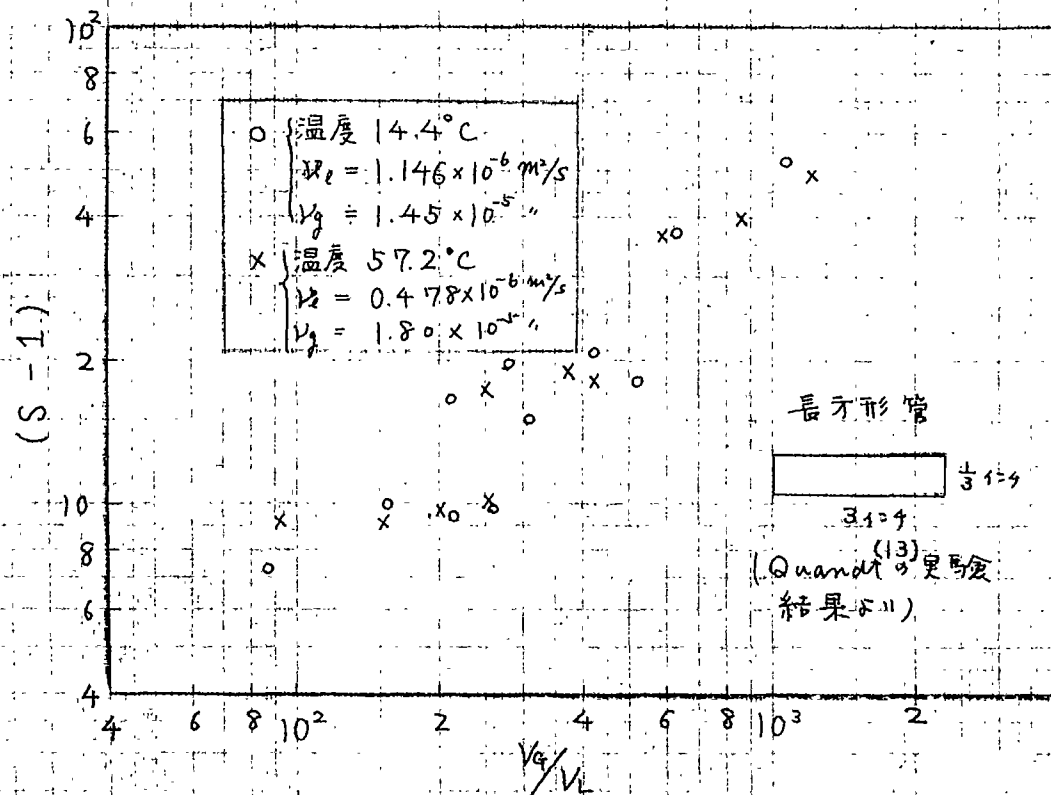
垂直管気液二相流で空気—水系以外の流体を用いたデータは見あたらないが、Quandt⁽¹⁸⁾が流動様式が環状流領域で、気液相の温度を 14.4°C ($\mu_l = 116.7 \times 10^{-6} \text{ Kg}\cdot\text{s}/\text{m}^2$, $\mu_g = 1.8 \times 10^{-6} \text{ Kg}\cdot\text{s}/\text{m}^2$) と 57.2°C ($\mu_l = 47.9 \times 10^{-6} \text{ Kg}\cdot\text{s}/\text{m}^2$, $\mu_g = 2.25 \times 10^{-6} \text{ Kg}\cdot\text{s}/\text{m}^2$) とに変えた場合の実験データを発表しており、このデータを用いて、スリ比 (S) と V_g/V_L の関係を図示すると図 3.4.8 図となる。

これのみによって判断すると、粘性の影響は実験点の誤差範囲内では小さいことがわかる。

気液の粘性の影響を無視する場合には

$$c + d = 0 \quad (\text{iv})$$

(i), (ii), (iii), (iv) より



V_g/V_L
 オ 3. 4. 8 図 に リ フ ト (S) に 対 す る 粘 性
 の 影 響

$$a = 0.75$$

$$b = 0$$

したがって、 S は次式のようになる。

$$S = 1 + K \left(\frac{V_G}{V_L} \right)^{0.75} \quad \dots\dots\dots (3.4.18)$$

式 3.4.4 図 ～ 式 3.4.7 図 の 各 図 と 一 番 よ く 合 う
よ う に K を 定 め る と、

$$K = 0.56$$

と なる。ゆ え に

$$S = 1 + 0.56 \left(\frac{V_G}{V_L} \right)^{0.75} \quad \dots\dots\dots (3.4.19)$$

(常 温, 大 気 圧 の 空 気 - 水 系)

と ころ で, 気 液 の 重 量 流 量 比 を X と す る と

$$X = \frac{W_G}{W_G + W_L} = \frac{\rho_g V_G}{\rho_L V_L + \rho_g V_G} \quad \dots\dots\dots (3.4.20)$$

$$1 - X = \frac{\rho_L V_L}{\rho_L V_L + \rho_g V_G} \quad \dots\dots\dots (3.4.21)$$

こ れ を 式 (3.4.19) に 代 入 す る と

$$S = 1 + 0.56 \left(\frac{\rho_L}{\rho_g} \right)^{0.75} \left(\frac{X}{1-X} \right)^{0.75}$$

常温大気圧下の空気－水系 $(\rho_g/\rho)^{0.75} \doteq 155$ なるので

$$S = 1 + 86.8 \left(\frac{X}{1-X} \right)^{0.75} \dots\dots\dots (3.4.22)$$

(ただし，常温，大気圧の空気－水系)

となる。

次に密度比の影響について論じる。ここでは空気－水系＝相流で，密度比の影響を調べた研究は見あたらない。それで，蒸気－水系＝相流でのデータを適用する。この場合，蒸気－水系では，気体体積率が管路に沿って変化しており，加速損失が存在することや，また気泡発生の影響があること等のため，これを空気－水系へ適用することには種々の問題があるわけだが，本研究の目的の一つが，空気－水系＝相流の諸関係式の蒸気－水系への適用にあるので，あえて密度比の影響のみに，蒸気－水系のデータを利用する。

さて，系の圧力変化（すなわち密度変化）の

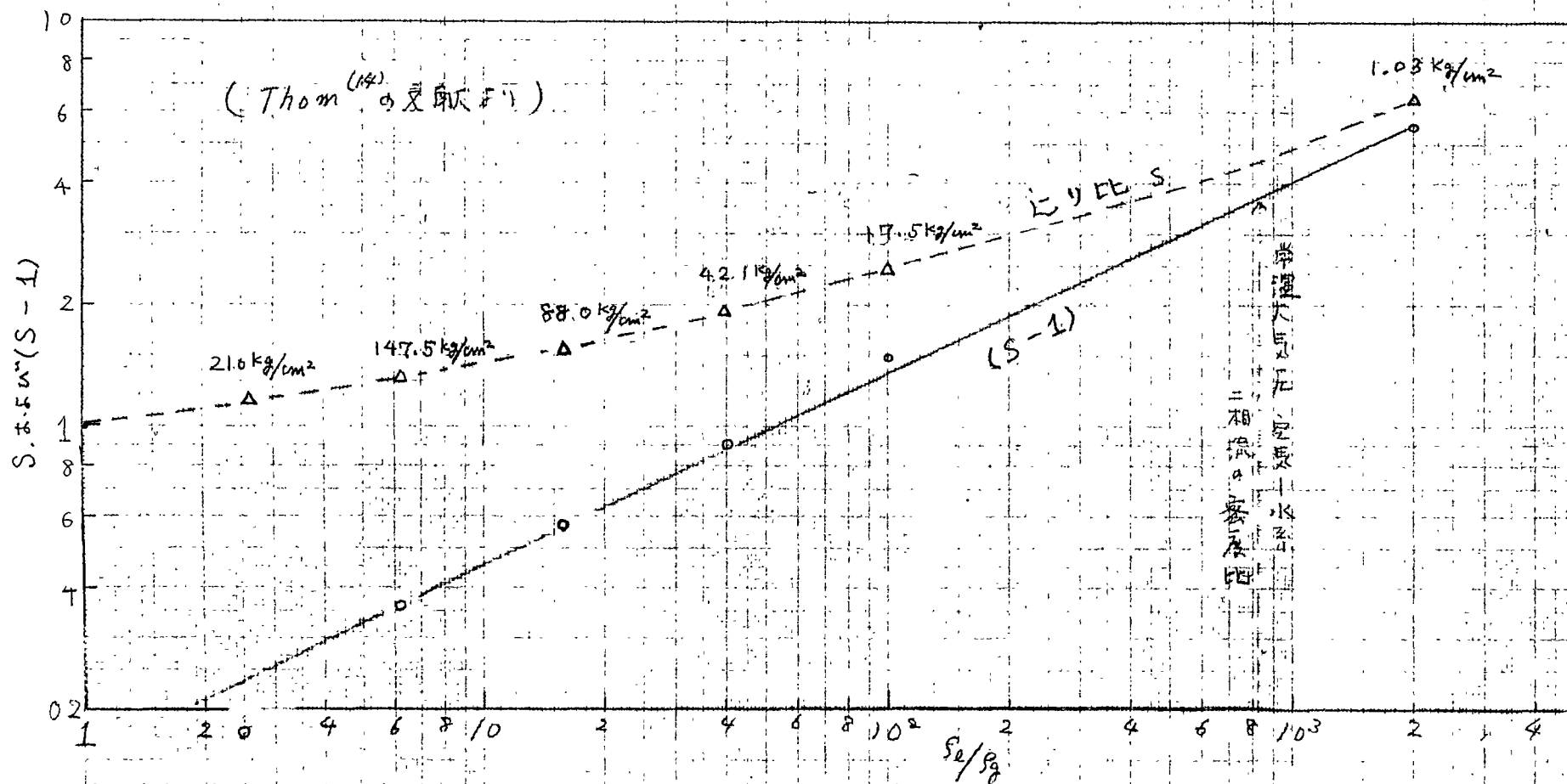
なり比への影響は、 $Thom^{(14)}$ によると、なり比と密度比（蒸気と水）の関係がFig. 3.4.9 図の点線のように与えられている。（このうち17.5～210 kg/cm^2 については Cambridge project 1950 より、また大気圧のデータについては R.C.S.T (Glasgow) の最近のデータよりとっている。）

この場合、気液の流動条件が明記してなく、 $Thom$ はこれを流動条件の全範囲に適用して、すなわち、なり比が系の圧力のみに影響するものとして用いている。

ここでも、密度比のみについて Fig. 3.4.9 図の関係を正しいものとして適用する。

今、図中の S の値より1を差引いたグラフを作ると、同図の下側のデータが得られる。この曲線は $p_e/p_g \rightarrow 1$ の時は0になるのであるが、適用範囲が150 kg/cm^2 近くまでは p_e/p_g のべき乗で表わしてもよく一致する。したがって

$S-1$ は



※ 3. 4. 9 図 シリル(S)と密度比の関係

$$S - 1 = K' \left(\frac{P_g}{P_g} \right)^m \left(\frac{V_g}{V_L} \right)^{0.75} \quad \text{----- (3.4.23)}$$

とあま、図中の実験に従って m を定めると

$$m \doteq 0.46$$

となる。常湿大気圧下の空気 - 水系では

$$K' \left(\frac{P_g}{P_g} \right)^{0.46} = K' \left(\frac{101.8}{1.205} \right)^{0.46} = 0.56$$

ゆえに $K' \doteq 0.025$ となる。

したがって m および K' を式 (3.4.23) に代入する

と、 S は次のようになる。

$$\begin{aligned} S &= 1 + 0.025 \left(\frac{P_g}{P_g} \right)^{0.46} \left(\frac{V_g}{V_L} \right)^{0.75} \\ &= 1 + 0.025 \left(\frac{P_g}{P_g} \right)^{1.21} \left(\frac{X}{1-X} \right)^{0.75} \quad (3.4.24) \end{aligned}$$

ただし、系圧力 P は $1 \text{ kg/cm}^2 \leq P \leq 150 \text{ kg/cm}^2$ の範囲である。

(註) 原子炉への適用に関しては、沸騰水型炉で、系圧力(P)は、約 70 kg/cm^2 、加圧水型炉で、約 140 kg/cm^2 である。

3.4.3 平均気体体積率

(A) 気泡流領域

(i) 平均気体体積率の関係式の誘導

この領域での気泡の上昇速度は、 Fig. 3.4.1 項で述べたように、単一気泡の静止液中の上昇速度(v_{so})より小さい。 v_{so} は気泡径が 3mm 程度が最大で、この時 v_{so} は 0.3 m/s 程の値となる。したがって、気泡流領域では、液相体積速度が、 0.5 m/s 以上では、実験結果($\text{Fig. 3.3.10} \sim \text{Fig. 3.3.13}$)からも推察できるように

$$\bar{f}_g = \alpha_v \quad (V_L > 0.5\text{ m/s}) \quad \dots (3.4.25)$$

とおける。 Fig. 3.4.2 液相体積速度がこれより小さい場合は、実用上の問題として、気泡塔等の装置以外では、それほど重要な領域でないが、この場合には、次のようにして平均気体体積率を決定する。

単一気泡の上昇速度に関しては、一応理論的

に明確なので、これを用いて付録(Ⅶ)で導くような方法で、気泡流で気液相流速での平均気体体積率の式を求めることもできるが、ここでは、
 二り速度の実験結果、すなはち、

$0 \leq \bar{f}_g \leq 0.2$ のとき

$$\frac{\bar{v}_s}{v_{s0}} = (1 - \bar{f}_g)^2 \div 1 - 2\bar{f}_g \quad \text{--- (3.4.26)}$$

$0.2 \leq \bar{f}_g \leq 0.5$ のとき

$$\frac{\bar{v}_s}{v_{s0}} = 0.6 \quad \text{--- (3.4.27)}$$

と 3 で

$$\bar{v}_s = \frac{V_g}{\bar{f}_g} - \frac{V_L}{(1 - \bar{f}_g)} \quad \text{--- (3.4.28)}$$

式(3.4.26)および式(3.4.27)を式(3.4.28)に代入し、

$x_v = V_g / (V_g + V_L)$ の関係を用いると、 $\bar{f}_g$ と x_v の

関係に関して次式が求まる。

$0 \leq \bar{f}_g \leq 0.2$ のとき

$$2\bar{f}_g^3 - 3\bar{f}_g^2 + \left\{ 1 + V_L^* \frac{1}{1 - x_v} \right\} \bar{f}_g - V_L^* \frac{x_v}{1 - x_v} = 0 \quad \text{--- (3.4.29)}$$

ここで、 $V_L^* = V_L / v_{s0}$ 、 v_{s0} は単一気泡の静止液中の

上昇速度である。

$0.2 \leq \bar{f}_g \leq 0.5$ のとき.

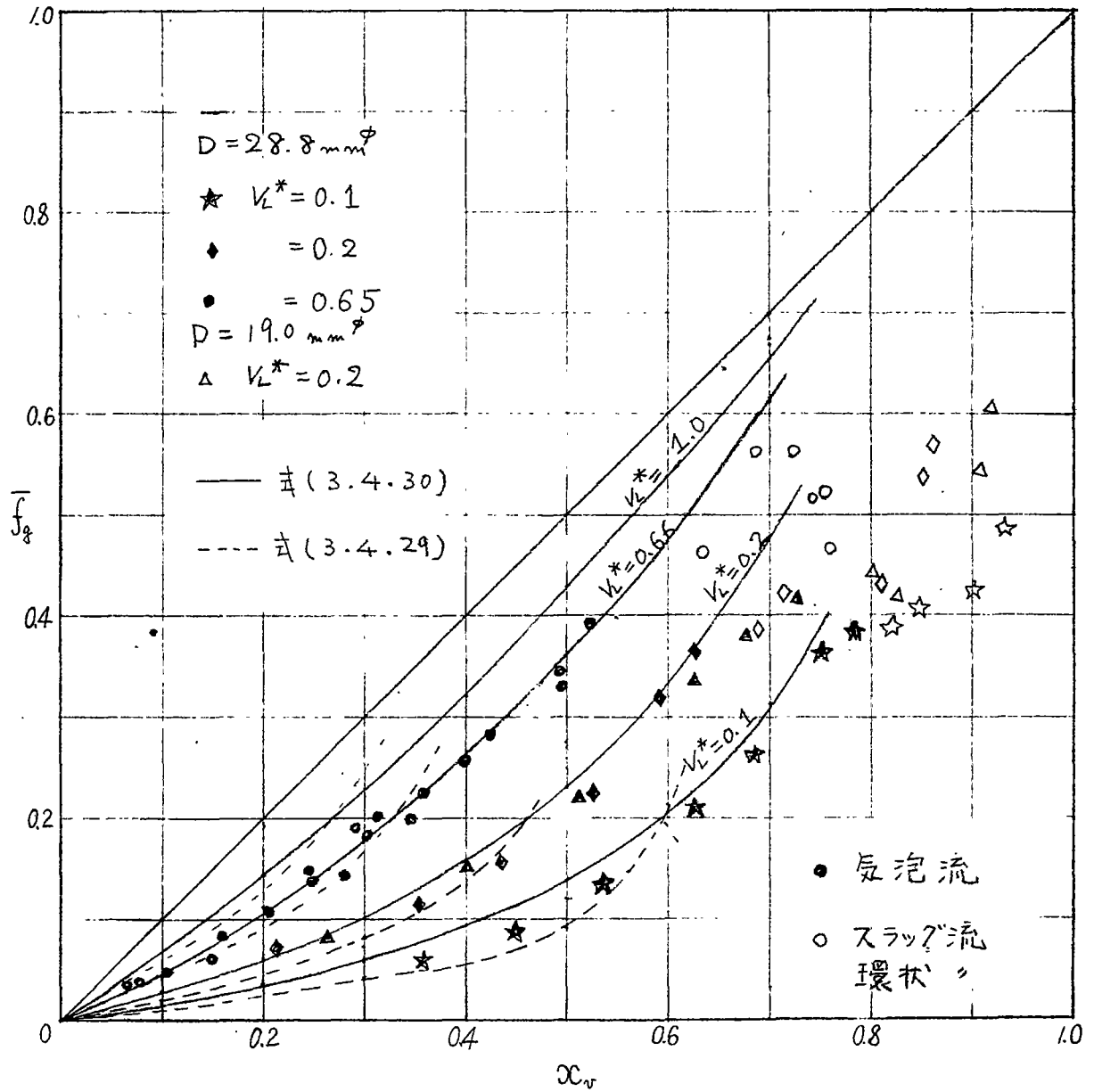
$$\bar{f}_g^2 - \left\{ 1 + \frac{5}{3} V_L^* \frac{1}{1-x_r} \right\} \bar{f}_g + \frac{5}{3} V_L^* \frac{x_r}{1-x_r} = 0 \quad \dots (3.4.30)$$

$\bar{f}_g$ は、式(3.4.29)および式(3.4.30)の解として得られる。

(ii) 関係式の検討

液相体積速度(V_L)が特に小さい場合について、計算値と実験結果を調べたものを図3.4.10図に示す。図中の実線は、式(3.4.30)、また、点線は式(3.4.29)の解である。これからわかるように計算値と実験結果は、よく一致している。

また、式(3.4.29)と式(3.4.30)の結果は、その程の違いは見られないので、式(3.4.30)も $0 \leq \bar{f}_g \leq 0.2$ の範囲にも適用して用いてもよいことがわかる。



才 3.4.10 図 $\bar{f}_g$ と x_w の関係、計算値と実験値の比較 (気泡流領域)

B) 環状流領域

(i) 平均気体体積率の関係式の誘導

この流動領域においては、とり比の検討より式(3.4.24)が得られており、これを用いる。とり比(5)と平均気体体積率の関係は、式(3.4.24)で与えられているので、これと式(3.4.14)より

$$\frac{1 - \bar{f}_g}{\bar{f}_g} = \frac{V_L}{V_G} + 0.025 \left(\frac{\rho_l}{\rho_g} \right)^{0.46} \left(\frac{V_L}{V_G} \right)^{0.25} \quad \dots (3.4.31)$$

ここで、流速比 V_L/V_G は体積流量比 x_v の定義式より

$$\frac{V_L}{V_G} = \frac{1 - x_v}{x_v} \quad (\doteq x_v^*) \quad \dots (3.4.32)$$

これを x_v^* とおき、式(3.4.32)を式(3.4.31)に代入し整理すると

$$\bar{f}_g = \frac{1}{1 + 0.025 \left(\frac{\rho_l}{\rho_g} \right)^{0.46} x_v^{*0.25} + x_v^*} \quad \dots (3.4.33)$$

常温大気圧下の空気-水系二相流では

$$0.025 \left(\frac{\rho_l}{\rho_g} \right)^{0.46} \doteq 0.56$$

ゆえに

$$\bar{f}_g = \frac{1}{1 + 0.56 x_v^{*0.25} + x_v^*} \quad \dots\dots\dots (3.4.34)$$

式(3.4.34)は、 $\bar{f}_g$ と x_v の関係であるが、重量流量比(X)を用いて次のように表わすことができる。

$$\bar{f}_g = \frac{1}{1 + 0.025 \left(\frac{f_g}{p_g} \right)^{-0.21} \left(\frac{X}{1-X} \right)^{0.25} + \left(\frac{f_g}{p_g} \right)^{1.0} \left(\frac{X}{1-X} \right)^{1.0}}$$

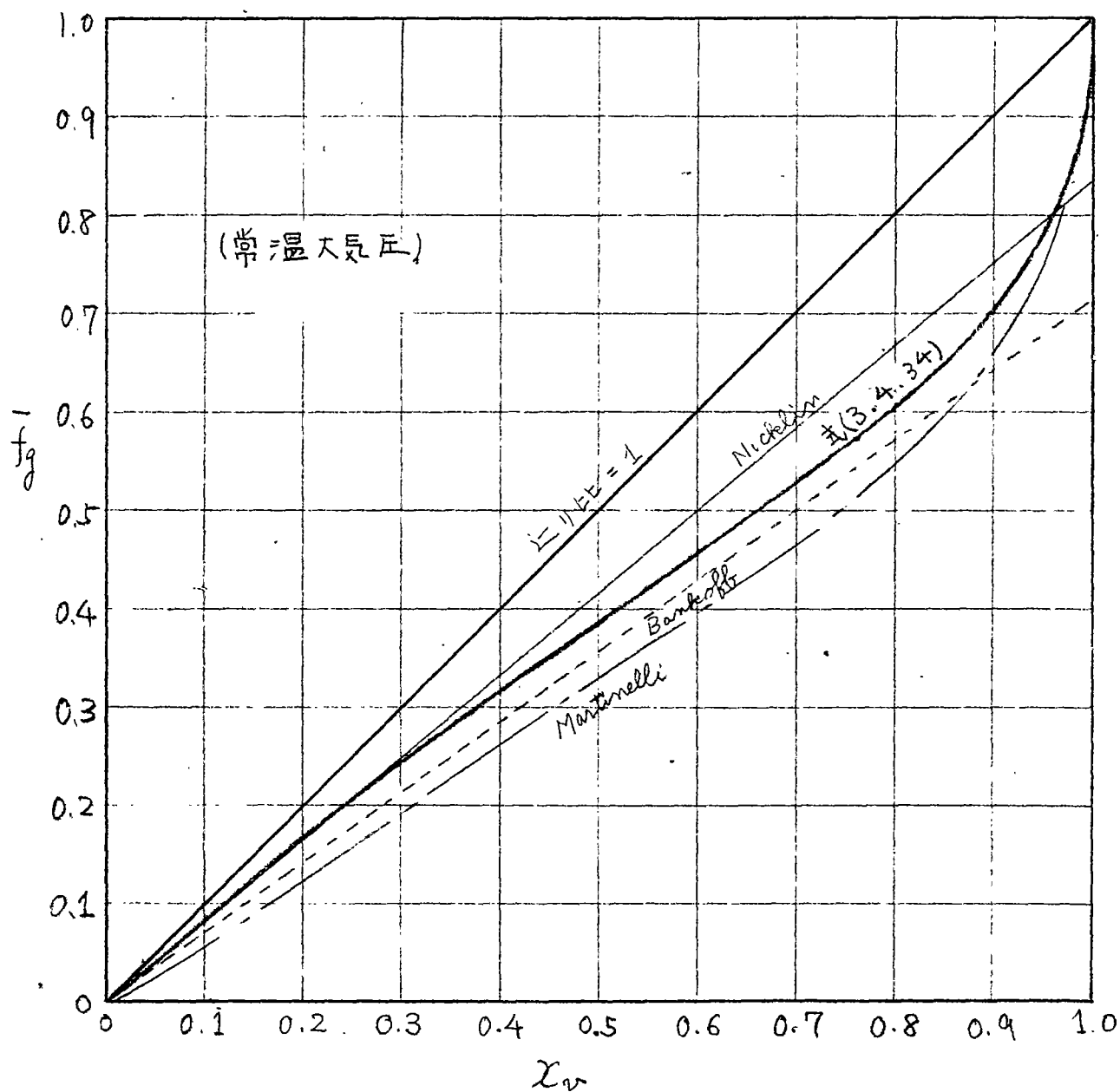
ただし、系圧力は (3.4.35)

$$1.03 \text{ kg/cm}^2 \leq P \leq 147.5 \text{ kg/cm}^2$$

(ii) 従来との関係式との比較および検討

従来との諸関係式は、流動様式で区別してなく、二相流の全流動様式にわたって、一つの関係式を定めているので、ここでは、スラッグ流および環状流領域での式を全流動様式にわたって用いることにして比較検討する。

常温大気圧での $\bar{f}_g - x_v$ 関係を式(3.4.34)より求めたものをFig. 3.4.11図に示す。図中の細実線は Nicklin⁽⁴⁾や Armand⁽¹⁵⁾による関係式



才3.4.11図 平均気体体積率と体積流量比に
関する従来の関係式との比較

$$\bar{f}_g = 0.833 \bar{x}_v$$

であり，また，点線は Bankoff⁽³⁾ の式

$$\bar{f}_g = K \bar{x}_v$$

$$K = 0.71 + 0.0001 P$$

P : 系の圧力 (psia)

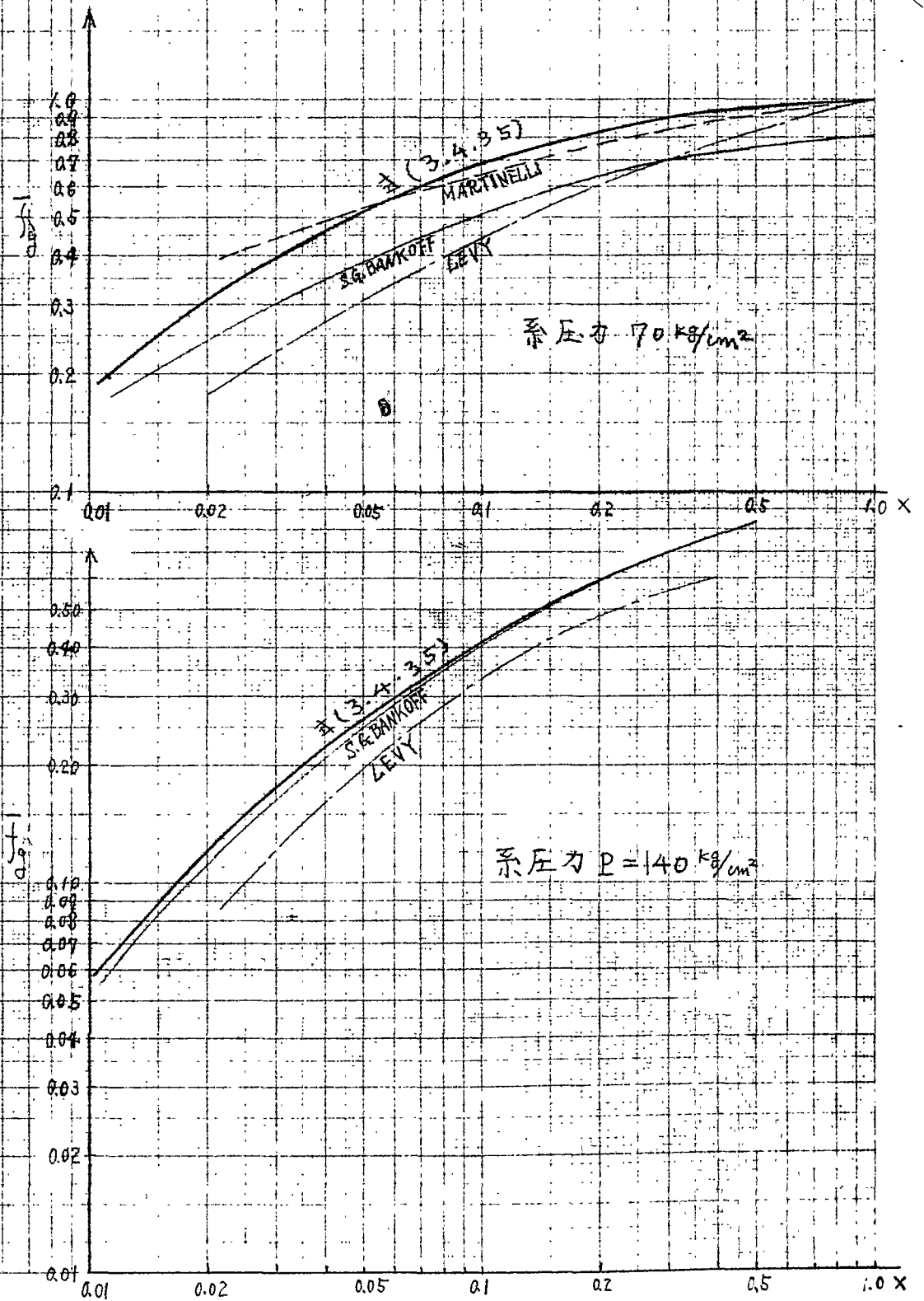
である。さらに鎖線は Martinelli⁽²⁾ の関係図より求めたものである。これによると，式(3.4.34)は，これらの関係式の大体中間に来ている。

また，この式の曲線の全体的傾向は Martinelli の曲線と似ている。Nicklin 等や Bankoff の式は $\bar{f}_g$ と $\bar{x}_v$ が線形関係にあるが，これらの式の欠点は， $\bar{x}_v \rightarrow 1$ のとき，すなわち，気相単相の流れに近すいたとき $\bar{f}_g$ が 1 にならない点にある。その点式(3.4.34)はその欠点をもっていない。また式(3.4.34)を才 3.2 節でのべた実験結果と比較すると，この式は環状流領域のみならず，気泡流領域でも液相体積速度 (V_L) が 0.3 m/s 以上になると，ほぼ実験結果と一致することがわかる。

また、平均気体体積率($\bar{V}_g$)と重量流量比(X)との関係式を用いて、高温高圧下の垂直管の蒸気-水系二相流での実験結果および他の関係式と比較したものを図3.4.12図に示す。上図が沸騰水形原子炉と同じ 170 kg/cm^2 の場合、下図は、加圧水形原子炉と同じ 140 kg/cm^2 の場合である。

従来の関係式と比較すると式(3.4.35)は、少し大きな値になっているが、大体において一致している。このことから式(3.4.35)は、高温高圧下の蒸気-水系二相流にも適用できることがわかった。

才3.4.12図 高压下における平均気体体積率
の関係式との比較



X

3.4.4 摩擦損失倍率 ($\bar{R}_l$)

垂直管二相流の摩擦損失は，オ2章でのべたように基礎式からも，またオ3.3節でのべた実験結果（オ3.3.17図～オ3.3.20図）からも明らかなように，気泡流領域と環状流領域では明確に異なった傾向がみられる。したがって気泡流領域と環状流領域（すなわち層状流）に分けて考えねばならない。

A) 気泡流領域

(i) 摩擦損失倍率の関係式の誘導

気泡流領域での摩擦損失倍率 ($\bar{R}_l$) は，オ2章における次元解析的考察より，常温大気圧下で式(2.2.49)で与えられる。すなわち

$$\bar{R}_l = \bar{R}_l(\bar{f}_g, Re_L, Fr_L, Re_b) \quad \dots \dots (2.244)$$

しかし，これらの無次元量は， $\bar{R}_l$ に最も影響の深い因子ばかりであり，厳密には式(2.2.30.)にのべているように，この他に気泡の抵抗係数 $C_D \propto Re_b^n$ や D_b/D ， ρ_g/ρ_l ， $\bar{v}_g/\bar{v}_l$ にも影響される。しかる

に、これらの無次元因子の $\bar{Re}$ への影響は非常に小さい。その証明の一つとなるものは、気泡径を変えた場合の実験結果（第3.3.21図～第3.3.24図）である。

気泡径が3.2mm中～1.9mm中に変化する場合、無次元因子 C_D 、 D_b/D および $\bar{v}_g/\bar{v}_L$ 等は、すべて変化を受けらるわけであるが、それにもかかわらず、摩擦損失倍率は、ほとんど変化しない。これらの諸因子の影響が互に打消し合って、 $\bar{Re}$ が変化しないという考え方も出来るが、気泡径を数種変えても $\bar{Re}$ が変わらないのは、むしろこれらの因子の影響が無視できるほど小さいと見る方が妥当であらう。したがって、式(2.2.4A)の

無次元因子の中で、 Re_b の影響は、本実験の範囲($D_b = 1.8 \sim 3.5 \text{ mm}$)では無視できる。

この場合、他の3つの無次元因子をいろいろ組み合せて、実験結果が一番よくまとまるようになる式を採らせばよいわけだが、求めた式は $\bar{Re}$ の次の傾向を満足する必要がある。すなわ

ち、 $\bar{R}_L$ は一般に 1 より大きく、また、 $\bar{f}_g \rightarrow 0$ のとき $\bar{R}_L \rightarrow 1$ でなければならない。さらに $\bar{R}_L - \bar{f}_g$ の関係図の傾向より、次の式のように定めた式が最適とわかった。

$$\bar{R}_L = \frac{1 + C \bar{f}_g^a \cdot Re_L^b \cdot Fr_L^c}{(1 - \bar{f}_g)} \quad (3.4.36)$$

これは次のような考察によって導かれる。

いま、液相单相乱流の摩擦損失 $(\Delta P / \Delta L)_{ls}$ を

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{ls} = C Re_L^{-\frac{1}{4}} \cdot \frac{1}{2} \rho_L \cdot V_L^2 \frac{1}{D} \quad \dots\dots\dots (3.4.37)$$

とすると、この場合、 $\frac{1}{2} \rho_L V_L^2$ なる項は、平均流速をとった場合の管内の運動エネルギーそのものである。

二相流の場合、单相流のこの $\frac{1}{2} \rho_L V_L^2$ に相当するものは、次のようなものである。

$$\frac{1}{2} \rho_L (1 - \bar{f}_g) \bar{v}_L^2 + \frac{1}{2} \rho_g \bar{f}_g \bar{v}_g^2 \quad \dots\dots\dots (3.4.38)$$

ここで、 $\bar{v}_g$ 、 $\bar{v}_L$ は管内での気液の平均流速である。しかるに、大気圧下の実験では、 $\rho_g \ll \rho_L$ また、才 3.4.1 項で明らかにしたように、気泡

流領域では、 $\bar{u}_g$ は $\bar{u}_l$ に比しそれ程大きくないので式(3.4.38)は

$$\frac{1}{2} \rho_l (1 - \bar{f}_g) \bar{u}_l^2 \quad (3.4.39)$$

となる。このような運動エネルギー項をとった場合の二相流の摩擦係数を f'_{TPF} とすると

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{TPF} = f'_{TPF} \cdot \frac{1}{2} \rho_l (1 - \bar{f}_g) \bar{u}_l^2 \frac{1}{D} \quad \dots\dots (3.4.40)$$

となる。それゆえ单相乱流での $C Re_L^{-1/4}$ に相当するものは f'_{TPF} とみななければならない。

ところで、この f'_{TPF} は单相乱流の場合と比べて二相流の激しい乱れや、フルード数の影響^(注)

(これは、管の中心部ほど気体体積率が大さいので、重力の作用が中心部程小さくなり、流速

(注) 式(2.2.35)と式(3.4.40)をくらべると

$$f'_{TPF} = \frac{f_{TPF}}{1 - \bar{f}_g} \quad \text{となる。}$$

したがって、 f'_{TPF} もまた $\bar{f}_g$, Re_L , Fr_L の関数である。

分布は单相乱流よりも上方にふくれるので、一般に抵抗が増大する。) 等のため、单相乱流の摩擦係数より大きくなるものと考えられる。

ゆえに

$$\frac{f'_{TPF}}{C Re_L^{-\frac{1}{4}}} = 1 + C \cdot \bar{f}_g^a \cdot Re_L^b \cdot Fr_L^c \quad (3.4.41)$$

とおくと、式(3.4.37)と式(3.4.40)より

$$\bar{R}_l = \frac{\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_{TPF}}{\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_{ls}} = (1 + C \cdot \bar{f}_g^a \cdot Re_L^b \cdot Fr_L^c) (1 - \bar{f}_g) \frac{\bar{U}_l^2}{\bar{V}_L^2} \quad (3.4.42)$$

$$\bar{U}_l = \frac{V_L}{1 - \bar{f}_g} \quad \text{なので}$$

$$\bar{R}_l = \frac{1 + C \bar{f}_g^a \cdot Re_L^b \cdot Fr_L^c}{(1 - \bar{f}_g)} \quad (3.4.43)$$

(このような操作は、 $\bar{R}_l$ が容易に定められる場合は不必要であるが、 $\bar{R}_l$ が複雑な場合なので、またエネルギー一項から補正を行う必要がある。)

式(3.4.43)を分解すると

$$\{\bar{R}_l (1 - \bar{f}_g) - 1\} = C \cdot \bar{f}_g^a \cdot \left(\frac{\rho_l V_L D}{\mu_l}\right)^b \cdot \left(\frac{V_L^2}{g D}\right)^c$$

$$= C \cdot \bar{f}_g^a \cdot \rho_L^b \cdot \mu_L^{-b} \cdot g^{-c} \cdot D^{b-c} \cdot V_L^{b+2c} \quad (3.4.44)$$

ここで a , b , c の決定は、気泡流領域の場合、実験結果からわかるように大変複雑なので、簡単にはゆかないが、次のような試行をくり返して行なった。

本実験では、 V_L を一定にして気相流量を変えて行く方法を行なっているので、まず V_L および D を一定にし、 $\{\bar{Re}(1-\bar{f}_g)-1\}$ と $\bar{f}_g$ の関係を見る。この関係図は各 V_L によって違った値を持つが、 V_L と D を決めると $\bar{f}_g$ についての一定の傾向をもつ。 V_L および D を種々に選び、 $\bar{f}_g$ についての傾向より a を定める。これらの試行より

$$a \div \frac{1}{2} \quad (i)$$

を得た。

$\{\bar{Re}(1-\bar{f}_g)-1\}/\bar{f}_g^{\frac{1}{2}}$ と V_L の関係を各管径について調べてみると、 $\{\bar{Re}(1-\bar{f}_g)-1\}/\bar{f}_g^{\frac{1}{2}}$ は V_L の -1.5 乗に比例していることがわかり、しかもこれは

管径にはほとんど無関係であることがわかった。

したがって、 V_L について

$$b + 2c = -1.5 \quad (iii)$$

D について

$$b - c = 0 \quad (iv)$$

したがって (iii) (iv) より

$$b = -0.5$$

$$c = -0.5$$

a , b および c を式 (3.4.43) に代入すると

$$\begin{aligned} Re(1 - \bar{f}_g) &= 1 + C \bar{f}_g^{\frac{1}{2}} \cdot Re_L^{\frac{1}{2}} \cdot Fr_L^{\frac{1}{2}} \\ &= 1 + C \left(\frac{\bar{f}_g}{Re_L \cdot Fr_L} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.4.45) \end{aligned}$$

いま、 $\{Re(1 - \bar{f}_g) - 1\}$ を $\bar{f}_g / Re_L \cdot Fr_L$ について図示

してみると、気泡流領域の全実験結果について

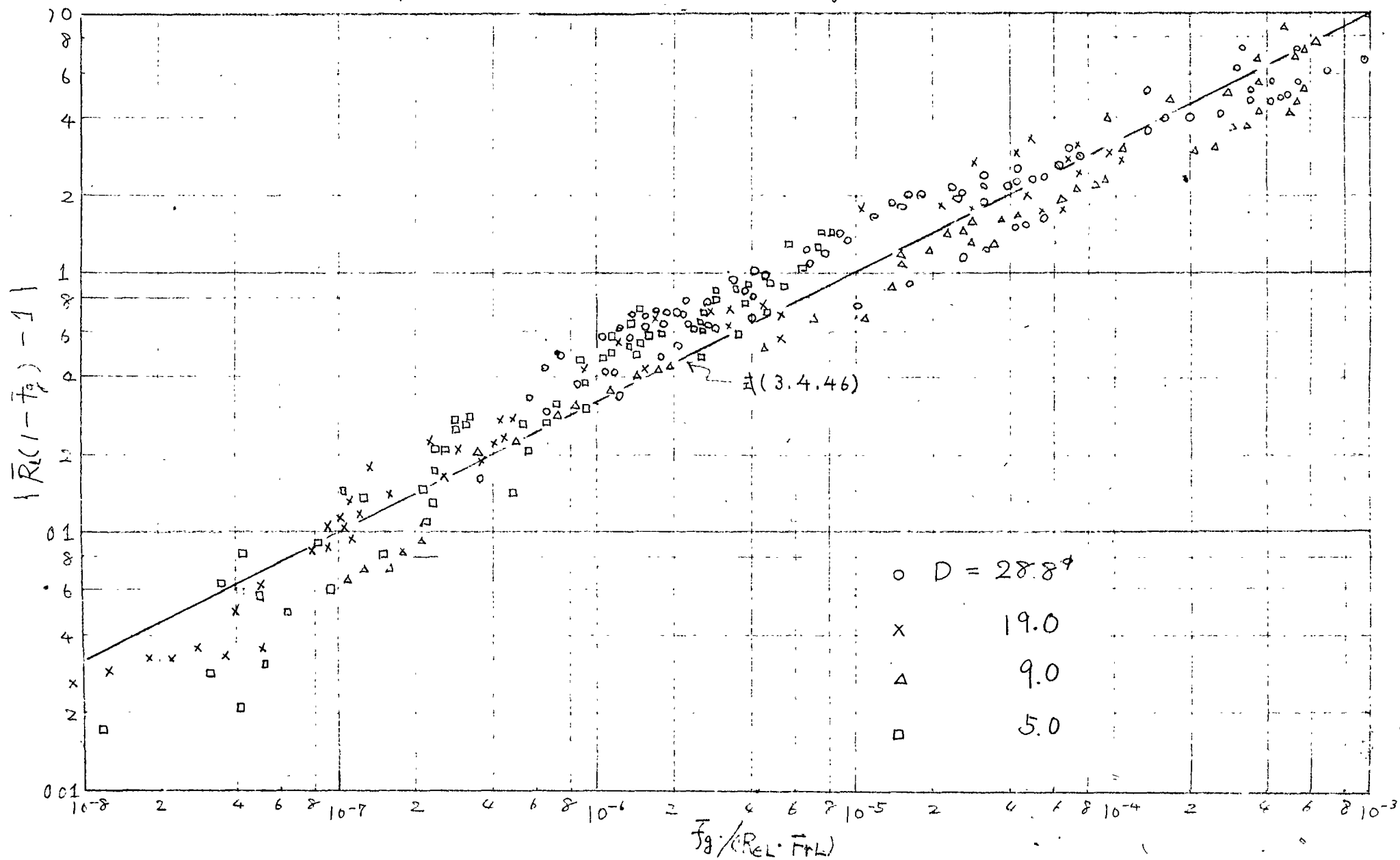
図 3.4.46 が得られる。データを図中の実線

で代表し C を定めると

$$C = 320$$

ゆえに

第3.4.13図 気泡流領域での $|\bar{R}_L(1-\bar{f}_g)-1|$ と $\bar{f}_g/(Re_L \cdot Fr_L)$ の関係



$$R_L = (1 - \bar{f}_g)^{-1} \left\{ 1 + 320 (\bar{f}_g / Re_L \cdot Fr_L)^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (3.4.46)$$

となる。

(ii) 関係式の吟味と他の実験結果との比較および検討

管内单相流においては，摩擦係数はレイノルズ数のみの関数として表わすことができる。

すなわち，運動量方程式からの次え解析によると，レイノルズ数とフルード数に影響されることがわかっているが，フルード数の影響は，管断面での流体の密度分布が不変の場合は，重力項の速度分布への影響はないと考えられるので無視されるわけである。しかしながら，二相流においては，管内で気泡の密度分布が均一でないため，重力項によって管壁附近の流速分布が変形を受け，したがって抵抗係数が影響を受けるものと解釈される。

したがって，管壁附近での密度分布に気泡流

での摩擦損失の増大の一原因があるものと考えられる。

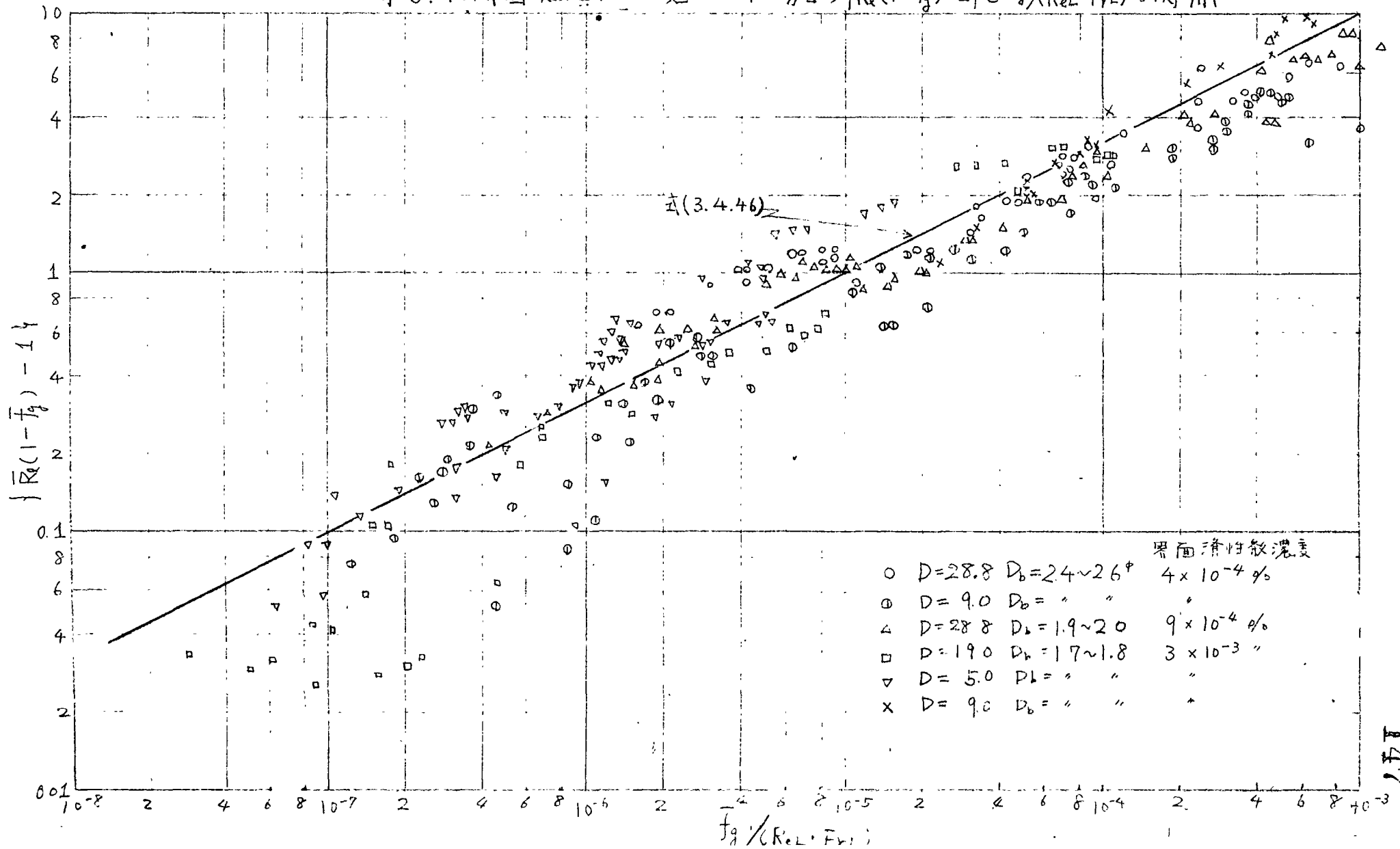
次に、 $\bar{R}_L$ が気泡径（3.4.13項でのべたごとく、上り比も変化する。）によってあまり影響されないことは、3.3節の実験結果より明らかとなったが、種々管径および気泡径（ $D_b = 1.7 \sim 3.2$ mm中の範囲）を変えた場合の $\{\bar{R}_L(1-\bar{f}_g)-1\}$ と $\bar{f}_g/(\bar{R}_L \cdot Fr_2)$ の関係を3.4.14図に示す。これによって、気泡径が1.7～3.2 mm中の範囲で変化しても式（3.4.46）で十分計算できることがわかった。

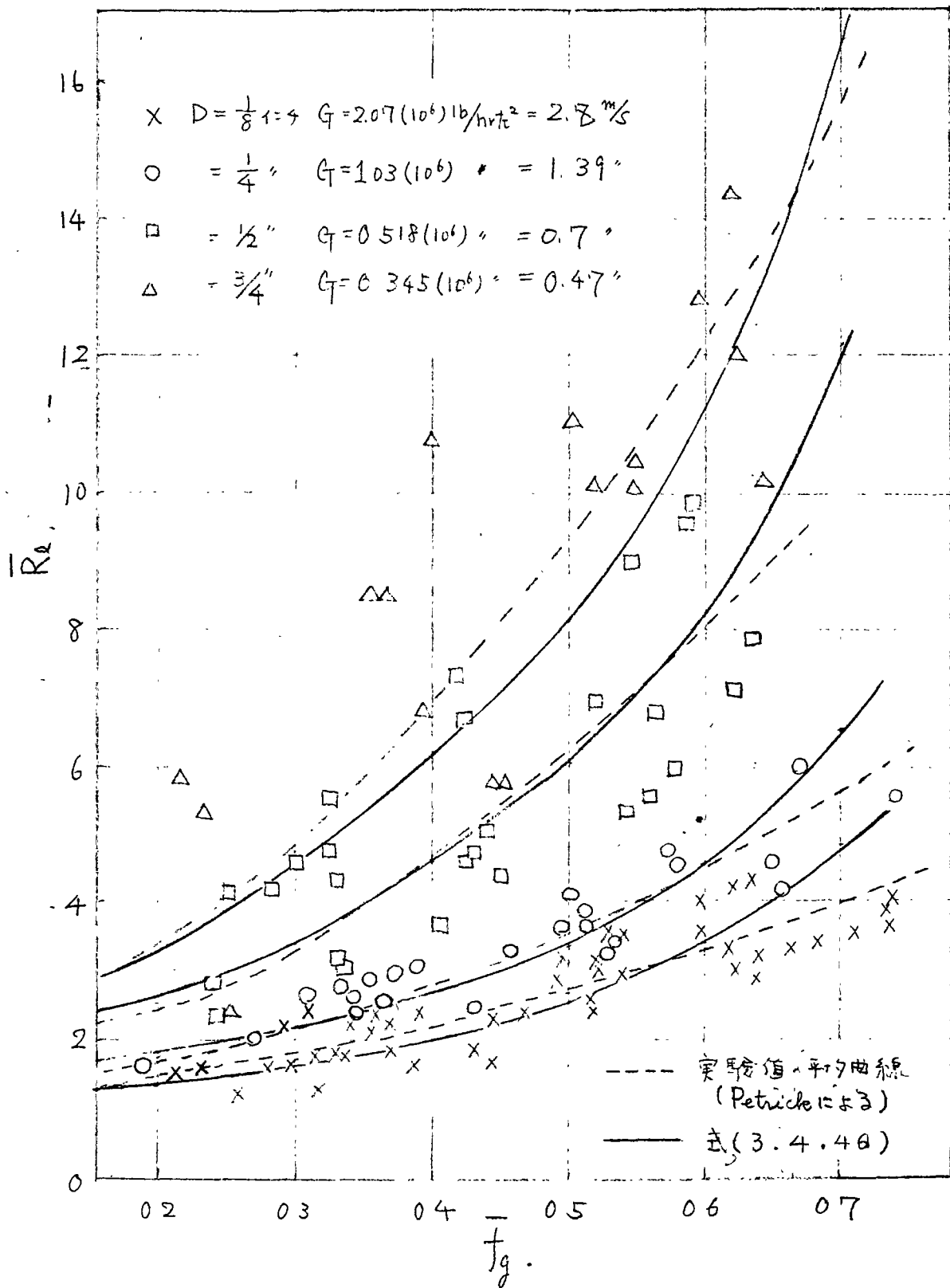
さらに、式（3.4.46）と Petrick⁽⁴⁾の代表的な実験データとを比較したものを3.4.15図に示す。

Petrickの場合、実験の流動範囲を明確に定めていないが、気体体積率の範囲から考えて気泡流領域と考えられる。

図中の実線は式（3.4.46）より求めたものである。これによると、式（3.4.46）が、これらの実験結果にも比較的よく合うことがわかる。

才3.4.14図気泡径が変化した場合の $\{\bar{R}_g(1-\bar{f}_g)-1\}$ と $\bar{f}_g/(Re_L \cdot Fr_L)$ の関係

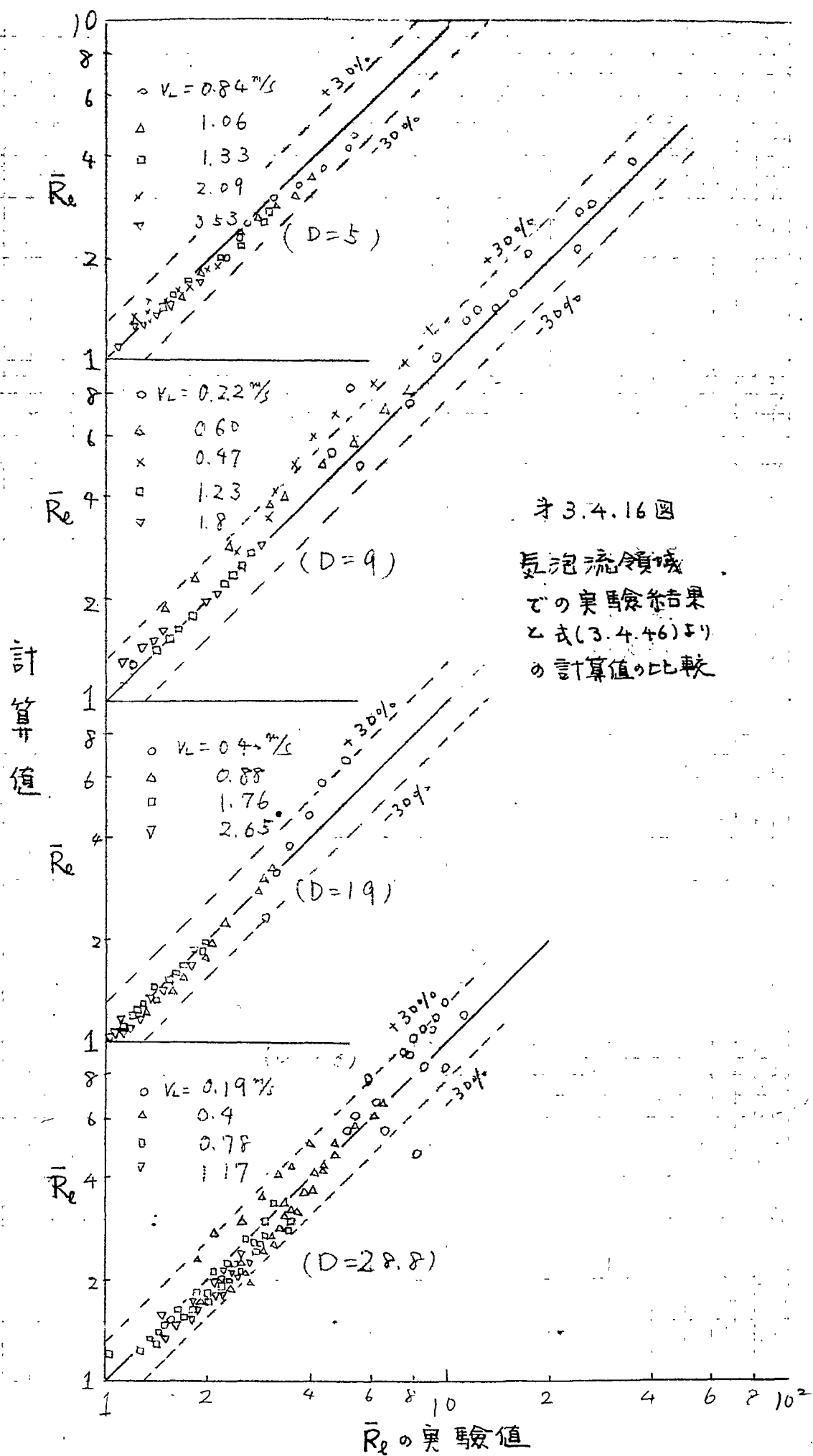




才 3.4.15 図 式(3.4.46)と Petriche の実験結果との比較

また、気泡流領域での関係式は、付録(Ⅱ)の考察によつて、付録(Ⅱ)の式(19)のように求まり、これは式(3.4.46)とよく似ているが、これはフルード数の影響が考慮されておらず、管径が30mm中の時はよく合うが、管径が変わるとデータと合わなくなる。

さらに、本研究の実験結果(常温大気圧の庄原-水系)と式(3.4.46)の計算値との比較も図3.4.16図に示す。これによると式(3.4.46)は、大略±30%の誤差で実験結果と合うことがわかる。



B) 環状流領域

(i) 環状流領域での関係式の誘導

式(2.3.43)によれば，環状流での摩擦損失倍率($\bar{R}_L$)は次のように表わせる。

$$\bar{R}_L = \bar{R}_L \left(\bar{f}_g, \frac{\rho_g}{\rho_l}, \frac{V_g}{V_L}, Re_L, Re_G, Fr_L \right)$$

ところで，環状流領域では，平均気体体積率($\bar{f}_g$)は0.7以上であり，この領域での $\bar{f}_g$ の変動は激しく，しかも， $\bar{R}_L$ の変化が大きいため， $\bar{R}_L$ を $\bar{f}_g$ でまとめることは誤差が大きくなり不適当である。

ところで，環状流領域においては，式3.4.3項でわかるように， $\bar{f}_g$ は

$$\bar{f}_g = F \left(\frac{\rho_g}{\rho_l}, \frac{V_g}{V_L} \right) \quad \dots\dots\dots (3.4.47)$$

で近似できることがわかっている。したがって式(3.4.47)を式(2.3.43)に代入すると $\bar{R}_L$ は次の無次元量の関数となることがわかる。

$$\rho_g/\rho_l, Re_L, Re_G, Fr_L, V_g/V_L$$

ところで $\bar{R}_L$ は常に 1 より大きいので, $(\bar{R}_L - 1)$ をとり, これが上記の無次元量の積で表わされるものと仮定し, 次式のようにおく。

$$(\bar{R}_L - 1) = C \left(\frac{\rho_g}{\rho_l} \right)^a \cdot Re_L^b \cdot Re_G^c \cdot Fr_L^d \cdot \left(\frac{V_G}{V_L} \right)^e \quad \dots\dots (3.4.48)$$

ここで

$$Re_L = \frac{\rho_l V_L D}{\mu_l}$$

$$Re_G = \frac{\rho_g V_G D}{\mu_g}$$

$$Fr_L = \frac{V_L^2}{g D}$$

式 (3.4.48) を各量についてまとめかえると

$$(\bar{R}_L - 1) = C \rho_g^{a+c} \cdot \rho_l^{-a+b} \cdot \mu_l^{-b} \cdot \mu_g^{-c} \cdot g^{-d} \cdot D^{b+c-d} \cdot V_G^{c+e} \cdot V_L^{b+2d-e} \quad \dots\dots (3.4.49)$$

これらを完全に決定するためには, 気液の流量, 管径の他に気液の密度および粘性を変えた実験が必要である。ところで, 現在までのところ, 垂直管で密度や粘性を変えた二相流の環状流領域のデータは見あたらないので, 種々の試行と他の実験式から類推して, 適切な仮定のもとに各項の次数を決定しなければならない。

ここで，密度の影響の項は後で考慮することにして，定数項 C の中に入れると，きめるべき未知数は， $b \sim e$ の 4 個となる。

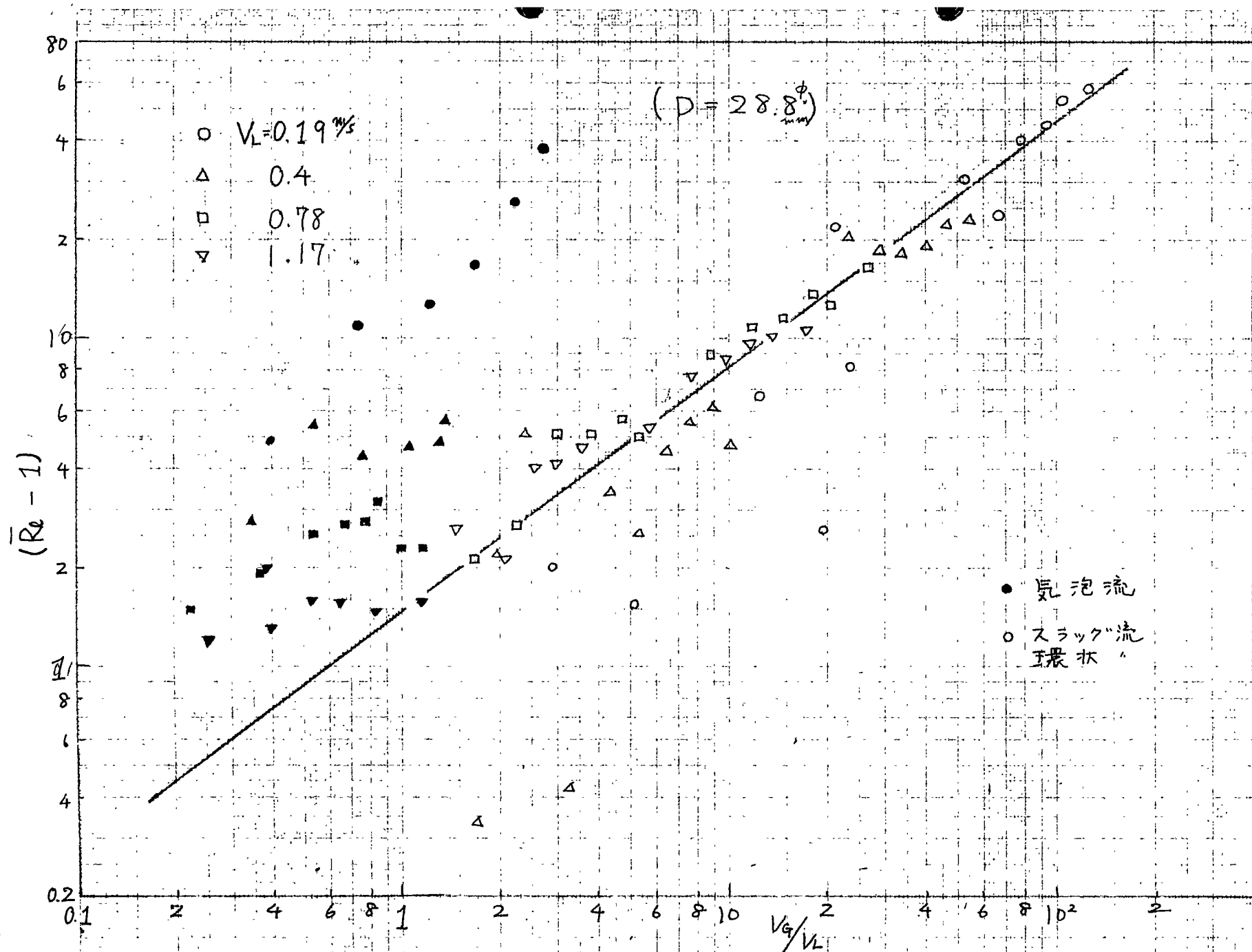
いま，気泡流領域も含めて $(\bar{R}_L - 1)$ と気体の体積速度比 (V_G/V_L) をとってみたものを，各管について才 3.4.19 図 ~ 才 3.4.20 図に示す。

これらのグラフによって，次のことがわかる。環状流領域においては

a) $(\bar{R}_L - 1)$ が V_G/V_L のべき乗によって統一的にまとまり， V_L や V_G のみによる差違はない。(気泡流領域においては， $(\bar{R}_L - 1)$ は V_G/V_L のみでは不相当で，さらに， V_L によっても差が生じる。)

b) 管径 D による差違は，ほとんど無視できる。($D = 9 \text{ mm}$ 中では，実験値が，他の管径の場合より少し小さく， $D = 19 \text{ mm}$ 中では，少し大きくなる傾向もあるが，ほとんど無視できる。)

したがって，図中の実線に従ってべき乗の指数を定めると $(V_G/V_L)^{0.75}$ が得られる。



第3.4.17図 $(\bar{Re}-1)$ と V_g/V_L の関係 ($D = 28.8 \text{ mm}$)

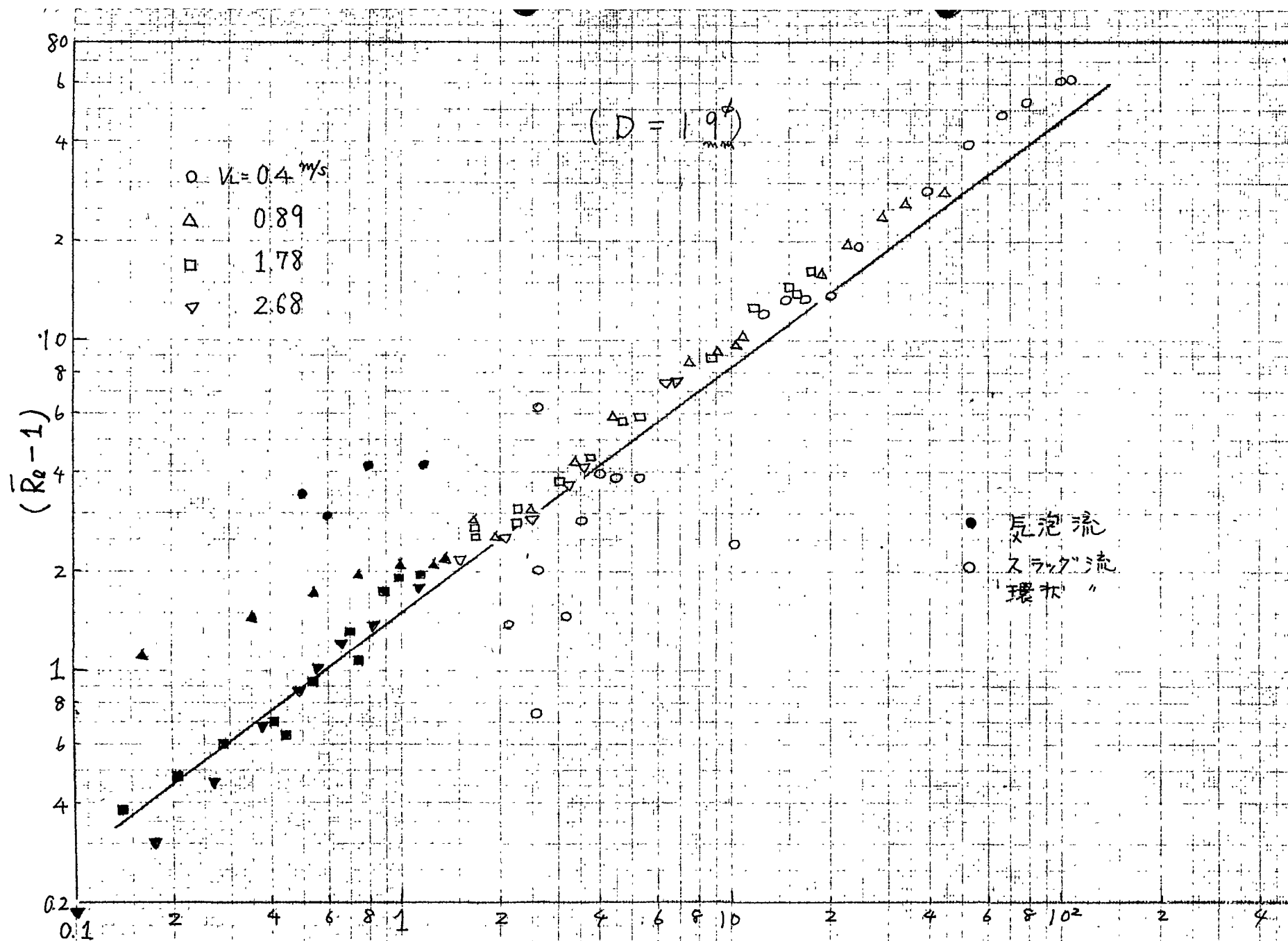
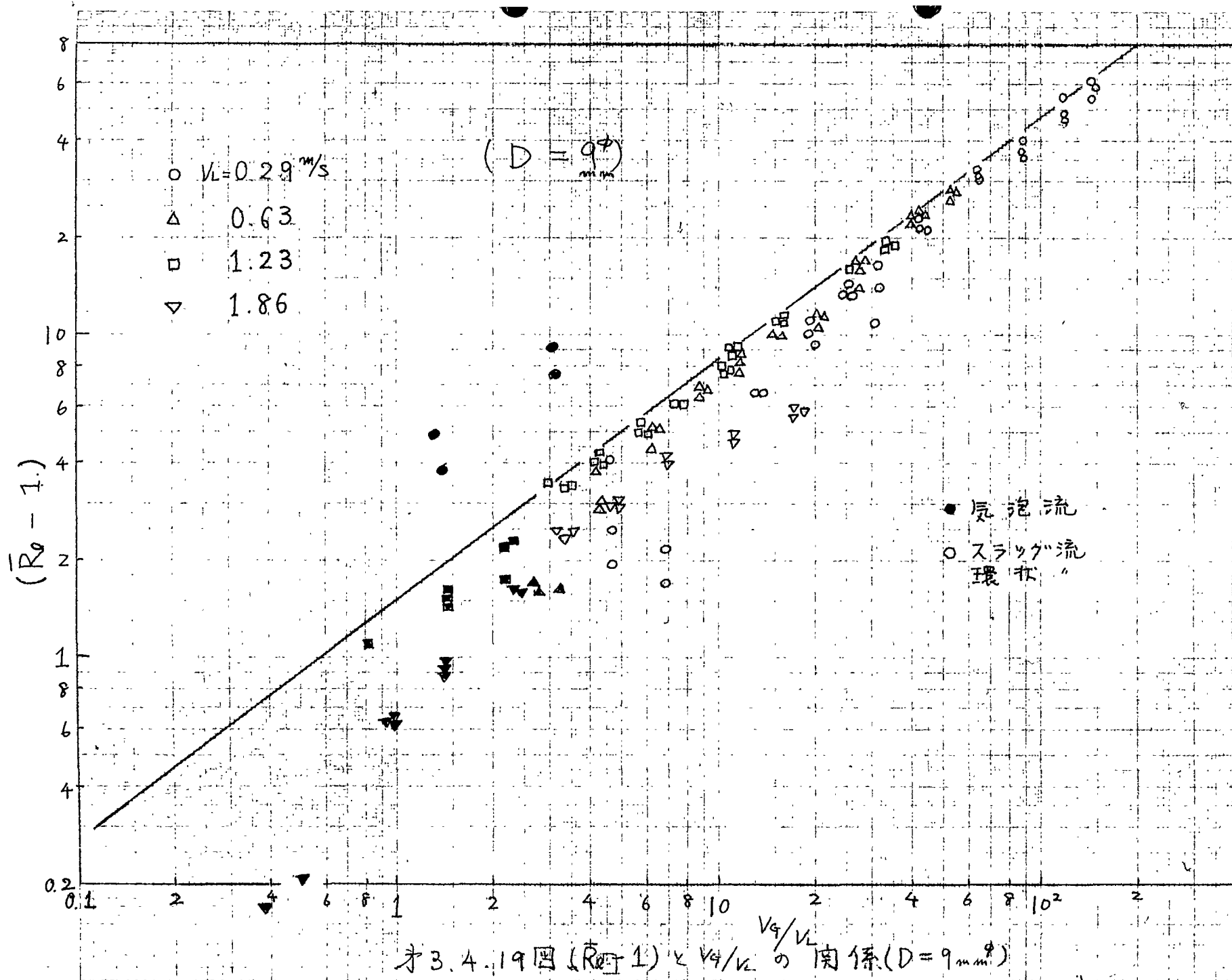
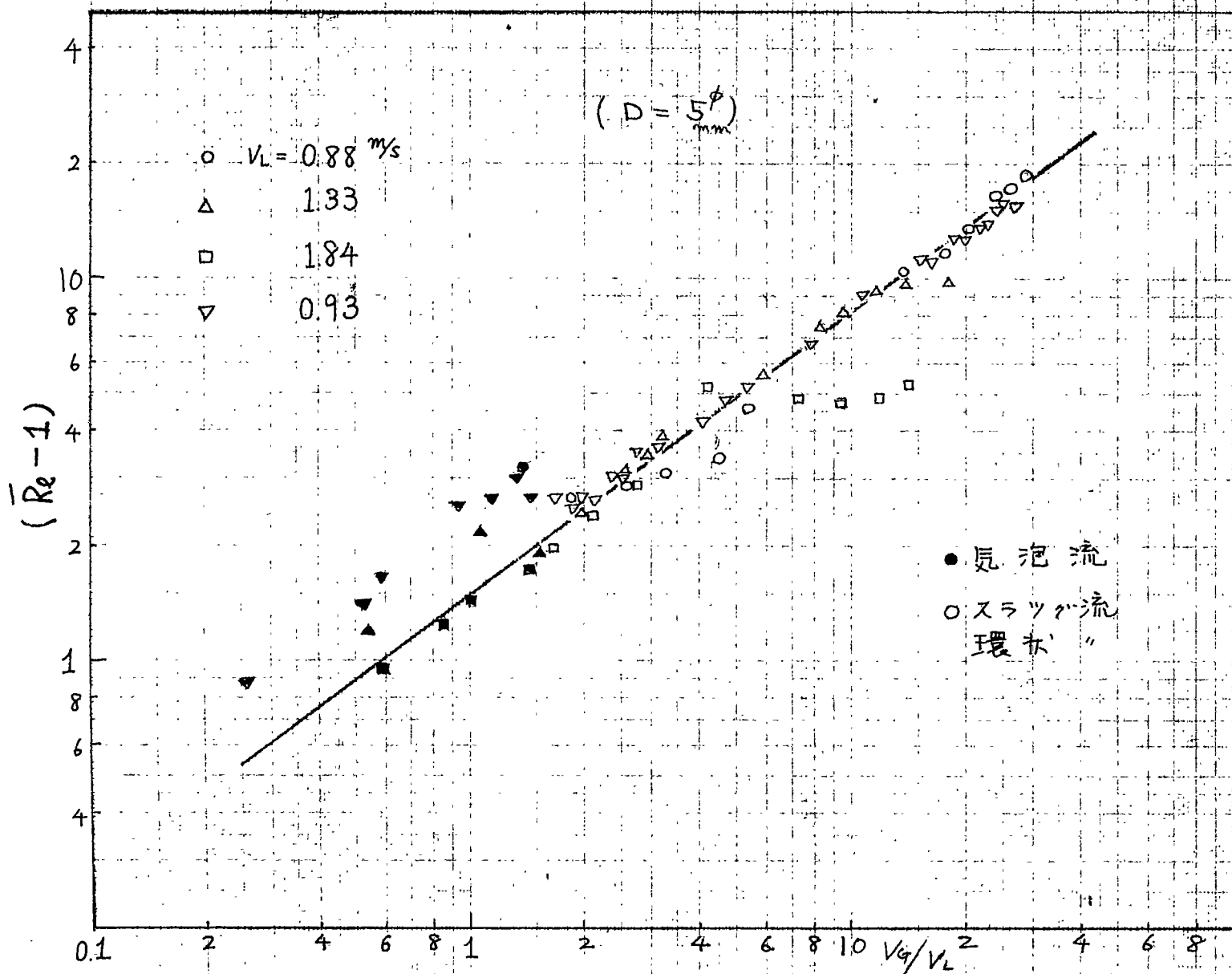


図3.4.18 (Re-1) と V_g/v_L の関係 ($D=19 \text{ mm}$)





才 3.4.20 図 $(\bar{Re} - 1)$ と V_g/V_L の関係 ($D = 5 \text{ mm}$)

ゆえに，式(3.4.49)より， V_G について

$$C + e = 0.75 \quad (i)$$

$$V_L \text{ について } b + 2d - e = -0.75 \quad (ii)$$

さらに， D に無関係ということより

$$b + c + d = 0 \quad (iii)$$

ここで条件がもう一つ不足している。これは，
 気液の粘性を変えた実験より正確に決定される。
 。従来，報告されている $\bar{R}_L$ についての実験および理論式を検討してみると，気液の粘性の $\bar{R}_L$ への影響は，全然考慮されく居ず⁽³⁾⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾，一般に無視しているものが多い。また Quandt⁽¹³⁾ が空気-水系二相流で，流動条件を同じにして，温度を 14.4°C ($\mu_L = 120 \times 10^{-6} \text{ kg s/m}^2$, $\mu_g = 11.6 \text{ kg s/m}^2$) と 57.3°C ($\mu_L = 50 \times 10^{-6} \text{ kg s/m}^2$, $\mu_g = 16.0 \text{ kg s/m}^2$) に変えた場合の $\bar{R}_L$ のデータが報告されているが，この範囲での粘性変化に関してば， $\bar{R}_L$ の変化は見られない。

したがって，ここでは，まず気液の粘性の影響は無視できるものと仮定する。すると

$$b = c = 0$$

(iv)

(i) (ii) (iii) (iv) の条件より

$$d = 0 \quad e = 0.75$$

となる。したがって

$$\bar{R}_L - 1 = C \left(\frac{V_G}{V_L} \right)^{0.75} \quad \dots\dots\dots (3.4.50)$$

ここで C は図より常温大気圧下では

$$C = 1.5$$

であるが、一般には密度の関数である。

式(3.4.50)は、また二相流の重量流量比 X

$$X = \frac{\rho_g V_G}{\rho_L V_L + \rho_g V_G}$$

を用いて、次のように書きかえることができる

$$\bar{R}_L - 1 = 1.5 \left(\frac{\rho_L}{\rho_g} \right)^{0.75} \left(\frac{X}{1-X} \right)^{0.75} \quad \dots\dots\dots (3.4.51)$$

常温大気圧の空気-水系であれば

$$\left(\frac{\rho_L}{\rho_g} \right)^{0.75} \approx 155$$

ゆえに

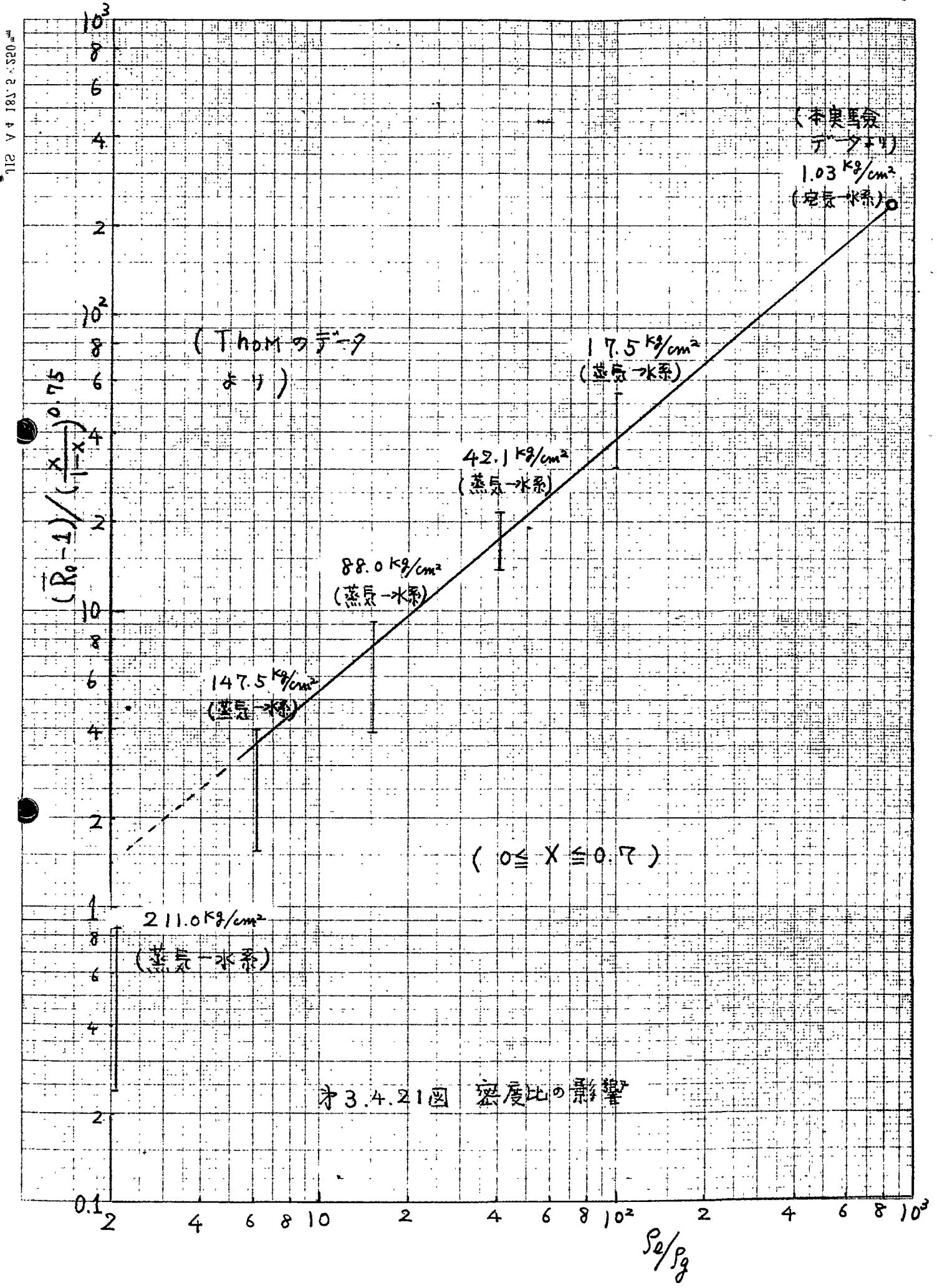
$$\bar{R}_L - 1 = 232.5 \left(\frac{x}{x-1} \right)^{0.75} \dots\dots\dots (3.4.52)$$

ただし、常温大気圧で、空気－水系＝相流となる。

次に、密度の影響について考える。密度変化についてのデータは、空気－水系＝相流では、今まで発表されていない。しかし、非加熱部での蒸気－水系＝相流について、種々の圧力下で $\bar{R}_L$ と重量流量比の代表的なデータが、Martinelli⁽²⁾、Thom⁽¹⁴⁾ および Chishalm⁽¹⁶⁾ 等にあげられており、密度の影響に関しては、このデータを利用する。

今、蒸気－水系のデータで、平均の重量流量比をとり、式(3.4.52)を用いて各系の圧力すなわち密度変化について $(\bar{R}_L - 1) \left(\frac{x}{1-x} \right)^{0.75}$ と f_L / ρ_g の関係を求めたものを才3.4.21図に示す。

図中の右上の点は、空気－水系＝相流について本実験結果より求めた式(3.4.52)である。他は、蒸気－水系のデータである。これより、



系圧力 P が、 150 kg/cm^2 までは、密度の影響は、気液の密度比のべき乗とおくことができよう。図中の実線でもって代表すると、密度比の指数は 0.85 となる。ゆえに

$$\frac{(\bar{R}_L - 1)}{\left(\frac{x}{1-x}\right)^{0.75}} = C' \left(\frac{p_l}{p_g}\right)^{0.85} \quad \dots\dots\dots (3.4.53)$$

ところで、常温大気圧の空気—水系では

$$C' \left(\frac{p_l}{p_g}\right)^{0.85} = C' \left(\frac{101.8}{0.1225}\right)^{0.85} \doteq 232.5$$

ゆえに

$$C' \doteq 0.775$$

したがって、式(3.4.53)は

$$\bar{R}_L = 1 + 0.775 \left(\frac{p_l}{p_g}\right)^{0.85} \left(\frac{x}{1-x}\right)^{0.75} \quad (3.4.54)$$

$$\text{ただし } 1.03 \text{ kg/cm}^2 \leq P \leq 147.5 \text{ kg/cm}^2$$

これはまた、流量比 V_G/V_L または体積流量比 x_v を用いて

$$\begin{aligned} \bar{R}_L &= 1 + 0.775 \left(\frac{p_l}{p_g}\right)^{0.1} \left(\frac{V_G}{V_L}\right)^{0.75} \\ &= 1 + 0.775 \left(\frac{p_l}{p_g}\right)^{0.1} \left(\frac{x_v}{1-x_v}\right)^{0.75} \quad \dots\dots (3.4.55) \end{aligned}$$

ただし、 $1.03 \text{ kg/cm}^2 \leq P \leq 147.5 \text{ kg/cm}^2$

となる。ここで上り比 (S) の式 (3.4.24) と式 (3.4.55) を比べると、 $\bar{R}_l$ と S に次の関係があることがわかる。

$$\frac{\bar{R}_l - 1}{S - 1} = 31.0 \left(\frac{P_g}{P_l} \right)^{0.36} \quad (3.4.56)$$

(ii) 関係式の吟味と従来の実験式との比較および検討

気泡流領域の式と環状流領域での式を比較すると、一番大きな差違は、環状流領域では、フルード数の影響が入って来ない。これは、次のように考えられる。摩擦損失は、管壁附近の流速分布に一番左右されるわけであるが、環状流の場合、この部分は、液相のみでしめられ、密度変化が小さいこと。および気泡流に比べ、気液の流速が非常に大きいため、重力の作用は、この流体の持つ運動エネルギーに比べて小さく

なり、無視できるようになるものと考えられる。

摩擦損失倍率についての実験結果と、式(3.4.54)より算出した計算値との比較をFig. 3.4.22～Fig. 3.4.25に示す。これによると、環状流領域に関しては、誤差($\Delta R_L/R_L$)が $\pm 30\%$ 以内で合うことがわかる。また同図中には、気泡流領域での実験結果ものせてあるが、液相体積速度(V_L)が 0.5 m/s より大きい場合には、気泡流領域でもよく一致することがわかる。

したがって、 $V_L > 0.5 \text{ m/s}$ の場合には、式(3.4.54)を気泡流から環状流までの流動範囲に用いることができる。さらに、常温大気圧の空気-水系で従来の実験式と比較したものをFig. 3.4.26に示す。これによると、式(3.4.54)は、Martinelliの関係式より、1～2割大きな値を示している。しかし、Martinelliの式は、水平管における実験結果を基礎としており、一般に垂直管では

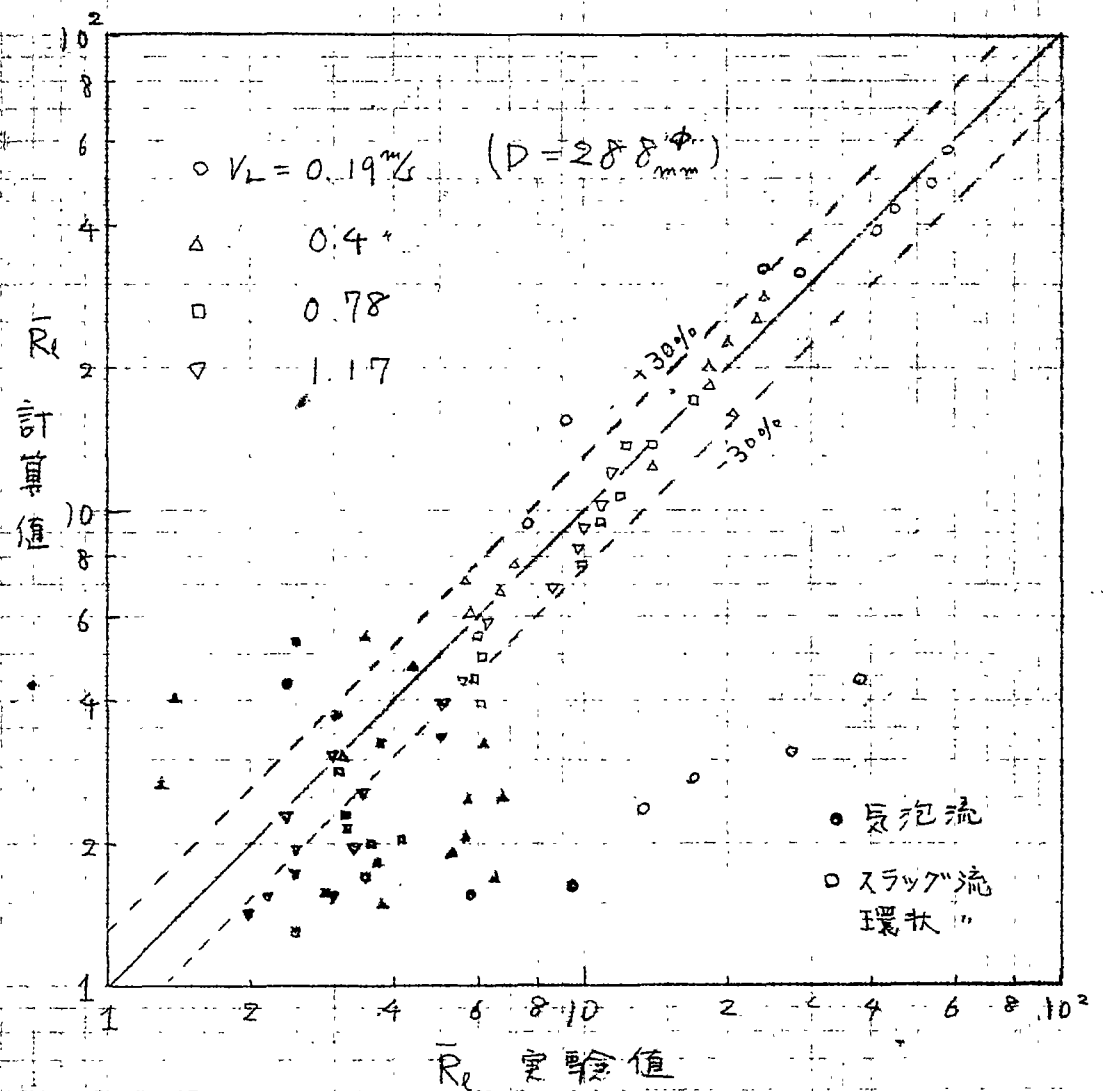
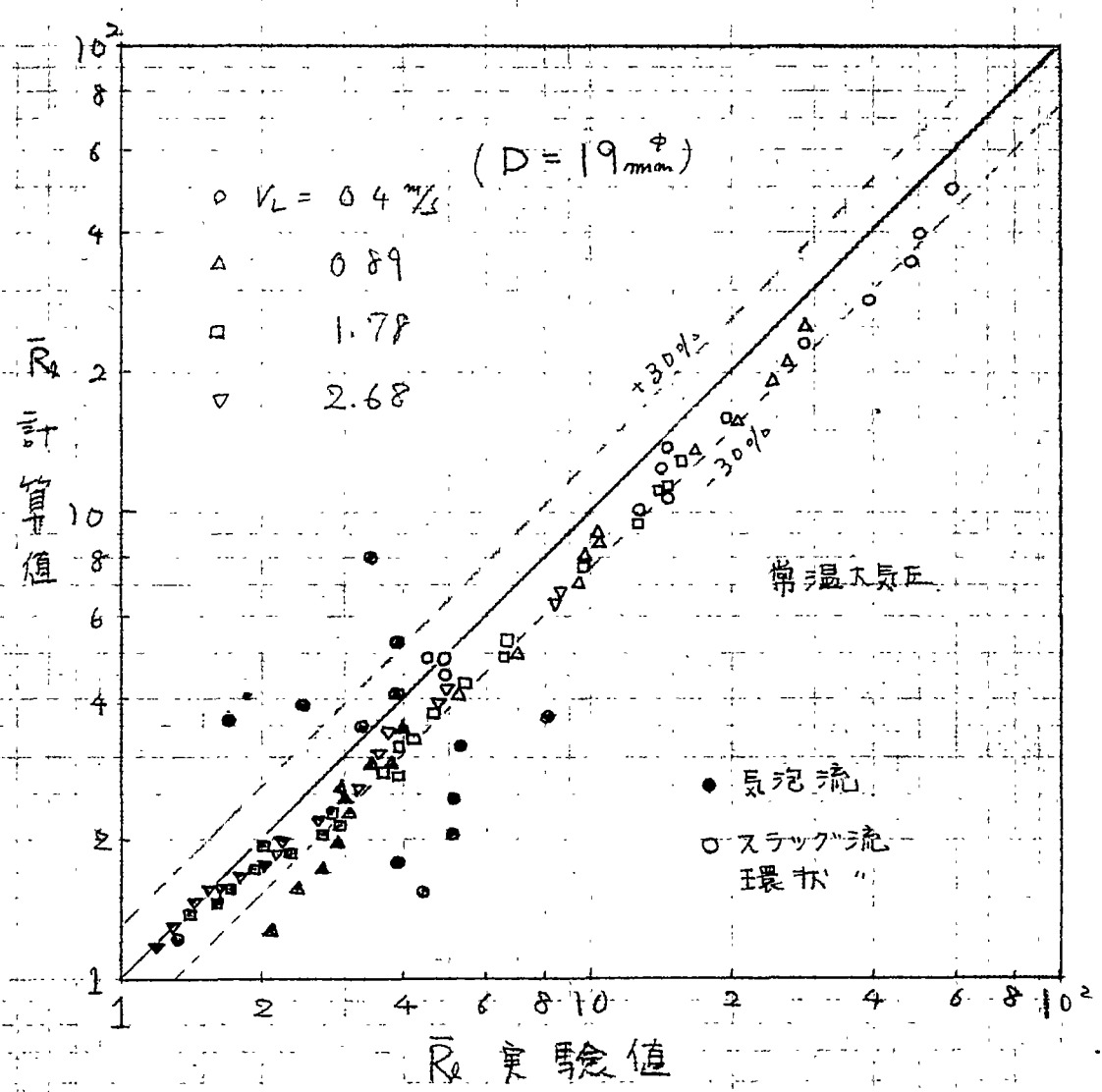


図 3.4.22 図 スラッグ流、環状流領域での $(3.4.54)$
 の計算値と実験結果の比較 ($D = 28.8 \text{ mm}$)



オ3.4.23図 スラッグ流・環状流領域での式(3.4.54)
 の計算値と実験結果の比較($D=19\text{mm}$)

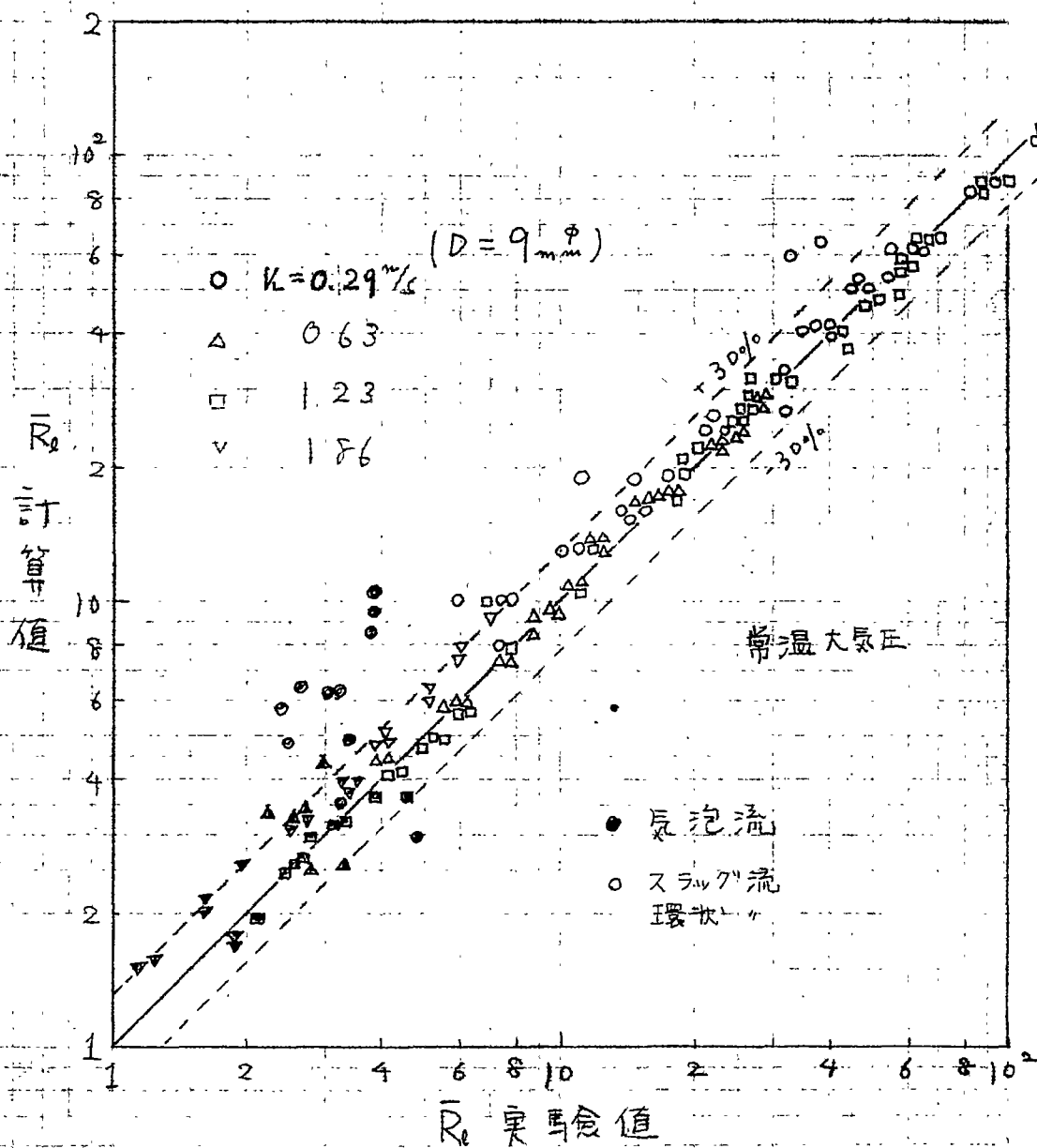
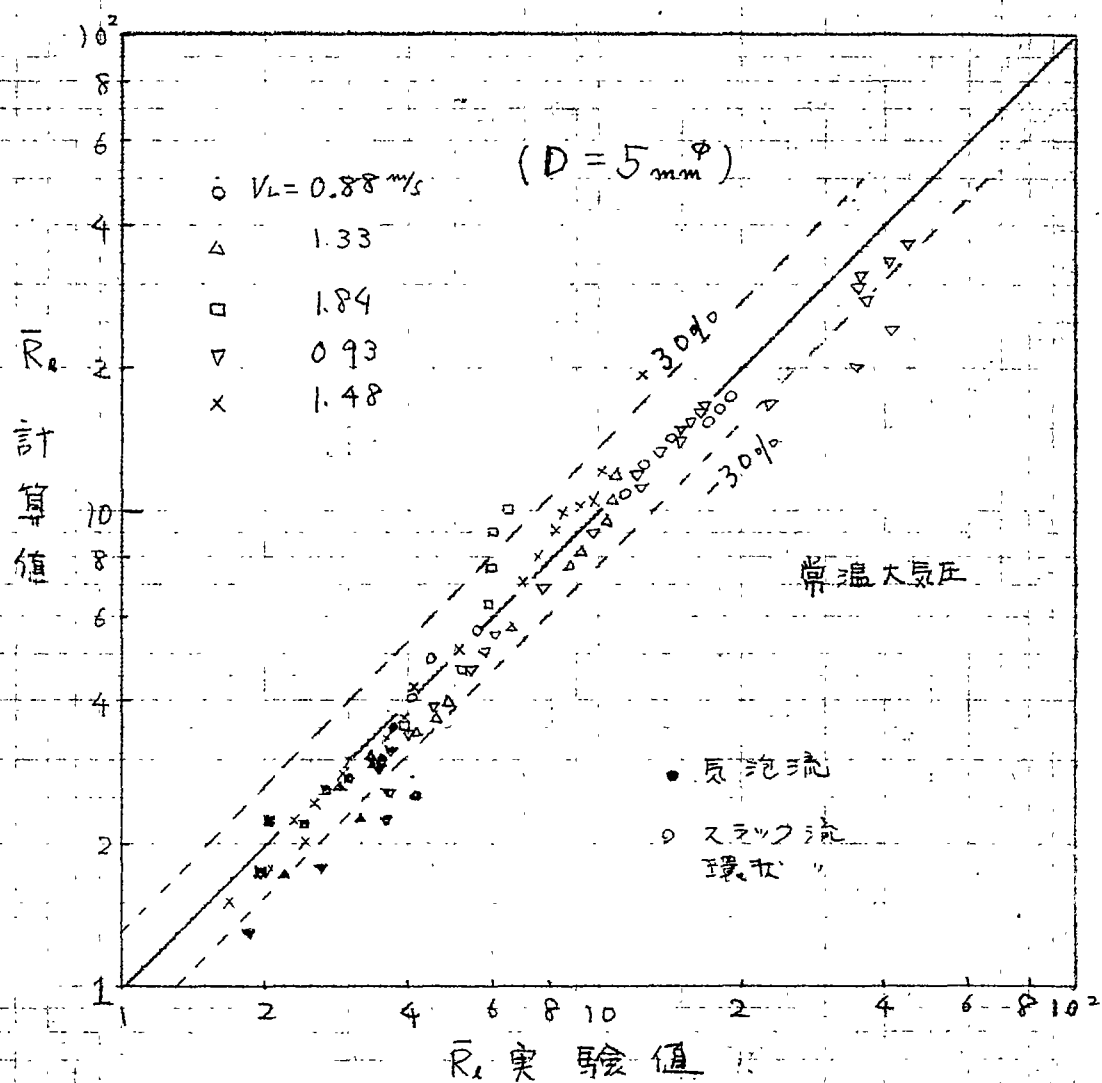
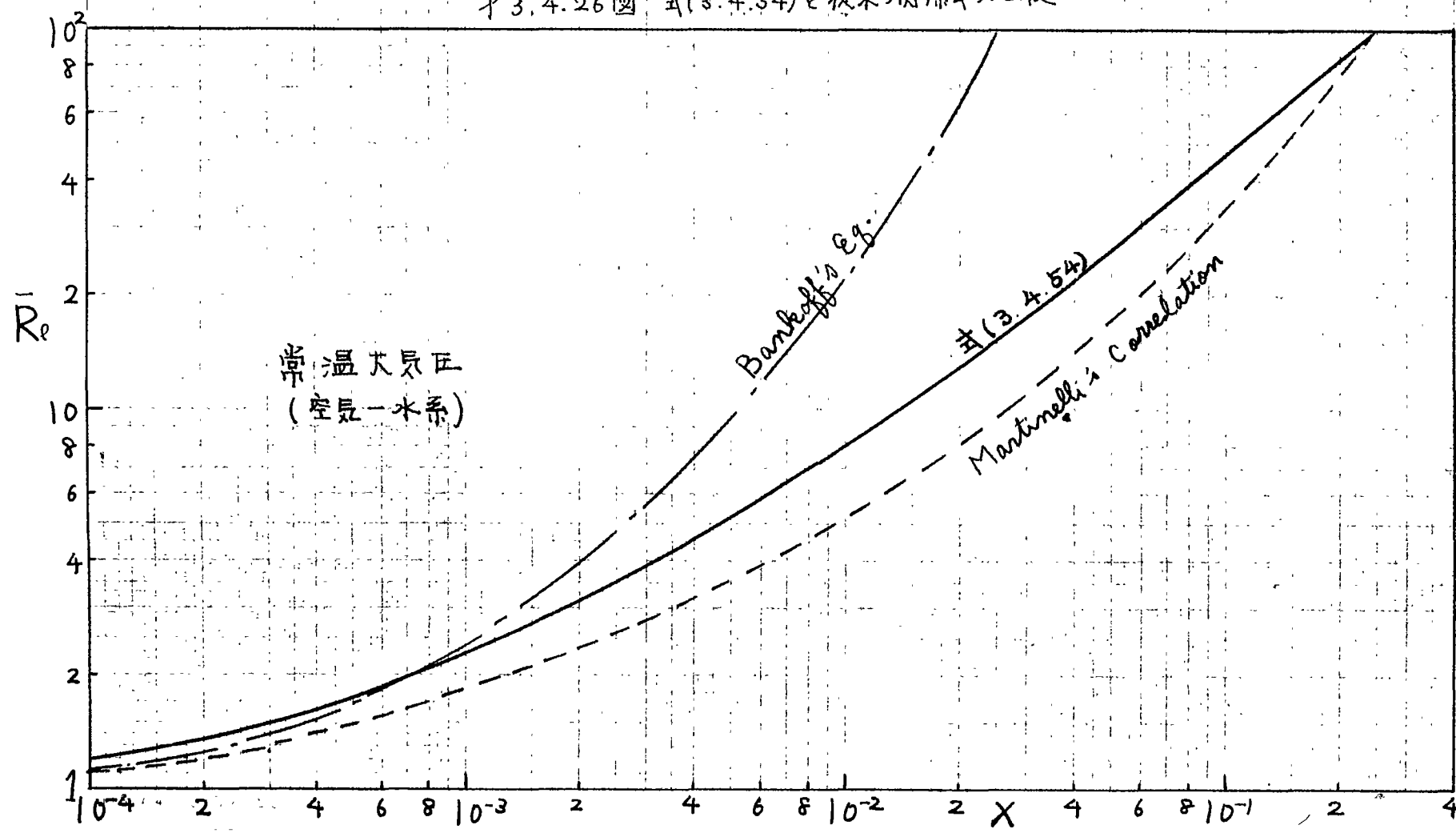


図3.4.24図 スラッグ流環状流でのとき(3.4.54)
 の計算値と実験結果の比較
 (D=9mm)



才3.4.25図 スラッグ流、環状流領域での式(3.4.54)
 の計算値と実験結果の比較
 ($D = 5 \text{ mm } \phi$)

图 3.4.26 式(3.4.54)と従来の関係式の比較



小さな値を示すことが明らかとなっている⁽⁷⁾。

次に、高圧で非加熱管における蒸気—水系二相流の実験結果が Muscettola らによって発表されており、系圧力が 55.6 kg/cm^2 、 70 kg/cm^2 および 84.3 kg/cm^2 の時のデータと式 (3.4.54) とを比較したものを 3.4.27 図～3.4.30 図に示す。図中の点線は Martinelli の式、鎖線は Levy⁽⁶⁾ によるもの、細実線は Marchaterrea の式である。

これによると、系圧力が 55.6 kg/cm^2 では、式 (3.4.54) は、実験データよりわずかに小さい値を示すが、 70 kg/cm^2 および 84.3 kg/cm^2 の場合は、比較的よく一致している。

才3.4.27図 高温高圧下での従来の関係式および実験データと式(3.4.54)の比較

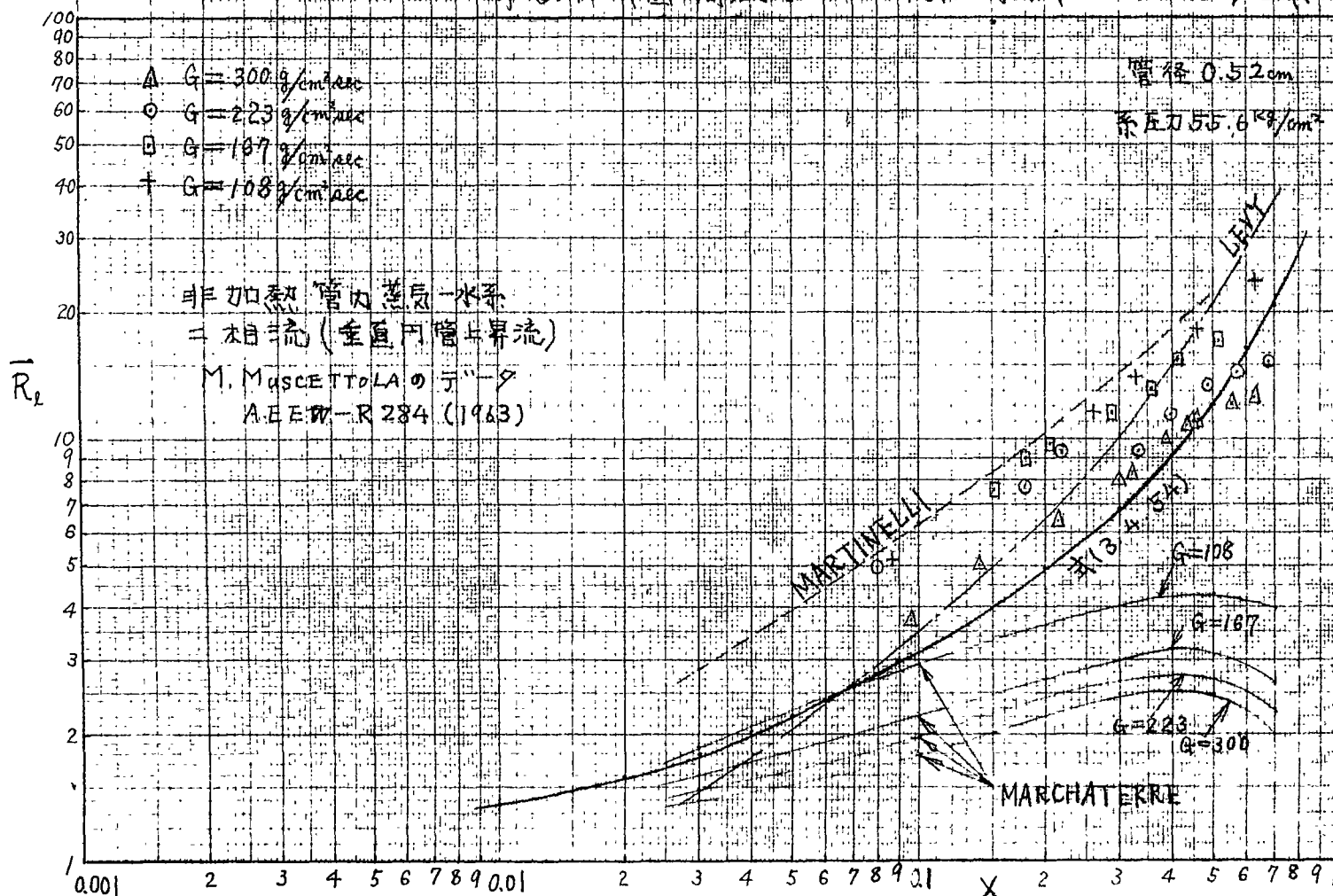
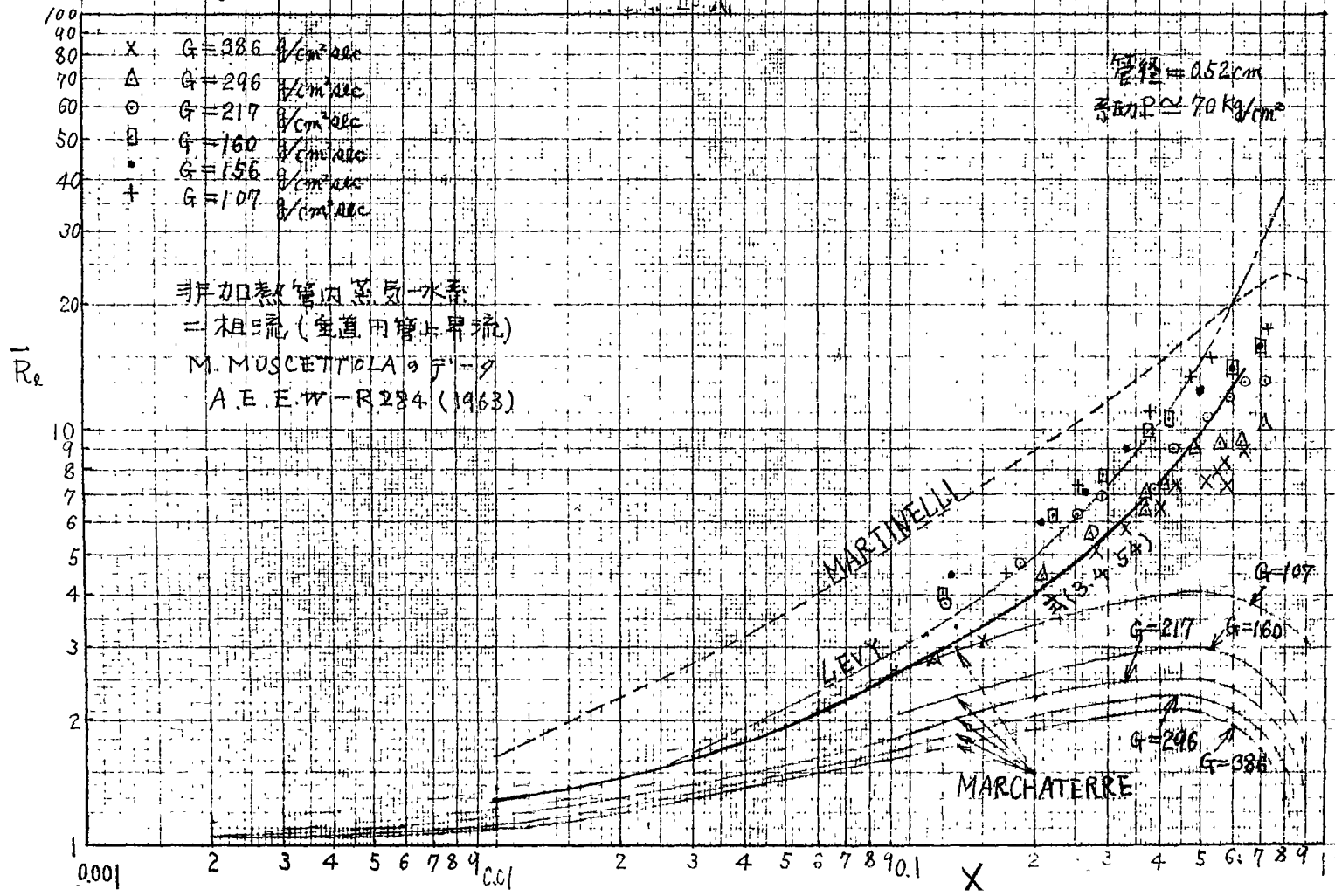


図3.4.28 高温高圧下での従来の関係式および実験データと式(3.4.54)の比較



才 3.4.24 図 高圧高温下での従来の関係式および実験データと式(3.4.54)の比較

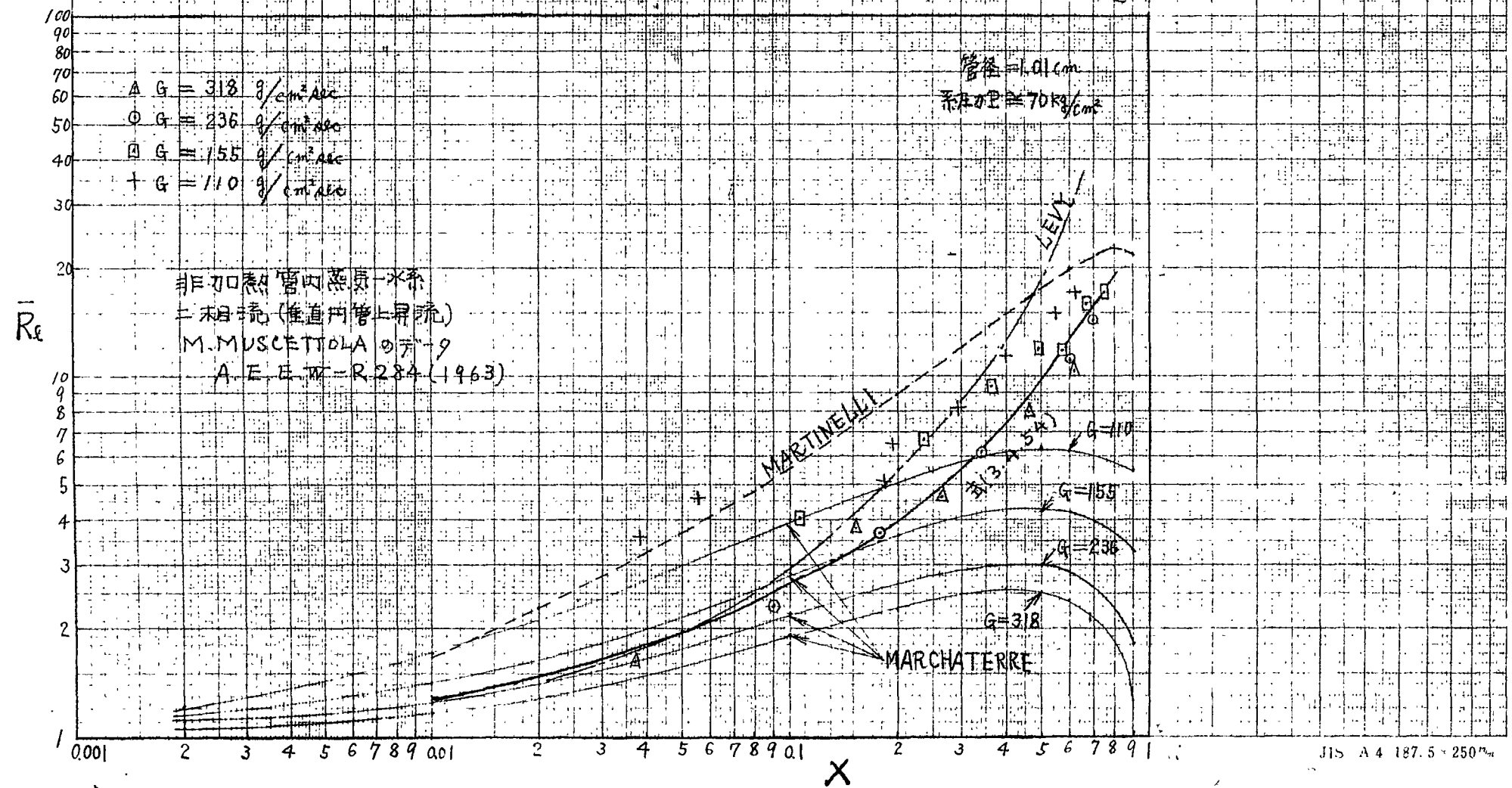
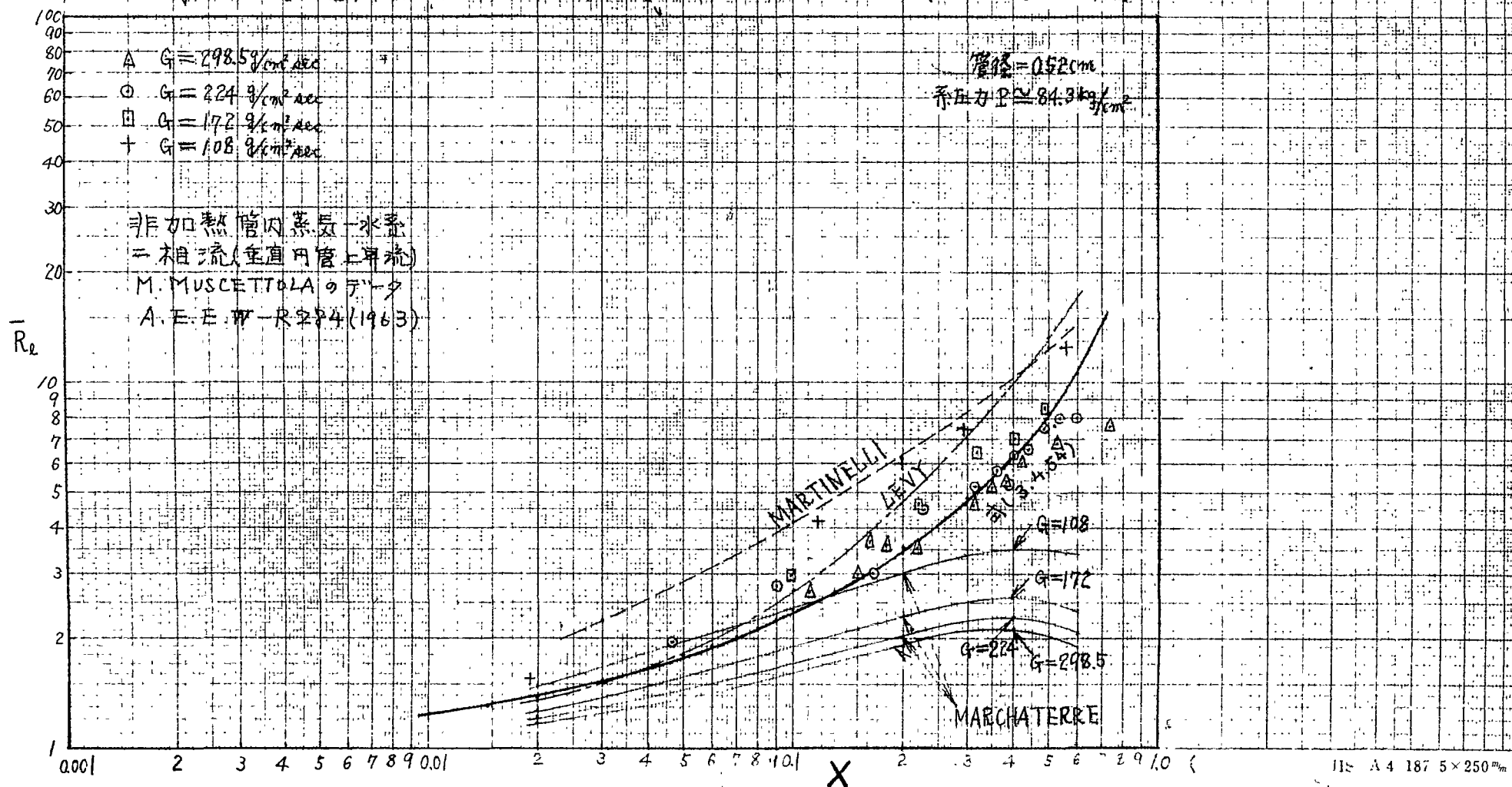


表3.4.30 高温高圧下での従来関係式および実験データと式(3.4.54)の比較



3. 5 本章の結論

円管で管路に沿って気体体積率の変化しない二相流流動について，管径および気液流量条件を変えて実験を行なった。これによって流動様式を観察し，二相流の主要な因子であるとり速度，とり比，気体体積率および摩擦損失倍率等について，第2章で述べた解析方法にもとずき，これらの因子についての関係式を誘導し，実験値および他の研究との比較検討によって，その正当性を確かめた。これらの諸関係式についてのべると

A) 気液のとり速度およびとり比について

i) 気泡流での気泡のとり速度は，低液相流速で，単一気泡の静止液中での上昇速度より低く， $\bar{v}_s/v_{s0}$ は，平均気体体積率のみの関数となり， $\bar{f}_g \leq 0.2$ では，固液系での固体粒子の沈降速度とほぼ一致するが， $\bar{f}_g > 0.2$ では，固液系とは変わった傾向を示す。

すなわち

$$0.2 \geq \bar{f}_g \geq 0$$

$$\frac{\bar{v}_s}{v_{s0}} = (1 - \bar{f}_g)^2 \quad \dots\dots (3.5.1)$$

$$0.5 > \bar{f}_g \geq 0.2$$

$$\frac{\bar{v}_s}{v_{s0}} \approx 0.6 \quad \dots\dots (3.5.2)$$

となる。ここで $\bar{v}_s$ は迂り速度， v_{s0} は単一気泡の静止液中の迂り速度である。

ii) 環状流での迂り比について

環状流領域での迂り比は，気液の体積速度比 (V_G/V_L) と密度比 (ρ_g/ρ_l) の簡単な関数となり，次式で表わされる。

$$S = 1 + 0.025 \left(\frac{\rho_l}{\rho_g} \right)^{0.46} \left(\frac{V_G}{V_L} \right)^{0.75} \quad \dots\dots (3.5.3)$$

または，重量流量比 X を用いて

$$S = 1 + 0.025 \left(\frac{\rho_l}{\rho_g} \right)^{1.21} \left(\frac{X}{1-X} \right)^{0.75} \quad \dots\dots (3.5.4)$$

$$\text{ただし } 1.03 \text{ kg/cm}^2 \leq P \leq 147.5 \text{ kg/cm}^2$$

しかし，上式は，液相流量速度が大きい場合 ($V_L > 0.5 \text{ m/s}$) には，気泡流およびスラッグ流領

域でも適用できる。

B) 平均気体体積率について。

i) 気泡流領域では、常湿大気圧下で液相体積速度(V_L)が、0.5%以上の時は平均気体体積率($\bar{f}_g$)は、

$$\bar{f}_g \doteq x_v \quad \dots\dots (3.5.5)$$

ただし x_v は 体積流量比である。また、

V_L が、0.5%以下の時は、次式の解として求まる。

$$\bar{f}_g^2 - \left(1 + 1.67 V_L^* \frac{1}{1-x_v}\right) \bar{f}_g + 1.67 V_L^* \frac{x_v}{1-x_v} = 0 \quad \dots\dots (3.5.6)$$

ただし $V_L^* = V_L / v_{s0}$ 、 v_{s0} は、単一気泡の静止液中の上昇速度である。高圧の場合は、一般に $\bar{f}_g$ は、 x_v と等しくなる傾向をもつ。

ii) スラッグ流および環状流領域での平均気体体積率は、体積流量比を用いて、

$$\bar{f}_g = \frac{1}{1 + 0.025 \left(\frac{P}{P_g}\right)^{0.46} x_v^{*0.25} + x_v^*} \quad \dots\dots (3.5.7)$$

ただし、この式の適用範囲は $1.03 \text{ kg/cm}^2 \leq P \leq 147.5 \text{ kg/cm}^2$

$$\text{ここで } \alpha_v^* = \frac{1 - x_v}{x_v}$$

この式は，液相体積速度 (V_L) が 0.3 m/s を越える場合は，気泡流領域にも適用できる。

C) 摩擦損失倍率について

垂直管について，摩擦損失倍率を重量流量比についてまとめると，気泡流領域と環状流領域とは，傾向が異なり，気泡流領域では液相流量速度 (V_L) による影響がみられ，しかも， V_L が小さいほど，その影響が大きいことがわかる。

低液流速では，気泡流からスラッグ流に移るにつれて摩擦損失の極小値を示す。

1) 気泡流領域

気泡流領域での摩擦損失倍率 ($\bar{R}_L$) の関係式は，常温大気圧の空気-水系について

$$\bar{R}_L = (1 - \bar{f}_g)^{-1} \left\{ 1 + 0.32 \times 10^{-3} \left(\bar{f}_g / Re_L Fr_L \right)^{\frac{1}{2}} \right\} \dots (3.5.8)$$

となる。ここに

$$Re_L = \frac{\rho_L V_L D}{\mu_L}, \quad Fr_L = \frac{V_L^2}{g D}$$

つぎに、気泡径の影響については、気泡径が、
 $1.8\text{mm} \sim 3.2\text{mm}$ の範囲では、気泡径による $\bar{R}_e$ の
 変化は、ほとんど無視できる。したがって、気
 泡径が変わった場合も式(3.5.8)に適用すること
 ができる。

ii) 環状流領域

管路に沿って、気泡発生がない場合の摩擦損
 失倍率($\bar{R}_e$)は、次式で示される。

$$\bar{R}_e = 1 + 0.775 \left(\frac{\rho_g}{\rho_l} \right)^{0.85} \left(\frac{X}{1-X} \right)^{0.75} \quad (3.5.9)$$

ただし、適用圧力範囲は、

$$1.03 \text{ kg/cm}^2 \leq P \leq 147.5 \text{ kg/cm}^2$$

また、式(3.5.9)は、液相体積速度(U_L)が 0.5m/s 以
 上の時は、気泡流領域にも適用できる。

第 4 章

二重管；複管および他の形状の管
における二相流流動について

4. 1. 緒言

第3章において、単円管での垂直管内二相流流動について、平均気体体積率および摩擦損失倍率の関係式を求めた。

しかるに、実際のボイラー等の工業用プラントや動力用原子炉の冷却系（ライザー部）では、円管以外に、種々の形状をもつ管、または、複管等についての二相流流動の問題に直面する。

このような時、単円管での関係式を、そのまま適用できるかどうかは、全く不明である。

単相流での摩擦抵抗係数が、管の形状によって影響されるように、二相流の^{平均}気体体積率や摩擦損失倍率も形状の影響があるかも知れない。

したがって本章では、円管以外の形状を持つ単

管や、複管について実験を行い、第3章で求めた円管に関する関係式が、これ等の形状の管についても、適用できるかどうかを調べることを目的とした。

4.2. 実験装置および方法

実験装置がテスト管部が変わった以外は、装置および方法とも第3章と全く同じであるので、こゝでは省略する。

各管の形状および流量条件は、第4.2.1図

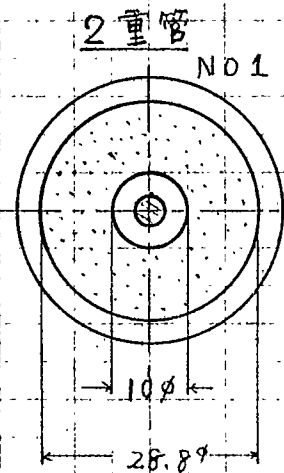
管形	d_1	d_2	等価直径 D_m	長さ	Q_1 l/s	Q_2 l/s
二重管 (1)	28.8 mm	10.0 mm	18.8 mm	1660 mm	0.1~0.76	0~10.3
" (2)	28.8	15.0	13.8	1660	0.11~0.76	0~12.7
" (3)	28.8	21.0	7.8	1660	0.11~0.76	0~12.2
" (4)	28.8	25.0	2.8	1660	0.078~0.25	0~6.8
複管	28.8	10.0	9.0	1660	0.11~0.76	0~10.4
正方管	$l_1=19.0$	$l_2=19.0$	19.0	1660	0.11~0.76	0~8.6
長方管	$l_1=28.5$	$l_2=14.2$	19.0	1660	0.11~0.76	0~8.7

第4.2.1表 (常温大気圧にて)

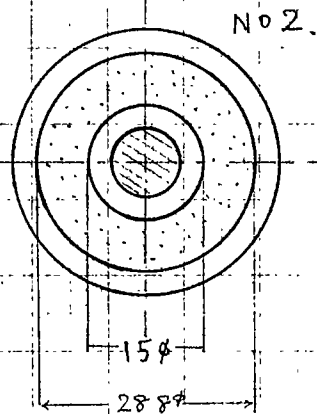
および第4.2.1表に示す通りである。

二重管および複管で平均気体体積率測定用のボールバルブとテスト管の接続部の見取図

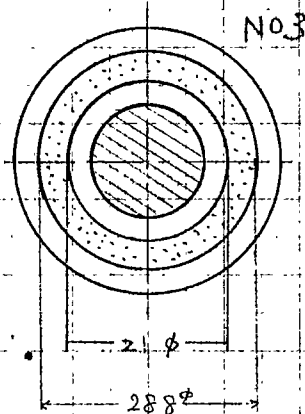
Test Pipe の種類 (管断面図)



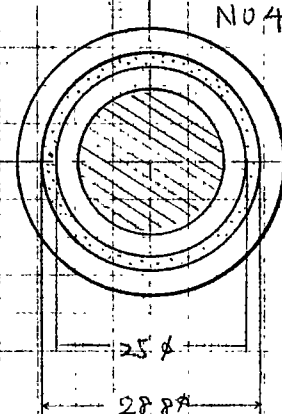
等価直径
 $D_m = 18.8$



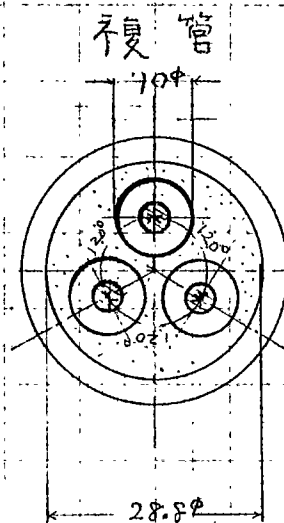
$D_m = 13.8$



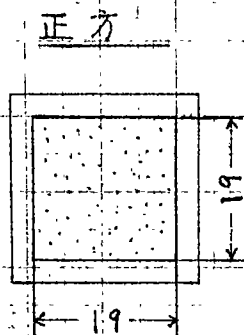
$D_m = 7.8$



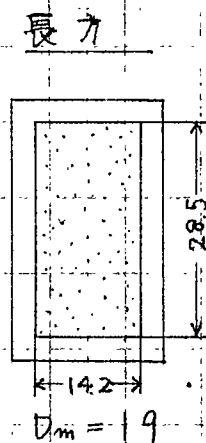
$D_m = 3.8$



$D_m = 9.0$



$D_m = 19$



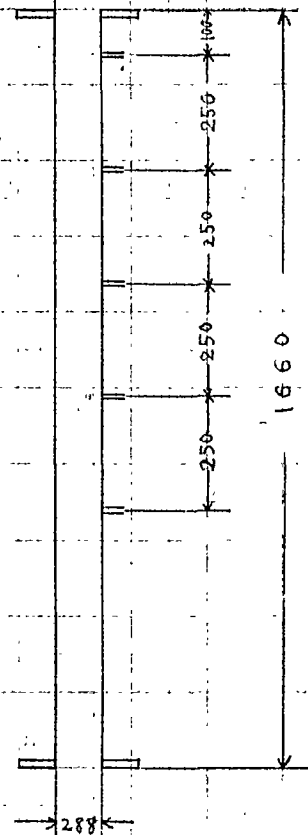
$D_m = 19$

単位 mm

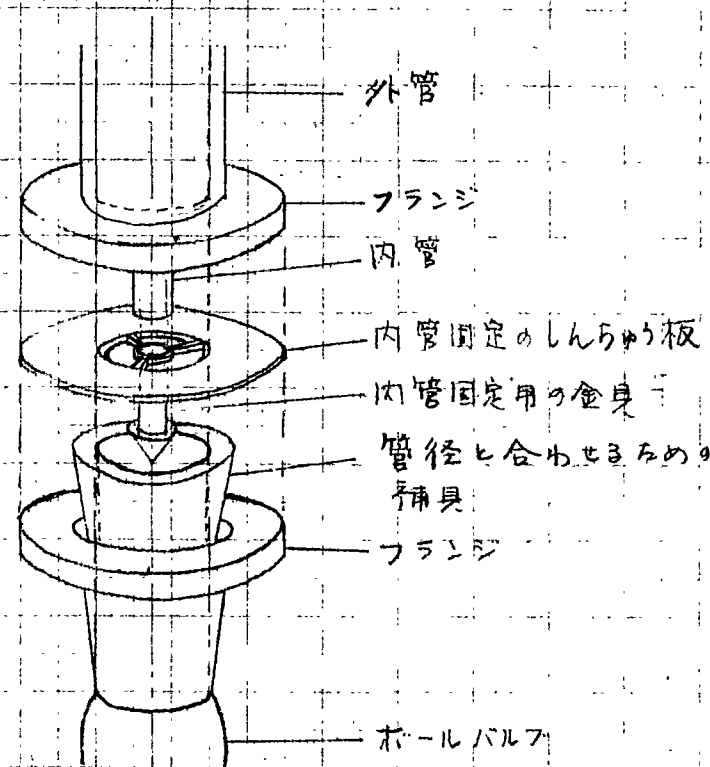
は流体が流れる所

4.2.1図 テスト管形状

Test Pipe
外管



管入口付近の見取図



才4.2.2図 管入口付近の見取図とテスト管(二重管複管での)外管の寸法

を第4.2.2図に示す。二重管の場合は、まず
 ボーラーバルブの出口の径と外管の径 20.8 mm 中に
 合わせるための補具を入れ、バルブと外管のフ
 ランジの間は、内管固定用の板と金具を入れて
 内管を固定する。この内管固定用の板と金具は
 各二重管と複管について、それぞれ対になるた
 ものを用意し、テスト管の上下のフランジ部で
 内管が固定できるようになっている。

しかしながら、内管が偏心したり、管路に
 沿って曲がることがあり、また二相流のほげし
 い脈動のため振動するので、これを防ぐために
 内管と外管の間は管路に沿って約 50.0 mm 間隔
 でスペーサーをもうけた。このスペーサーは
 1 mm 以下の薄い小片を板であり、これによる摩
 擦損失への影響は無視できた。

次に、液相单相流について、管摩擦係数と
 等価直径 (D_m) を用いた Reynolds 数との関係を第
 4.2.3図に示す。

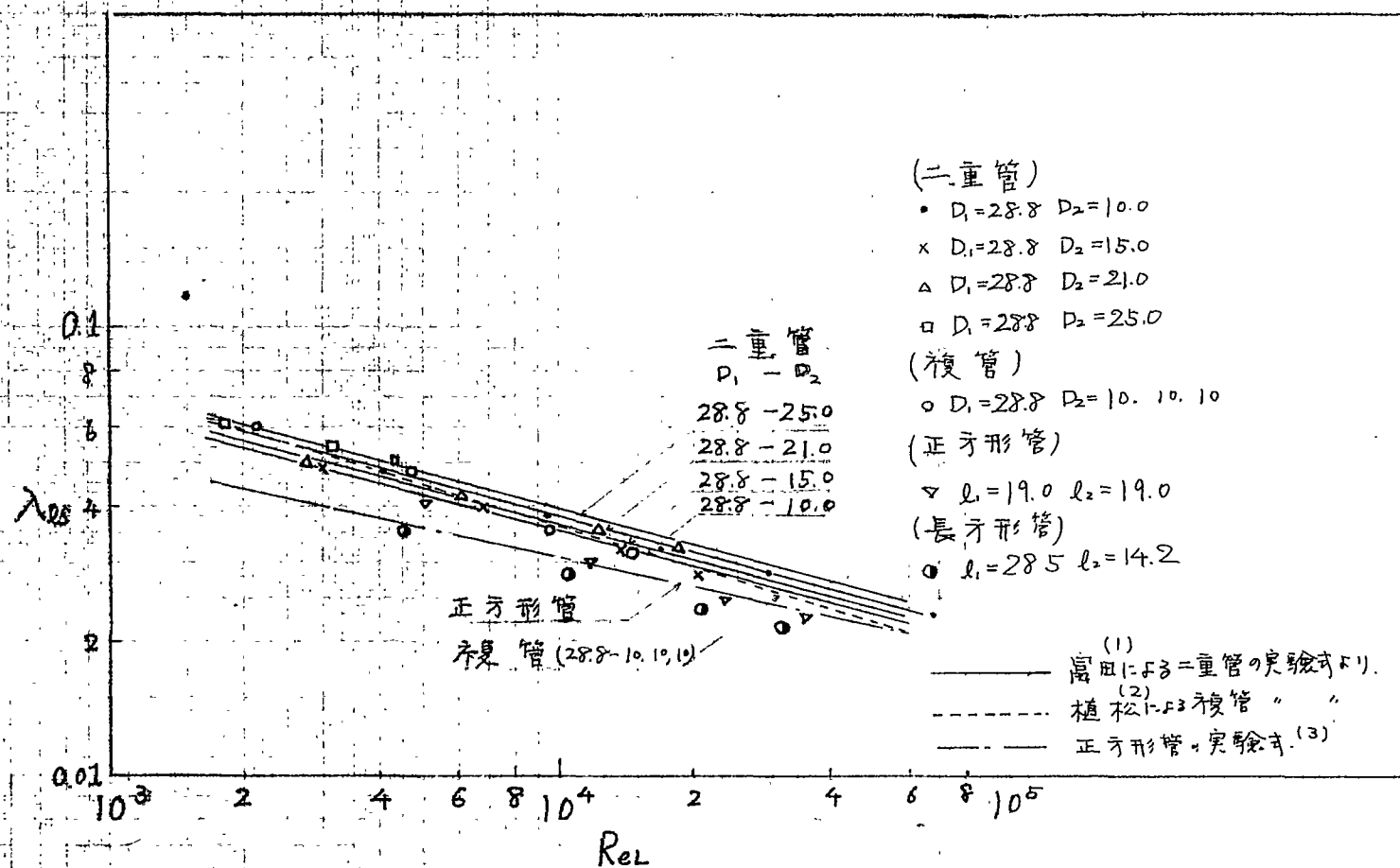


図 4.2.3 種々の形状の管についての摩擦係数 $\lambda_{0.5}$
 単相流、管摩擦係数 $\lambda_{0.5}$

単相流においても、これ等の形状の管についての管摩擦係数の関係式は、まだ完全には確立されていないのが現状であるが、二重管および複管（内管が三本の場合）については、富田⁽¹⁾や植松⁽²⁾の式があるので、これ等の実験式と比較すると大体一致していることがわかる。したがって、二重管や複管の管の性能については、一応信頼できるものと考えらる。

また、正方管については、機械工学便覧⁽³⁾の通り（実験者不明）、これを利用すると、液相 Reynolds 数が小さい所ではあまりよく一致しない。長方管の場合には、ぬが本実験に用いた比をもつ管での実験式はないが、他のデータによると正方形管よりも管摩擦係数は大きな値を持つようで、本実験結果とは逆になるようである。⁽³⁾したがって本実験においては、単相流での実験結果を信用することにして、二相流の摩擦損失倍率等を算出した。

4.3 実験結果および考察

4.3.1. 流動様式の観察

管の形状が変化しても、流動状態には変化はほとんどみられない。第4.3.1.図は、気泡流からスラッグ流への変遷の境界点を示したものであるが、同図中に点線で示した円管内流での遷移の境界と大差はない。さらに、円管の場合と同様に、管の等価直径が小さくなると、気泡流領域が増大する傾向がみられた。さらに、スラッグ流と環状流との境界は明確でないが、(管が二重管構造になっているので、観察のみによつては区別は不可能)、やはり二重管や複管においても、環状流領域では管壁部が液相であられ、管壁より離れた所を気相が流れるような層状流を示す。また円管と同様に、気泡流からスラッグ流への遷移につれて気液相体積速度では、摩擦損失の極小値を示した。

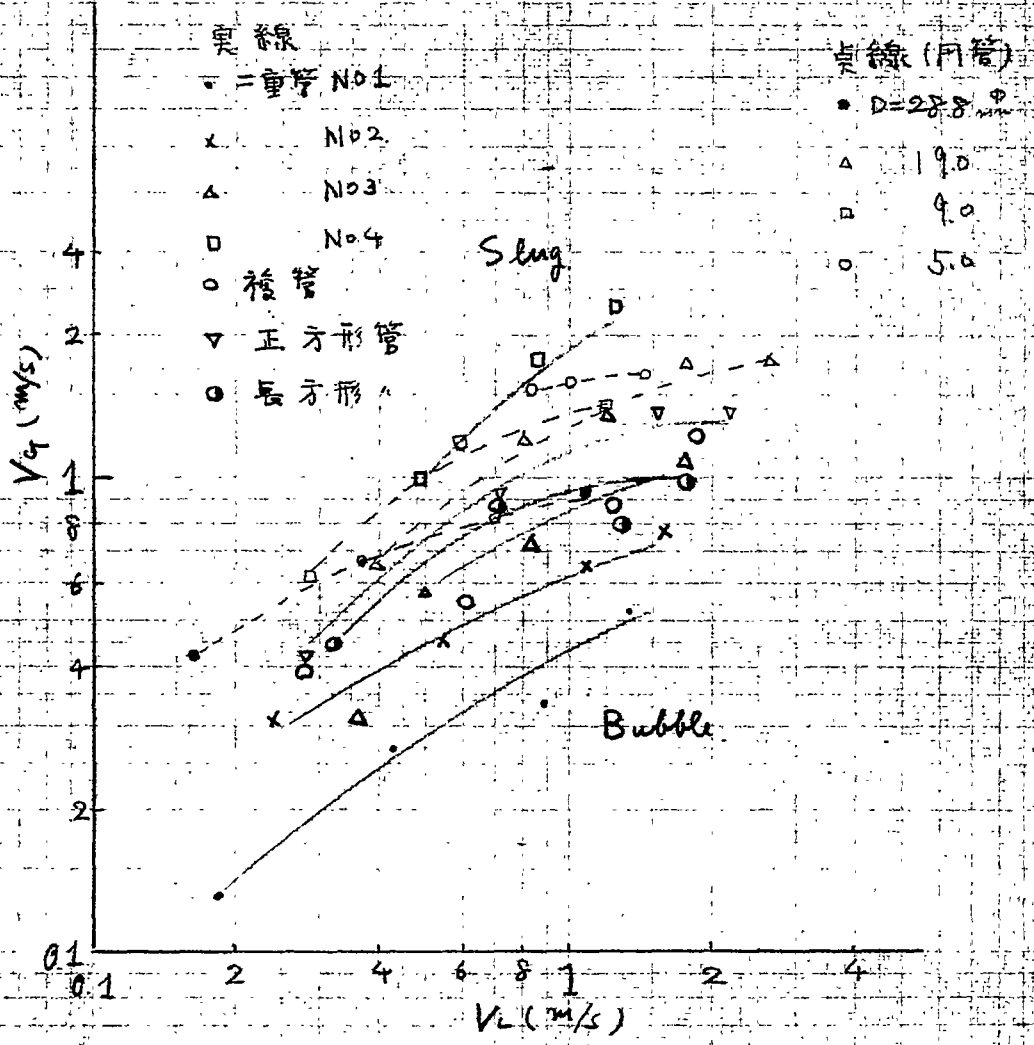


表 4.3.1 流動様式図

025x2581-A

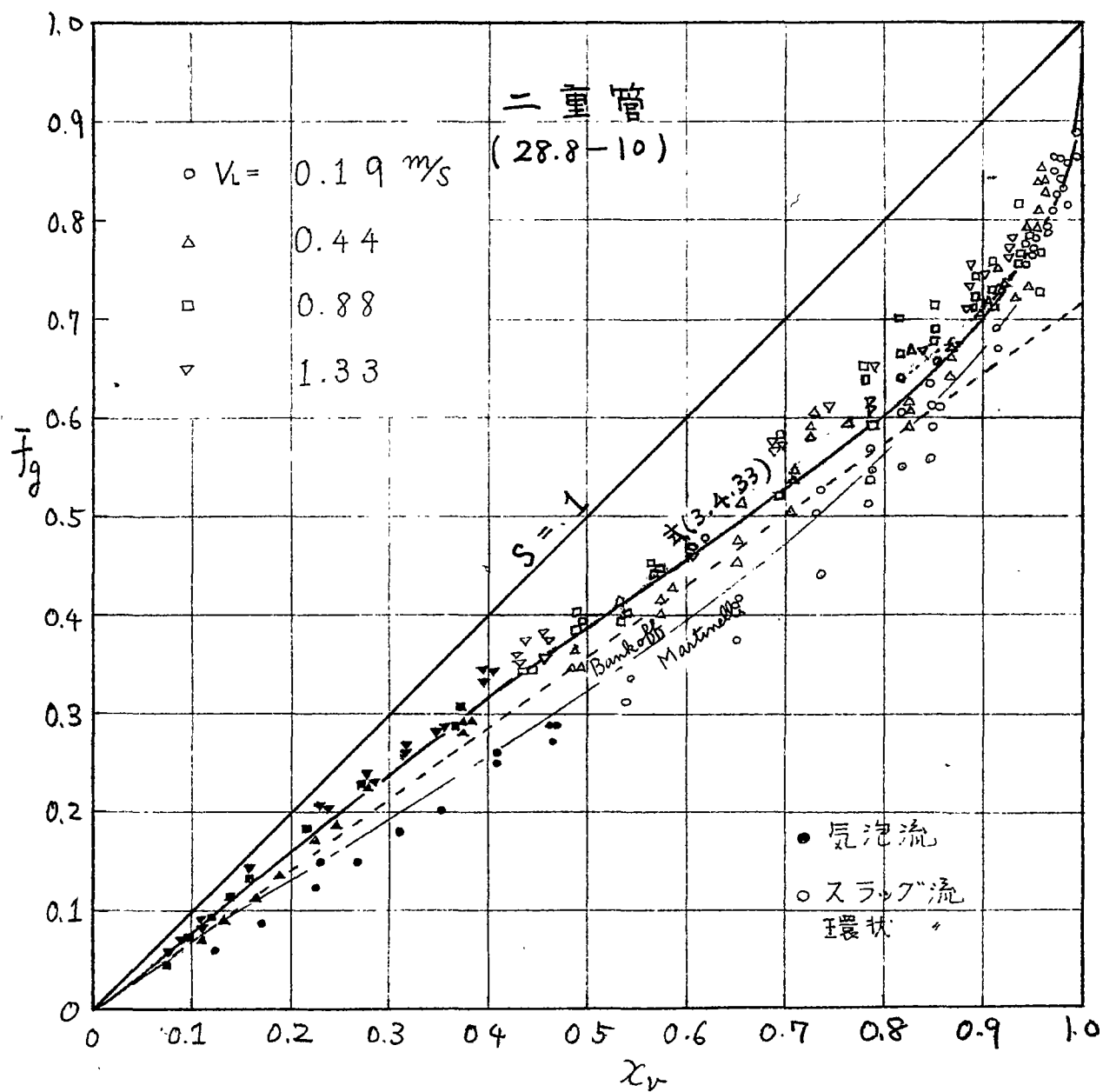
4.3.2. 平均気体体積率 ($\bar{f}_g$)

第3章における実験結果として、平均気体体積率 ($\bar{f}_g$) と体積流量比 (x_w) の関係式が、気泡流領域では式(3.4.30)および、スラッグ流と環状流領域では式(3.4.35)で与えられている。

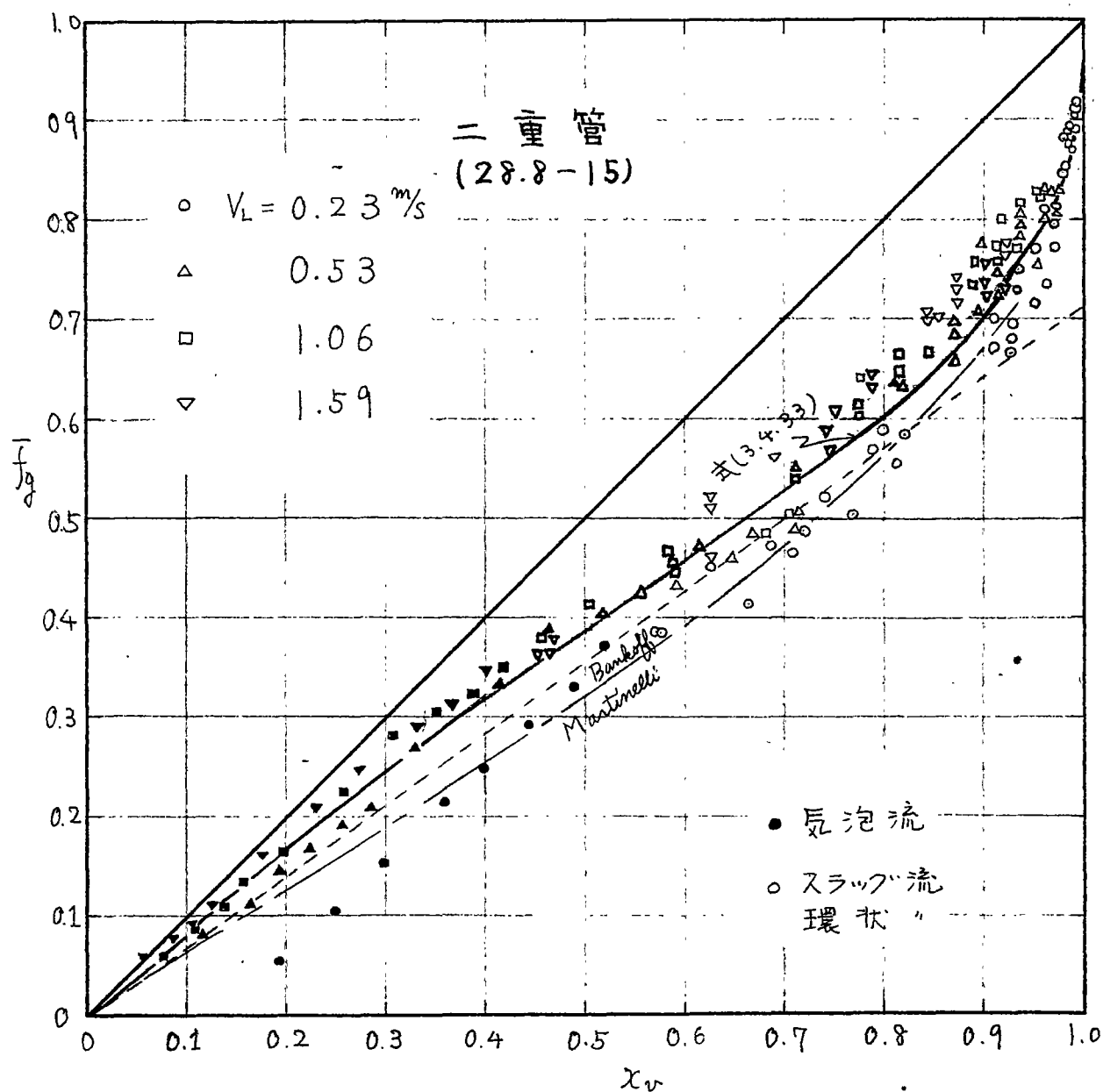
このうち後者の式(3.4.35)は、液相体積速度 (V_L) が 0.3 m/s より大きいときは、気泡流領域でもよく合うことがわかっているので、この式と種々の形状をもつ管の実験結果を比較する。

V_L が 0.3 m/s 以下の場合は、原子炉の冷却系やボイラーにおいてはあまり問題とはならないので、気泡流領域での式(3.4.30)については省略する。

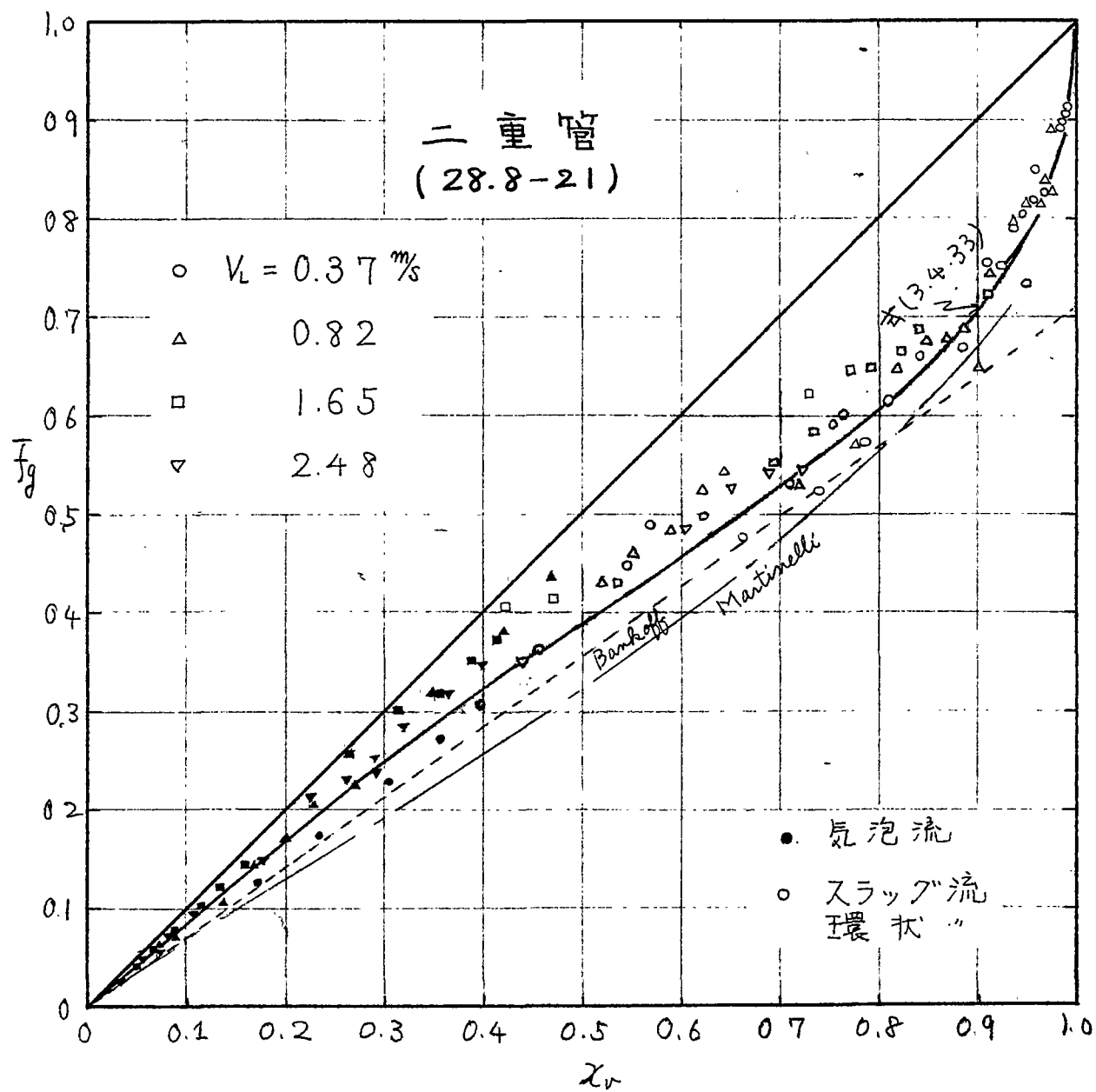
二重管、複管および矩形の断面をもつ管について、平均気体体積率と体積流量比の関係を第4.3.2図～第4.3.8図に示す。図中の実線は式(3.4.33)であり、また点線および鎖線は、Bankoffの式およびMartineelliの関係式を示した。



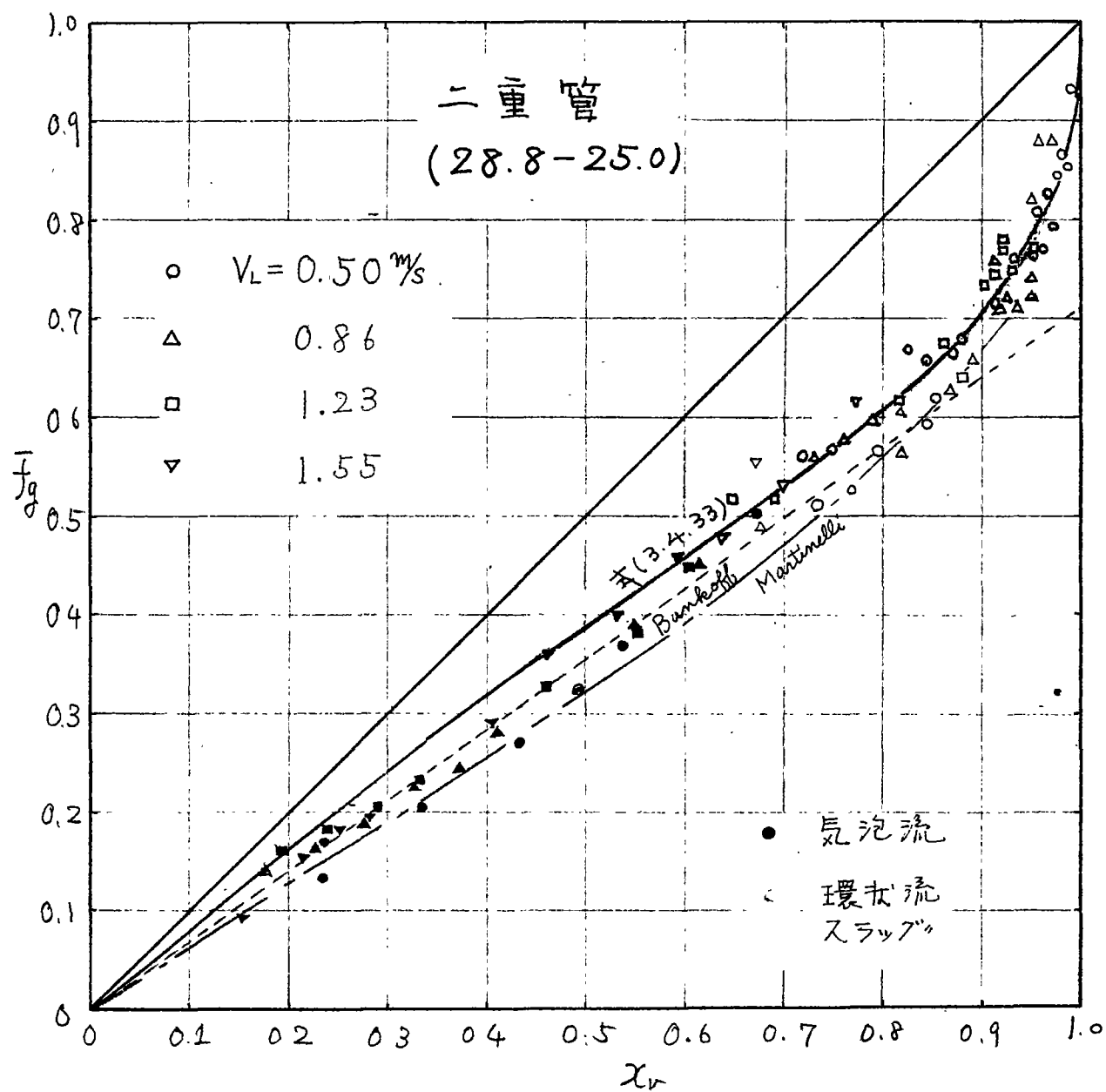
才 4.3.2 図 平均気体体積率と体積流量比の関係
 二重管 $D_m = 18.8 \text{ mm}$



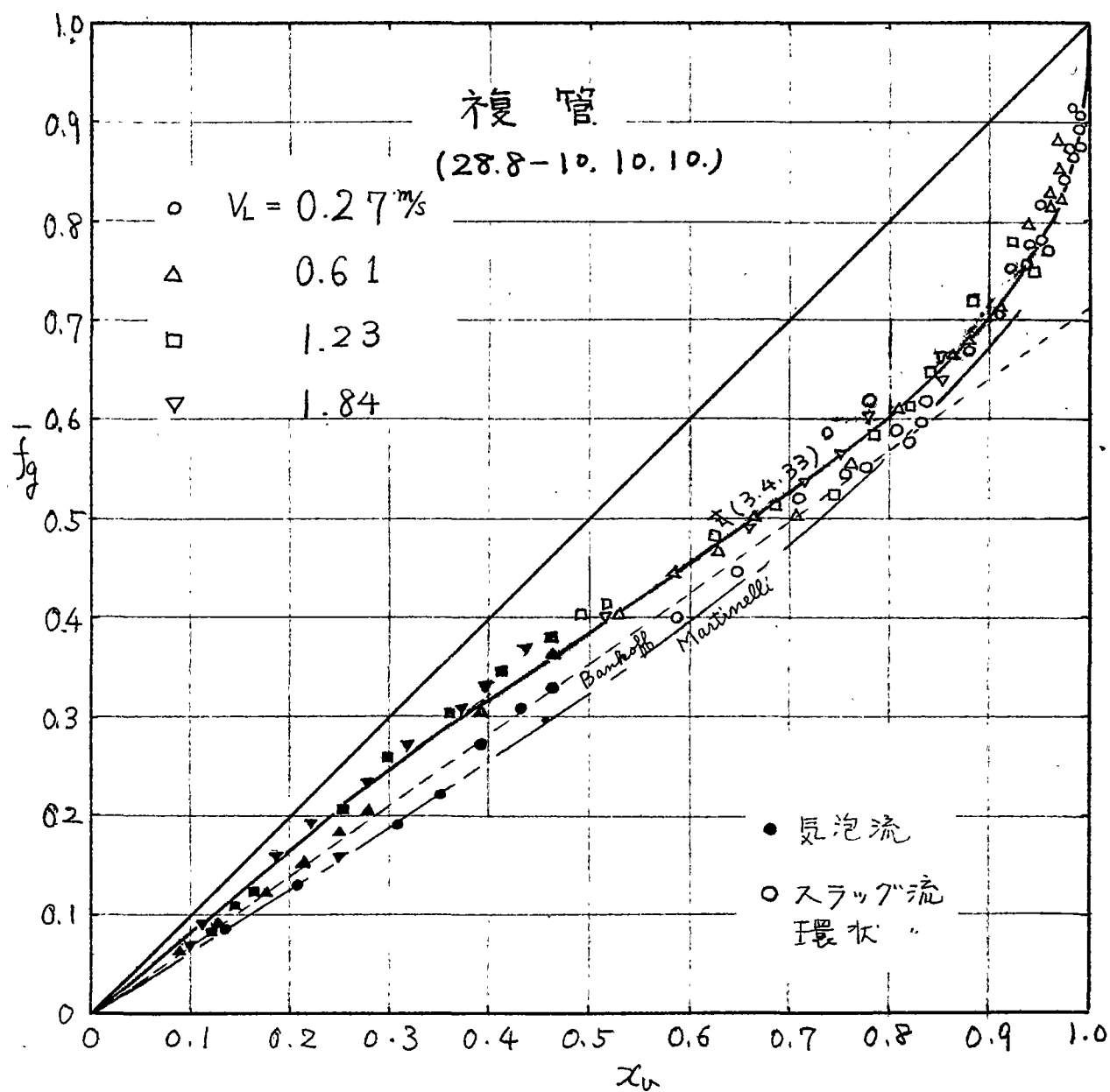
才 4.3.3 図 平均気体体積率と体積流量比の関係
 二重管 $D_m = 13.8 \text{ mm}$



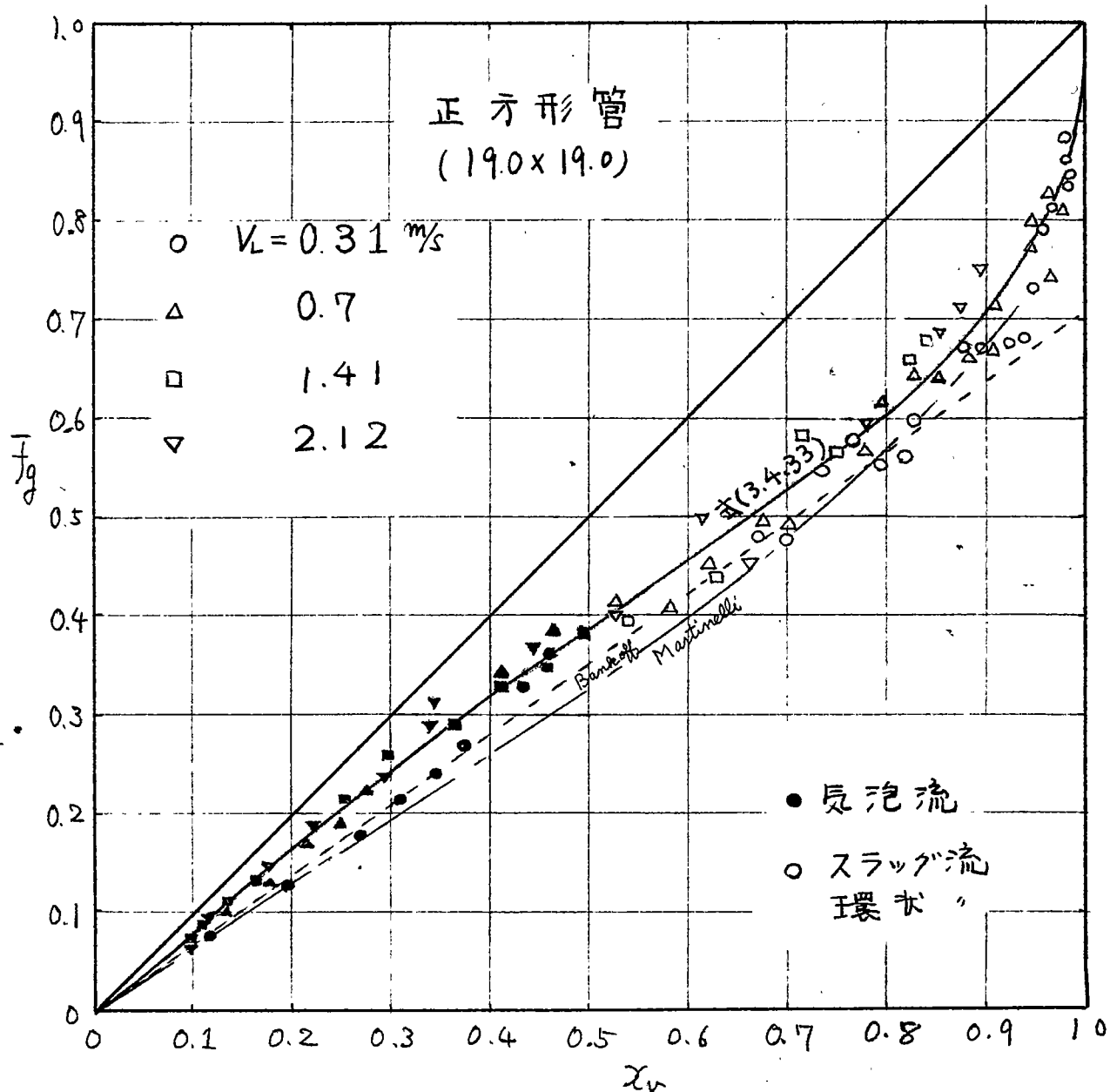
才4.3.4図. 平均気体体積率と体積流量比の関係.
 二重管 $D_m = 7.8 \text{ mm}$



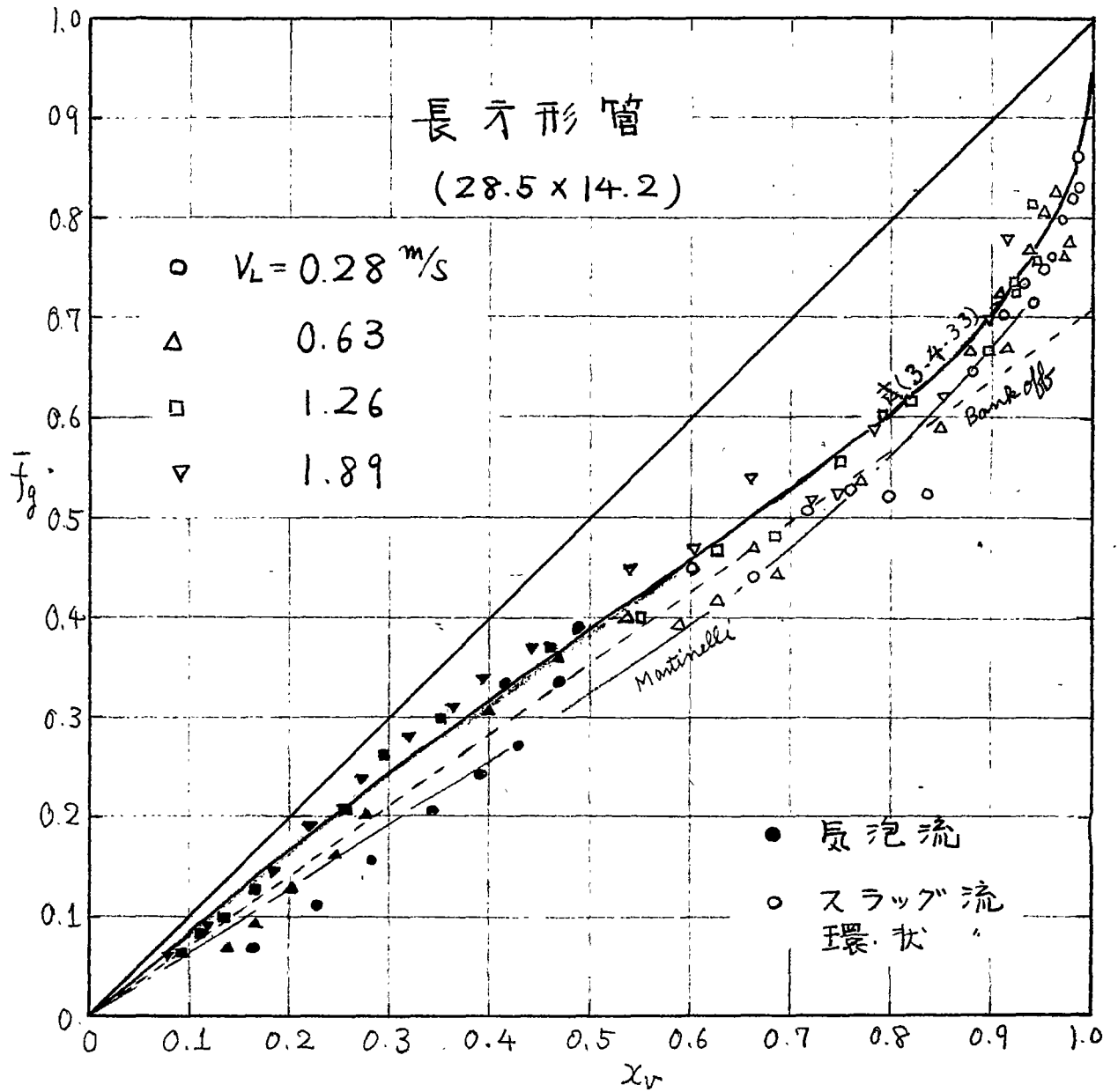
オ 4.3.5 図 平均気体体積率と体積流量比の関係
二重管 $D_m = 3.8 \text{ mm}$



才4.3.6図 平均気体体積率と体積流量比の関係
 複管 $D_m = 9 \text{ mm}$



才4.3.7図 平均気体体積率と体積流量比の関係
 正方形管 $D_m = 19 \text{ mm}$



才4.3.8図. 平均気体体積率と体積流量比の関係
長方形管 $D_m = 19.0 \text{ mm}$

ものである。式(3.4.33)は液相体積速度(V_L)が
 0.2 m/s より大きい時は、実験結果と比較的よく
 一致している。

こゝで興味あることは、二重管で等価直径
 (D_m)が 3.8 mm の場合には、内外管の管壁の間隔が
 1.9 mm という薄い管路での二相流流動であり、
 迂り速度が管壁の存在のために小さくなり、迂
 り比が 1.0 の線に近づくことが予想されたが、
 結果は逆に、他の管の場合よりも迂り比が大き
 くなる傾向を示している。

以上の実験結果から総合的に判断すると、
 単円管の気体体積率の関係式がそのまま他の形
 状の管でも適用できることがわかる。

4.3.3. 摩擦損失倍率 ($\bar{R}_f$)

摩擦損失倍率の全般的な傾向は円管の場合
 と変わりなく、流動様式の変化に対応した摩擦損
 失倍率の変化があり、特に気泡流からスラッグ

流への遷移によって、気液相体積速度 (V_L) では Re が低下し極小値を示す。

A) 気泡流領域

円管における気泡流の式 (3.4.46)

$$\bar{Re}(1 - \bar{f}_g) = 1 + 320 (\bar{f}_g / \bar{Re}_L \cdot Fr_L)^{1/2}$$

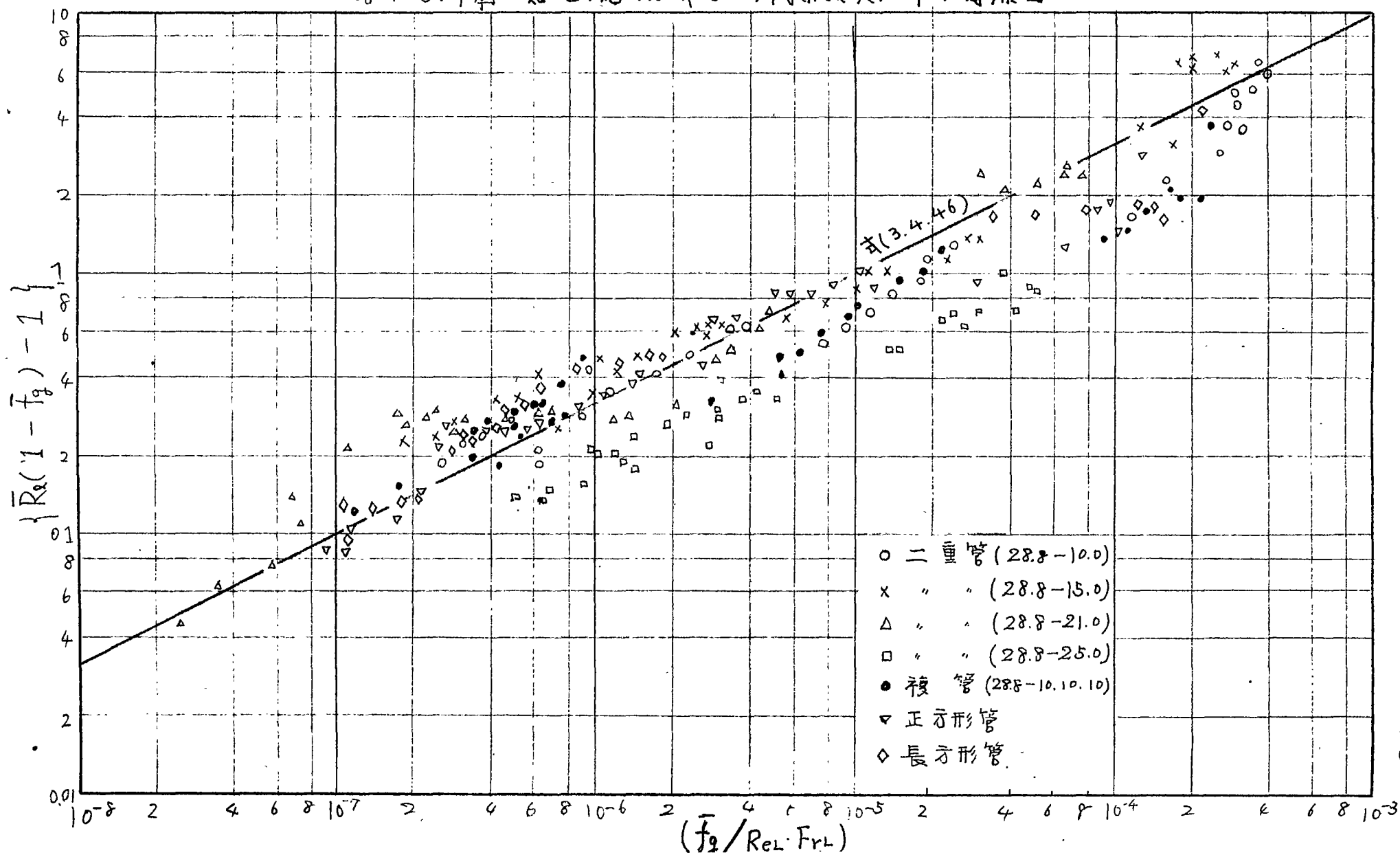
と比べるために、本実験に用いた全種類の管について $\{\bar{Re}(1 - \bar{f}_g) - 1\}$ と $\bar{f}_g \frac{Fr_L}{\bar{Re}_L}$ との関係を図示したものを第4.3.9図に示す。図中の実線は式 (3.4.46) である。

これから推察すると、円管での関係式が、れ等の形状をもつ管についても比較的よく合うことがわかる。ただし、二重管で等価直径 (D_m) が 3.8 mm の場合は、円管での関係式より全般的に小さい値を示している。

B) 環状流領域

気泡流から環状流までの全流動範囲について、摩擦損失倍率 ($\bar{Re}$) と重量流量比 (X) の関係を第4.3.10図～第4.3.16図に示す。図中の

才4.3.9図 気泡流領域での摩擦損失倍率の関係図



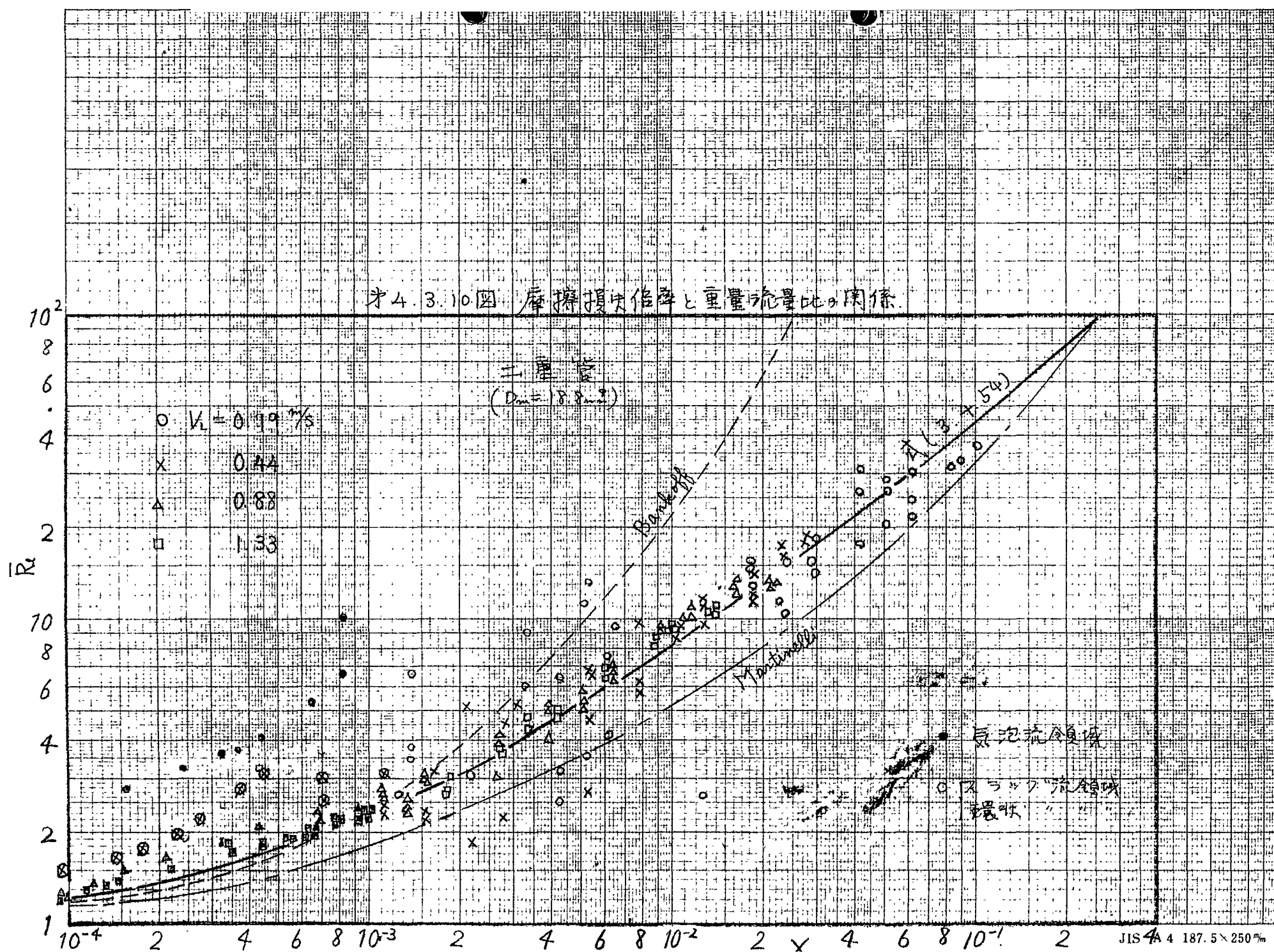
実線は円管の場合の関係式(3.4.54)である。

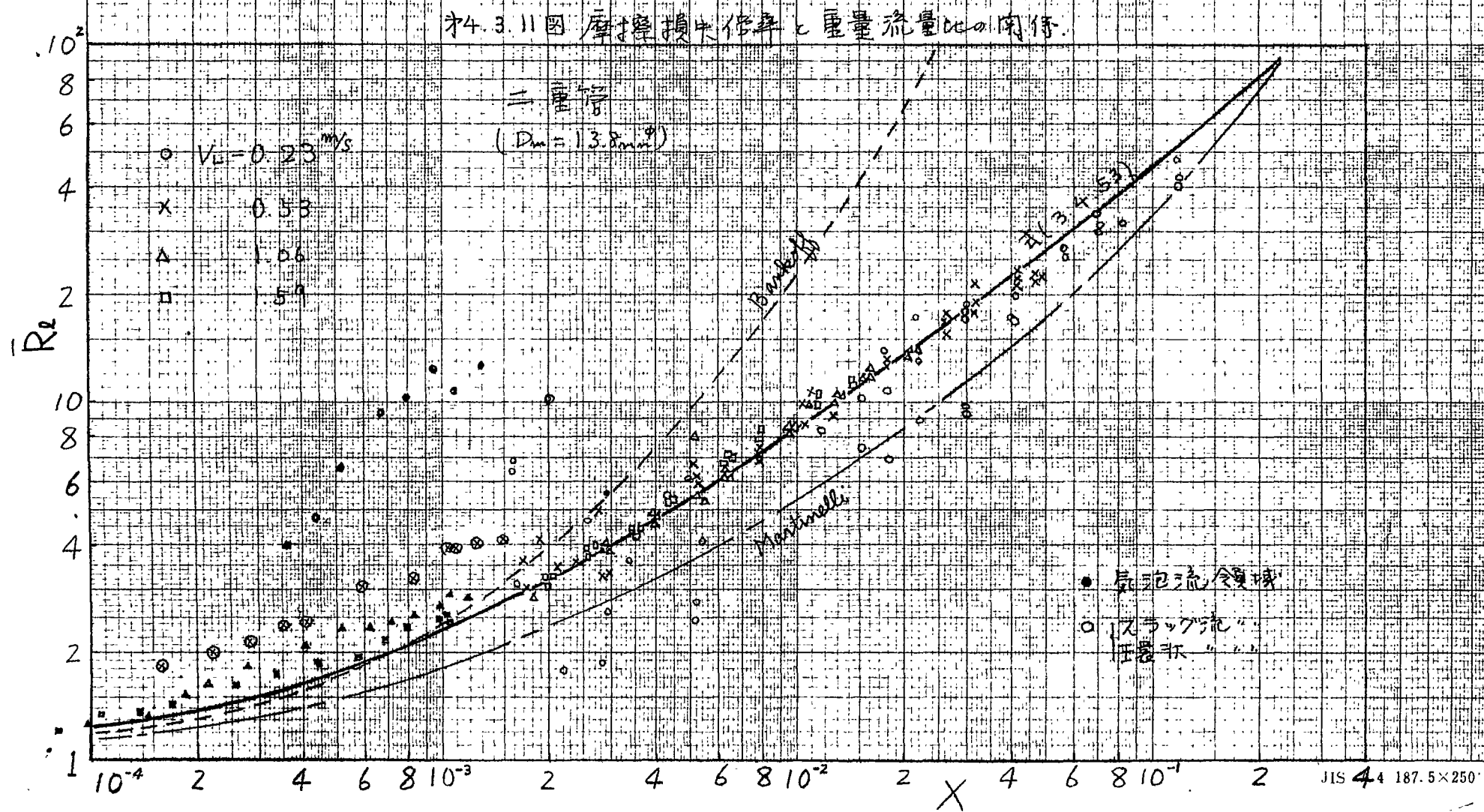
また実線および鎖線は円管に対する Bankoff および Martignelli の式である。

これ等と比較してみればわかるように、スラッグ流、環状流領域でも、円管での関係式が他の形状の管について也十分成り立つことがわかる。

実験値は気泡流領域も入っているが、液相体積速度 (V_L) が大きければ、環状流の式を十分適用できることがわかる。

ただし二重管で等価直径 $D_m = 3.8 \text{ mm}$ の場合は、実験値の方が気泡流の場合と同様に、小さな値を示す傾向がある。さらに同図において、気液の流量が大きい所では、摩擦損失倍率が、重量流量比 (X) と共に増大せずに、 X に無関係になる傾向を示している。この附近での流動は、これまでのべた二相流の環状流やスラッグ流の脈動とは異なり、もっと周波数の高く、振





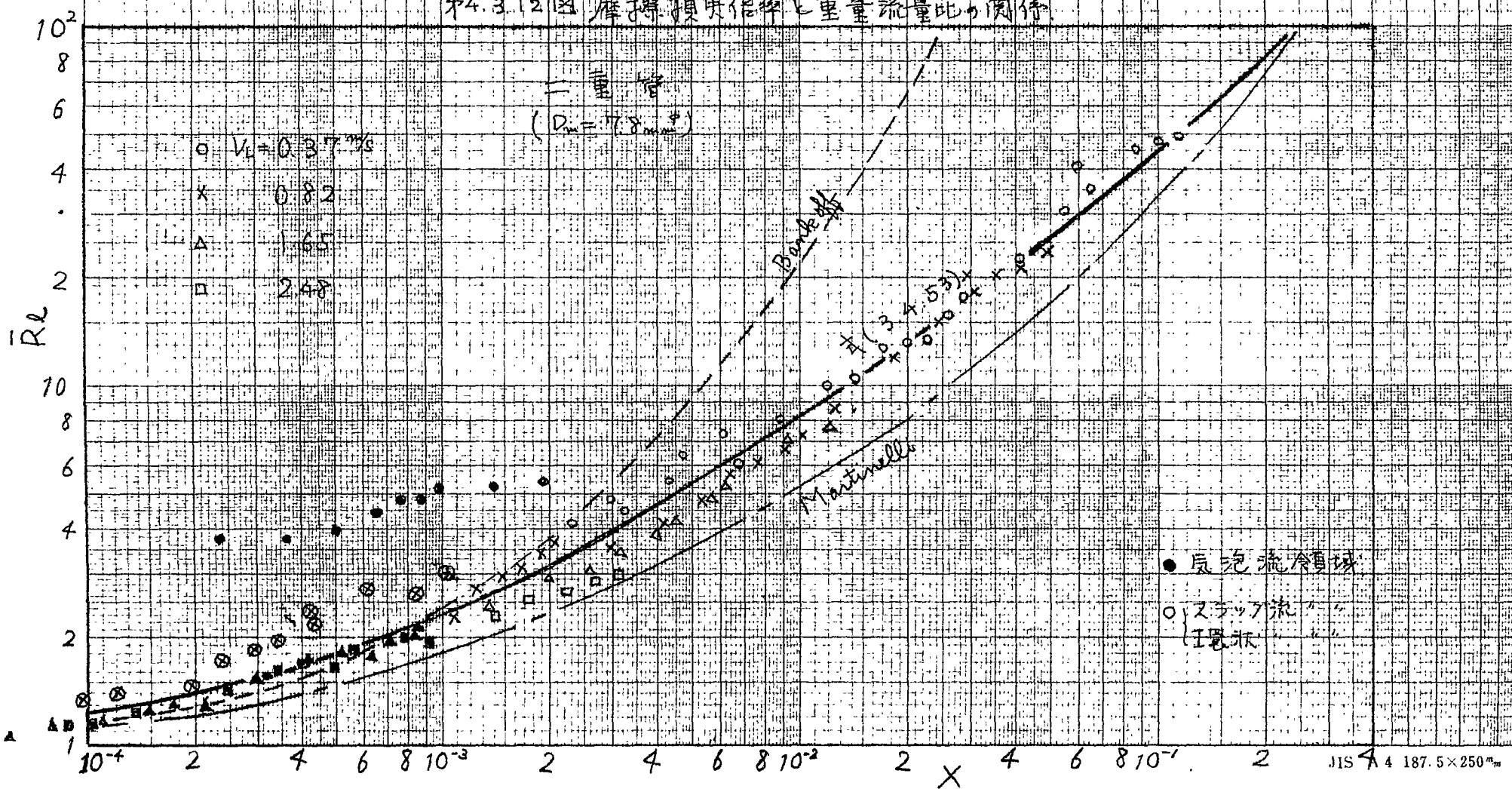
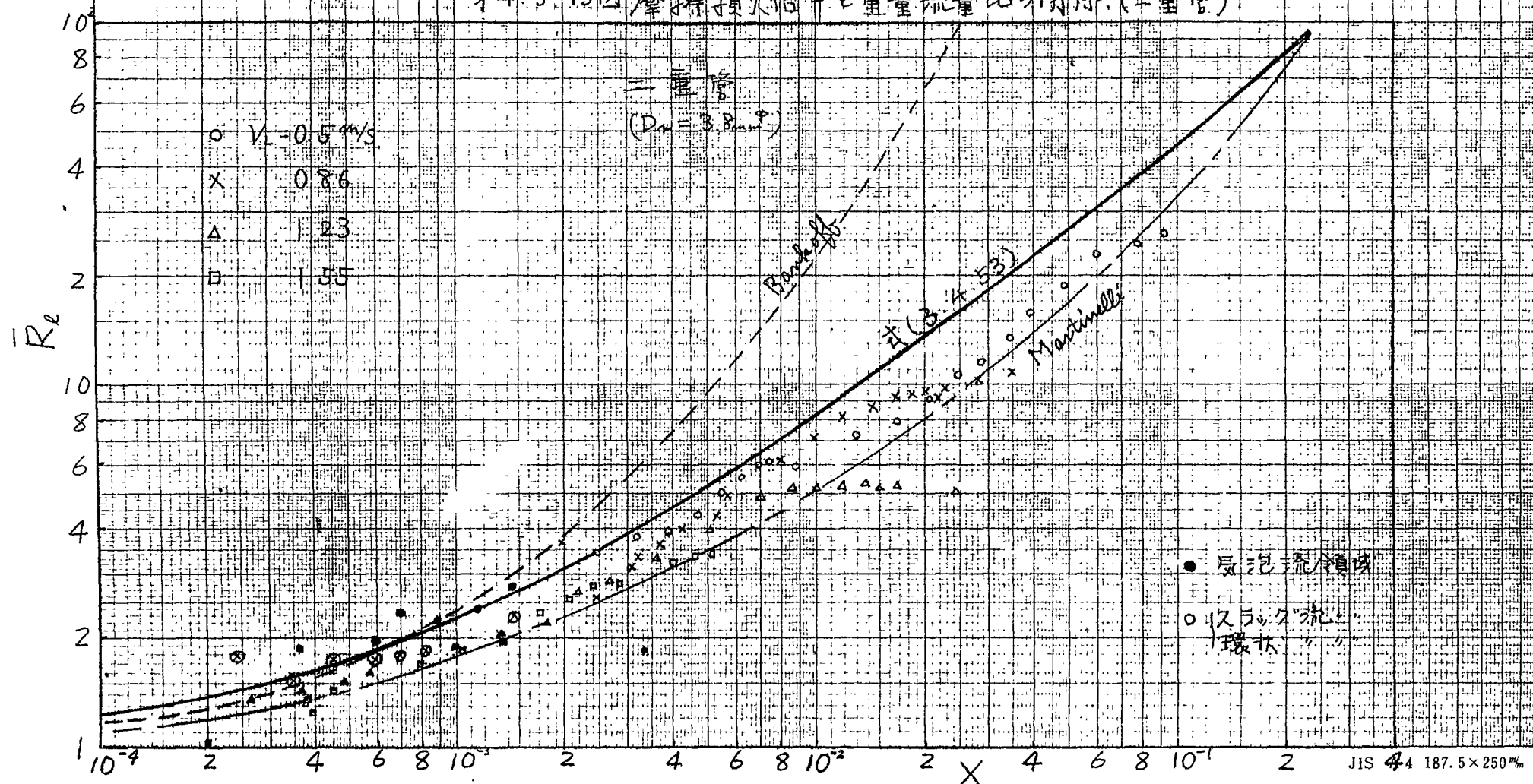
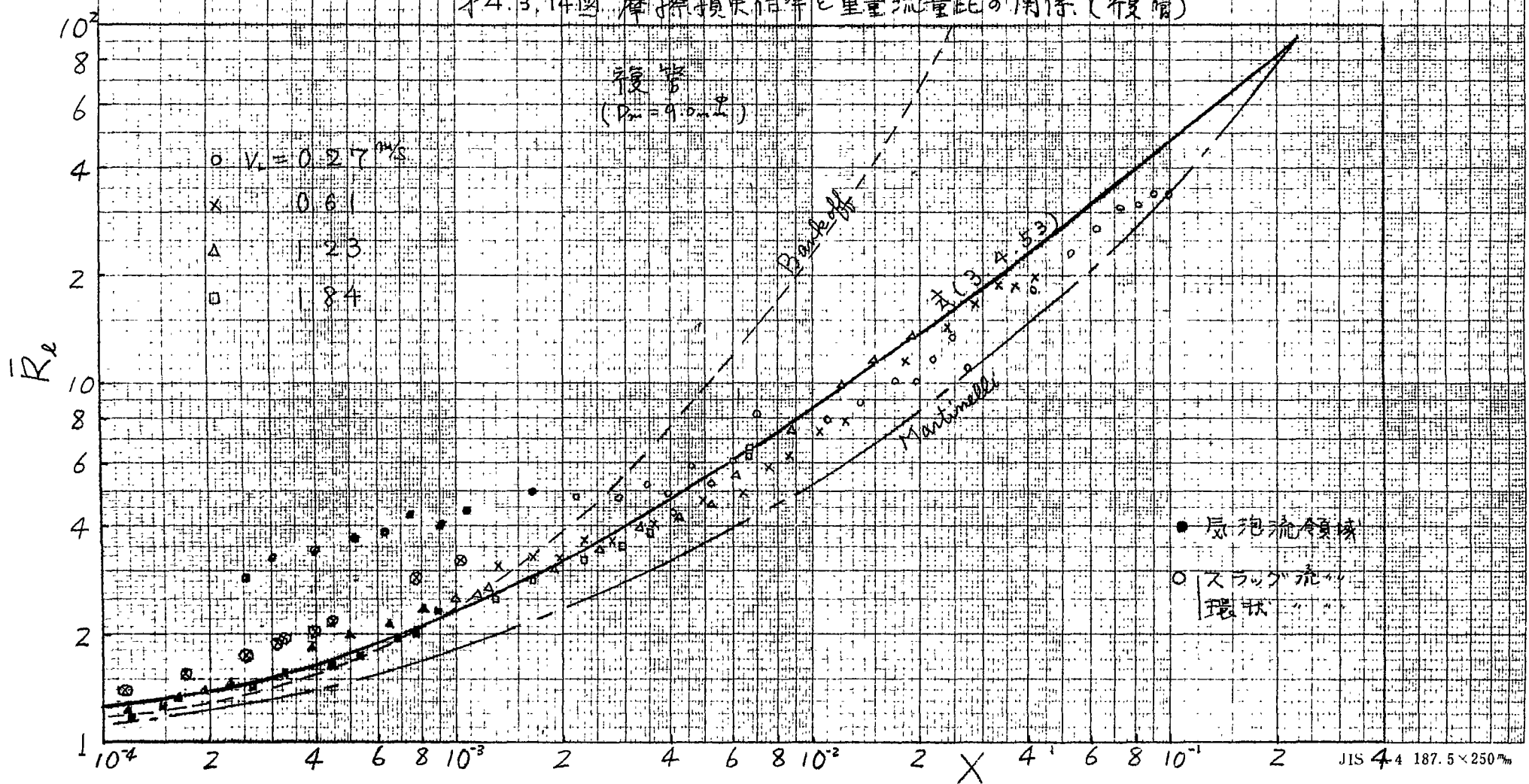


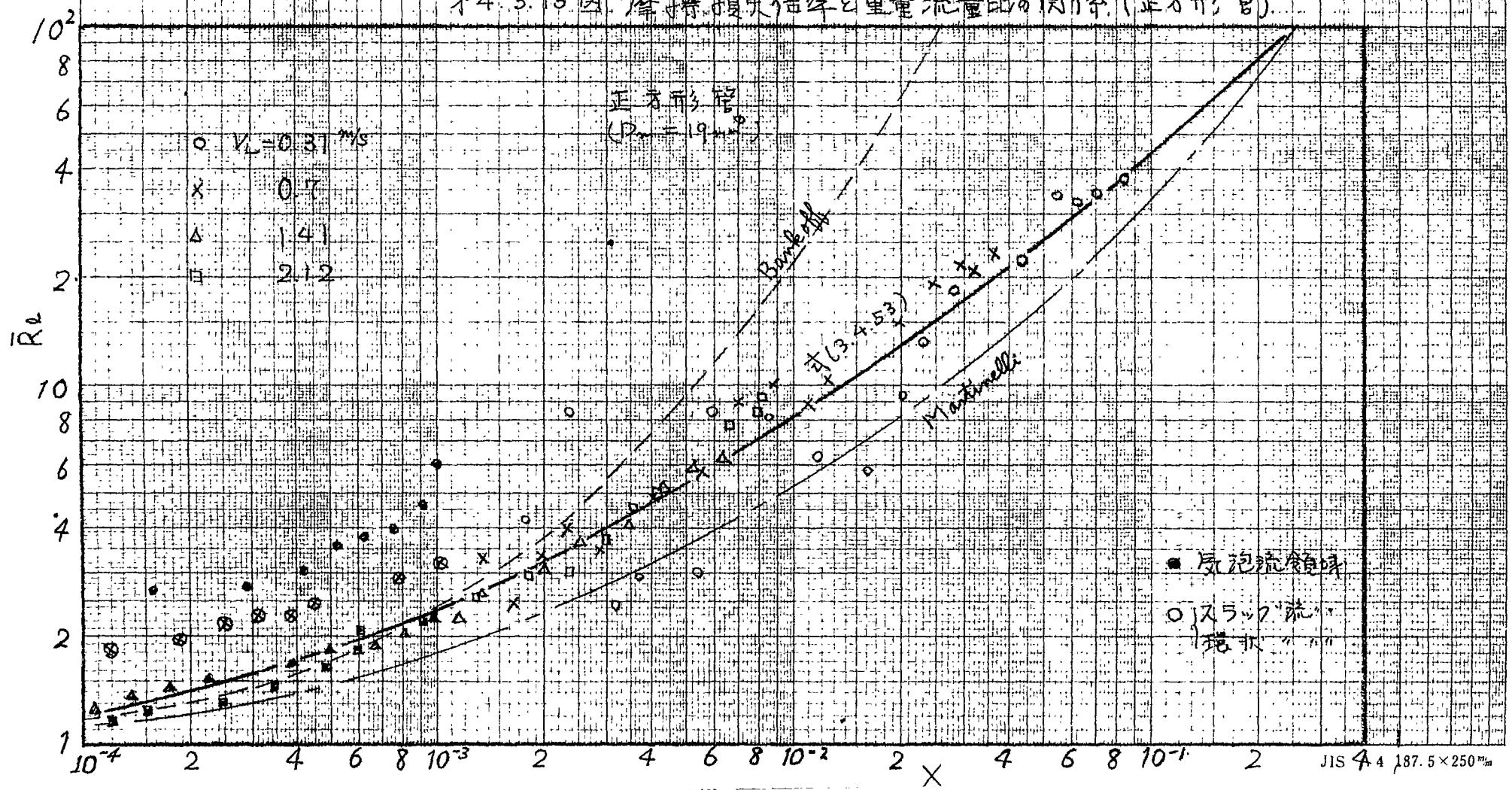
表4.3.13図 摩擦損失係数と重量流量比の関係。(平直管)



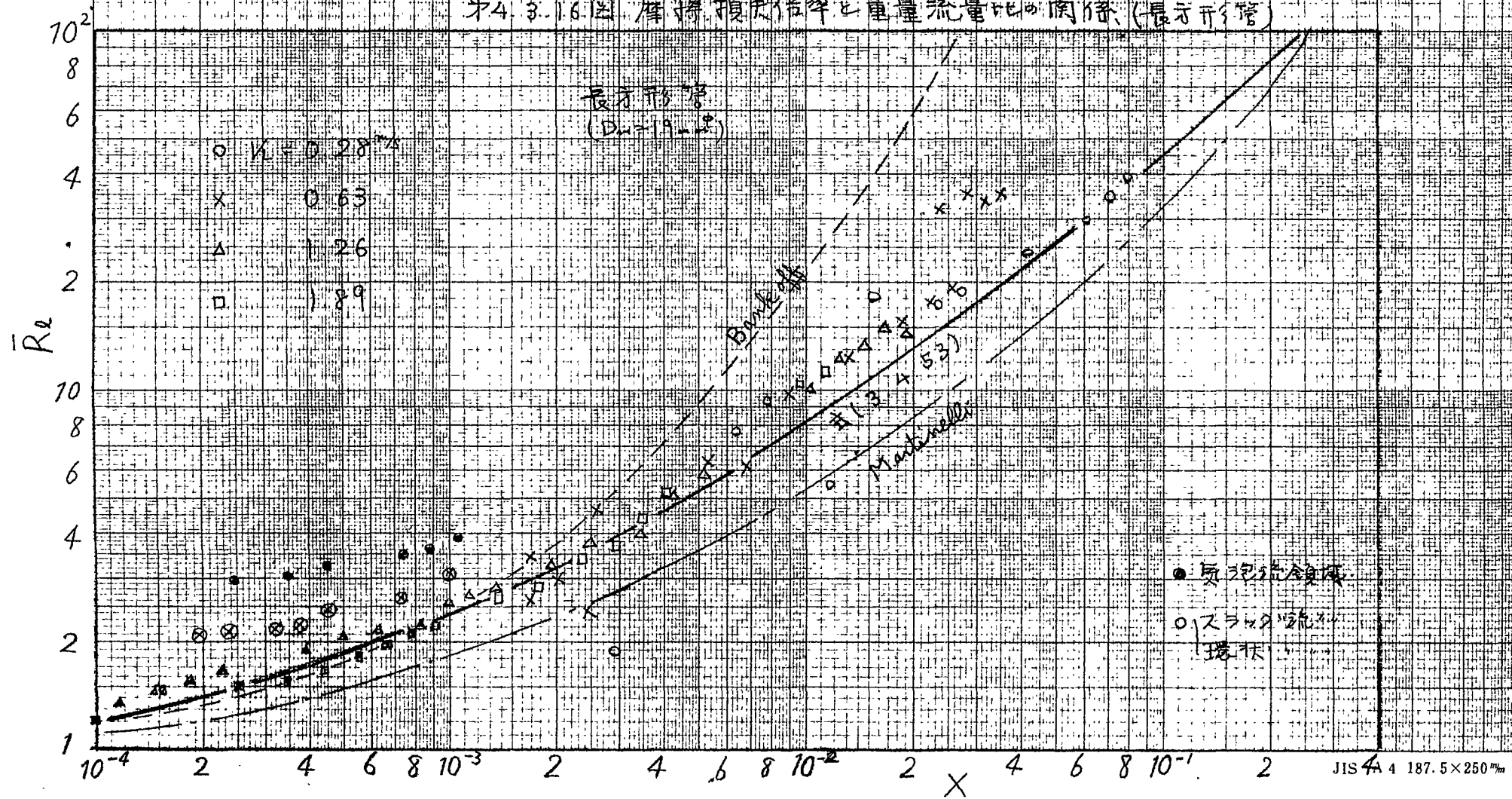
才4.3.14図 摩擦損失係数と重量流量比の関係 (複管)



第4.3.15図 摩擦損失係数と重量流量比の関係 (正方形管)



才4.3.1.6 図 摩擦損失係数と重量流量比の関係 (長方形管)



中の大きな脈動をともなうのが普通であり、テスト管より上流の流量測定部までも大きな振動をともなっている。この原因は明確でないが、こゝでは圧力損失が非常に大きく、圧縮性の影響が入っているものと考えられる。

しかし、等価直径が 3.8mm の場合の多少の誤差を許容すれば、円管の関係式をそのまま他の形状の管にも使用できるものと結論してよい。

4.4. 結 論

常温、大気圧下で二重管、複管および矩形管等について、空気-水系垂直管=相流の実験を行い、次の結論を得た。

A) 平均気体体積率について

液相体積速度 (V_L) が 0.3 m/s より大きければ、円管内で環状流動域に対する関係式 (3.4.35) は上記の形状をもつ管に関しても比較的よく一致する。

B) 摩擦損失倍率について

i) 気泡流領域

円管での気泡流領域の式 (3.4.46) は二重管で等価直径が 3.8 mm 以上の管についてはいくぶん一致する。等価直径が 3.8 mm の管については実験結果の方が少し小さな値を示す。

ii) 環状流領域

気泡流領域での結論と全く同様であることがいえる。即ち 3.8 mm 以下の管の実験結果が少し小さな値を示す以外は、円管での環状流領域での式 (3.4.54) は上記の形状の管の実験結果とよく一致する。

以上を総合して、平均気体体積率 ($\bar{f}_g$) および摩擦損失倍率 ($\bar{R}_f$) に関して、円管の関係式をそのまま、上記の形状の管にも適用することができるものと考えらる。

第 5 章

管路に沿って気泡の発生がある場合の二相流について。

5. 1 緒言

第4章までに述べて来た二相流流動は、化学工学における気泡塔等の装置や、沸騰水型原子炉のライザー部等に見られる管路に沿って気体体積率が変化しない場合の二相流流動であった。

しかるに、ボイラーの蒸発管や、原子炉の炉心部で見られる二相流、すなわち、沸騰によって気泡が発生しており、平均気体体積率が管路に沿って変化しているような二相流流動においては、第4章までの二相流流動の知識が、そのまま適用できるかどうかは不明である。沸騰部の流れにおいては、これまで述べて来た二相流の圧力損失、すなわち、重力による圧力降下と

摩擦損失の他に、あらたな損失として、加速損失が加わる。(第4章までの二相流についても、気相の圧縮性のために、加速損失はあるが、高圧では無論、常圧においても、他の損失に比べて無視出来る。)

さらに、管壁からの気泡の発生があるため、摩擦損失が、発生のない場合と比べて、変化するかも知れない。このような疑点があるにもかかわらず、発生のない場合の二相流の諸関係式を、沸騰の場合にも適用しているのが現状である。

この問題を解明する方法としては、実際に管内で沸騰を行って、その二相流流動の研究を行えばよいわけであるし、また、実際行われている。しかし、管内沸騰実験の問題点は、管壁からの気泡の発生量を加えた熱流束から、計算し出す以外にないことである。

しかるに、管内沸騰の実験からわかるように

管内での沸騰は、液体のサブクール度や、圧力降下に最も左右されるので、圧力、液流速共に、変動のほげしい二相流においては、管路に沿っての気泡発生量も、熱流束の計算から決定するのは、大きな誤差を生じる恐れがある。

したがって、このような実験では、二相流流動の諸因子の信頼性も低下することが予想される。

本章では、これ等、管内沸騰部での二相流流動の解明とともに、オ4章までに述べた関係式が、沸騰部に適用できるかどうかを見るために、無数の小穴をもった管壁より、空気を吹込む方法で、疑似沸騰状態を作り、上記した管内沸騰二相流での欠陥を補った実験を行った。

また、現在、管内沸騰の実験においては、摩擦損失を、テヌ管出口の重量流量比で表わすことが、一般に行なわれている。しかし、管内で軸方向に気泡の発生分布が異なる場合には、同

一出口重量流量比でも、気泡の発生量分布によって、摩擦損失の値が異なるものと考えられる。本実験では、これらの軸方向の気泡発生量分布の摩擦損失への影響も調べた。以下本章での二相流を、第4章までの二相流と区別するために加速二相流と呼び、第4章までの二相流を均一二相流と呼ぶことにする。

(注) 管内沸騰の場合の平均気体体積率については、外部より、γ線透過法によって測定する方法もあるが、一般に精度が悪いし、しかも管路に沿って、測定する必要があるのが大変である。

5. 2. 実験装置および方法

実験装置の略図をFig. 5.2.1に示す。

液相関係は、Fig. 3.1.1と全く同じなので省略する。圧縮器から10気圧で出た空気は、約2気圧に減圧され、20個の分支管に分かれる。各分支管には、空気オリフィス流量計と、マノメーターがついており、これで、20個の分支管を通る空気の流量が測定できる。空気オリフィスの下流に流量調節弁があり、オリフィス流量計の所の圧力は、常に2気圧下におかれている。この弁を通った空気は、テスト管に達する。テスト管は、長さ1660 mm、内径 28.8^{mm} の内管の外側に、内径 56^{mm} の外管をもつ二重管構造になっており、しかも、50 mm間隔で、シミリ板（ドーナツ状板）がついており、これと内外管によって、20個の独立した空気吹込み部を形成している。内管には25 mm間隔に、ちどり状 0.5^{mm} の小穴が、無数（約6000個）にあいており、空気吹込み部に入った空気は、こ

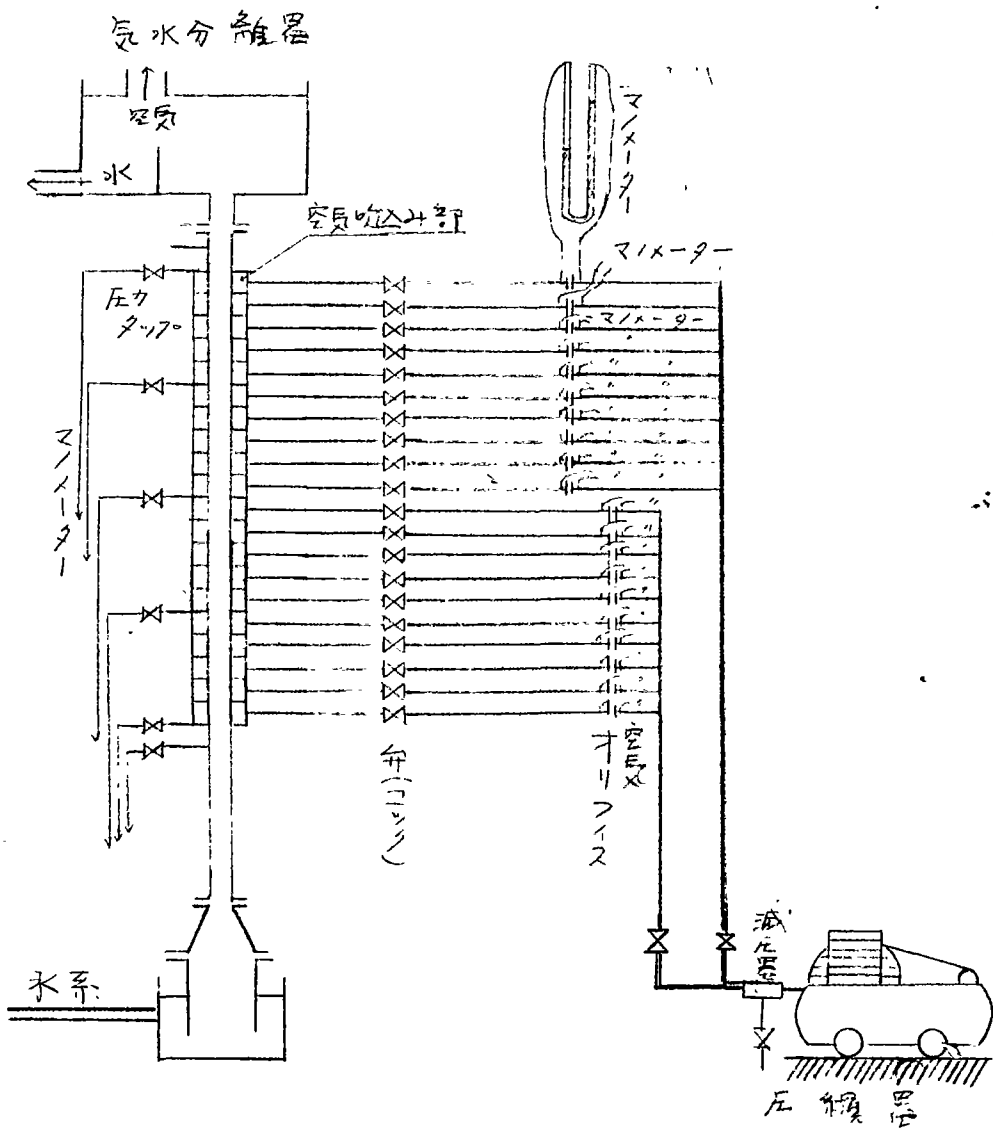
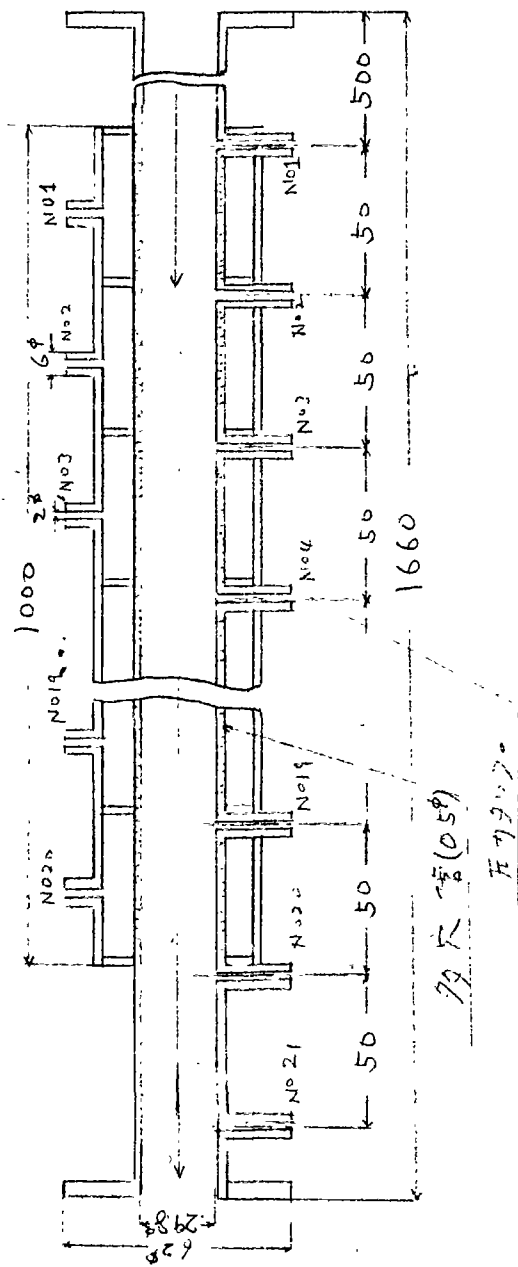


図 5.2.1 実験装置
 および テスト管

空気吹込み部



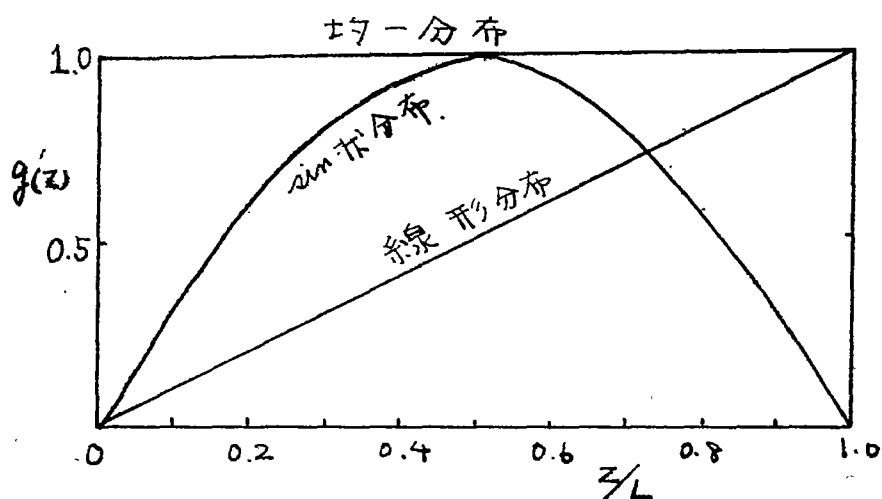
の小穴より、均一で小さな気泡となって、内管中を流れている液相の中に吹込まれる。ここで加速二相流が形成される。

圧力タップは、吹込みセクションの前後と、各吹込み部のレタリ板上に、計22個もうけたが、実際には、1m間隔にある2点の圧力タップを用いて、差圧を測定した。

この圧力差は、加速損失、重力による圧力降下、および、摩擦損失の合計であるので、第5.3章で述べる計算方法によつて、摩擦損失を算出する。流動条件としては、液相流量 $0.12 \text{ l/s} \sim 0.76 \text{ l/s}$ 、空気流量は、20個の合計で、 $0 \sim 6 \text{ l/s}$ である。

本実験で使したテスト管の液相单相流での摩擦損失と Reynolds 数の関係を、第5.2.2図に示す。

この図によると、小穴を開けたことによる单相流での摩擦抵抗の増加はみられない。大体 Blasius の式に合うので、この管を信用して用い



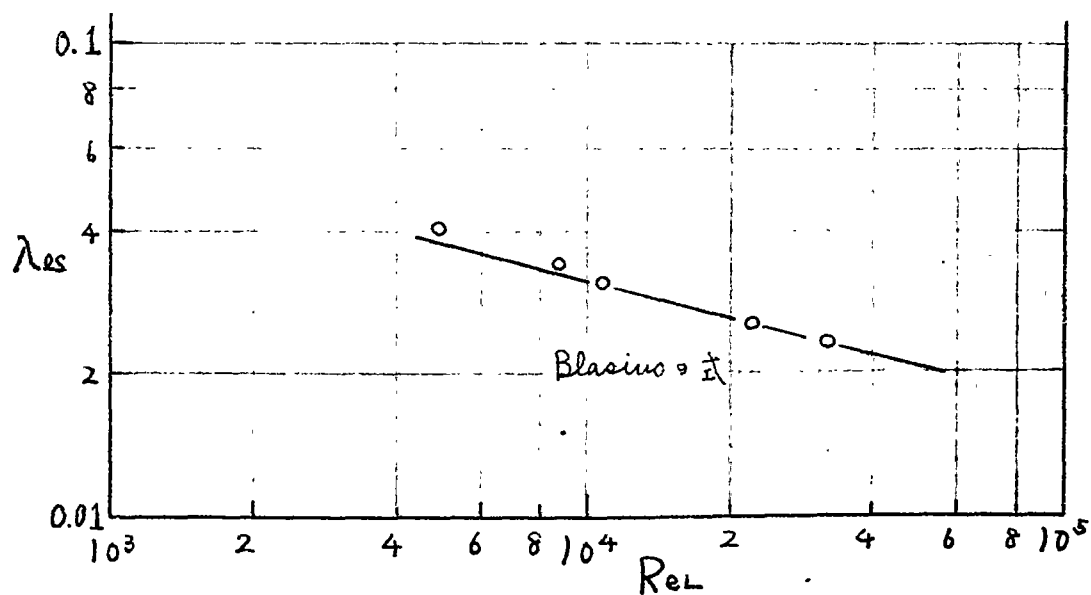
$$g(z) = \frac{G(z)}{g_{max}}$$

z 方向

($G(z)$ は z 点での単位長あたりの吹込み量)

才 5.2.3 図 吹込み分布

才 5.2.2 図 液相單相流での
管摩擦係数



た。さらに管路に沿った気泡吹込み分布が、摩擦損失に、どのように影響するかを調べるためには、第5.3.3図に示すような吹込み分布形で、実験を行った。

5. 3. 摩擦損失の算出方法

加速二相流においては、第5.3.1項で述べるように、一般に気泡流から環状流までの流動様式が見られる。したがって、ここでは、流動様式を限定したモデルを用いることはできない。

しかるに、第3章で明らかにした如く、液相体積速度 (V_L) が、0.3 m/s を越えるときは、環状流で求めた平均気体体積率や摩擦損失倍率の式が、気泡流領域でもよく合うことがわかっているの
で、加速二相流に関しては、環状流の諸関係を使用する。

垂直管加速二相流の管路に沿った二点間で、測定される静圧は、第2章で述べた如く、加速

損失、重力による圧力降下、および摩擦損失の和である。それゆえ、実験結果より、摩擦損失のみを算出するには、他の二つの損失項を正しく定めなければならない。

次の仮定をおく。

i). 加速損失および重力による圧力降下は、管内の気液相の流速分布が平坦であるとした時の計算値で定義する。

ii) 管壁より発生した気泡は、たちまち、その最終速度に達し、定常になるものとする。

iii) 管路に沿った任意の点での平均気体体積率 $\bar{f}_g(z)$ の決定には、第3章で求めた均一二相流での平均気体体積率と体積流量比の関係式(3.4.33)を使用できるものとする。

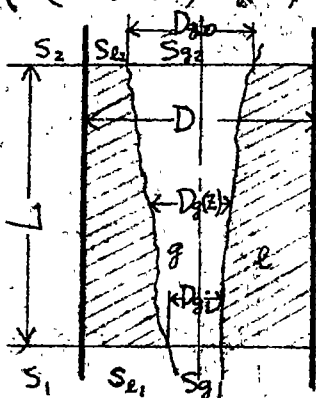
i) の仮定について、二相流では、個々の損失項を取り出すことはできないので、このようにして定めた加速損失、および重力による圧力降

下を定義し、これを静圧差から差引いたものを、
摩擦損失と定義することにする。

ii) の仮定については、気泡の運動方程式を解くと、気泡が管壁より離れてから、最終速度の 99% に達するのは、わずか数ミリ秒であり、移動距離にして $v_e \sim 1 \text{ m/s}$ のとき $2 \sim 3 \text{ mm}$ なので、この仮定は妥当である。

iii) の仮定については、ii) の仮定が妥当なので、管断面での気液の流速分布および、気体体積率分布が、均一二相流の場合と、同じであれば、この仮定は、厳密になり立つ。

いま、定常で管路に沿って、気体体積率が変化する場合の、圧力降下の関係式は、第 2 章の式 (2.3.40) より、ただし質量力を重力のみとする。



$$\int_S P dS = - \left\{ \int_{S_g} \rho_g N g^2 dS + \int_{S_l} \rho_l v_e^2 dS \right\}$$

$$- g \left\{ \int_{V_g} \rho_g dv + \int_{V_l} \rho_l dv \right\} - \int_{S_{int}} \tau_e dS$$

(5.3.1)

いま、加速＝相流での管路に沿った平均の摩擦損失を $(\overline{\Delta P}/\Delta L)_{TPF}$ とすると、均一＝相流と全く同じになるので、次のようにおける。

$$\int_{S_w} \bar{\tau}_e ds = - \left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{TPF} \cdot \frac{\pi D^2 L}{4} \quad (5.3.2)$$

したがって、式(5.3.2)を式(5.3.1)に代入し、整理すると

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{TPF} = \frac{1}{\frac{1}{4}\pi D^2 L} \left[\int_S p ds + \int_{S_g} \rho_g v_g^2 ds + \int_{S_e} \rho_e v_e^2 ds + g \left(\int_{\frac{D_g}{2}} \rho_g dr + \int_{\frac{D_e}{2}} \rho_e dr \right) \right] \quad (5.3.3)$$

この各項について、具体的に定める。

$$\int_S p ds = \int_{S_1+S_2+S_w} p ds = \int_0^{2\pi} \int_0^{D/2} (P_2 - P_1) r dr d\theta = \frac{1}{4} \pi D^2 (P_2 - P_1) \quad (5.3.4)$$

次に加速損失項は、管壁においては、 $v=0$ であり、さらに測定区間の入口と出口での気相のし

める部分の直径を D_{gi} , D_{go} とし、気液相の流速を

v_{ei} , v_{eo} , v_{gi} , v_{go} とすると

$$\begin{aligned} \int_{S_g} \rho_g v_g^2 ds + \int_{S_e} \rho_e v_e^2 ds = & \left[\int_0^{2\pi} \int_0^{D_{go}/2} \rho_g v_{go}^2 r dr d\theta + \int_0^{2\pi} \int_{D_{gi}/2}^{D/2} \rho_e v_{eo}^2 r dr d\theta \right. \\ & \left. - \int_0^{2\pi} \int_0^{D_{gi}/2} \rho_g v_{gi}^2 r dr d\theta - \int_0^{2\pi} \int_{D_{go}/2}^{D/2} \rho_e v_{ei}^2 r dr d\theta \right] \quad (5.3.5) \end{aligned}$$

(i) の仮定により、気液の流速は、平均流速と同じ

のため、式(5.3.5)は、

$$\begin{aligned}
 &= \rho_g \bar{v}_g^2 \cdot \frac{1}{4} \pi D_{g0}^2 + \rho_e \bar{v}_{e0}^2 \cdot \frac{1}{4} \pi (D^2 - D_{g0}^2) - \rho_g \bar{v}_{gi}^2 \cdot \frac{1}{4} \pi D_{gi}^2 \\
 &\quad - \rho_e \bar{v}_{ei}^2 \cdot \frac{1}{4} \pi (D^2 - D_{gi}^2) \quad (5.3.6)
 \end{aligned}$$

よって、

$$\bar{f}_g(z) = \frac{\frac{1}{4} \pi D_{g0}^2(z)}{\frac{1}{4} \pi D^2} \quad (5.3.7)$$

したがって、いま、規定部の入口、および出口

での平均気体体積率を $\bar{f}_{gi}$, $\bar{f}_{g0}$ とおくと、

$$\begin{aligned}
 \int_{S_g} \rho_g \bar{v}_g^2 dS + \int_{S_e} \rho_e \bar{v}_e^2 dS &= \frac{1}{4} \pi D^2 [\rho_g \bar{v}_{g0}^2 \bar{f}_{g0} + \rho_e \bar{v}_{e0}^2 (1 - \bar{f}_{g0})] \\
 &\quad - [\rho_g \bar{v}_{gi}^2 \bar{f}_{gi} + \rho_e \bar{v}_{ei}^2 (1 - \bar{f}_{gi})] \quad (5.3.8)
 \end{aligned}$$

いま、常温大気圧下の空気-水系=相流では、

$$\rho_g \ll \rho_e \quad \text{なので式(5.3.8)は}$$

$$= \frac{1}{4} \pi D^2 [\rho_e \bar{v}_{e0}^2 (1 - \bar{f}_{g0}) - \rho_e \bar{v}_{ei}^2 (1 - \bar{f}_{gi})]$$

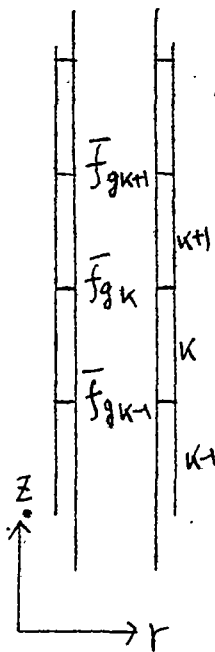
$$\text{よって} \quad V_L = \bar{v}_{ei} (1 - \bar{f}_{gi}) = \bar{v}_{e0} (1 - \bar{f}_{g0}) \quad \text{なので}$$

$$= \frac{1}{4} \pi D^2 \rho_e V_L^2 \left[\frac{1}{1 - \bar{f}_{g0}} - \frac{1}{1 - \bar{f}_{gi}} \right] \quad (5.3.9)$$

つぎに重力項は、式(5.3.3)より管路に沿っての平均気体体積率 $\bar{f}_g(z)$ を用いて

$$g\left(\int_{V_g} \rho_g dV + \int_{V_l} \rho_l dV\right) = \frac{1}{4}\pi D^2 g \int_0^L \{\rho_g \bar{f}_g(z) + \rho_l (1 - \bar{f}_g(z))\} dz \quad (5.3.10)$$

したがって、管路に沿っての $\bar{f}_g(z)$ の形がわかれば、重力項も決定される。



いま、管路に沿った単位長さあたりの、空気吹込み量を $G(z)$ とすると、管の z 点での気相の流量 $Q_g(z)$ は、管入口を z 座標軸の原点とすると、

$$Q_g(z) = \int_0^z G(z) dz \quad \text{-----} (5.3.11)$$

一方、液相の流量を Q_l とすると、 z 点での体積流量比 $x_v(z)$ は、

$$x_v(z) = \frac{Q_g(z)}{Q_l + Q_g(z)} \quad \text{-----} (5.3.12)$$

とすると、ii) および iii) の仮定により、 $x_v(z)$ と z 点での平均気体体積率 $\bar{f}_g(z)$ との関係は、均一な二相流での環状流領域の式で定めることができ

3. 5. 3. 5.

$$\bar{f}_g(z) = \frac{1}{1 + 0.025 \left(\frac{P}{P_g} \right)^{0.46 + 0.25} \chi_v(z) + \chi_v^*(z)} \quad (5.3.13)$$

ここで $\chi_v^*(z)$ は、気液相の流量比 $\frac{Q_v}{Q_g(z)} = \frac{Q_v}{\int_0^z Q_g(z) dz}$

である。したがって、式(5.3.11)を式(5.3.10)に代

入すれば、重力項が得られる。

本装置では、20個の独立した空気吹込み部があるが、各吹込み部での任意の点の吹込み量は不明である。しかし、各吹込み部出口での空気流量はわかる。今、 k 番目の吹込み部では、空気流量を Q_k とすると、その区間の出口の空気流量(Q_{gk})は

$$Q_{gk} = \sum_{i=1}^k Q_i$$

ゆえに、その部分での、気液の流量比 χ_{vk}^* は、

$$\chi_{vk}^* = Q_v / Q_{gk} = Q_v / \sum_{i=1}^k Q_i \quad (5.3.14)$$

式(5.3.14)を、式(5.3.13)に代入することによ、

各吹込み部出口で、平均気体体積率 $\bar{f}_{gk}$ が得られる。

各吹込み部について、平均の気体体積率と、その部

分の入口と出口の平均値に等しいとあくと,

さらに,

$$\begin{aligned} g \left[\int_{V_g} \rho_g dV + \int_{V_e} \rho_e dV \right] &= \frac{1}{4} \pi D^2 \frac{L}{N} \left\{ \rho_e \left(N - \sum_{i=1}^N \bar{f}_{gi} + \frac{1}{2} \bar{f}_{gN} \right) \right. \\ &\quad \left. + \rho_g \left(\sum_{i=1}^N \bar{f}_{gi} - \frac{1}{2} \bar{f}_{gN} \right) \right\} g \end{aligned}$$

$\rho_e \gg \rho_g$ のとき

$$= \frac{1}{4} \pi D^2 \frac{L}{N} \cdot \rho_e \left(N - \sum_{i=1}^N \bar{f}_{gi} + \frac{1}{2} \bar{f}_{gN} \right) g \quad \dots (5.3.15)$$

(ただし, $\bar{f}_{gN} = \bar{f}_{g0}$, $\bar{f}_{g1} = \bar{f}_{gi}$)

式(5.3.9), 式(5.3.10), および式(5.3.15)を式(5.3.3)

に代入すると,

$$\begin{aligned} \left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{TPF} &= \left(\frac{P_1 - P_2}{L} \right) - \frac{\rho_e V_e^2}{L} \left[\frac{1}{1 - \bar{f}_{g0}} - \frac{1}{1 - \bar{f}_{g0}} \right] \\ &\quad - \frac{1}{N} \rho_e \left[N - \sum_{i=1}^N \bar{f}_{gi} + \frac{1}{2} \bar{f}_{g0} \right] \quad \dots (5.3.16) \end{aligned}$$

本装置では, $N = 20$ である。

式(5.2.16)より定めた $\left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{TPF}$ には純粋な摩擦損失や吹

込みによる損失の外に, 加速損失, および重力

による圧力降下の評価の誤差も含まれるが, 実

用的には加速=相流での摩擦損失をこのように

定義し、 $(\frac{\Delta P}{\Delta L})_{TPF}$ の表示式を定めた方がいいと考えるし、他に方法がないようである。

今、加速＝相流で吹込みを行わず、液相のみが、流れた場合の摩擦損失を $(\frac{\Delta P}{\Delta L})_{LS}$ とすると、これと $(\frac{\Delta P}{\Delta L})_{TPF}$ の比をもって、加速＝相流の摩擦損失倍率(R_A)を定義する。

$$R_A = \frac{(\frac{\Delta P}{\Delta L})_{TPF}}{(\frac{\Delta P}{\Delta L})_{LS}} \quad \text{----- (5.3.47)}$$

一般に、沸騰系＝相流においては、 R_A はテスト管出口の重量流量比 X_0 によって整理されている。しかしながら、出口の重量流量比を取った場合、管路に沿った気泡発生の分布の影響が表われる。極端に言えば、吹込みが管出口付近で行なわれる場合と、入口付近で行なわれる場合では、同一 X_0 でも、全く異なった値になる。

それ故、本実験では、管路に沿った平均の重量流量比 $\bar{X}$ を用いて整理した。この $\bar{X}$ は附録(VI)で示すような式で求まる。

5. 4 実験結果

5. 4. 1 流動状態の観察

加速二相流においては、流動様式の明確な定義づけは、できない。気泡の吸込み量によっても異なるが、テスト管中では、入口部で、液相単相流から始まって、一般に、二相流の二、三の流動様式にまたがった流動が見られる。



本実験の流動条件では、一般に気泡流から環状流までの流動様式がみられた。しかし、どの流動様式が、支配的であるかは、大体区別が付き、後述のように、その流動様式に対応した摩擦損失の傾向が現われる。

この流動では環状流領域であっても、管壁付近の液相部には、発生した気泡が、含まれているのが特徴であり、層状流であっても、しかも気泡流的な性格を、もつものと考えられる。

5.4.2 摩擦損失倍率(R_A)

円管における摩擦損失倍率と管路に沿った平均の重量流量比($\bar{x}$)について、種々の吹込み分布形の場合の結果を才5.4.1図～才5.4.3図に示す。

図中の細実験は式(3.4.54)、点線および鎖線は、MartinelliおよびBankoffの式である。これ等の式は、均一二相流におけるものである。

図中において、気泡流が支配的な領域とスラッグ流および環状流が支配的な領域とを区別している。

図から、事が明らかなことは、加速二相流での摩擦損失倍率 R_A は、均一二相流の場合に比べて、2～3倍も大きな値を示していることである。⁽¹⁾

このような結果は、最近世田口の実験結果においても表われており、沸騰部での二相流の

摩擦損失に関しては、従来報告された。

均一二相流の関係式もそのまま使用すること是不当であることがわかる。

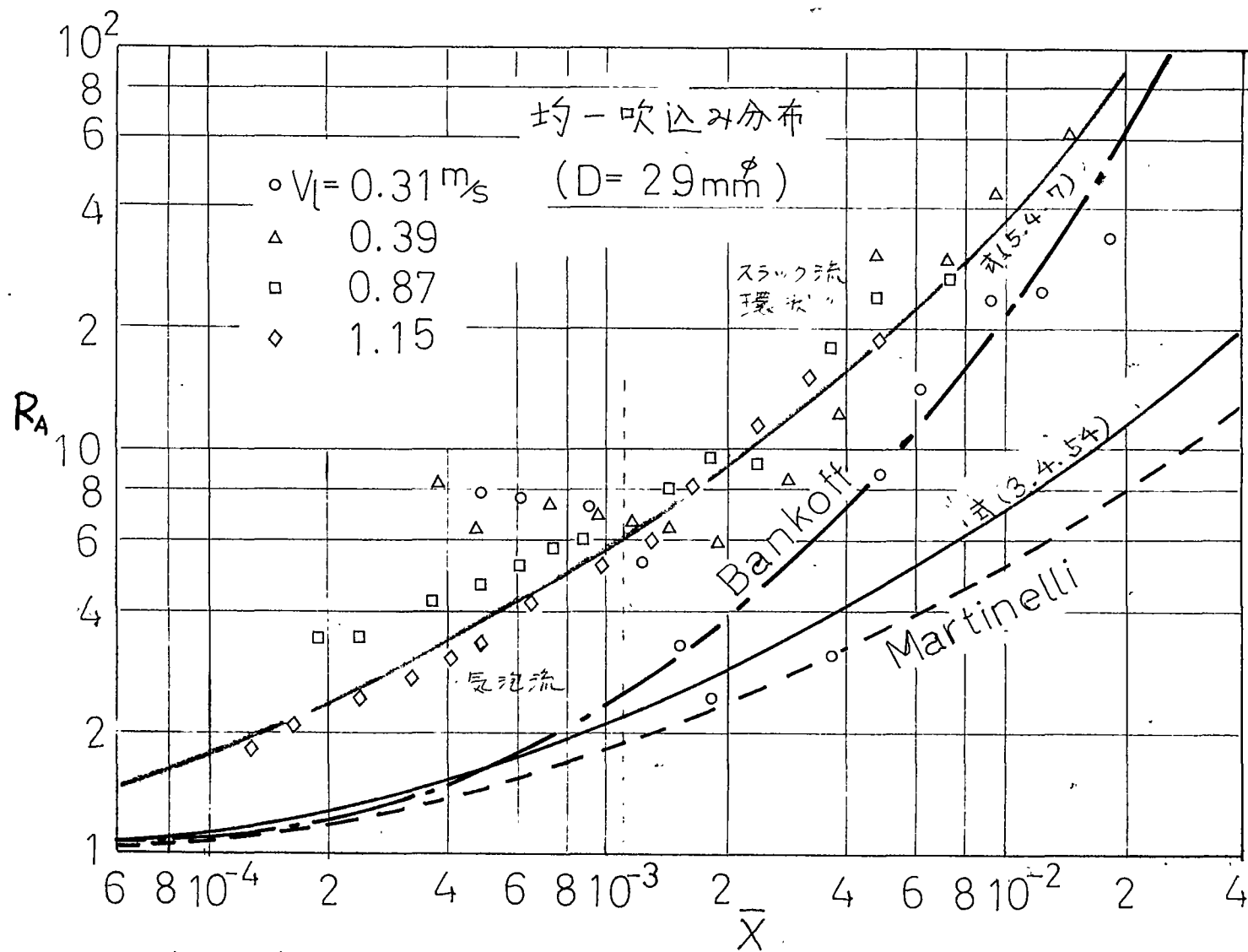
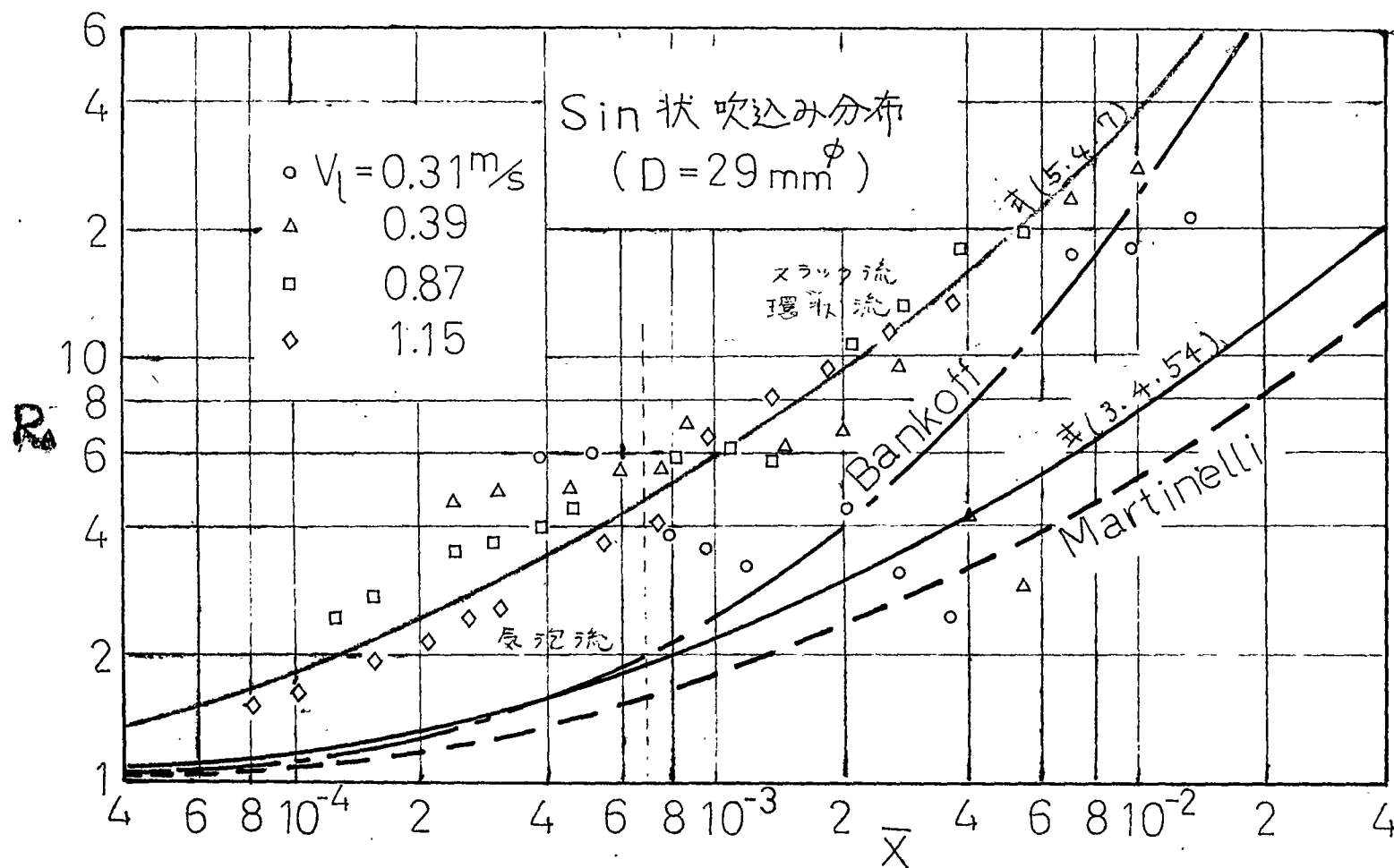


図5.4.1 平均重量流量比($\bar{X}$) と摩擦損失倍率(R_A)



第5.4.2図 平均重量流量比($\bar{X}$) と摩擦損失倍率(R)

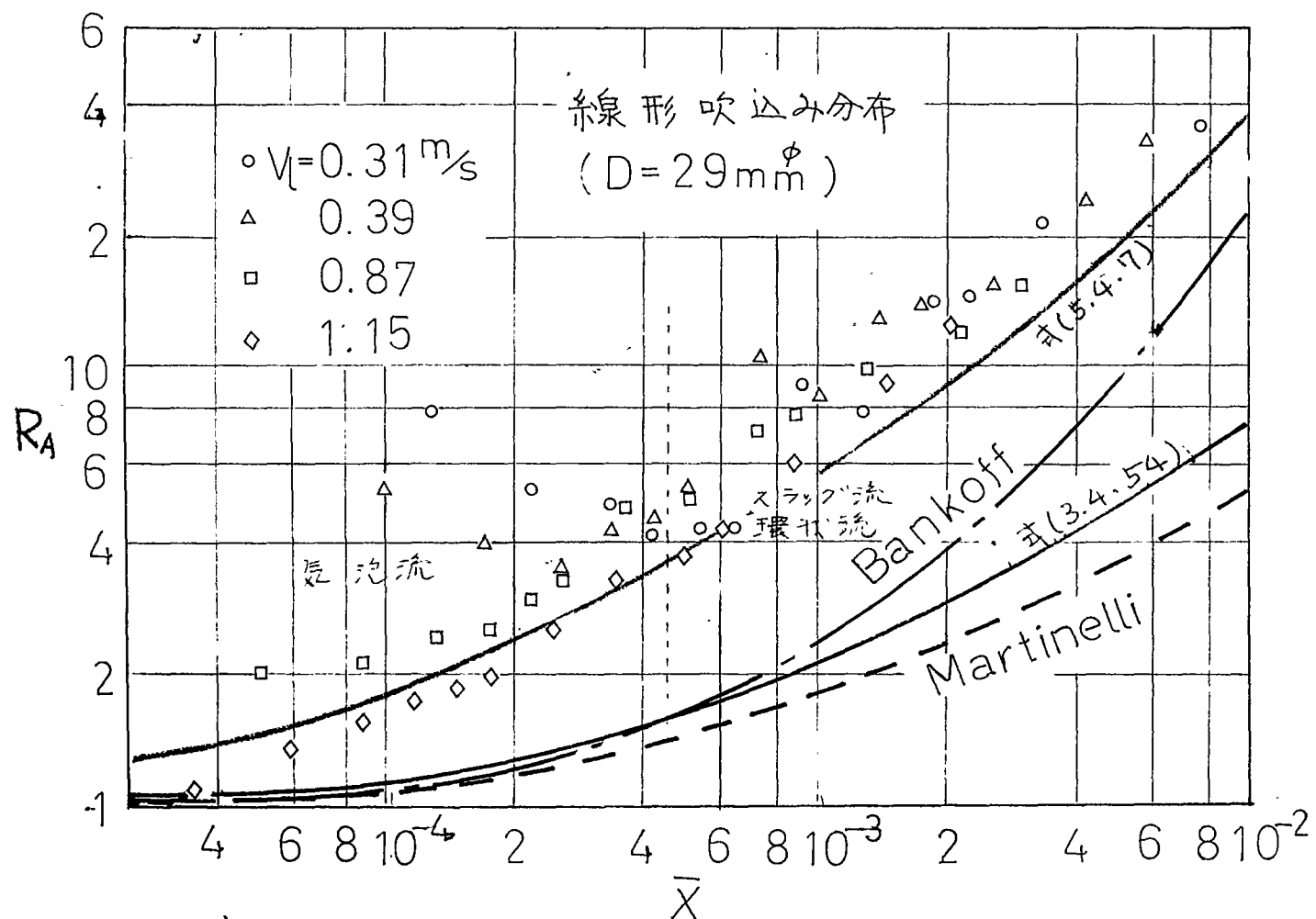


図5.4.3 平均重量流量比($\bar{X}$)と摩擦損失係数(R_A)

損失増大の原因としては、他の圧力損失（重力によるものと、加速損失）の評価における誤差もあるだろうが、管壁からの気泡発生のため管壁の表面あらわの増大や、境界層が気泡によって乱されるために起こるものと考えられる。

しかし実際には、これらの影響を決定することは困難なので、ここでは、実用的な関係式を作ることを目的とする。

各図について、スラッグ流領域では、液相体積速度(V_L)が小さい場合、実験点のばらつきが大きいが、 V_L が大きい場合、次のような傾向があることがわかる。

2) 液相流速および流動様式の影響

1) 気泡流が支配的な領域では、 V_L によっても、 R_A が変わり、 V_L が大きい程 R_A は小さな値を示す。

また、気泡流からスラッグ流への遷移につれて、 V_L が小さい場合、 R_A の極小値を示す。

このような傾向は、気体体積率の変らない二

相流において最も明らかな傾向である。

ii)、液相体積速度が大きい場合 ($V_L > 0.5 \text{ m/s}$)

スラッグ流、環状流領域においては、 RA は、 $\bar{X}$ に一意的な関係となる。

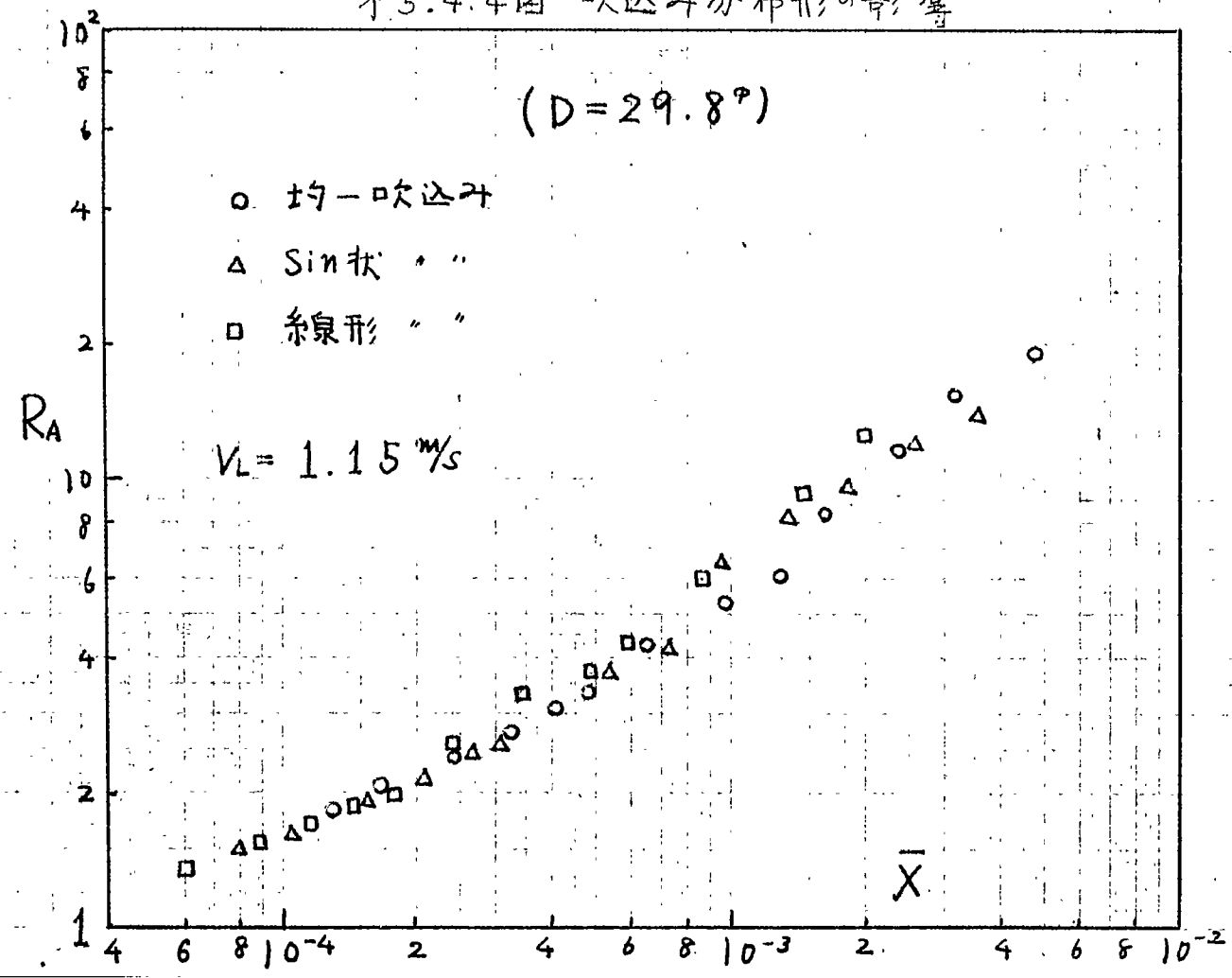
b) 吹込み分布形の影響

液相流速 V_L が 1.15 m/s の場合について、吹込み分布形によるデータをまとめたものを第5.4.4図に示す。これからわかるように、平均重量流量比 ($\bar{X}$) でまとめる場合には、気泡発生分布形による違いは、極端に分布形が異なる場合以外は、無視できる。むしろ液相流速 (V_L) の影響の方が大きい。

したがって、原子炉の冷却管に沿って、中性子束分布が、少々変形しても、平均重量流量比が同じであれば、 RA は、あまり変りないことがわかる。しかし、当然であるが、出口重量流量比で表わした場合には、差が起る。

実際の場合には、分布形は明確でないので、 $\bar{X}$

才5.4.4图 吹込み分布形の影響



は算出できないが、この場合には、熱流速の分布形から、 $\bar{x}$ を算出すればよい。

5.4.3. 加速 = 相流における摩擦損失

倍率の関係式の誘導

管路に沿って気体体積率の変化しない = 相流の摩擦損失倍率 $\bar{R}_L$ は、第3章の結果より厳密には、(環状流領域の式)

$$\bar{R}_L = \bar{R}_L \left(\frac{f_g}{f_l}, \frac{V_g}{V_L}, Re_L, Re_g, Fr_L \right)$$

で表わされることがわかってゐるが、気体体積率が変化する加速 = 相流においても、管路に沿った平均的な量を用いて、摩擦損失倍率 (R_A) が

$$R_A = R_A \left(\frac{f_g}{f_l}, \frac{\bar{V}_g}{V_L}, Re_L, \bar{Re}_g, Fr_L \right) \quad (5.4.16)$$

で表わすものと仮定する。ここで $\bar{V}_g$ は管断面平均の管路に沿った平均値であり、 $\bar{Re}_g$ は流速にこの V_g を用いた値 $\frac{\rho_l \bar{V}_g D}{\mu_l}$ である。

第3章でのバネ環状流の場合と同じように、 R_A は常に1より大きくなるものとする。

$$(R_A - 1) = C \left(\frac{f_g}{f_l} \right)^a \cdot Re_L^b \cdot Re_g^c \cdot \left(\frac{\bar{V}_g}{V_L} \right)^d \cdot Fr_L^e \quad (5.4.2)$$

と置く。

$$(R_A - 1) = C \rho_g^{a+c} \rho_l^{-a+b} \mu_l^{-b} \mu_g^{-c} V_L^{b-d+2e} V_G^{c+d} D^{b+c-e} g^{-e} \quad (5.4.3)$$

R_A は R_L とほぼ同じような関数になることが、実験結果第5.4.1図～第5.4.3図によって予想されるので、まず $(R_A - 1)$ と $\bar{V}_G/V_L$ の関係を調べた。

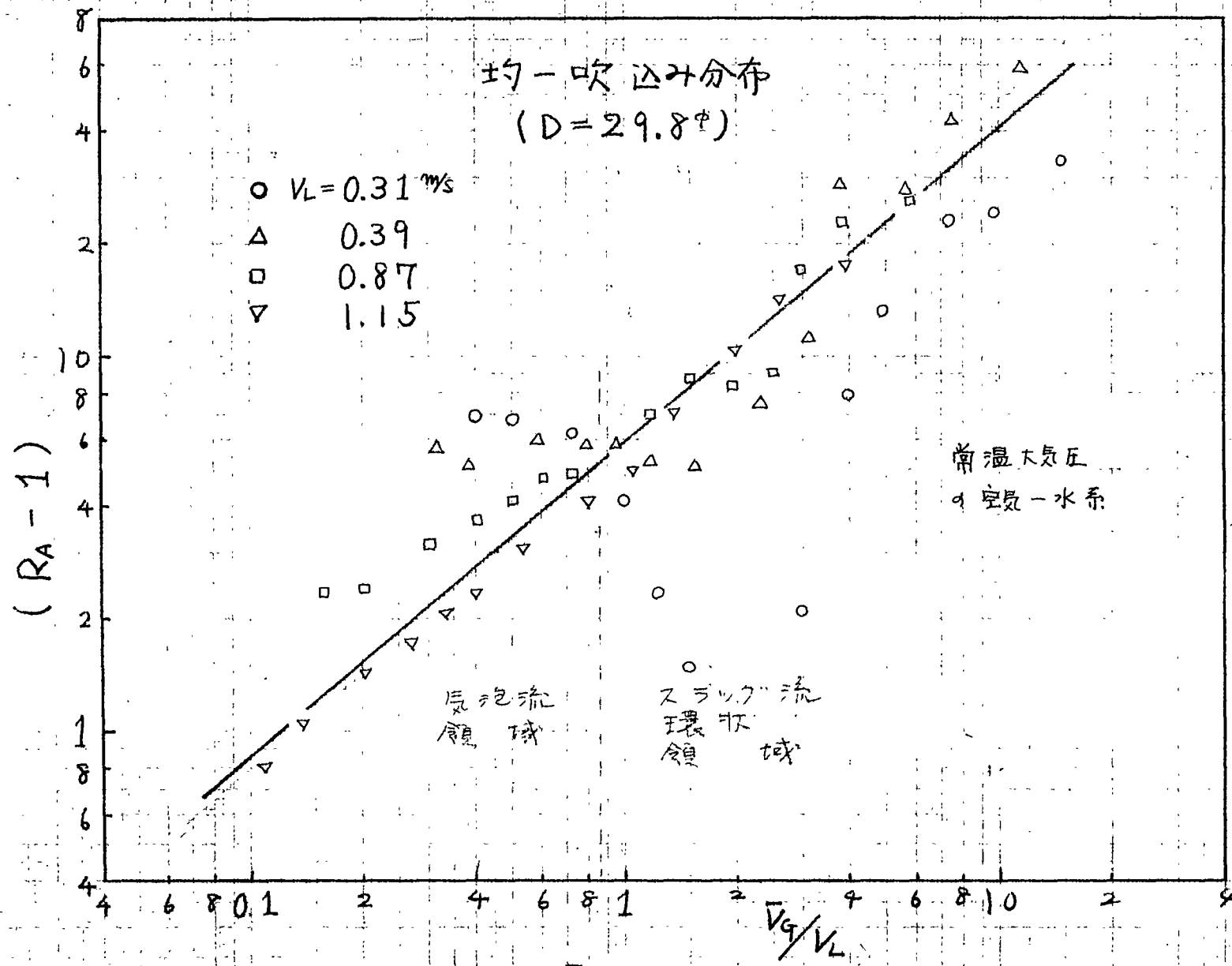
これを第5.4.5図～第5.4.7図に示す。密度比の影響は後から定めるとして b 以下の指数を定めることを考える。

これ等の図より次の傾向がわかる。

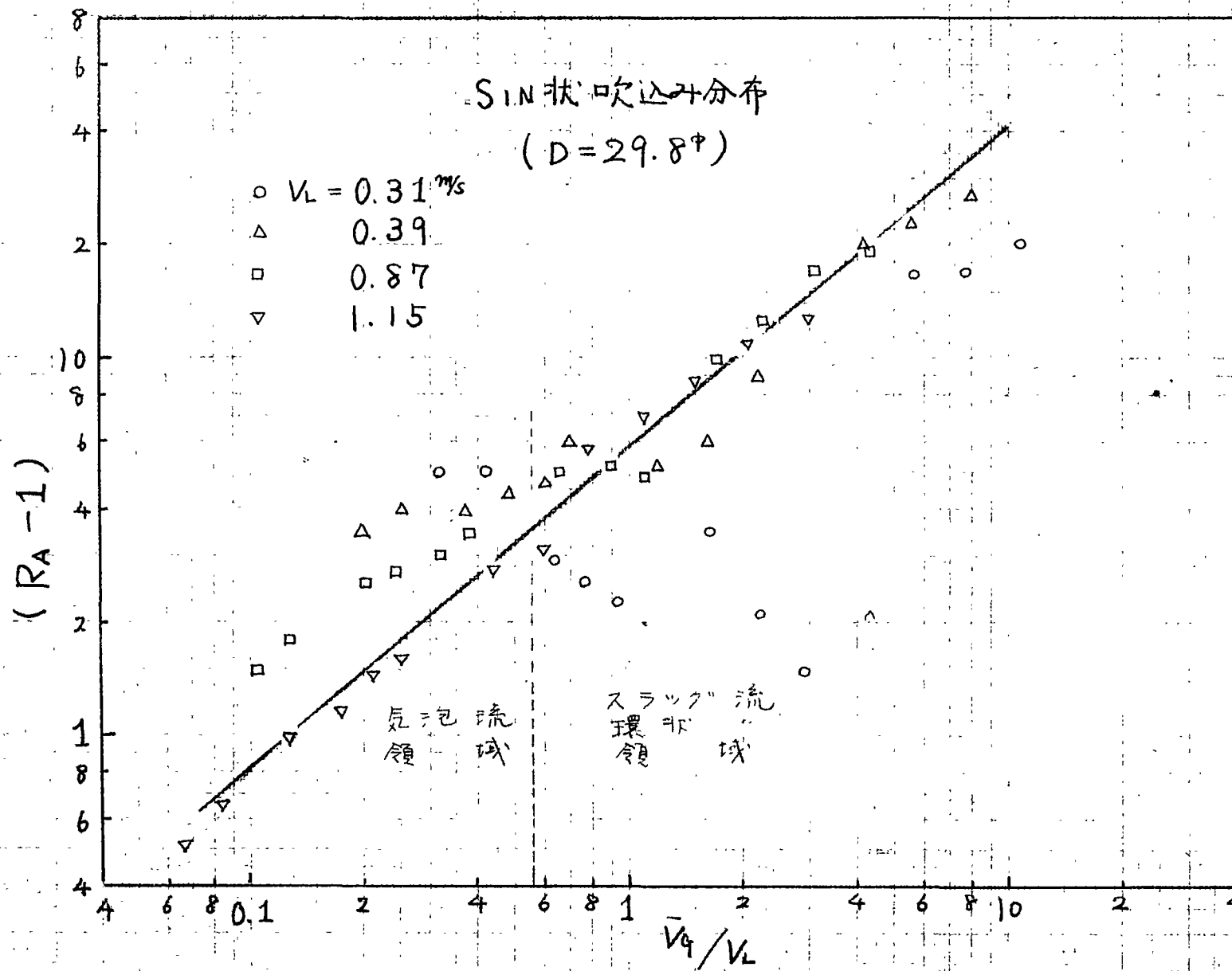
(i) 気泡流が支配的な領域では、液相体積速度 (V_L) による差が出ているが、スラック流および環状流領域ではほぼ一本の線にまとまってくる。

(ii) 吹込み分布形の影響はほとんどない。

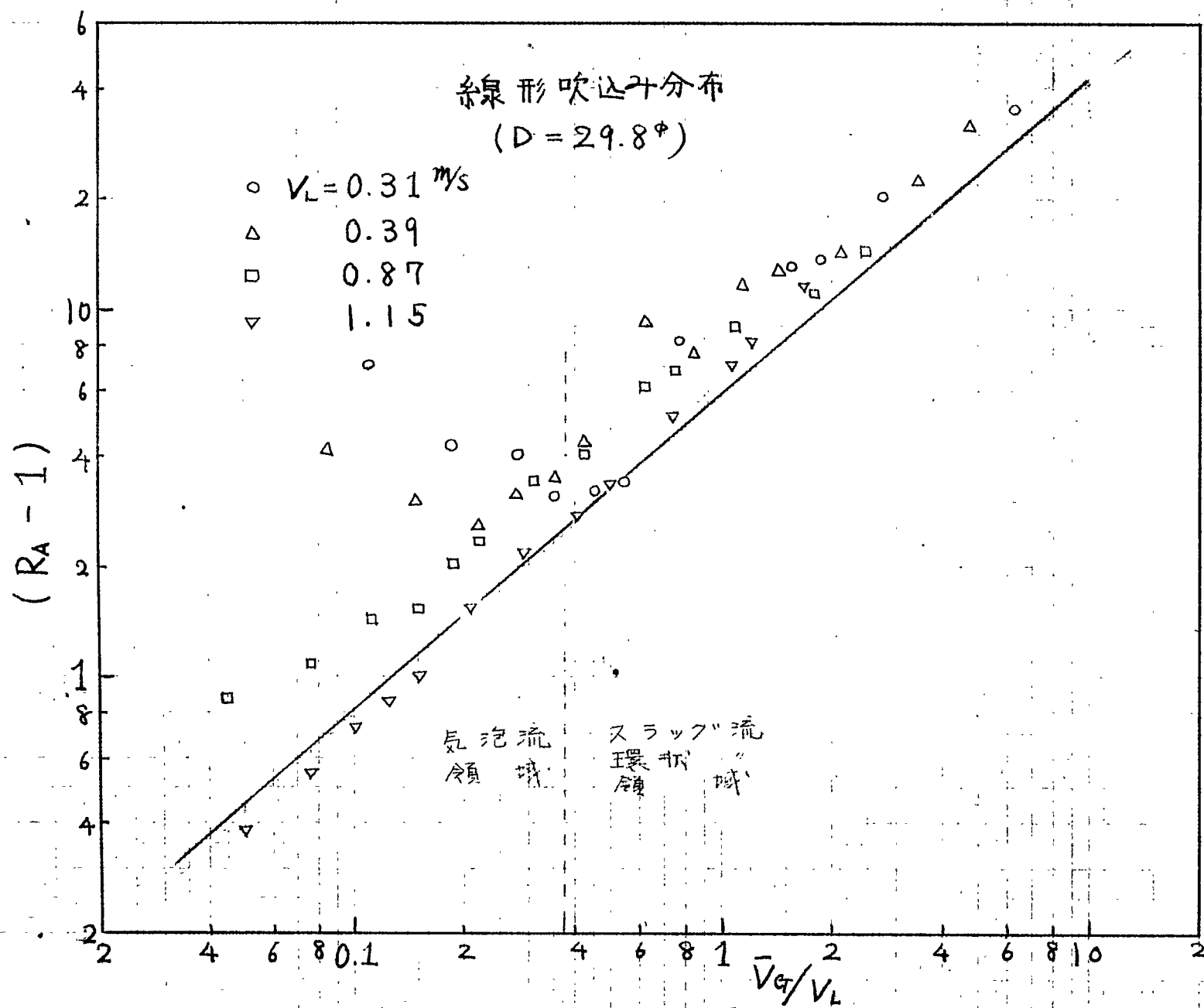
図中の実線によって実験結果を代表すると $(R_A - 1)$ は $\bar{V}_G/V_L$ の 0.85 乗に比例し、しかも V_L および V_G 単独による影響は無視できるので



才5.4.5図 ($Ra-1$) と V_g/V_L の関係



才5.4.5図($R_A=1$)と $\bar{V}_g/V_L$ の関係



中5.4.7図 ($RA - 1$) と $\bar{V}_G / V_L$ の関係

$$V_L \text{ について } b - d + 2e = -0.15 \quad (i)$$

$$V_R \text{ について } c + d = 0.15 \quad (ii)$$

次に、 D の影響については、 $D = 29.1 \text{ cm}$ の管径だけ決めがあるが、世古口⁽¹⁾の実験結果（この実験においては、空気吹込み部が独立した部分にわかれていたないので、空気の吹込み分布形は全く不明であるが、吹込み分布形の影響は小さいので無視できると考える）によると、 $1 \text{ in} = 4$ と $\frac{3}{4} \text{ in} = 4$ 管について管径の影響はほとんど見られないので、無視できるものと考ええる。

粘性の影響に関して、従来の諸関係式においては、粘性の影響を考慮した報告は見当たらず、また、均一＝相流の摩擦損失係数 ($\bar{R}_f$) の結果より類推して、粘性の影響は無視できるものと考ええる。

$$b = c = 0 \quad (iii)$$

$$b + c + e = 0 \quad (iv)$$

(i), (ii), (iii), (iv) より

$$b = c = e = 0$$

$$d = 0.85$$

したがって,

$$R_A - 1 = C \left(\frac{\rho}{\rho_L} \right)^a \cdot \left(\frac{\bar{V}_G}{V_L} \right)^{0.85} \quad (5.4.4)$$

常温大気圧の空気-水系 = 相流であれば, 図 4.5 図の実線でも, $C \left(\frac{\rho}{\rho_L} \right)^a$ も定まると,

$$C \left(\frac{\rho}{\rho_L} \right)^a = 5.8 \quad \text{ゆえに}$$

$$R_A - 1 = 5.8 \times \left(\frac{\bar{V}_G}{V_L} \right)^{0.85}$$

または, 管路に沿った平均の重量流量比を用いて

$$R_A - 1 = 1740 \times \left(\frac{\bar{X}}{1 - \bar{X}} \right)^{0.85}$$

(ただし, 常温大気圧の空気-水系)

<密度比の影響>

Thom⁽¹⁴⁾ の論文に, W.T.B.A Project の高温・高圧での沸騰部における実験結果より求めた

R_A と重量流量比の関係が与えられており, 以下

に, Lottes & Flinn においても, 同様な実験結果が与えられている, したがって, 密度比の影響

響に関しては、このデータを利用する。

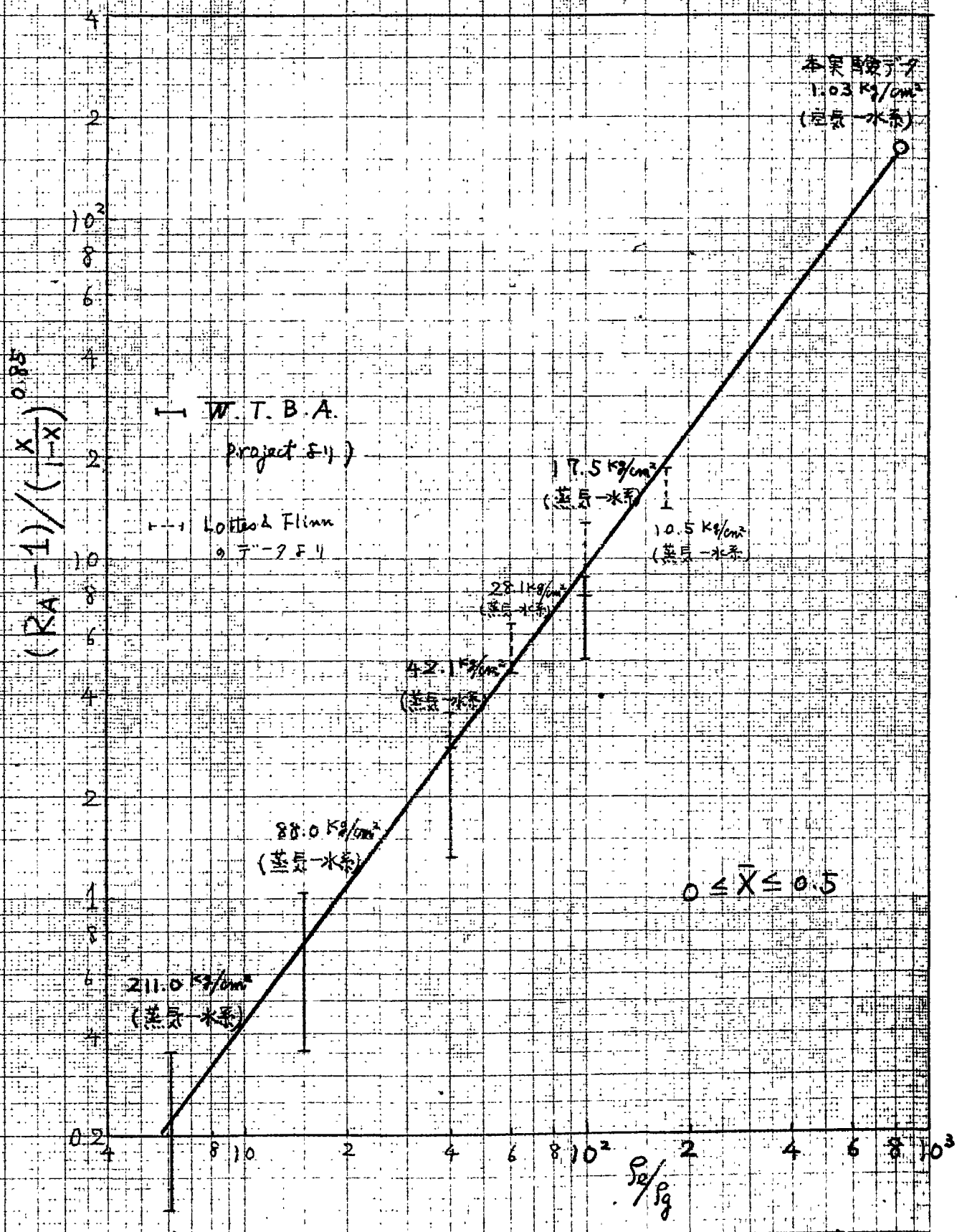
常温における空気-水系の吹込み実験の結果より R_A と平均重量流量比 $\bar{X}$ の関係が、式(5.4.5)で表わされているので、 $(R_A - 1) / (\frac{\bar{X}}{1 - \bar{X}})^{0.85}$ と ρ_g / ρ_l の関係を、上記のデータについて調べたものを表5.4.8に示す。図中の右端の点は、常温大気圧での空気-水系(本実験)の値、他は、Thom および Lotter & Filman の文献の値を用いたものである。

蒸気-水系においては、実験者によって、多少の差違があるとともに、蒸気-水系での結果が蒸気-水系の結果を大気圧まで外挿した値よりも少し大きな値を示す傾向がある。

吹込みにおける空気-水系の結果を直接、沸騰部での実験結果に用いることが、妥当であるか否かについて、次の二つの問題点が考えられる。

- i) 気相について、空気と蒸気と云う特性が変わっていること。
- ii) 吹込みと沸騰のアナロジーが、管壁で成

112 V 181 2 x 20



才5.4.8図密度比の影響

立つかどうか。

i) に関して、二相流の摩擦損失。大部分は、密度、粘性共に大まに液相中で起っており、気相の影響は、小まにともう報告があるので、その小程、大まな変化は見られないうと考えられる。

ii) に関しては、空気吹込みの場合と沸騰の場合とは、気泡発生時の密度、一時的な発生量、気泡径、等が異なるものと考えられる。

(1)
しかし、世古口⁽¹⁾の空気吹込みの実験結果によると、空気吹込み口の密度、や吹込み口径の影響は、ほとんど無視できることが、報告されており、吹込みと沸騰のアドロミ¹は成立たなくとも、摩擦損失そのものには、あまり影響しないことが、予想される。

したがって、空気-水系の実験結果を、蒸気-水系、沸騰=相流に用いることは、^{他に}種々の問題があるが、多少の誤差は、許容して、常温から高温高圧まで成立つ統一的形式を作るために

密度比の影響についてのみ、常温大気圧の空気-水系の実験結果を用いて、図5.4.8図の実線より、密度比の係数値を定めると

$$\frac{R_A - 1}{\left(\frac{\bar{X}}{1 - \bar{X}}\right)^{0.85}} = C' \left(\frac{\rho_L}{\rho_g}\right)^{1.35}$$

ゆえに

$$R_A - 1 = C' \left(\frac{\rho_L}{\rho_g}\right)^{1.35} \left(\frac{\bar{X}}{1 - \bar{X}}\right)^{0.85} \quad (5.4.6)$$

常温大気圧の空気-水系で、実験を用いて式(5.4.6)の C' を定めると

$$R_A = 1 + 0.2 \left(\frac{\rho_L}{\rho_g}\right)^{1.35} \left(\frac{\bar{X}}{1 - \bar{X}}\right)^{0.85} \quad (5.4.7)$$

$$\left(\text{圧力} : \text{系圧力} \quad 1.03 \leq P \leq 211.0 \text{ kg/cm}^2 \right)$$

〈関係式の含意〉

常温大気圧下における実験結果と比較するに
めに、式(5.4.7)と図5.4.1図～図5.4.3図中に図
示すると、図中の太い実線を得る。式(5.4.7)
は、環状流が支配的領域、および液相流速が

大抵の場合には、比較的よく一致しているが、気泡流が支配的な領域で、液相流速が小さい場合には、実験値の方が大抵の値を示し、また液流速の影響も出てくる。

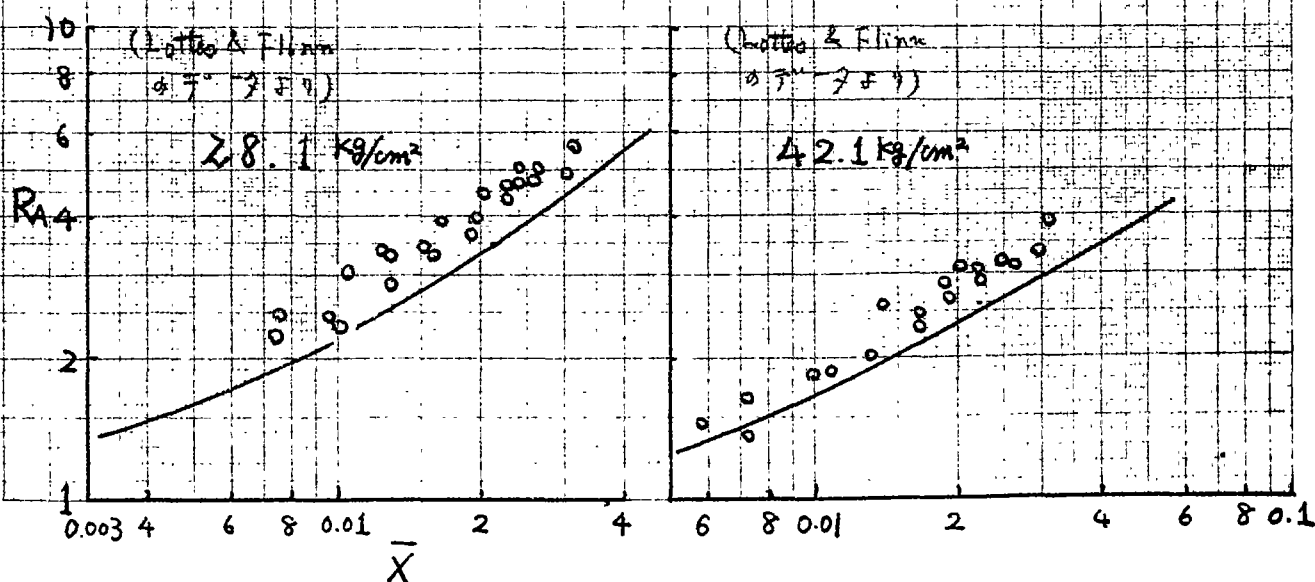
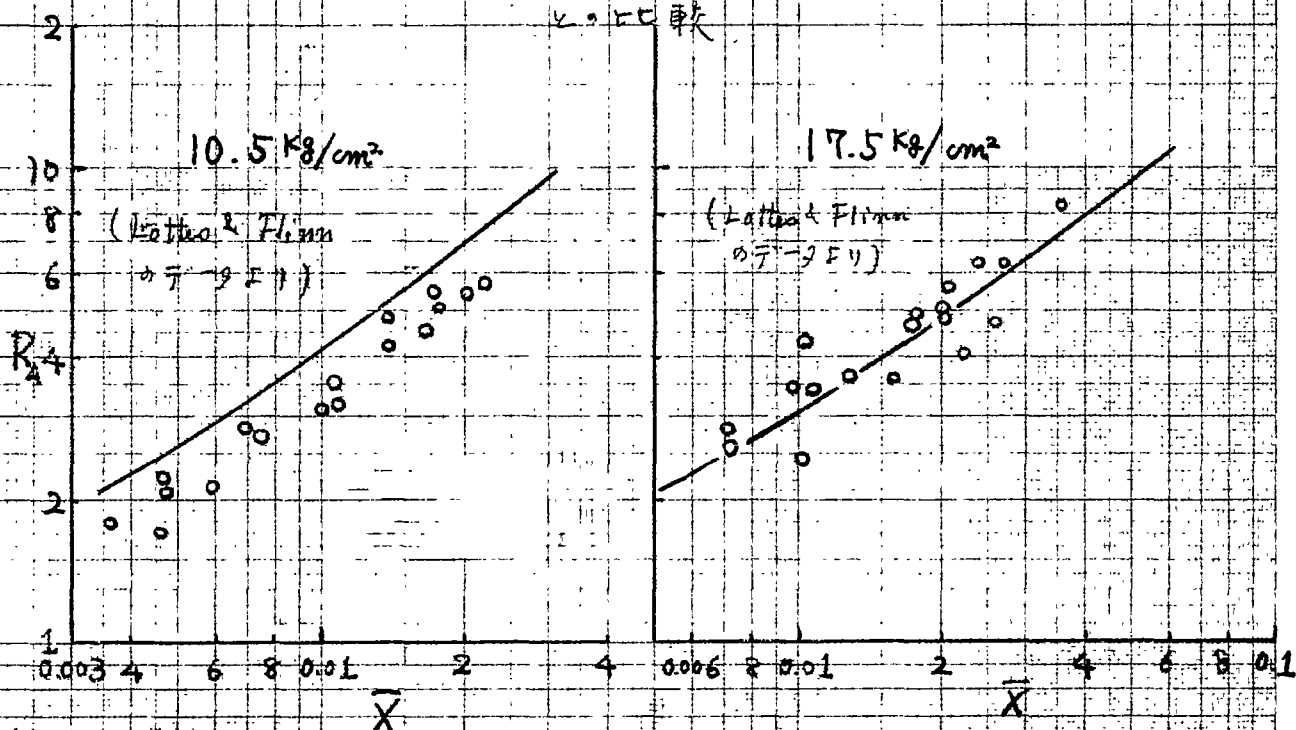
つぎに、沸騰部での蒸気-水系二相流、実験結果と比較したものを、図5.4.9図に示す。

これは式(5.4.7)が約20%前後で実験結果と一致しているが、あまり精度がいいとはいえない。これには、次のような問題点が見えらる。

- i) 沸騰部の二相流に、空気吹込みの実験結果を用いることの妥当性。
- ii) 密度比の影響をできる限りの関数として表わすこと。

i) については、大体の妥当性があることは述べていたが、また、不明な点が多く、今後、実験結果の集積と、種々の面から検討が必要と考えらる。

図5.4.9 式(5.4.7)と高圧における
蒸気-水系二相流(加熱管)の実験結果
との比較



5.5. 結 論

空気を管壁より吹込む方法で疑似沸騰状態を作り、 β のような二相流の摩擦損失倍率を求める実験を行った。 β により次のことが明らかとなった。

i) 常温不気圧下では、加速二相流の摩擦損失倍率は、均一二相流の摩擦損失倍率 (R_L) に比べて 2~3 倍大きな値を示す。

ii) このような二相流流動については、次の関係を得た。

$$R_A = 1 + 0.2 \left(\frac{\rho_l}{\rho_g} \right)^{1.35} \left(\frac{X}{1-X} \right)^{0.25}$$

系圧力の範囲は $1.03 \text{ Kg/cm}^2 \leq P \leq 147.5 \text{ Kg/cm}^2$

この式は、沸騰管内の蒸気—水素二相流にも適用できる。

iii) 管路に沿った吹込み量の分布形の影響は、平均の重量流量比 (X) に関して、図示する時には、無視できる。

第 6 章

二重管および複管における加速三相流

6. 1 緒言

第 4 章で述べたように、ボイラーや沸騰水型原子炉、または他の管内沸騰を利用する工業装置においては、一般に単円管以外の形状をもつ管内の沸騰系二相流問題に直面する。

特に、原子炉の場合には、冷却チャンネル中に、一本、または数本の燃料要素が入った複管における沸騰二相流が問題となる。この場合、内外壁とも、発熱体（燃料体）の場合もあるし、あるいは、片方の壁のみ発熱体の場合もある。

ところで、第 5 章で述べたように、管壁より気泡の発生がある場合、二相流の摩擦損失は、発生のない二相流の 2 ～ 3 倍も大きな値を示している。したがって、二重管や、複管構造をもつ管においては、形状の問題の他に、管壁の状

態（すなわち、発熱壁である場合と、そうでない場合）によっても、摩擦損失に影響する。

本実験においては、第4章で述べたような、二重管や複管構造をもつ管について、外部からのみ気泡発生がある場合は、加速二相流の摩擦損失が、どのように円管の場合と異なるのか、また、その時どのように摩擦損失の表示式を、円管の場合と関連づけるべきかについて、実験と共に、第3章および、第5章の摩擦損失の関係式から、検討したものである。

・ 実際問題としては、一般に、内管の方が、発熱壁をもち、したがって、気泡を発生する場合が多く、この実験装置とは逆であるが、流動状態も大差はないものと考えられる。

6. 2 実験装置および方法

実験装置は、第5章で述べた装置と全く同じで、ただテスト管部が、第5章で使用した円管（吹込み管）の内部に、第4章で述べた内管

を固定したものである。テスト管の種類としては、外管 $D_1 = 29.8^\phi$ の一種類、内管は二重管で、 $D_2 = 10.0^\phi, 15.0^\phi, 21.0^\phi, 25.0^\phi$ の場合の4種類と、複管（三本管）で、 $D_2 = 10^\phi$ をオ4章のテスト管と同じように入れたものである。

気液の流量条件は、 $Q_l = 0.112 \text{ l/s} \sim 0.76 \text{ l/s}$,
 $Q_g = 0 \sim 6 \text{ l/s}$ (ただし、二重管 $D_m = 3.8^\phi$ のみ、 $Q_l = 0.087 \text{ l/s} \sim 0.26 \text{ l/s}$, $Q_g = 0 \sim 3 \text{ l/s}$)

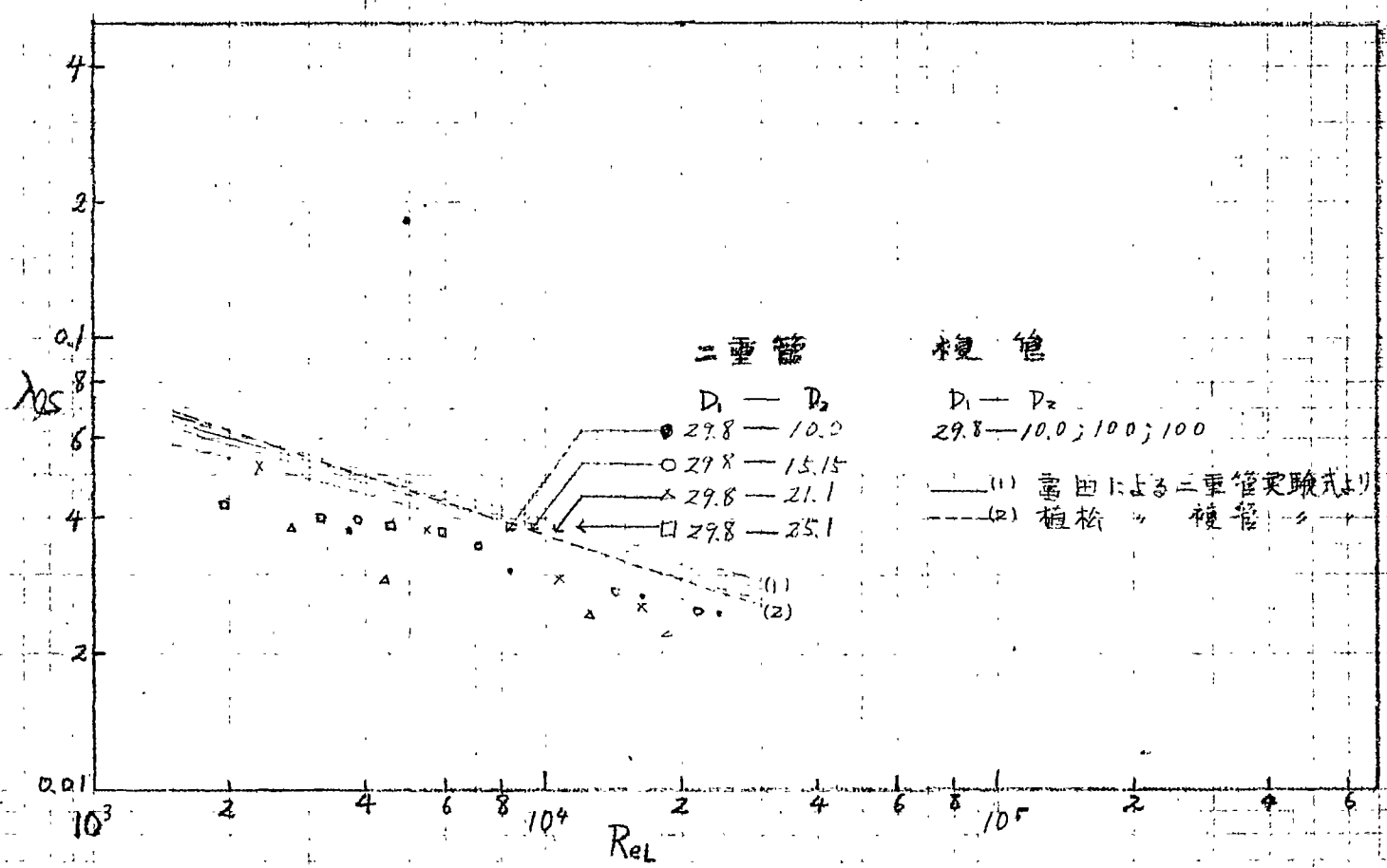
流動様式で気泡流領域から環状流領域まで、観察された。

空気の吹込み分布は、円管の場合同様、均一吹込み、Sin状吹込みおよび線形吹込み分布について行った。

二重管および複管の液相单相流での摩擦損失係数 (λ_s) と Reynolds 数をオ6/3.1 図に示す。

6. 3 実験結果および考察

各吹込み分布形で、各二重管および複管に



第 6.3.1. 図 種々の形状の管についての逐相
単相流の管摩擦係数 (λ_{sp})

ついで、二相流摩擦損失倍率 (R_A) と管内の平均重量流量比 ($\bar{X}$) の関係を ϕ 6.3.2 図 ~ ϕ 6.3.6 図に示す。図中の鎖線は、円管の加速二相流の式 (5.3.23)、点線は気体体積率の変らな二相流での式 (4.4.22) である。

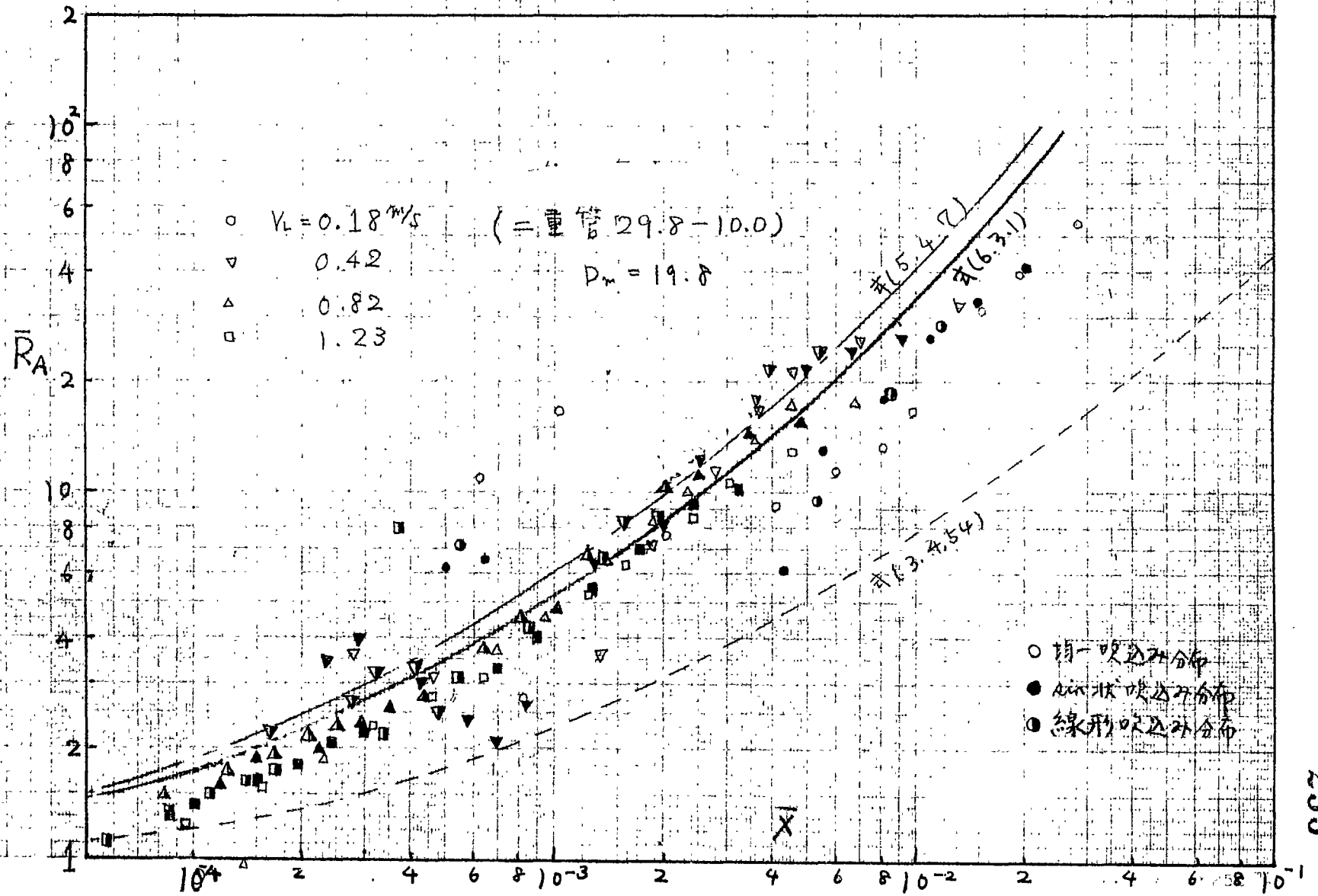
これらの図から次のような結果がわかる。

i) 二重管および複管においても、平均重量流量比を取るかぎりにおいて、吹込み分布形の影響は無視できる。

ii) 管の等価直径が大さい場合には、スラッグ流、環状流領域において、液相流量によって、 R_A はほとんど変らないが、二重管等価直径が、小さくなると R_A は、液相流量速度 (V_L) によって変わった値を取り、 V_L が大さい程、 R_A は小さい値を示す。

iii) 二重管内流での二相流摩擦損失倍率 R_A は、円管の加速二相流の R_A を上限、気体体積率の変

※6.3.2圖 = 重管に於ける $\bar{R}_A$ と $\bar{X}$ の関係



才6.3.3図二重管に於ける $\bar{R}_A$ と $\bar{X}$ の関係

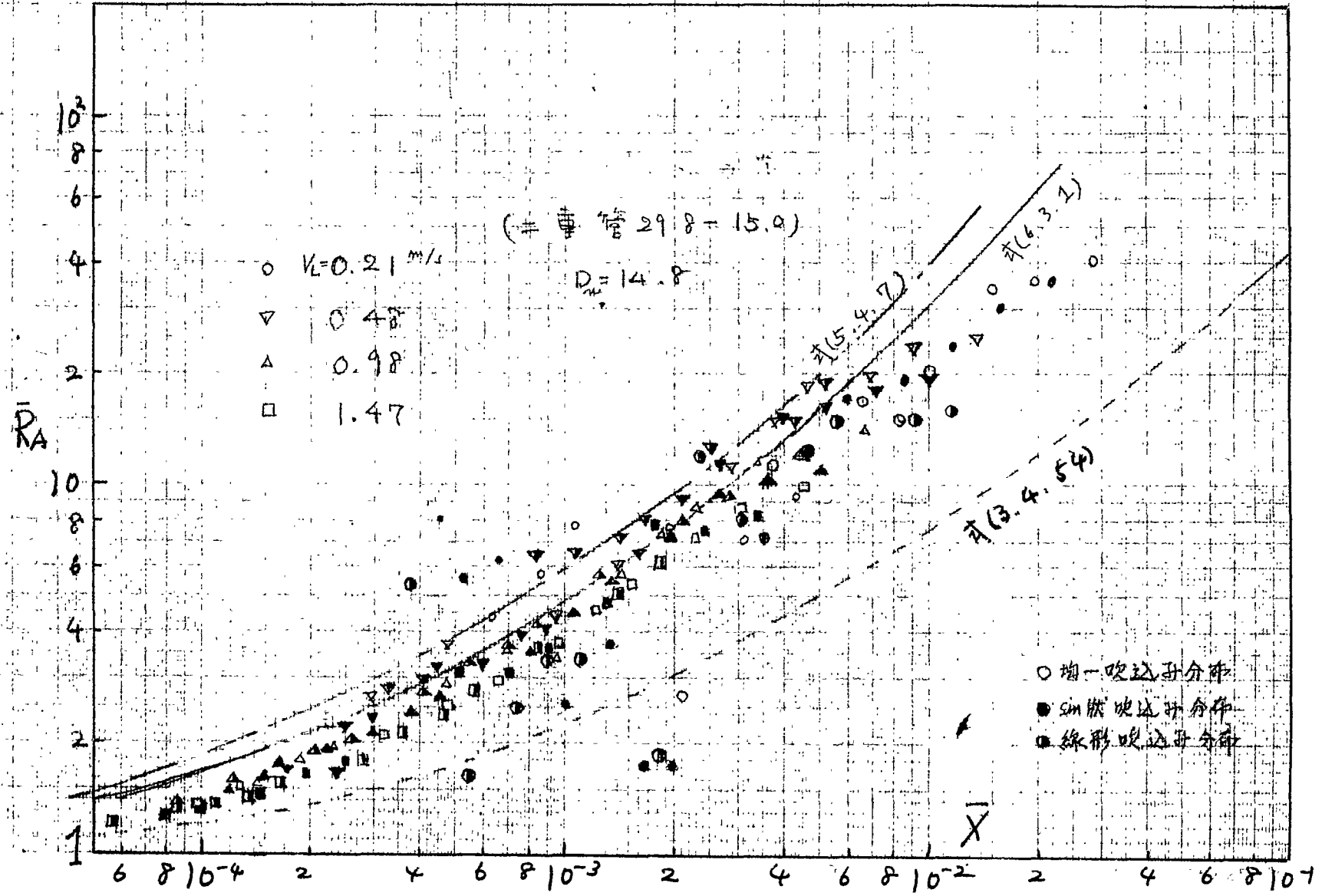


图 3.4 二重管に於ける $\bar{R}_A$ と X の関係

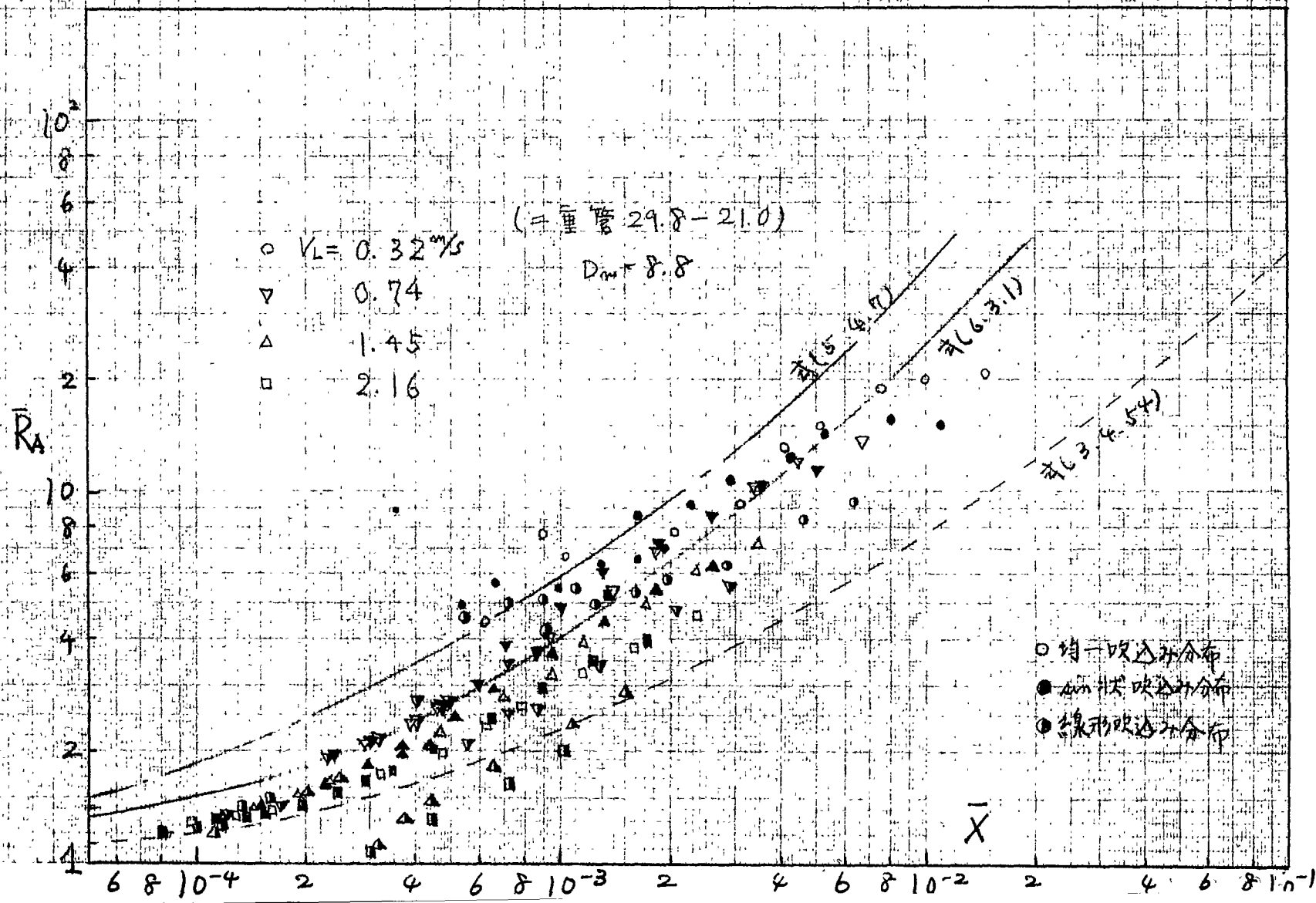
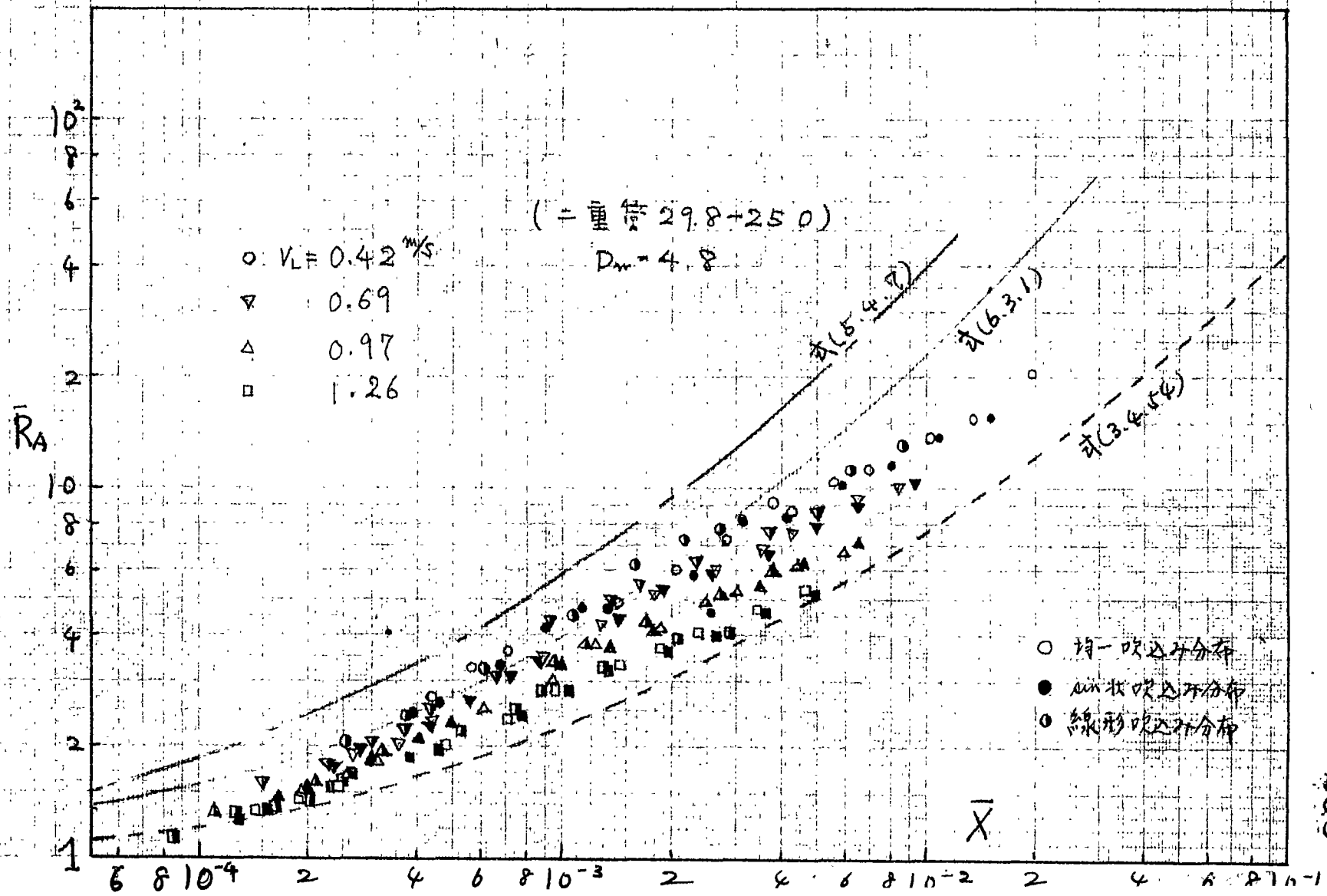
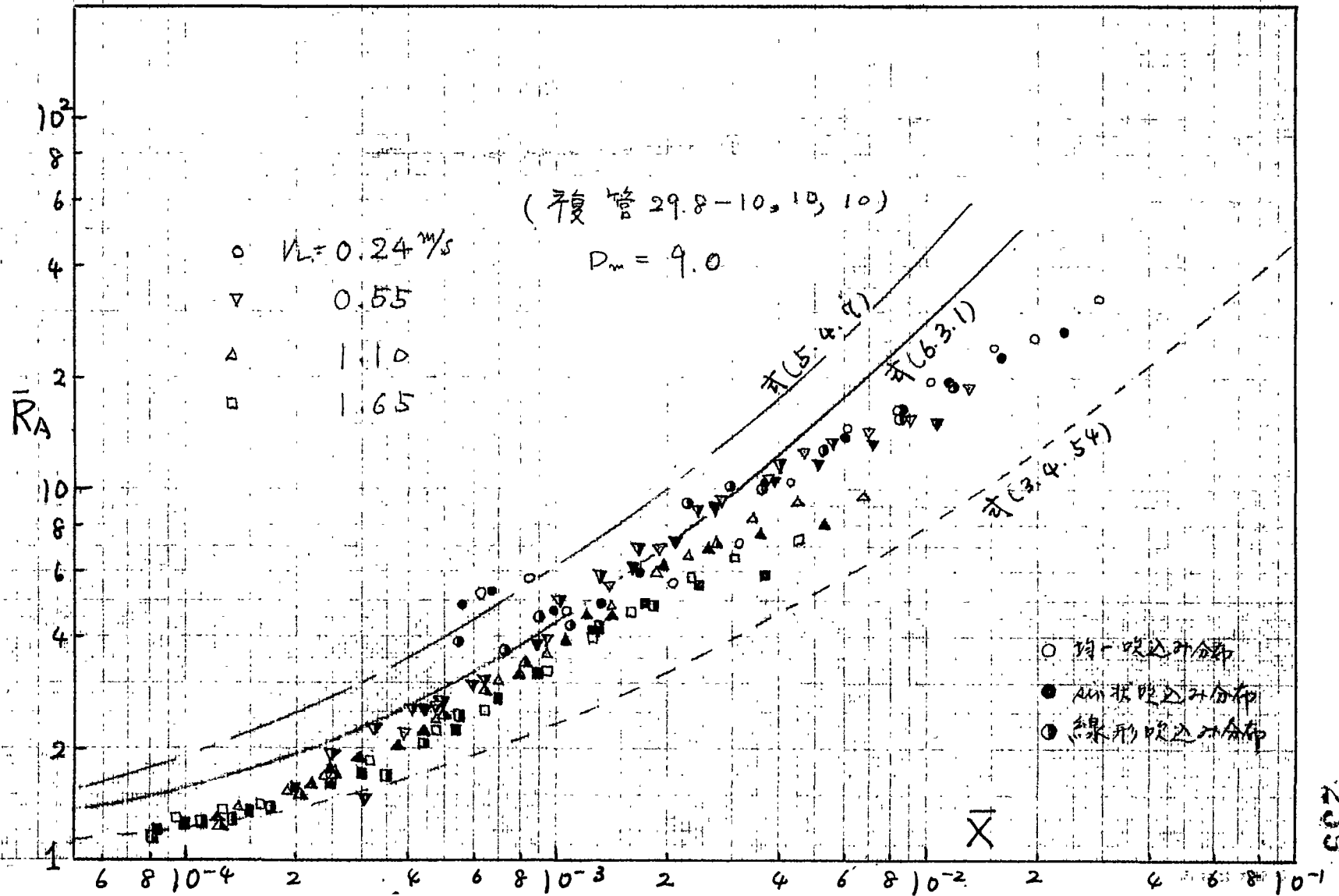


图 6.3.5 二重等比数列 $\bar{R}_A$ 与 $\bar{X}$ 的关系



※6.3.6図 二重管に於ける $\bar{R}_A$ と $\bar{X}$ の関係



化しない場合の摩擦損失倍率 (R_A) を下限とする間の値を取り、等価直径が小さくなるにつれて、 R_A は全般的に、小さな値を取る。

ii) の傾向は、気体体積率の変化しない二相流では、見られなかった現象である。

これについては、加速二相流での摩擦損失の増大は、気泡の発生による表面あさの増大や、管壁附近の境界層が乱れる点であると考えられる。しかし、上記の二重管や複管においては、内管壁からは、気泡は発生しない。したがって内管壁では、表面あさ等の増大は、起らないものと考えられる。

それで、外管部内壁は、加速二相流での円管の摩擦損失倍率式 (5.4.7) を取り、円管の壁では、均一な二相流の場合の式 (3.4.54) の値を取るものと考え、管壁の面積の比で平均した $\bar{R}_A$ を求め

$$\bar{R}_A = \frac{A_B}{A_t} R_A + \frac{A_{NB}}{A_t} R_e \quad (6.3.1)$$

ここで A_t は、流体の流れる全壁面積、 A_b は気泡の発生のある壁の面積、 A_{nb} は、気泡発生のない壁の面積である。式(6.3.1)を用いた計算結果も実験結果の図表 6.3.2 図～表 6.3.6 図に示す。このようにして求めた、摩擦損失係数(R_f)は、等価直径が、 $3\phi_m$ の場合を除くと、実験結果の傾向も説明できるが、 $3\phi_m$ の場合は、実験結果の方が、計算結果より小さな値を示している。

6.4 結 論

二重管、複管において、外管壁より気泡を吹込んだ場合の実験を行い、このような形状をもつ管内二相流の摩擦損失係数(R_f)について次の結論を得た。

- 1). 管路に沿っての気泡の吹込み量分布形の影響は、管路に沿った平均の重量流量比($\bar{X}$)によって、評価する場合には、無視できる。

ii) 摩擦損失倍率($\bar{R}_A$)は、吹込みがある円管における摩擦損失倍率(R_A)と吹込みがない場合の円管での摩擦損失(R_0)の中間の値を示し、等価直径が小さくなる程、小さい値を示す。この時、

$\bar{R}_A$ は、次の関係式によつて、式(6.3.1)

$$\bar{R}_A = \frac{A_B}{A_c} R_A + \frac{A_{NB}}{A_c} R_0$$

一応説明できると、等価直径が小さくなると、
 上式より、小さい値を示して来るので
 上式のみによつては、十分に現象を説明でき
 ない。

iii) 等価直径が、小さくなると円管においては
 見られぬが、液相流量の影響も入って来る。
 液相体積速度が、大きい程、 R_0 は、小さい値を
 示す。

以上の結論より、一般の沸騰系二相流において、
 円管の結果をそのまま二重管等に適用する場合
 には、管壁状態(沸騰壁、かまが)を考慮する必要
 がある。

第 7 章

エネルギー散逸の関係式を用いた整理法 の検討

7. 1 緒 論

単相流では、圧力降下 ΔP の関係式を求めるのに運動量保存則を用いても、エネルギー散逸の関係式を用いても圧力降下を示す各項(たとえば、加速損失や重力による圧力降下)の値は一致する。しかるに、二相流では、静圧差は同じ値であっても圧力降下の各項はこれから示すように運動量の方法とエネルギーの方法では異なった値をよえる。これは二相流では密度分布があることと気液間に相対速度があること等のため起こる。従来、垂直管内二相流の研究は、重力による圧力降下を管内の平均密度($\rho_l(1-\bar{\alpha}) + \bar{\rho}_g \bar{\alpha}$)で評価すると言う意味で運動量の方法と云える。しかるに、エネルギーの方法から求まる圧力

降下の関係式を用いて整理することも考えられるわけである。

運動量の方法とエネルギーの方法の違いは、前者が、圧力降下を測定区間の流体の全境界面に及ぼす応力の平衡式から求めようとするのに対し、後者は、流体の内部でのエネルギー損失の平衡式から求めることであり、したがって流体の内部構造を知る必要がある、その点難解となる場合が多い。しかしながら、運動量を用いた方法では、算出できなかった気液境界面でのエネルギー損失に基づき圧力損失項等が求められる。したがって、これから二相流の内部構造等を研究していく上には、エネルギーの方法による二相流の解析も検討する必要があるものと考えられる。エネルギーの方法を用いた場合、重力による圧力降下は、平均密度ではなく、平均流量密度によって評価される。それ故、静圧差と重力項の差として得られる圧力損失項

は、運動量保存則から求まる摩擦損失項とは異なった値となるが、このようにして新たに定義した圧力損失項が、比較的簡単な関係式で整理できるかどうかを本章では検討する。

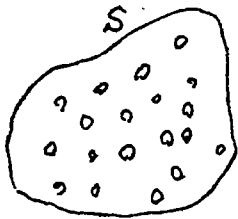
以下の理論においては、厳密には時間平均化した関係式を用いて論じなければならぬが、乱流変動項を入れた式は非常に複雑となるため、ある時点での方程式であつてゐる。

しかし本章では、摩擦損失項(エネルギーの式から新たに定義した損失項)に影響する流動因子を求めることのみを目的としてゐるので、第2章の結果からわかるように、二相流の混合長に新たに影響する、無次元因子のみを加えれば、どちらの方程式を用いても、同じ結果を与える。

7. 2. 垂直管内気液二相流におけるエネルギー散逸の関係式

7. 2. 1. 気泡モデル

(A) 一般関係式の誘導



第2章において、運動量に対して行うたのと同じ方法と、エネルギーに対して用いる。

簡単化のため、次の仮定を置く。

i) 気液各相共、非圧縮性流体とする。

二相流体中に、 S なる境界面でかこまれた領域を考へ、この領域の流体がもつ運動エネルギー(E_k)の、時間的变化を考えると、

$$\frac{dE_k}{dt} = \int_V \frac{1}{2} \{ \rho_l (1-f_g) v_l^2 + \rho_g f_g v_g^2 \} dV \quad (7.2.1)$$

これは、付録Ⅳの(A)で示すように、気相、液相共、非圧縮性の場合、次のように変形される。

$$\frac{dE_k}{dt} = \int_V \left\{ \rho_l (1-f_g) v_l \cdot \frac{Dv_l}{Dt} + \rho_g f_g v_g \cdot \frac{Dv_g}{Dt} \right\} dV \quad (7.2.2)$$

そこで、 $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v \cdot \nabla$ である。

気泡流モデルにおける基礎運動方程式 (2.2.2)

および, 式 (2.2.3) は, 連続の式 (2.2.7) を用いて,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_g f_g v_g}{\partial t} + \nabla \rho_g f_g v_g^2 &= \rho_g f_g \frac{D v_g}{D t} = \rho_g f_g g - f_g \nabla P \\ &- f_g [\nabla \cdot \tau] - R_f \quad \text{-----} \quad (7.2.3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_e (1-f_g) v_e}{\partial t} + \nabla \rho_e (1-f_g) v_e^2 &= \rho_e (1-f_g) \frac{D v_e}{D t} \\ &= \rho_e (1-f_g) g - (1-f_g) \nabla P - (1-f_g) [\nabla \cdot \tau] + R_f \\ &\quad \text{-----} \quad (7.2.4) \end{aligned}$$

式 (7.2.2) に 式 (7.2.3) および 式 (7.2.4) を代入すると,

$$\begin{aligned} \frac{d E_k}{d t} &= \int_V \{ \rho_e (1-f_g) v_e + \rho_g f_g v_g \} \cdot g \, dV - \int_V \{ (1-f_g) v_e \\ &+ f_g v_g \} \nabla P \, dV - \int_V \{ (1-f_g) v_e + f_g v_g \} \cdot [\nabla \cdot \tau] \, dV \\ &+ \int_V (v_e - v_g) \cdot R_f \, dV \quad \text{-----} \quad (7.2.5) \end{aligned}$$

式 (7.2.5) の右辺の第 2 項および, 第 3 項は, 付録 (Ⅳ) の (B) に示すように変形できるので,

$\frac{dE_k}{dt}$ は次式のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{dE_k}{dt} = & \oint_V \{ \rho_e (1-f_g) W_e + \rho_g f_g W_g \} dV - \int_S P \{ (1-f_g) \\ & W_e + f_g W_g \} \cdot dS + \int_V [\tau : \nabla \{ (1-f_g) W_e + f_g W_g \}] dV \\ & + \int_V (W_e - W_g) \cdot R_f dV \quad \dots\dots\dots (7.2.6) \end{aligned}$$

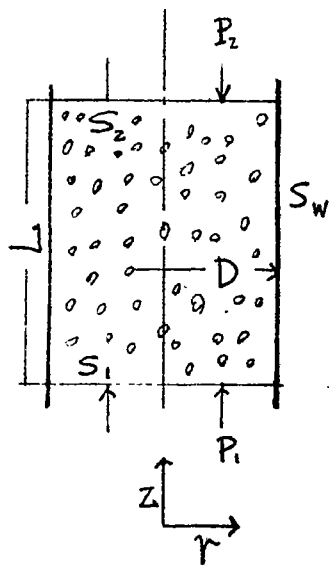
式(7.2.6)は、次のような意味をもつ、右辺第1項を E_g とおくと、 E_g は外力が単位時間に、領域内の流体に与える仕事の割合を示す。第2項を E_s とおくと E_s は、境界面の応力によって、境界面内の運動エネルギーの増加する割合を示すものである。また第3項を E_v とおくと E_v は境界面内の流体が単位時間に粘性によって、散逸するエネルギーの割合を示し、さらに第4項を E_R とおくと、 E_R は、気泡間の相対速度によって失われるエネルギーの割合を示している。

式(7.2.6)を簡単に書くと、

$$\frac{dE_k}{dt} = E_g - E_s + E_v + E_R \quad \dots\dots\dots (7.2.7)$$

となる。

(B) 垂直円管内気泡流への適用



第2章の場合と同じく，次の仮定をおく。

i) 管路に沿って管断面は、不変であり、同一断面内での静圧は一定とする。

ii) 気体体積率の管断面内分布は，気泡密度に関係なく，一定の分布をしている。境界面を S として，左図のように液体内 S_1, S_2 ，および管外壁 S_w を考えると，

$$S = S_1 + S_2 + S_w \quad \text{----- (7.2.8)}$$

いま定常流で，管路に沿って平均気体体積率が変化しない場合のみ考え^ると，この場合

$$\frac{dE_k}{dt} = 0 \quad \text{----- (7.2.9)}$$

ゆえに式(7.2.7)より，

$$E_s = E_g + E_v + E_R \quad \text{----- (7.2.10)}$$

ここで E_s は, S_w においては流速が 0 なので,

$$E_s = \int_{S_1+S_2} P \{ (1-f_g) v_{ez} + f_g v_{gz} \} \cdot dS = \int_0^{2\pi} \int_0^{D/2} (P_2 - P_1) \{ (1-f_g) v_{ez} + f_g v_{gz} \} r dr d\theta$$

$$r dr d\theta = (P_2 - P_1) \int_0^{2\pi} \int_0^{D/2} \{ (1-f_g) v_{ez} + f_g v_{gz} \} r dr d\theta \dots (7.2.11)$$

また気液の体積流量を Q_e , Q_g とすると,

$$\left. \begin{aligned} Q_g &= \frac{1}{4} \pi D^2 V_g = \int_0^{2\pi} \int_0^{D/2} f_g v_{gz} r dr d\theta \\ Q_e &= \frac{1}{4} \pi D^2 V_L = \int_0^{2\pi} \int_0^{D/2} (1-f_g) v_{ez} r dr d\theta \end{aligned} \right\} \dots (7.2.12)$$

式 (7.2.12) を式 (7.2.11) に代入すると,

$$E_s = (P_2 - P_1) (V_L + V_g) \frac{1}{4} \pi D^2 \dots (7.2.13)$$

つまり, E_g は式 (7.2.12) を用いて, 外力として重力のみを考えると,

$$E_g = -g \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_0^{D/2} \{ P_e (1-f_g) v_{ez} + P_g f_g v_{gz} \} r dr d\theta dz$$

$$= \frac{1}{4} \pi D^2 L (P_e V_L + P_g V_g) \dots (7.2.14)$$

つまり, 粘性によるエネルギー散逸項 E_v は, τ が式 (2.2.4) で与えられるので

$$\begin{aligned}
 E_v &= -\mu_e \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_0^{D/2} \frac{\partial v_{ez}}{\partial r} \frac{\partial \{(1-f_g)v_{ez} + f_g v_{gz}\}}{\partial r} r dr d\theta dz \\
 &= -\mu_e \cdot 2\pi L \int_0^{D/2} \frac{\partial v_{ez}}{\partial r} \frac{\partial \{(1-f_g)v_{ez} + f_g v_{gz}\}}{\partial r} r dr \dots (7.2.15)
 \end{aligned}$$

また、二り速度による散逸エネルギー E_R は、付録(1)の式(4)を代入して、

$$\begin{aligned}
 E_R &= \int_V R_f (N_e - N_g) dV = \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_0^{D/2} \frac{1}{3} f_g F(f_g) C_D \rho_e (v_{ez} - v_{gz})^3 \\
 &\quad \frac{1}{D_b} r dr d\theta dz = -2\pi L \cdot \frac{1}{3} C_D \rho_e \frac{1}{D_b} \int_0^{D/2} f_g F(f_g) (v_{gz} - v_{ez})^3 r dr \\
 &\dots\dots\dots (7.2.16)
 \end{aligned}$$

式(7.2.13), 式(7.2.14), 式(7.2.15)および式(7.2.16)と式(7.2.11)に代入し、 $\frac{1}{4}\pi D^2 L$ で割ると、

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{P_1 - P_2}{L} \right) (V_G + V_L) &= (\rho_e V_L + \rho_g V_G) f + \frac{8}{D^2} \mu_e \int_0^{D/2} \frac{\partial v_{ez}}{\partial r} \\
 &\quad \frac{\partial \{(1-f_g)v_{ez} + f_g v_{gz}\}}{\partial r} r dr + \frac{8}{3} C_D \frac{1}{D_b D^2} \int_0^{D/2} f_g F(f_g) v_{gz}^3 r dr \\
 &\dots\dots\dots (7.2.18)
 \end{aligned}$$

式(7.2.17)で粘性によるエネルギー散逸のために起る圧力損失を $(\Delta P/\Delta L)_{TPF}$ とおくと、

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{\text{TPF}} (V_L + V_G) = \frac{8}{D^2} \mu_e \int_0^{1/2} \frac{\partial v_{ez}}{\partial r} \frac{\partial \{v_{ez}(1-f_g) + v_{gz}f_g\}}{\partial r} r dr \dots (7.2.19)$$

いま, $v_{ez}^* = v_{ez}/\bar{v}_e$, $v_{gz}^* = v_{gz}/\bar{v}_g$, $r^* = r/D$ とおき, 式 (7.2.19) を $\frac{1}{2} \rho_e \bar{v}_e^3 \frac{1}{D}$ で割り無次元化すると,

$$\frac{\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{\text{TPF}} (V_L + V_G)}{\frac{1}{2} \rho_e \bar{v}_e^3 \frac{1}{D}} = 16 \frac{\mu_e}{\rho_e \bar{v}_e D} \int_0^{1/2} \frac{\partial v_{ez}^*}{\partial r^*} \frac{\partial \{v_{ez}^*(1-f_g) + \frac{\bar{v}_g}{\bar{v}_e} v_{gz}^* f_g\}}{\partial r^*} r^* dr^* \dots (7.2.20)$$

いま, 液相単相で管内を流れた場合の摩擦損失エネルギーは,

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{\text{fs}} V_L = C_1 Re_L^{-1/4} \frac{1}{2} \rho_e V_L^3 \frac{1}{D} \quad (7.2.21)$$

式 (7.2.21) を式 (7.2.20) に代入すると,

$$\frac{\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{\text{TPF}} (V_L + V_G)}{\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{\text{fs}} V_L} = \frac{16}{C_1 Re_L^{-1/4} (1-f_g)^3 \rho_e \bar{v}_e D} \int_0^{1/2} \frac{\partial v_{ez}^*}{\partial r^*} \frac{\partial \{v_{ez}^*(1-f_g) + \frac{\bar{v}_g}{\bar{v}_e} f_g v_{gz}^*\}}{\partial r^*} r^* dr^* \dots (7.2.22)$$

式 (7.2.22) は二相流摩擦損失エネルギー比ともいうべきものであり, これを $\bar{K}_E$ とおくと, $\bar{K}_E$ がどのような無次元に関係するかは, 式 (7.2.22) の $v_{ez}^* v_{gz}^*$ がどのような無次元量に影響されるかに

よって定まる。これは、厳密には付録(Ⅳ)の(c)に
 示すようになるが、ここでは $\rho_g \ll \rho_l$ とし、また
 気相の流速分布が液相のそれと同じ、 $u_{gz}^* = u_{lz}^*$
 とおくと式(7.2.22)の右辺被積分項は、 u_{gz}^* のみ
 によって定まる。これは式(2.2.38)より

$$u_{gz}^* = u_{gz}^*(r^*, \bar{f}_g, Re_b, Re_L, Fr_e) \quad \dots (7.2.23)$$

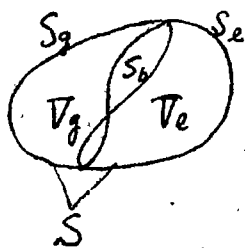
さらに、気泡径を一定とし、式(7.2.23)を式(7.2.22)
 に代入すると、次式のようになる。

$$\bar{R}_E = \bar{R}_E(\bar{f}_g, \frac{V_G}{V_L}, Re_L, Fr_L) \quad \dots (7.2.24)$$

7. 2. 2 層流状態モデル

(A) 一般関係式の誘導

層状をなす二相流体中に、境界面 S を図のよ



うに取り、この領域の運動エネルギー E_K の時間的变化は、

$$\frac{dE_K}{dt} = \frac{d}{dt} \frac{1}{2} \left\{ \int_{V_l} \rho_l u_l^2 dV + \int_{V_g} \rho_g u_g^2 dV \right\}$$

$$\dots (7.2.25)$$

これは付録(Ⅳ)の(d)で示すように、次のように

変形する。

$$\frac{dE_K}{dt} = \int_{V_e} \rho_e W_e \cdot \frac{DW_e}{Dt} dV + \int_{V_g} \rho_g W_g \cdot \frac{DW_g}{Dt} dV \quad (7.2.26)$$

層状流モデルの基礎方程式(2.3.1) および (2.3.2)

に連続の式を代入すると,

$$\frac{\partial \rho_e W_e}{\partial t} + \nabla \rho_e W_e^2 = \rho_e \frac{DW_e}{Dt} = \rho_e g - \nabla P - [\nabla \cdot \tau_e] \quad (7.2.27)$$

同様に,

$$\frac{\partial \rho_g W_g}{\partial t} + \nabla \rho_g W_g^2 = \rho_g \frac{DW_g}{Dt} = \rho_g g - \nabla P - [\nabla \cdot \tau_g] \quad (7.2.28)$$

式(7.2.27) および (7.2.28) を式(7.2.26) に代入す

ると,
$$\frac{dE_K}{dt} = \int_{V_g} W_g (\rho_g g - \nabla P - [\nabla \cdot \tau_g]) dV_g$$

$$+ \int_{V_e} W_e (\rho_e g - \nabla P - [\nabla \cdot \tau_e]) dV_e \quad (7.2.29)$$

式(7.2.29) に気泡流の場合と同じ手法を用いると,

付録(Ⅳ)の(c)参照)

$$\begin{aligned} \frac{dE_K}{dt} = g \left\{ \int_{V_e} \rho_e W_e dV + \int_{V_g} \rho_g W_g dV \right\} &- \left\{ \int_{S_e} P W_e dS + \int_{S_g} P W_g dS \right\} \\ &+ \left\{ \int_{V_e} [\tau_e : \nabla W_e] dV + \int_{V_g} [\tau_g : \nabla W_g] dV \right\} \end{aligned} \quad (7.2.30)$$

式 (7.2.30) の右辺の 1 項を E_g , 2 項を E_s , 3 項を E_v とすると, E_g, E_s, E_v は, 気泡流と同様の意味をもつ, 式 (7.2.30) を簡単化すると,

$$\frac{dE_k}{dt} = E_g - E_s + E_v \quad \dots\dots\dots (7.2.31)$$

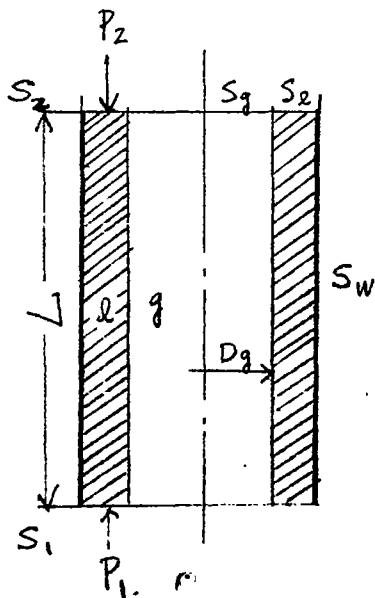
(B) 垂直円管内 = 相流への適用.

次の仮定をおく,

i) 管路に沿って管断面は不変であり, 同一断面内での静圧は一定とする。

定常流で管路に沿って, 気体体積率が変わらない場合, $\frac{dE_k}{dt} = 0$

$$E_s = E_g + E_v \quad \dots\dots\dots (7.2.32)$$



いま, 境界面 S として, 左図のように取ると管内で気相のしめる直径を D_g とすると,

$$\begin{aligned} E_s &= \int_{S_l} P_l v_l \cdot dS + \int_{S_g} P_g v_g \cdot dS \\ &= \int_0^{2\pi} \int_{D_g/2}^{D_g/2} (P_2 - P_1) v_{gz} r dr d\theta + \int_0^{2\pi} \int_0^{D_g/2} (P_2 - P_1) v_{gz} r dr d\theta \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{4} \pi D^2 (P_2 - P_1) \{ (1 - \bar{f}_g) \bar{v}_z + \bar{f}_g v_g \}$$

$$= \frac{1}{4} \pi D^2 (P_2 - P_1) (V_L + V_g) \quad \text{-----} \quad (7.2.33)$$

また E_g は、外力として、重力のみを与えると、

$$\begin{aligned} E_g &= -g \left\{ \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_{D_g/2}^{D/2} \rho_e \bar{v}_e' r dr d\theta dz + \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_0^{D_g/2} \rho_g v_g r dr d\theta dz \right\} \\ &= -\frac{1}{4} \pi D^2 (\rho_e V_L + \rho_g V_g) g \quad \text{-----} \quad (7.2.34) \end{aligned}$$

さらに粘性による散逸エネルギー一項は、

$$\begin{aligned} E_v &= \int_{V_e} (\bar{\tau}_e : \nabla \bar{v}_e) dV + \int_{V_g} (\bar{\tau}_g : \nabla v_g) dV \\ &= -2\pi L \left\{ \int_{D_g/2}^{D/2} \mu_e \left(\frac{\partial v_{ez}}{\partial r} \right)^2 r dr + \int_0^{D_g/2} \mu_g \left(\frac{\partial v_{gz}}{\partial r} \right)^2 r dr \right\} \quad (7.2.35) \end{aligned}$$

式(7.2.33), 式(7.2.34)および, 式(7.2.35)を式(7.2.32)に代入し $\frac{1}{4} \pi D^2 L$ で割ると, 圧力エネルギーの関係式を次のように得る。

$$\begin{aligned} \left(\frac{P_1 - P_2}{L} \right) (V_L + V_g) &= (\rho_g V_g + \rho_e V_L) g + \frac{g}{D^2} \left\{ \int_{D_g/2}^{D/2} \mu_e \left(\frac{\partial v_{ez}}{\partial r} \right)^2 r dr \right. \\ &\quad \left. + \int_0^{D_g/2} \mu_g \left(\frac{\partial v_{gz}}{\partial r} \right)^2 r dr \right\}. \quad (7.2.36) \end{aligned}$$

いま, 式(7.2.36)で, 粘性によるエネルギー散逸

の項を $(\Delta P/\Delta L)_{TPF} (V_L + V_G)$ とおき, $\frac{1}{2} \rho \bar{v}_e^3 \frac{1}{D}$ で割ると, 気泡流同様無次元化すると,

$$\frac{(\Delta P/\Delta L)_{TPF} (V_L + V_G)}{\frac{1}{2} \rho_e \bar{v}_e^3 \frac{1}{D}} = 16 \frac{\mu_e}{\rho_e \bar{v}_e D} \int_{\sqrt{f_g}/2}^{1/2} \left(\frac{\partial v_{ez}^*}{\partial r^*} \right)^2 r^* dr^* \\ + 16 \frac{\mu_g}{\rho_g \bar{v}_g D} \frac{\bar{v}_g}{\bar{v}_e} \frac{\rho_g}{\rho_e} \int_0^{\sqrt{f_g}/2} \left(\frac{\partial v_{gz}^*}{\partial r^*} \right)^2 \left(\frac{\bar{v}_g}{\bar{v}_e} \right)^2 r^* dr^* \dots (7.2.36)$$

いま、液相单相流の摩擦損失を式 (7.2.21) 式 (7.2.36) に代入すると,

$$\bar{R}_E = \frac{16}{C R_{EL}^{-1/4} (1 - \bar{f}_g)^3} R_{EL} \int_{\sqrt{f_g}/2}^{1/2} \left(\frac{\partial v_{ez}^*}{\partial r^*} \right)^2 r^* dr^* \\ + 16 R_{EG} \frac{\bar{v}_g}{\bar{v}_e} \frac{\rho_g}{\rho_e} \int_0^{\sqrt{f_g}/2} \left(\frac{\partial v_{gz}^*}{\partial r^*} \right)^2 \left(\frac{\bar{v}_g}{\bar{v}_e} \right)^2 r^* dr^* \dots (7.2.37)$$

いま、 v_{ez}^* , v_{gz}^* は定常で、十分発達した流れでは、式 (2.3.36), 式 (2.3.39), 式 (2.3.38), および、式 (2.3.39) より,

$$v_{ez}^* = v_{ez}^* \left(r^*, \bar{f}_g, \frac{\rho_g}{\rho_e}, \frac{\bar{u}_g}{\bar{u}_e}, R_{EL}, R_{EG}, Fr_e \right) \dots (7.2.38) \\ v_{gz}^* = v_{gz}^* \left(r^*, \bar{f}_g, \frac{\rho_g}{\rho_e}, \frac{\bar{u}_g}{\bar{u}_e}, R_{EL}, R_{EG}, Fr_e \right)$$

ゆえに、式 (7.2.38) を式 (7.2.37) に代入し、付録(四) の(II)を用いると,

$$\bar{R}_E = \bar{R}_E(\bar{f}_g, \frac{p_e}{p_g}, \frac{V_g}{V_L}, R_{eL}, R_{eg}, Fr_L) \dots (7.2.39)$$

7. 2. 3. 誘導関係式についての考察

= 相流流動のエネルギー散逸の式から、求めらるる圧力降下の関係式（気泡流モデルにおいては、式(7.2.17)、層状流モデルにおいては、式(7.2.36)）と第2章で求めた運動量保存則からの関係式（気泡流モデルにおいては、式(2.2.26) 層状流モデルにおいては、式(2.3.24)）と比較すると明確なようにエネルギーの式で求められる重力による圧力損失 $(\Delta P/\Delta L)_g$ は

$$(\Delta P/\Delta L)_g = \frac{\rho_e V_L + \rho_g V_g}{V_L + V_g} g = \{ \rho_e (1 - x_v) + \rho_g x_v \} g \dots (7.2.40)$$

となる。ここで、 x_v は体積流量比である。

これに対して運動量の関係式から求められる重力項は、

$$(\Delta P/\Delta L)_g = \{ \rho_e (1 - \bar{f}_g) + \rho_g \bar{f}_g \} g \dots (7.2.41)$$

となる。

しるるに垂直管二相流においては、平均気体体

積率の測定が不要となり、粘性によるエネルギー損失項が、比較的簡単に整理できれば、便利な場合もある。しかしながら、一応、気泡流領域においては、気泡の伝わり速度に基づくエネルギー損失項が、新たに検討しなければならない問題としておこる。つまり、運動量の方程式とエネルギーの方程式とを比べた場合、どちらの整理法が、いいとは云えぬが、実験結果の整理の精度からのみ判断せねばならないものである。

7. 3 エネルギー散逸の関係式を用いた

摩擦損失の整理

7. 3. 1 気泡流領域

式(7.2.17)より、粘性による損失エネルギーの項を算出するためには、気泡の中心速度に基づく損失エネルギーの項も定めなければならない。

これによる圧力損失を $(\Delta P/\Delta L)_R$ とみると、式(7.2.12)より、

$$(\Delta P/\Delta L)_R (V_L + V_G) = \frac{\rho}{3} C_D \frac{1}{D_0 D^2} \int_0^{D/2} f_g F(f_g) v_s^3 r dr \quad (7.3.1)$$

いま、 f_g および v_s が、管断面を通して均一と仮定すると、

$$(\Delta P/\Delta L)_R (V_L + V_G) = \frac{1}{3} C_D \bar{f}_g F(\bar{f}_g) \bar{v}_s^3 \quad (7.3.2)$$

ここで、 $F(f_g)$ は、単一気泡として、流れの場合に対して、気泡群として流れの場合の抵抗係数の補正関数であり、これは気泡流の中心速度の検討より、式(3.4.12)が与えられている。すなわち

ち $0 \leq \bar{f}_g \leq 0.2$ のとき、

$$\frac{\bar{v}_s}{v_{s00}} = \sqrt{\frac{(1-\bar{f}_g)}{F(\bar{f}_g)}} = (1-\bar{f}_g)^2 \quad (7.3.3)$$

$0.2 < \bar{f}_g \leq 0.5$ のとき

$$\frac{\bar{v}_s}{v_{s0}} = \sqrt{\frac{(1-\bar{f}_g)}{F(\bar{f}_g)}} = 0.6 \quad (7.3.4)$$

この計算においては、式(7.3.4)を全気泡流領域に成立つものと考え（= の妥当性に関しては、第3.4.3項にのべてた。）ると

$$F(\bar{f}_g) = 2.78(1-\bar{f}_g) \quad (7.3.5)$$

$$\bar{v}_s = 0.6 v_{s0} \quad (7.3.6)$$

式(7.3.5)および式(7.3.6)を式(7.3.2)に代入すると

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_R (V_L + V_G) = 0.2 C_0 \bar{f}_g (1-\bar{f}_g) \frac{\rho_g v_{s0}^3}{D_b} \quad (7.3.7)$$

本実験においては、気泡径(D_b) = 3mm とおき、付録(Ⅳ)の(f)に従って C_0 および v_{s0} を定め、上り速度による損失エネルギー一項を求めた。

二相流の摩擦損失エネルギー倍率($\bar{R}_E$)は、常に1より大きくなるので、 $(\bar{R}_E - 1)$ について考える。
 $(\bar{R}_E - 1)$ は、二相流の摩擦損失エネルギーの増加が単相流の損失エネルギーに対して、何倍

になるかを示すものである。

いま、 $(\bar{R}_E - 1)$ と V_g/V_L の関係も垂直円管内＝相流の気泡流領域、実験結果より求めたものを、才7.3.1図に示す。これより、 $(\bar{R}_E - 1)$ は、 V_g/V_L と直線的に変化することから認められる。 V_L が一定なので、 $(\bar{R}_E - 1)$ は、空気流量と共に、直線的に変化しているわけである。

液相体積速度 (V_L) の影響を考えると、 $(\bar{R}_E - 1)$ は、 V_L に逆比例していきことがわかる。すなわち $(\bar{R}_E - 1)V_L$ と (V_g/V_L) の関係も求めると、才7.3.2図に示すように、非常にまとまった関係図が得られる。この図からわかるように、 $(\bar{R}_E - 1)V_L$ は、 (V_g/V_L) に関して、管径、や液相流量 (V_L) に、ほとんど無関係に、一意的に定まる。

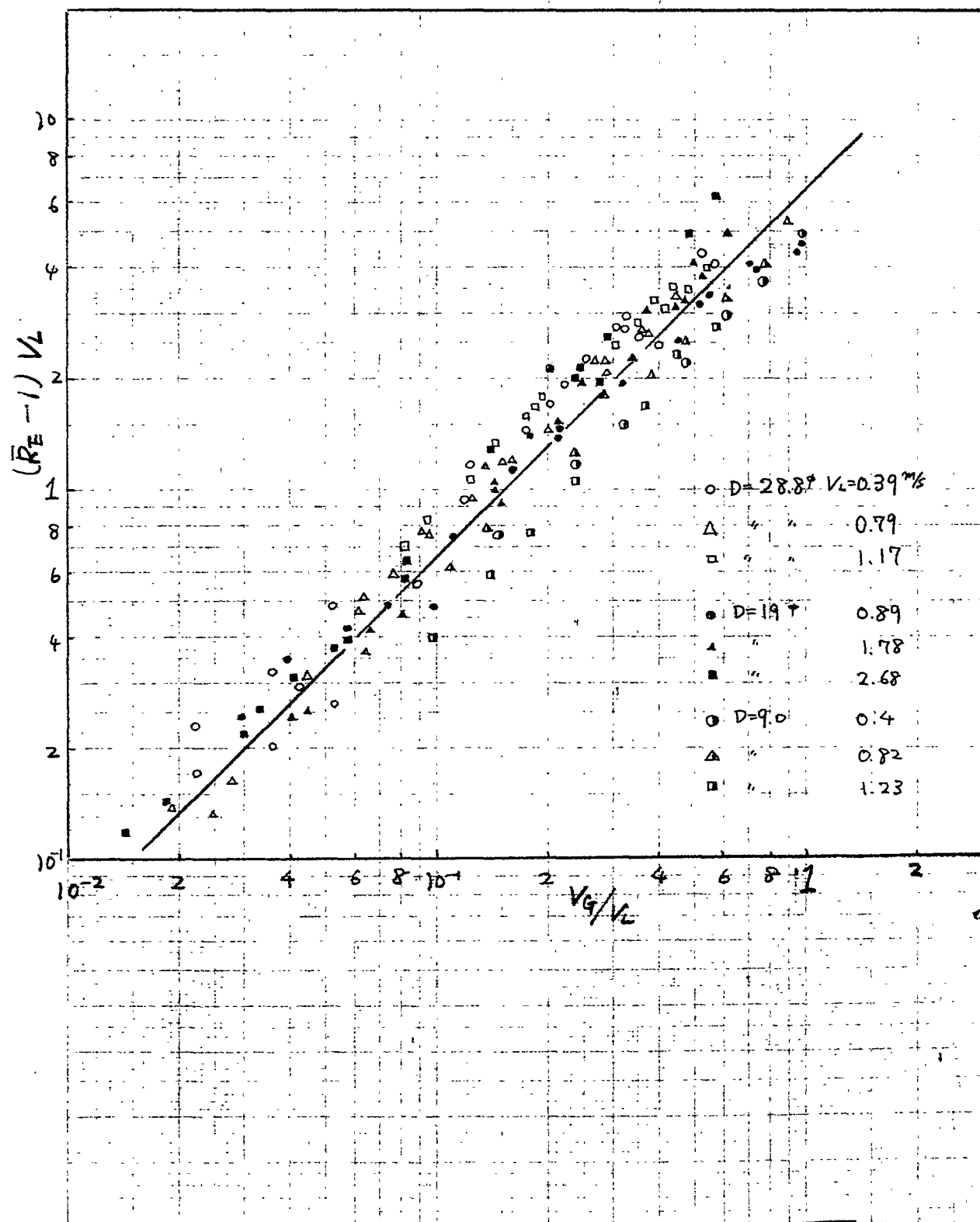
いま、気泡流領域での $\bar{R}_E$ は、式(7.2.24)より

$$\bar{R}_E = \bar{R}_E \left(\frac{F_g}{f_g}, \frac{V_g}{V_L}, Re_L, Fr_L \right) \quad (7.3.8)$$

ここで、4個の未知数を定めるのは、大変なので、簡単化を行う。

才 7.3.2 図 気泡流に於ける

$(\bar{R}_E - 1) V_L$ と V_G/V_L の関係



いま、気泡流領域でも、液相体積速度が、0.3%以上になると、第3.4.3項で求めたように、環状流領域での式(3.4.31)が、成立、この時、 $\bar{f}_g$ は V_g/V_L と密度比の関数として表わされるので、

式(7.3.8)は、

$$\bar{R}_E = \bar{R}_E(\rho/\rho_L, V_g/V_L, Re_L, Fr_L) \quad (7.3.9)$$

いま、常圧大気圧の空気-水系二相流のみを考える場合には、密度比は、一定なので、定数項に入れ、次式でおけるものと仮定する。

$$\begin{aligned} (\bar{R}_E - 1) &= C \left(\frac{V_g}{V_L} \right)^a Re_L^b Fr_L^c \\ &= C \left(\frac{\rho}{\rho_L} \right)^b g^{-c} V_g^a V_L^{-a+b+2c} D^{b-c} \end{aligned} \quad (7.3.10)$$

いま、 $(\bar{R}_E - 1)$ は、第7.3.2図より

$$(\bar{R}_E - 1) = C' \left(\frac{V_g}{V_L} \right)' \frac{1}{V_L} \quad (7.3.11)$$

ただし、 C' は、図F4、 $C' = 6.5$ 。

式(7.3.10)と式(7.3.11)の比較より

$$a = 1 \quad (V_g \text{ に関して}) \quad i)$$

$$-a + b + 2c = -2 \quad (V_L \text{ に関して}) \quad ii)$$

$$b - c = 0 \quad (D \text{ に関して}) \quad iii)$$

i) ii) と δ iii) と γ

$$a = 1 \quad b = c = -\frac{1}{3}$$

したがって、

$$\bar{R}_E - 1 = C \left(\frac{V_G}{u} \right) (Re_L \cdot Fr_L)^{-\frac{1}{3}} \quad (7.3.12)$$

式(7.3.11)と式(7.3.12)より C を定めると、

$$\bar{R}_E = 1 + 304.0 \left(\frac{V_G}{u} \right) (Re_L \cdot Fr_L)^{-\frac{1}{3}} \quad (7.3.13)$$

式(7.3.13)と運動量式(3.4.46)の Re の実験式(3.4.46)

と比べると、 f_g のかわりに V_G/u が来ているが、

式の形は、大体似ているが、式(3.4.46)では、

$(Re_L \cdot Fr_L)^{-\frac{1}{2}}$ が来ているのに返し、本章の式では、

$(Re_L \cdot Fr_L)^{-\frac{1}{3}}$ となっている。

7.3.2. 環状流領域

環状流領域については、式(7.2.36)より、摩擦損失エネルギー量は、式(7.2.36)より算出できる。

この領域での $\bar{R}_E$ は、式(7.2.38)より

$$\bar{R}_E = \bar{R}_E \left(f_g, \rho_c/\rho_g, V_G/u, Re_L, Re_G, Fr_L \right)$$

となるが、環状流領域での平均気体体積率の関

係式より, $\bar{f}_g$ は消去でき

$$\bar{R}_E = \bar{R}_E \left(\frac{\rho}{\rho_L}, V_g/V_L, Re_L, Re_g, Fr_L \right) \quad (7.3.14)$$

いま, 気泡流の場合と同じく, 垂直円管内のスラッグ流および環状流領域の実験結果を用いて,

$(\bar{R}_E - 1)$ と V_g/V_L の関係求めたものを図 7.3.3 図

と図 7.3.4 図に示す。これより, $(\bar{R}_E - 1)$ は,

V_g/V_L のべき乗に比例するとともに, 液相体積速度によって, 影響される。図中の実線により

(V_g/V_L) の指数も定めると 1.2 の値が得られた。

次に 液相流量の影響については, $V_g/V_L = 1$ の

所で $(\bar{R}_E - 1)$ と V_L の関係も調べてたものを図 7.

3.5 図に示す。図より $V_L^{-0.85}$ に比例すると考え

ると

$$\bar{R}_E - 1 = 6.5 \left(\frac{V_g}{V_L} \right)^{1.2} \frac{1}{V_L^{0.85}} \quad (7.3.15)$$

いま, $(\bar{R}_E - 1) V_L^{0.85}$ と (V_g/V_L) の関係を示すと, 4

種の管径の場合について 図 7.3.6 図を得る。

とすると, 式 (7.3.14) より

$$\bar{R}_E - 1 = C \left(\frac{\rho}{\rho_L} \right)^a \left(\frac{V_g}{V_L} \right)^b (Re_L)^c (Re_g)^d (Fr_L)^e \quad (7.3.16)$$

才 7.3.3 圖

$(\bar{R}_E - 1)$ と V_G/V_L の関係

$(\bar{R}_E - 1)$

$D = 28.8 \text{ cm}^2/\text{s}$

$V_L = 0.19 \text{ m/s}$

Δ 0.39

$\square$ 0.78

∇ 1.17

$D = 19.0 \text{ cm}^2/\text{s}$

$V_L = 0.4 \text{ m/s}$

$\bullet$ 0.89

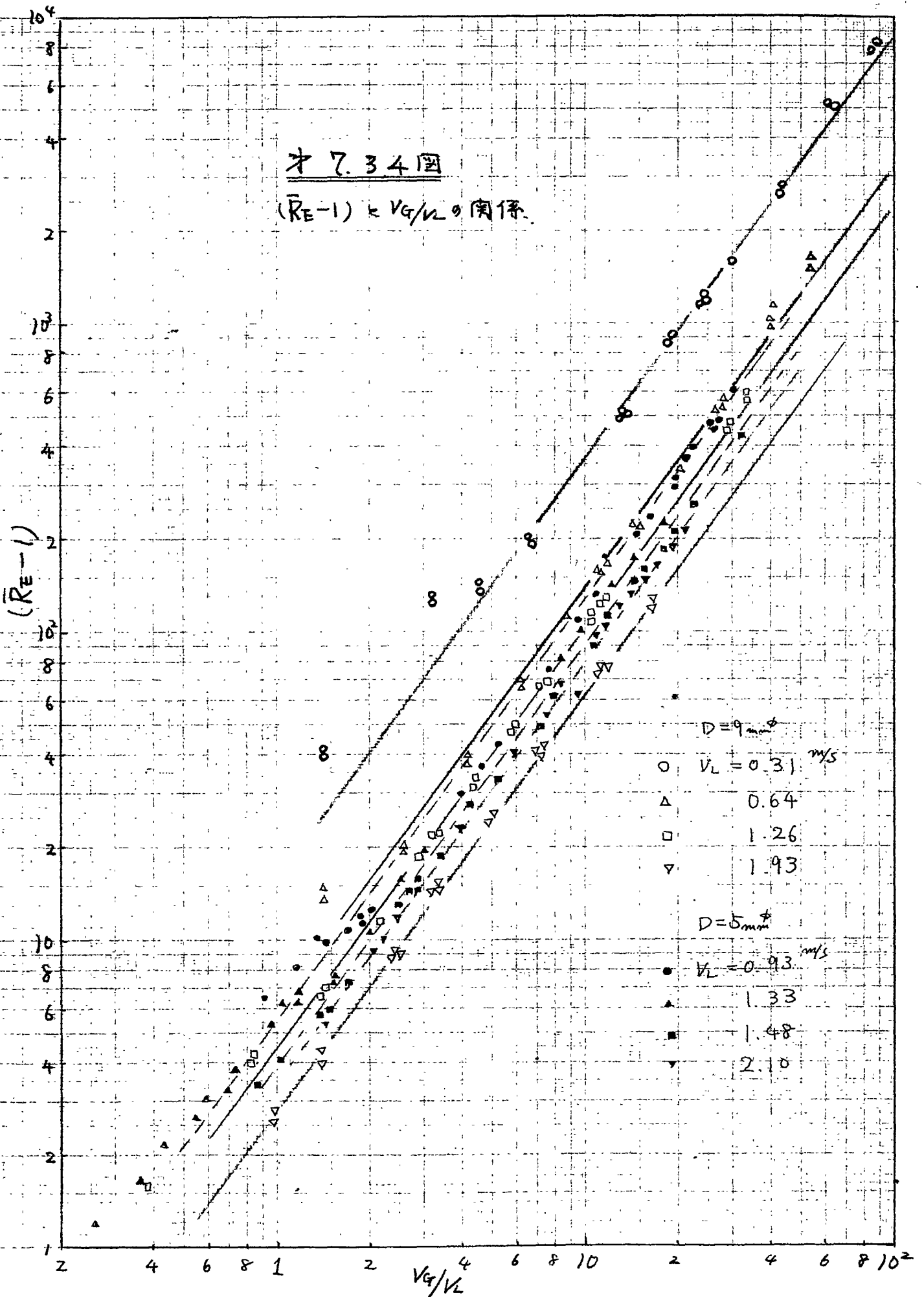
$\blacktriangle$ 1.78

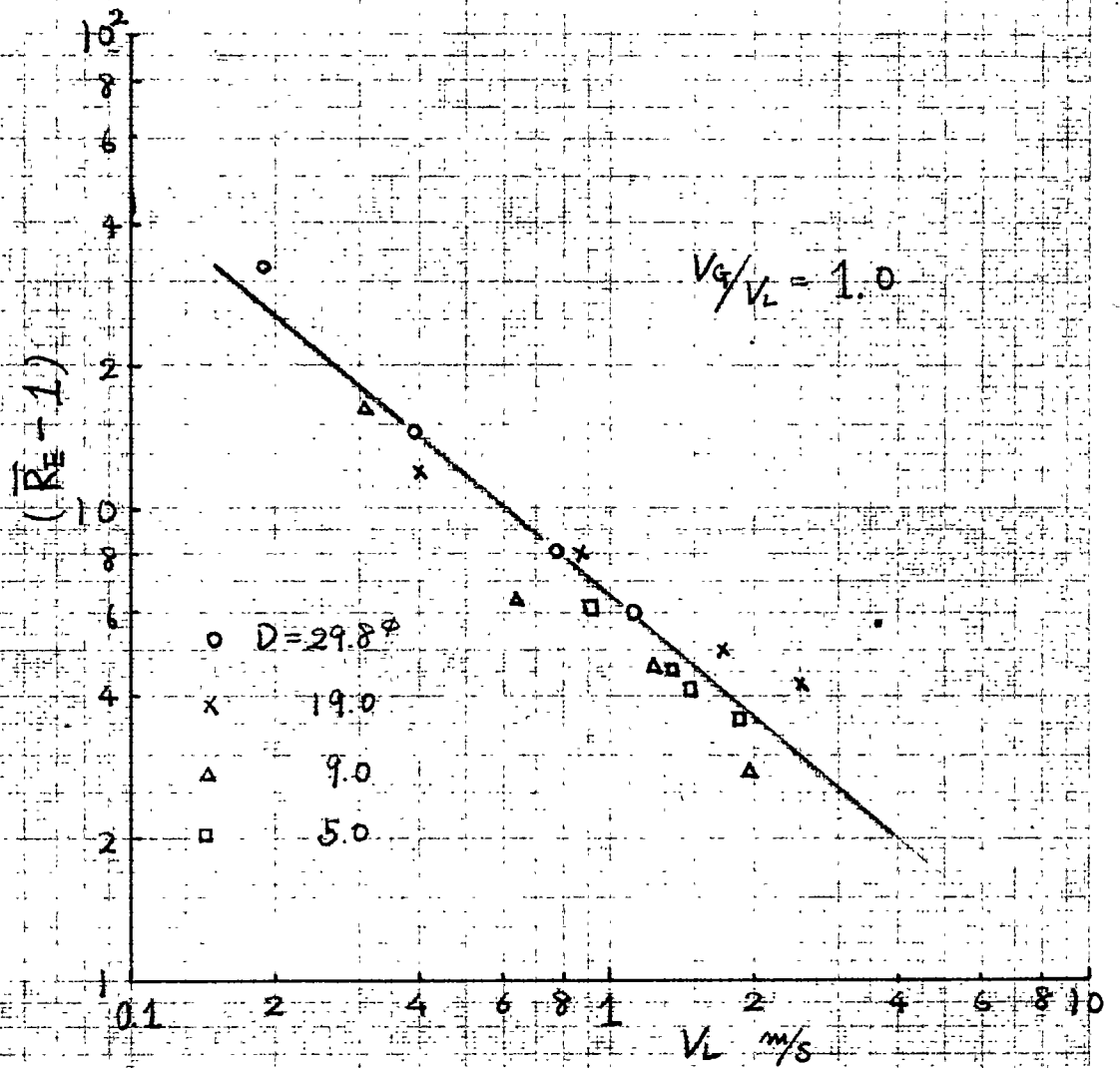
$\blacktriangledown$ 2.68

V_G/V_L

才 7.34 図

$(\bar{R}_E - 1)$ と V_G/V_L の関係





才7.3.5回 $(\bar{R}_E - 1) \propto V_L$ の関係

1) ま、密度比の影響に関しては、常温大気圧下の二相流動のみを考慮することとし、定数項に入れると

$$\begin{aligned}\bar{R}_E - 1 &= C \left(\frac{V_G}{V_L} \right)^b \left(\frac{\rho_L V_L D}{\mu_L} \right)^c \left(\frac{\rho_G V_G D}{\mu_G} \right)^d \left(\frac{V_L^2}{g D} \right)^e \\ &= C \left(\frac{\rho_L}{\mu_L} \right)^c \left(\frac{\rho_L}{\mu_G} \right)^d g^{-e} V_G^{b+d} V_L^{-b+c+2e} D^{c+d-e}\end{aligned}\quad (7.3.17)$$

式(7.3.15)より

$$V_G \text{ について } b + d = 1.2 \quad (i)$$

$$V_L \text{ について } -b + c + 2e = 2.05 \quad (ii)$$

が 7.3.6 図において、管径の影響については、無視できると考えると、

$$D \text{ について } c + d - e = 0 \quad (iii)$$

したがって、もう一つ条件が不足している。これを決定するには気液の粘性(気相の物性はあまり摩擦損失に影響をよえないので、主として、液相の粘性)を変えた実験結果が必要となる。

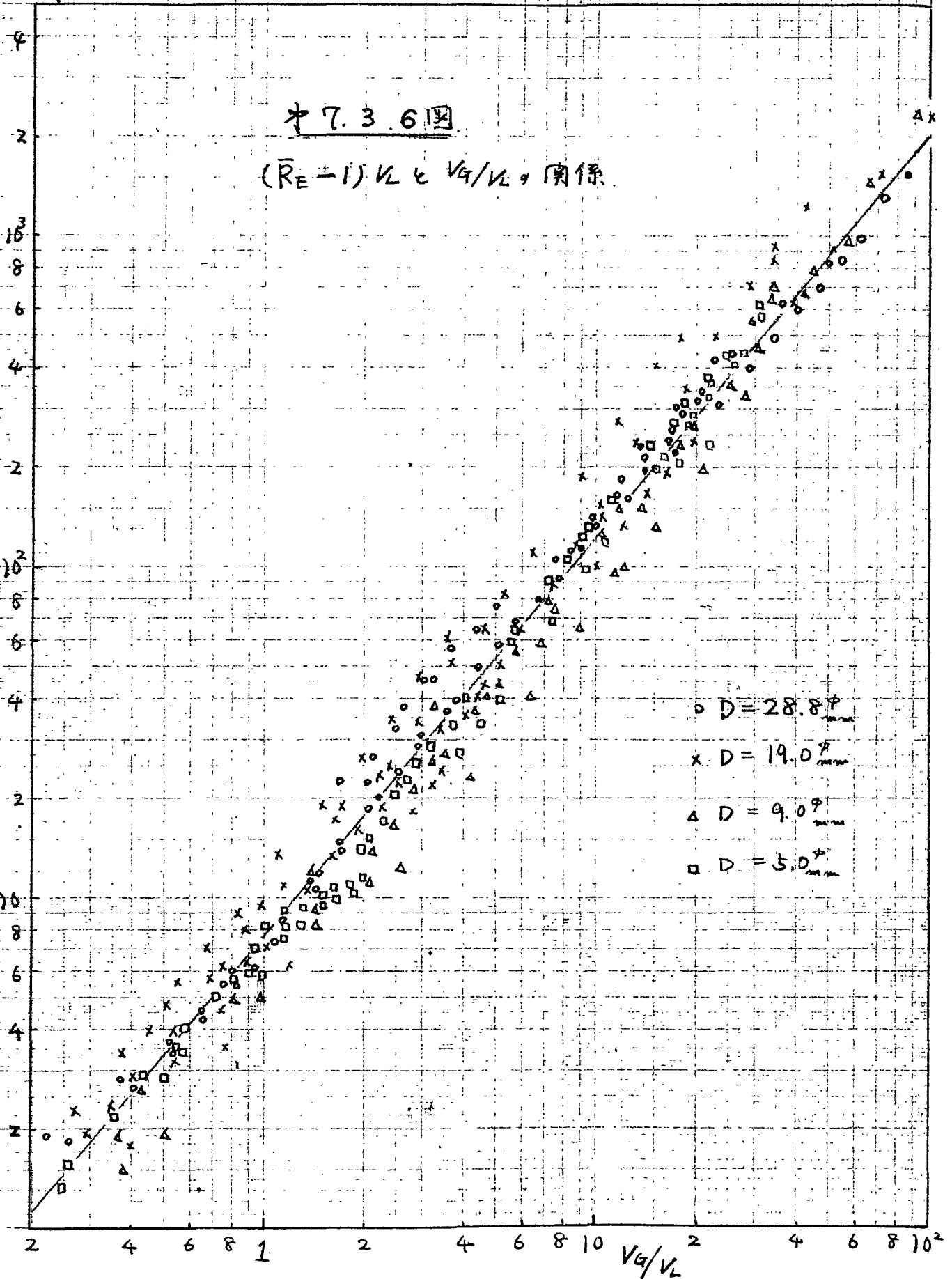
運動量の関係式から求めた摩擦損失係数($\bar{R}_E$)は、単相流の Reynolds 数と二相流液相の Reynolds 数が打

打消し合い、粘性の影響は、 Re に関する限り
 無視できた。しかしながら、エネルギーの関
 係式から求めた粘性によるエネルギー損失項、
 =相流と単相流の比(Re)の場合、互いに打消し合
 うかどうかは全くわからず、この実験結果のγ
 から判断するのは危ういので、今後、粘性の影
 響を調いた実験結果の集積ができるまで、非常
 に不満足な事であるが、関係式の誘導は、待
 ちこたする。ただし、才7.3.6図から明らか
 なことは、エネルギーの関係式を用いても、そ
 の粘性に基づきエネルギー損失項が、エネルギ
 ー損失係数(Re)に比例して、統一的に、また比較的
 簡単に整理できると云うことである。また、
 常温大気圧下の空気-水系=相流においては、
 式(7.3.15)は、そのまゝ適用できる。(式7.3.15の
 $k^{0.85}$ は、無次元式 $(Re \cdot Fr_L)^{-\frac{0.85}{3}}$ として、 D の影
 響も入らずに表わせるが、厳密には、粘性を変
 えた実験が必要である。)

中 7.3.6 図

$(\bar{R}_E - 1) V_L$ と V_G/V_L の関係

$(\bar{R}_E - 1) V_L^{0.85}$



7.4 結論

垂直管内気液二相流において、エネルギーの関係式を用いた圧力損失の整理方法を検討した。そして、エネルギー式から求まる粘性による圧力損失項は、式(7.2.22)で定義される摩擦損失エネルギー倍率($\bar{R}_E$)を用いることにより、統一的に、比較的簡単な関係式で整理できるとがわかった。すなわち、常温下気体の空気-水系で、気泡流領域では、

$$\bar{R}_E = 1 + 304.0 \left(\frac{V_G}{V_L} \right) (Re_L \cdot Fr_L)^{-\frac{1}{3}}$$

環状流領域では、

$$\bar{R}_E = 1 + 6.5 \left(\frac{V_G}{V_L} \right)^{1.2} \frac{1}{V_L^{0.85}}$$

しかし、これらの式は、特に環状流領域の関係式は、まだ不完全であり、正確な関係式を誘導するためには、液相の粘性を変えた実験の集積を必要とする。

エネルギー式を用いた整理式は、重力による

圧力損失を評価するのに、平均気体体積率の測定が不要と云うことは、一つの有利な面ももつが、反面、気泡流領域においては、気泡のとり速度に基づきエネルギー損失項が新しく入ってきて、返って、不利な面もあり、二相流の圧力損失を示すのに、運動量の式法を用いた方がいいか、エネルギーの式法を用いた方がいいかは、実験の整理具合から結論できなかった。

第 8 章

結 論

第 1 章から第 7 章にわたる研究結果の総合的結論をのべる。

第 1 章において、従来、諸研究の検討にもとずき、垂直管内気液二相流流動においては、その広範な流動様式のために、流動の諸現象を一つの流動モデルで説明することは困難であることがわかり、二つの流動モデル、すなわち、気泡流モデルと層状流モデルに分け、前者は気泡流流動に、後者は主として環状流流動に適用することを提案した。

第 2 章においては、これ等の流動モデルにもとずいた基礎方程式を用いて、二相流の摩擦損失係率や平均気体体積率等の主要因子が、どのような無次元量に影響されるかを明らかにした。そして、第 3 章における垂直円管内気液二相

流流動において流動様式と対比させながら行った実験結果は、二つの流動モデルに分けることの適切さを明らかにした。すなわち、二相流の摩擦損失倍率が、気泡流領域と環状流領域では異なった傾向を示し、気泡流領域では液相体積速度の影響が顕著であるのに対し、環状流領域では、この影響が無視できるようになる。

このことは、従来、流動様式の変化を無視して行った実験報告において、摩擦損失倍率が、液相体積速度（または液相流量）によっても影響されるという報告と、影響されないという二種類の報告があり、くい違いを見せていた原因を明らかにしたことになる。

さらに、第2章での解析結果と第3章で行った垂直円管内二相流の実験結果より、それぞれの流動領域での上り比、平均気体体積率および摩擦損失倍率等の関係式が求められた。

これらの関係式より明らかになったことは、

i) 気泡流領域での摩擦損失倍率は、平均気体体積率と共に液相レイノルズ数やフルード数の影響も考慮しなければならないこと。気泡流領域での液相体積速度の影響は、無次元関係式においては、レイノルズ数およびフルード数によって説明される。

ii) 環状流領域においては、平均気体体積率や摩擦損失倍率が、気液の流量比（体積流量比または重量流量比）と気液の密度比のみの簡単な関数になり、蒸気—水系および空気—水系の二相流においては、気液の粘性の影響は特に考慮する必要がないことがわかった。

第4章においては、実際の応用上の問題を考え、ボイラおよび沸騰水型原子炉の冷却系で見られる二重管、複管等の垂直管内二相流についての実験を行い、これと円管の場合の関係式を比較することにより、二相流の平均気体体積率や摩擦損失倍率等に関しての円管の諸関係式が

これらの形状の管にも適用できることを明らかにした。

以上の二相流流動は、管路に沿って気体の発生がなく、平均気体体積率が変化しない場合の二相流流動であり、この結果を直接、原子炉炉心等の沸騰が起っている二相流動に用いることに疑問が持たれるために、第5章においては、垂直円管内で管壁より気泡を吹込む方法で疑似沸騰の状態を作り、沸騰部の二相流流動に似せた実験を行った。

その結果、管壁より、気泡の発生がある場合の二相流の摩擦損失倍率は、気泡の発生のない第4章までの二相流の摩擦損失に比べて2~3倍の大きな値を示すことが明らかとなり、従来 of 気泡発生のない場合の関係式をそのまま適用することはできないことが明らかとなり、これに関する無次元関係式が新たに求められた。

さらに、管路に沿った気泡発生量分布の影響

は、摩擦損失倍率を管路に沿った平均の重量流量比でまとめるかぎりにおいては無視できることもわかった。したがって、当然のことながら、従来の沸騰系二相流の整理のように、出口重量比を取る場合には気泡発生量（これは、沸騰実験においては管路に沿った熱流速分布に相当する）分布の影響が出てくる。

さらに第6章においては、第4章と同様に、実際の応用上を考慮して、二重管や複管について外管壁より気泡発生がある場合の実験を行い、円管の場合の関係式と比較検討を行った。このような管での摩擦損失倍率は、一般に、円管で管路に沿って気泡発生がある場合の二相流の摩擦損失倍率と、発生のない場合の摩擦損失倍率の間の値を示し、気泡発生のある外管壁は前者を、発生のない内管の外壁は後者の摩擦損失倍率を取っていると考えた場合の計算結果と比較的よく一致するが、内外管の管壁の間隔が非

常に小さい場合には、実験結果の方が小さくな

り、他の影響も考慮すべきことを示している。

以上の二相流においては、その整理法は第2章でのべた運動量の方程式より算出した二相流の圧力降下の関係式を用いた。しかしながら、二相流においては、流体のエネルギー逸散の関係式から求まる圧力降下の関係式と、上記の運動量保存則より求められた圧力降下の関係式は、各圧力損失項が異なった値を与えてくる。したがって、エネルギー理論に基づいた整理方法もあるわけであり、第7章においては、このエネルギー逸散の理論に基づいて、圧力降下の関係式を見出し、管路に沿って気体体積率が変わらない二相流の実験結果について整理を行った。その結果、摩擦損失倍率はそのままではよく整理できないが、これに気液の体積速度の和を掛けた摩擦損失エネルギー倍率($\bar{R}_E$)をとれば、これがうまく整理できることがわかった。

付 録 (I)

R_f は、単位流体要素中の気相が受ける抗力であり、今、気泡径 D_b の単一気泡が受ける抗力を R_{f0} とすると、

$$\begin{aligned} R_{f0} &= C_D \frac{1}{2} \rho_L (v_{g0} - v_{e0})^2 \frac{\pi D_b^2}{4} \\ &= C_D \frac{1}{2} \rho_L v_{s0}^2 \frac{\pi D_b^2}{4} \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 C_D は単一気泡の抵抗係数 v_{g0} , v_{e0} は気泡速度および気泡より十分離れた点での液流速である。 v_{s0} は、上り速度と云われる。

単一気泡でなく、気泡群中であれば、その中の1個の気泡が受ける抗力 R_f は、固体粒子群の沈降式から数推して

$$R_f' = C_D F(f_g) \frac{1}{2} \rho_L v_s^2 \frac{\pi D_b^2}{4} \quad (2)$$

$F(f_g)$ は、他の気泡の存在のために起る抵抗係数の補正項で固液系二相流の場合と同様に、気体体積率のみの関数になるものと考えられる。

単位流体要素中に N 個の気泡があれば、

$$N = f_g / \frac{1}{6} \pi D_b^3 \quad (3)$$

したがって、単位流体要素内の気相に働く抗力

R_T は、式(3)を式(2)に代入して

$$R_T = \frac{1}{3} C_D f_g F(f_g) \rho U_s^2 \frac{1}{D_b} \quad (4)$$

付 録 (II)

各方程式を時間平均の方程式とするために、

$$u_x = \bar{u}_x + u'_x, \quad u_y = \bar{u}_y + u'_y, \quad p = \bar{p} + p' \quad \text{および}$$

$$R_T = \bar{R}_T + R'_T \quad \text{とおく。}$$

(なお $\bar{}$ は、時間平均の値を表わし、 $\prime$ は、変動部を表わす。)

運動方程式 式(2.2.1) は、定常流において、

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \left[\rho (1-f_g) \bar{u}_x \cdot \bar{u}_x + \rho f_g \bar{u}_y \cdot \bar{u}_y \right] \\ = \frac{1}{3} \rho (1-f_g) + \rho f_g g - \nabla \bar{p} - [\nabla \cdot \bar{u}] - [\nabla \cdot \bar{u}'_g] \end{aligned} \quad (1)$$

式(2.2.2)は、

$$\begin{aligned} \nabla (\rho f_g \bar{u}_y \cdot \bar{u}_y) = \rho f_g g - f_g \nabla \bar{p} - f_g [\nabla \cdot \bar{u}] - [\nabla \cdot \bar{u}'_g] \\ - R_T \end{aligned} \quad (2)$$

$\bar{u}$ は、式(2.2.4)で時間平均の速度を用いたもの

また, $\overline{u'v'}$ および $\overline{u'w'}$ は, 乱流変動にもとづく応力であり

$$\overline{\tau'_{xy}} = \rho_e(1-f_g) \overline{u'_x v'_y} + \rho_g f_g \overline{u'_x v'_y} \quad (3)$$

$$\overline{\tau'_{yz}} = \rho_g f_g \overline{v'_z v'_y} \quad (4)$$

垂直管内では, 平均流としては, z 方向のみしか存在せず, また, 変動速度も z 方向および θ 方向では, 不変なので, 式(1)の z 方向成分は,

$$\begin{aligned} & \rho_e(1-f_g) \widehat{v}_{rz} \frac{\partial \widehat{v}_{rz}}{\partial z} + \rho_g f_g \widehat{v}_{gz} \frac{\partial \widehat{v}_{gz}}{\partial z} \\ &= -\rho_e(1-f_g) + \rho_g f_g g - \frac{\partial \bar{P}}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r (\bar{\tau}_{rz} + \overline{\tau'_{gz}}_{rz}) \end{aligned} \quad (5)$$

($=$ では, 外力 Q として 重力 $(-g)$ のみも考え,

ここに連続の式を適用してある.)

式(2.2.2)は,

$$\begin{aligned} \rho_g f_g \widehat{v}_{gz} \frac{\partial \widehat{v}_{gz}}{\partial z} &= -\rho_g f_g g - \frac{\partial \bar{P}}{\partial z} - \frac{f_g}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{\tau}_{rz}) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{\tau'_{gz}}_{rz}) \\ &\quad - \bar{R}_{rz} \end{aligned} \quad (6)$$

$=$

$$\begin{aligned} \overline{\tau'_{gz}}_{rz} &= \rho_e(1-f_g) \overline{v'_{rz} v'_{rz}} + \rho_g f_g \overline{v'_{gz} v'_{gz}} \\ \overline{\tau'_{gz}}_{rz} &= \rho_g f_g \overline{v'_{gz} v'_{gz}} \end{aligned} \quad (7)$$

式(7)における気液各相の変動速度の相関に, 関し

て、混合長理論を適用すると

$$\widehat{\tau}_{grz}' = \rho (1-f_g) l_0^2 \left| \frac{\partial \widehat{u}_{gz}}{\partial r} \right| \frac{\partial \widehat{u}_{gz}}{\partial r} + \rho f_g l_g^2 \left| \frac{\partial \widehat{u}_{gz}}{\partial r} \right| \frac{\partial \widehat{u}_{gz}}{\partial r} \quad (8)$$

$$\widehat{\tau}_{grz}' = \rho f_g l_g^2 \left| \frac{\partial \widehat{u}_{gz}}{\partial r} \right| \frac{\partial \widehat{u}_{gz}}{\partial r} \quad (9)$$

ここで、 l_0 , l_g は、二相流の液相および気相における混合長である。単相流における混合長は本文中で述べるように、流体の物性に無関係で流れの場所のみの関数（主として管壁からの距離のみの関数 $l \equiv Ky$ K : 定数）として与えられるが、二相流気泡流の場合には、単相乱流で見られる管壁との機械的応力によつて発生する乱れ、他に、気泡の Wake 現象によつて発生する乱れも存在する。したがつて二相流の場合、液相についての混合長 (l_0) は、次のように修正しなければならない。いま、流れの中心における単一気泡の後流に発生する乱れの状態は、気泡の Reynolds 数 ($Re_b = \rho_b \bar{u} d_b / \mu_c$) のみの関数によつて定まる。したがつて、気泡群として流れる場合

の乱れの状態は、 Re_b と気体体積率の関数として表わされることが予想される。一相流については、各気泡の密度が小さいので、液相の動きによって気相も左右されるので同じようにおくことができると仮定すると、式(8)および式(9)の l_g, l_e は、次のようにおける。

$$l_g = K_g(Re_b, f_g)\left(\frac{D}{2} - r\right) \quad (10)$$

$$l_e = K_e(Re_b, f_g)\left(\frac{D}{2} - r\right) \quad (11)$$

ここで、 K_g, K_e は、単相流のよりに定数で f_g と Re_b の関数である。 l_g, l_e を式(8)および式(9)に代入し、これを式(5)および式(6)に代入すると二相流の乱流に、この時間平均の運動方程式が得られる。式(5)は、

$$\begin{aligned} \rho_l(1-f_g) \widehat{v_{gz}} \frac{\partial \widehat{v_{gz}}}{\partial z} + \rho_g f_g \widehat{v_{gz}} \frac{\partial \widehat{v_{gz}}}{\partial z} = & -\{\rho_l(1-f_g) + \rho_g f_g\} g - \frac{\partial \widehat{P}}{\partial z} \\ & + \frac{\mu_0}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \widehat{v_{gz}}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \rho_l(1-f_g) \cdot K_e(Re_b, f_g)^2 \left(\frac{D}{2} - r \right)^2 \left| \frac{\partial \widehat{v_{gz}}}{\partial r} \right| \frac{\partial \widehat{v_{gz}}}{\partial r} \right\} \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \rho_g f_g \cdot K_g(Re_b, f_g)^2 \left(\frac{D}{2} - r \right)^2 \left| \frac{\partial \widehat{v_{gz}}}{\partial r} \right| \frac{\partial \widehat{v_{gz}}}{\partial r} \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

式(6)は

$$\begin{aligned} \rho_g f_g \hat{v}_{gz} \frac{\partial \hat{v}_{gz}}{\partial z} &= -\rho_g f_g g - f_g \frac{\partial \hat{p}}{\partial z} + \frac{\mu_g f_g}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \hat{v}_{gz}}{\partial r} \right) \\ &+ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \rho_g f_g K_g (Re_b f_g)^2 \left(\frac{D}{2} - r \right)^2 \left| \frac{\partial \hat{v}_{gz}}{\partial r} \right| \frac{\partial \hat{v}_{gz}}{\partial r} \right\} - \hat{R}_{Tz} \quad (13) \\ &= = 2 \quad \hat{R}_{Tz} \quad \text{は、付録(D)参照} \end{aligned}$$

$$\hat{R}_{Tz} = \frac{1}{3} C_0 f_g F(f_g) \rho_g (\hat{v}_{gz} - \hat{v}_{Lz})^2 \frac{1}{D_b} \quad (14)$$

運動方程式：式(12)および式(13)を無次元化する。

$$\hat{v}_{gz}^* = \hat{v}_{gz} / \bar{v}_g, \quad \hat{v}_{Lz}^* = \hat{v}_{Lz} / \bar{v}_L, \quad r^* = r/D, \quad z^* = z/D$$

$$\hat{p}^* = \hat{p} / \rho_g \bar{v}_g^2 \quad \text{また}$$

$$f_g^* = f_g / F_g, \quad (1 - f_g)^* = (1 - f_g) / (1 - F_g) \quad \text{とおく。}$$

この無次元の時、特に注意すべきことは、気液

各相の代表速度としては、気相は $\bar{v}_g$ 、液相は $\bar{v}_L$

を取らなければならないことである。これは、

気液各相の運動方程式は、各々独立に $\hat{v}_{Lz}$ によ

り $\hat{v}_{gz}$ を変えることなどできないので、真に方程式に

関連をもつ代表値を取らなければならない。

また、 P については、各式共 共通なので、

ここでは、 $\rho_g \bar{v}_g^2$ によって無次元化したので、 $\rho_g \bar{v}_g^2$

を取, 乙もよい。また, f_g^* , $(1-f_g)^*$ に, 112
 は, 仮定(III)より, 気体体積率の分布が流動条件
 に依らず不変と云うことは, f_g^* , $(1-f_g)^*$ が不変
 と云うことであり, f_g 及 $(1-f_g)$ は, 気液の流量に
 依り, 変化するからである。

式(12)は,

$$\begin{aligned} (1-f_g)^* \widehat{v}_{gz}^* \frac{\partial \widehat{v}_{gz}^*}{\partial z^*} + \frac{\rho_g}{\rho_l} \frac{\bar{f}_g}{1-\bar{f}_g} \left(\frac{\bar{v}_g}{\bar{v}_l} \right)^2 f_g^* \widehat{v}_{gz}^* \frac{\partial \widehat{v}_{gz}^*}{\partial r^*} = - (1-f_g)^* + \frac{\rho_g}{\rho_l} \frac{\bar{f}_g}{1-\bar{f}_g} \\ \times f_g^* \left\{ \frac{gD}{\bar{v}_l^2} - \frac{1}{(1-\bar{f}_g)} \frac{\partial \widehat{p}^*}{\partial z^*} + \frac{\mu_l}{\rho_l \bar{v}_l D} \frac{1}{(1-\bar{f}_g)} \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial \widehat{v}_{gz}^*}{\partial r^*} \right) + \right. \\ \left. + K_g(\text{Re}_g, \bar{f}_g) \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left\{ r^* (1-f_g)^* K_g(\text{Re}_g, \bar{f}_g^*) \left(\frac{1}{2} - r^* \right)^2 \left| \frac{\partial \widehat{v}_{gz}^*}{\partial r^*} \right| \frac{\partial \widehat{v}_{gz}^*}{\partial r^*} \right\} + \right. \\ \left. + \frac{\rho_g}{\rho_l} \left(\frac{\bar{v}_g}{\bar{v}_l} \right)^2 \frac{\bar{f}_g}{1-\bar{f}_g} \right\} K_g(\text{Re}_g, \bar{f}_g) \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left\{ r^* K_g(\text{Re}_g, \bar{f}_g^*) f_g^* \left(\frac{1}{2} - r^* \right)^2 \left| \frac{\partial \widehat{v}_{gz}^*}{\partial r^*} \right| \frac{\partial \widehat{v}_{gz}^*}{\partial r^*} \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

式(13)は

$$\begin{aligned} \widehat{v}_{gz}^* \frac{\partial \widehat{v}_{gz}^*}{\partial z^*} = - \frac{gD}{\bar{v}_l^2} \left(\frac{\bar{v}_l}{\bar{v}_g} \right)^2 - \frac{\rho_l}{\rho_g} \left(\frac{\bar{v}_l}{\bar{v}_g} \right)^2 \frac{\partial \widehat{p}^*}{\partial z^*} + \frac{\mu_l}{\rho_l \bar{v}_l D} \left(\frac{\bar{v}_l}{\bar{v}_g} \right)^2 \frac{\rho_l}{\rho_g} \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial \widehat{v}_{gz}^*}{\partial r^*} \right) \\ + K_g(\text{Re}_g, \bar{f}_g) \frac{\rho_l}{\rho_g} \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left\{ r^* \frac{\rho_l}{\rho_g} K_g(\text{Re}_g, \bar{f}_g^*) \left(\frac{1}{2} - r^* \right)^2 \left| \frac{\partial \widehat{v}_{gz}^*}{\partial r^*} \right| \frac{\partial \widehat{v}_{gz}^*}{\partial r^*} \right\} \\ - \frac{1}{3} C_0 F(f_g) F(f_g^*) \frac{\rho_l}{\rho_g} \frac{D}{D_0} \left\{ \widehat{v}_g^* - \widehat{v}_l^* \left(\frac{\bar{v}_l}{\bar{v}_g} \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

連続の式は、定常流で式(2.26)より 液相に

ついて、

$$\rho_l (1 - \bar{f}_g) \bar{v}_l \frac{\partial}{\partial z^*} (1 - \bar{f}_g)^* \bar{v}_{lz}^* = 0$$

$$\therefore \frac{\partial}{\partial z^*} (1 - \bar{f}_g)^* \bar{v}_{lz}^* = 0 \quad (17)$$

気相について

$$\rho_g \bar{f}_g \bar{v}_{gz} \frac{\partial}{\partial z^*} (\bar{f}_g^* \bar{v}_{gz}^*) = 0$$

$$\therefore \frac{\partial}{\partial z^*} (\bar{f}_g^* \bar{v}_{gz}^*) = 0$$

(18)

境界条件は、

$$r^* = 0 \quad \text{で} \quad \frac{\partial \hat{v}_{lz}^*}{\partial r^*} = 0 \quad \frac{\partial \hat{v}_{gz}^*}{\partial r^*} = 0$$

$$r^* = \frac{1}{2} \quad \text{で} \quad \hat{v}_{lz}^* = 0 \quad \hat{v}_{gz}^* = 0$$

(19)

したがって、式(15)~式(19)より、 $\hat{v}_{gz}^*$

および $\hat{v}_{lz}^*$ は、決定されるので、 $\hat{v}_{lz}^*$ は、次の

無次元因子の関数となる。

$$\hat{v}_{lz}^* = \hat{v}_{lz}^* \left(r^*, \frac{\rho_g}{\rho_l}, \bar{f}_g, \frac{\bar{v}_g}{\bar{v}_l}, Re, Fr, Co, \frac{D}{D_0} \right)$$

(20)

$\bar{v}_{lz}^*$ を式(2.2.28)に代入すると 気泡流領域に

の t_{TPF} は、定常流で十分に発達した流れにお

いて、次式のようになる。

$$f_{TPF} = f_{TPF} \left(\frac{\rho_g}{\rho_l}, \bar{f}_g, \left(\frac{\bar{v}_g}{\bar{v}_l} \right), Re_l, Fr_l, Co, \frac{D}{D_b}, Re_b \right) \quad (21)$$

Co は、一般に Re_b の関数なので

$$f_{TPF} = f_{TPF} \left(\frac{\rho_g}{\rho_l}, \bar{f}_g, \frac{\bar{v}_g}{\bar{v}_l}, Re_l, Fr_l, \frac{D}{D_b}, Re_b \right) \quad (22)$$

付 録 (Ⅲ)

式(2.3.9)の中で、 W_{sg} および W_{sl} は 気液各相
中にある S 面の速度であり、流体の速度と同じ
なので

$$W_{sg} = W_g \quad W_{sl} = W_l \quad (1)$$

ガウスの定理は、各相で、任意ベクトル X に
ついて次式を与える。

$$\int_{V_g} \nabla \cdot X \, dV = \int_{S_g} X \, dS + \int_{S_b} X \, dS \quad (2)$$

$$\int_{V_l} \nabla \cdot X \, dV = \int_{S_l} X \, dS + \int_{S_b} X \, dS \quad (3)$$

式(1)、式(2)、および式(3)を、式(2.3.9)に代入す

ると

$$\begin{aligned} \frac{dF_k}{dt} = & \int_{V_g} \left(\frac{\partial \rho_g u_g}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_g u_g u_g \right) dV + \int_{V_e} \left(\frac{\partial \rho_e u_e}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_e u_e u_e \right) dV \\ & + \int_{S_b} \sum_{i=1}^g \rho_i u_i (u_{Sb} - u_i) \cdot m_i dS \end{aligned} \quad (4)$$

ここで m_i は S_b 面で、各相から見て外方向に向いた法線の単位ベクトルである。

式(4)の右辺の3項は、気液の境界で物質移動がなければ、 $u_{Sb} - u_i \equiv 0$ 、又一般に沸騰の場合でも、蒸気発生量が小さくなければ、無視できるので、以後の展開ではこの項を無視すると

$$\frac{dF_k}{dt} = \int_{V_g} \left(\frac{\partial \rho_g u_g}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_g u_g u_g \right) dV + \int_{V_e} \left(\frac{\partial \rho_e u_e}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_e u_e u_e \right) dV \quad (5)$$

付 録 (IV)

付録(II)の場合と同様に、気液の流速に関しては互いに独立(物性の変化により変化する)に変えることができるので、気相と液相は、実際の方程式に關係する代表速度を取らねばならない。

$$\widehat{v}_{ez}^* = \widehat{v}_{ez} / \bar{v}_e, \quad \widehat{v}_{gz}^* = \widehat{v}_{gz} / \bar{v}_g, \quad r^* = r/D,$$

$$z^* = z/D, \quad \bar{p}^* = \bar{p} / \rho_e \bar{v}_e^2 \quad \text{と定む.}$$

2.3.1.

$$f_g^* = f_g / \bar{f}_g, \quad (1 - f_g)^* = (1 - f_g) / (1 - \bar{f}_g) \quad \text{と定む.}$$

< 2.3.34) 17.

$$\begin{aligned} -\frac{\rho_e \bar{v}_e^2}{D} \widehat{v}_{ez}^* \frac{\partial \widehat{v}_{ez}^*}{\partial z^*} &= -\rho_e g - \frac{\rho_e \bar{v}_e^2}{D} \frac{\partial \bar{p}^*}{\partial z^*} + \frac{\mu_e \bar{v}_e}{D^2} \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial \widehat{v}_{ez}^*}{\partial r^*} \right) \\ &+ \frac{K_e^2 \rho_e \bar{v}_e^2}{D} \cdot \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left\{ r^* \left(\frac{1}{2} - r^* \right)^2 \left| \frac{\partial \widehat{v}_{ez}^*}{\partial r^*} \right| \frac{\partial \widehat{v}_{ez}^*}{\partial r^*} \right\} \end{aligned} \quad (1)$$

両辺を $\rho_e \bar{v}_e^2 / D$ で割ると

$$\begin{aligned} \widehat{v}_{ez}^* \frac{\partial \widehat{v}_{ez}^*}{\partial z^*} &= -\frac{gD}{\bar{v}_e^2} - \frac{\partial \bar{p}^*}{\partial z^*} + \frac{\mu_e}{\rho_e \bar{v}_e D} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial \widehat{v}_{ez}^*}{\partial r^*} \right) \\ &+ K_e^2 \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left\{ r^* \left(\frac{1}{2} - r^* \right)^2 \left| \frac{\partial \widehat{v}_{ez}^*}{\partial r^*} \right| \frac{\partial \widehat{v}_{ez}^*}{\partial r^*} \right\} \end{aligned} \quad (2)$$

同様に (2) 式相対して (1) 2 17. 式 (2.3.35) 8 7

$$\begin{aligned} \frac{\rho_g \bar{v}_g^2}{D} \widehat{v}_{gz}^* \frac{\partial \widehat{v}_{gz}^*}{\partial z^*} &= -\rho_g g - \frac{\rho_e \bar{v}_e^2}{D} \frac{\partial \bar{p}^*}{\partial z^*} + \frac{\mu_g \bar{v}_g^2}{D^2} \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial \widehat{v}_{gz}^*}{\partial r^*} \right) \\ &+ \frac{K_g^2 \rho_g \bar{v}_g^2}{D} \cdot \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left\{ r^* \left(\frac{1}{2} - r^* \right)^2 \left| \frac{\partial \widehat{v}_{gz}^*}{\partial r^*} \right| \frac{\partial \widehat{v}_{gz}^*}{\partial r^*} \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

両辺を $\rho_g \bar{v}_g^2 / D$ で割ると

$$\begin{aligned} \widehat{v}_{gz}^* \frac{\partial \widehat{v}_{gz}^*}{\partial z^*} &= -\left(\frac{gD}{\bar{v}_e^2} \right) \left(\frac{\bar{v}_e}{\bar{v}_g} \right)^2 - \frac{\rho_e}{\rho_g} \left(\frac{\bar{v}_e}{\bar{v}_g} \right)^2 \frac{\partial \bar{p}^*}{\partial z^*} + \frac{\mu_g}{\rho_g \bar{v}_g D} \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial \widehat{v}_{gz}^*}{\partial r^*} \right) \\ &+ K_g^2 \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left\{ r^* \left(\frac{1}{2} - r^* \right)^2 \left| \frac{\partial \widehat{v}_{gz}^*}{\partial r^*} \right| \frac{\partial \widehat{v}_{gz}^*}{\partial r^*} \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

付 録 (v)

気泡流領域において、平均ボイド体積率を正確に決定するには、次のことがわからなければならない。

i) 管内での気体体積率分布。

ii) 気液各相の流速分布。

iii) 気液各相の流量

上記のうち、iii)は測定が容易であるが、i)およびii)は次のように仮定する。

気体体積率分布は、Isbin または Petrick 等によって線透過法を用いた実験結果にもとずき、これとよく合う次式のような指数関数を用いて、気体体積率(f_g)の分布を表わす。

$$f_g(r)/f_{g0} = C_i (1 - r/R)^{n_i} \quad (1)$$

ここで、 f_{g0} は、管の中心の気体体積率を表わし、 C_i, n_i は、 r の範囲によって表のよう
うに定める。また、 R は、管の半径である。

表 1

i	1	2	3
r/R	0 ~ 0.4	0.4 ~ 0.7	0.7 ~ 1
n_i	10	2	1
C_i	1	1.23	2.24

また、気液各相の流速分布に関しては、測定が非常に困難であったく不明なので、ここでは、すでに明確になっている单相乱流の流速分布と二相流の流動状態から推定する以外にない。管内中央においては、実測定からわかるように、気体体積率が大きく、しかも気泡が、Wake 現象等によって液相をけん引する。このため液相の流速分布は、单相乱流よりも管中央で上方にふくれた流速分布になる傾向があるが、逆に、気泡の激しい運動やかく乱作用のため液相の乱れは増大し、運動量の交換がさかんとなり、流速分布が平坦化する傾向もある。これ等の影響が、互に打消し合うものとみなし、单相乱流の

流速分布を、二相流液相にも用いることにした。

また、管壁付近では、測定値からもわかるように、気泡密度が小さいので、单相流に近い分布と思われる。

したがって

$$v_z(r)/v_{z0} = (1 - r/R)^{1/m} \quad m=7 \quad (2)$$

ここで、 v_{z0} は管の中心での液相流速である。

つぎに、気相の流速分布は、単一気泡の場合よりも一般に小さいことを述べたが、これより単一気泡の上昇速度のみが明らかとなっているので、これを用い、液相よりこの速度だけ先行していると仮定し、

$$v_g(r) = v_z(r) + v_{s0} \quad (3)$$

以上、式(1)・式(2)および式(3)を用いて、計算を進めると、平均ボイド体積率($\bar{f}_g$)については、

$$\begin{aligned} \bar{f}_g &= \frac{1}{\frac{1}{4}\pi D^2} \int_0^R 2\pi r f_g(r) dr = \frac{2f_{g0}}{R} \int_0^R C_0 r \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{n_0} dr \\ &= 2Ff_{g0} \end{aligned} \quad (4)$$

気相体積速度 V_G は、

$$\begin{aligned}
 V_G &= \frac{1}{\frac{1}{4}\pi D^2} \int_0^R 2\pi r v_g(r) f_g(r) dr \\
 &= 2\pi \int_0^R r f_g(r) \{v_{e0}(r) + v_{s0}\} dr \\
 &= 2 f_{g0} (v_{e0} G + v_s H) \quad (5)
 \end{aligned}$$

また

$$\begin{aligned}
 V_L &= \frac{1}{\frac{1}{4}\pi D^2} \int_0^R 2\pi r v_{e0} \{1 - f_g(r)\} dr \\
 &= 2 v_{e0} (H - f_{g0} G) \quad (6)
 \end{aligned}$$

ここで、 F 、 G および H は、気体体積率および気液の流速分布形より定まる定数で、

$$F = 0.3 \quad G = 0.26 \quad H = 0.4$$

一方 x_v の定義より

$$x_v = \frac{V_G}{V_L + V_G} \quad \therefore \frac{1}{x_v} = 1 + \frac{V_L}{V_G} \quad (7)$$

式(4) および 式(6) より f_{g0} 、 v_{e0} を消去し、式(5) および 式(7) を 式(8) に代入すると

$$\frac{1}{v^*} \bar{f}_g^2 - \left\{ \left(1 + k \frac{1}{v^*} \right) + \frac{x_v}{1-x_v} \right\} \bar{f}_g + k \frac{x_v}{1-x_v} = 0 \quad (8)$$

$$k = \frac{2MH}{G} \doteq 0.96 \quad v^* = \frac{V_L}{v_{s0}} \quad \text{である。}$$

二相流摩擦損失倍率について

同一重量流量において、二相流が単相流に比べて一般に大きな摩擦損失を持つおもな原因としては、次のことが考えられる。

i) 単相流に比し二相流では気相流量の割合が増せば増すほど体積流量が増大し、気液各相の流速が増大する。しかるに、気泡流においては管壁との摩擦損失は、ほとんど液相のみによって行なわれるため、液相流速のほゞ二乗に比例する摩擦損失は増大する。

ii) 垂直管二相流では気相である気泡と液相の間に速度差があり、気泡下の液相に Wake 現象が起ること、および気泡自身のブラウン運動などによって、液相の乱れが単相流の乱れに比し非常に激しいため運動量の交換がさかんになり摩擦損失が増大する。

同一管で二相流と同じ重量流量をもつ液体単相流の摩擦損失は次式で与えられる。

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_s = f_s \frac{1}{2D} \rho_s \bar{v}_s^2 \quad (9)$$

ここで、摩擦損失係数 f_s は Blasius の実験式より、レイノルズ数が 10^5 以下では信頼できるものとして、

$$f_s = C R_{es}^{-1/4} \quad (10)$$

となる。添字 s は単相流を示す。

二相流でも同じように定義すると、

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_{TPF} = f_{TPF} \frac{1}{2D} \bar{\rho}_t \bar{v}_t^2 \quad (11)$$

ここで、添字 t は二相流を表わし、 $\bar{\rho}_t$ は二相流の平均密度であり次のように表わされる。

$$\bar{\rho}_t = \rho_l (1 - \bar{f}_g) + (\rho_g \bar{f}_g) \div \rho_l (1 - \bar{f}_g) \quad (12)$$

($\rho_l \gg \rho_g$)

また、平均流速 $\bar{v}_t$ は、気泡流においては、管壁との摩擦損失は実際に管壁に接触している液相のみによって、ほとんど行なわれるため、こ

こゝでは液相の平均流速を取、たゞうが妥当と思われる。これは液相流速分布およびボイド分布を式(2), (1)のように定めると、

$$\bar{v}_t = \frac{2\pi}{A} \int_0^R v_{t0} \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/m} r dr = \frac{v_e}{(1 - \bar{f}_g/k)} \quad (13)$$

次に二相流摩擦損失係数 f_{TPF} については、流速分布が $1/r$ 乗則にしたがえば、二相流のレイノルズ数を用いた式(11)、すなわち $f_{TPF} = C_t Re_t^{-1/4}$ が成立するはずである。しかるに、二相流においては单相流と異なり iii の原因によるような激しい乱れが起っており、このため单相乱流の流速分布からのずれがあると予想される。この激しい乱れによって起る摩擦損失が、どのような因子に左右されるか理論的に求めることは、困難なので、こゝでは、定性的に二相の物性の他に、平均ボイド体積率 ($\bar{f}_g$) および二相流の Reynolds 数などによるものと考えた。したがって C_t を、

定数でなく、補正項と考えて、平均気体体積率 $\bar{f}_g$ および Re_t の関数とおくと、

$$f_{TPF} = C_t (\bar{f}_g, Re_t) Re_t^{-1/4} \quad (14)$$

となる。このうち二相流の Reynolds 数としては、次のように定義した。

$$Re_t = \frac{\bar{\rho}_t D \bar{v}_t}{\bar{\mu}_t} \quad (15)$$

式(15)中の粘性項 $\bar{\mu}_t$ については、気液各相の平均ボイド体積率によって平均化したものや、Einstein の式などがあるが、Bankoff や Levy らによる実験値との比較によると液相のみの粘性を取るほうが最適と考えられるので、こゝでは $\bar{\mu}_t = \mu_L$ とおいた。

したがって、式(15)は式(13)によって、

$$\begin{aligned} Re_t &= \frac{\rho_L (1 - \bar{f}_g) D V_L}{\mu_L (1 - \bar{f}_g / k)} \\ &= Re_L \frac{(1 - \bar{f}_g)}{(1 - \bar{f}_g / k)} \end{aligned} \quad (16)$$

ただし $Re_L = \frac{\rho_L V_L D}{\mu_L}$ である。

式(16)は Re_t が Re_L と $\bar{f}_g$ との関数になることを示しているわけで、これを用いると式(14)中の $C_t(\bar{f}_g, Re_t)$ は $C_t'(\bar{f}_g, Re_L)$ とおける。

同一重量流量での二相流と液相单相流の摩擦損失の比、摩擦損失倍率 $\bar{R}_L$ は次のように定義される。

$$\bar{R}_L = \frac{(\Delta P / \Delta L)_t}{(\Delta P / \Delta L)_s} \quad (17)$$

これに式(9)~(11)を代入すると、

$$\bar{R}_L = C_t'(\bar{f}_g, Re_L) \frac{\{1 - \bar{f}_g(1 - \beta)\}^{3/4}}{(1 - \bar{f}_g/k)^{1/4}} \quad (18)$$

となる。

実験により C_t' と定めると、 $\bar{R}_L$ は、次式で与えられる。

$$\bar{R}_L = \left(1 + 2.8 \times 10^6 \frac{\bar{f}_g^{0.7}}{Re_L^{1.3}}\right) \frac{\{1 - \bar{f}_g(1 - \beta)\}^{3/4}}{\{1 - \bar{f}_g/k\}^{1/4}} \quad (19)$$

付 録 (内)

加速二相流における管路に沿った平均の重量流量比($\bar{X}$)は次のようにして求まる。

管路で吹込み量の最大値を g_{max} とすると、吹込み量分布 $g(z)$ は

$$G(z) = g_{max} g(z) \quad (1)$$

とおける。ここで $g(z)$ は $0 \leq g(z) \leq 1$ である。

この時、 $\bar{X}$ は次式で与えられる。

$$\bar{X} = \frac{P_g g_{max}}{P_e Q_e L} \int_0^L \int_0^{z'} g(z) dz dz' \quad (2)$$

本実験での吹込み分布形は次のようになる。

$$g(z) = 1 \quad (i)$$

$$g(z) = \sin(z/L) \quad (ii)$$

$$g(z) = z \quad (iii)$$

出口重量流量比 X_{out} と $\bar{X}$ の関係は、

$$(i) \text{ の場合 } \quad \bar{X} = \frac{1}{2} X_{out}$$

$$(ii) \text{ の場合 } \quad \bar{X} = \frac{1}{2} X_{out}$$

$$(iii) \text{ の場合 } \quad \bar{X} = \frac{1}{3} X_{out}$$

付 録 (Ⅳ)

$$(A) \quad \frac{dE_k}{dt} = \int_V \frac{1}{2} \{ \rho_e (1-f_g) V_e^2 + \rho_g f_g V_g^2 \} dV \quad (1)$$

Leibnitz の関係式より

$$= \frac{1}{2} \left[\int_V \frac{\partial}{\partial t} \{ \rho_e (1-f_g) V_e^2 + \rho_g f_g V_g^2 \} dV + \int_S \{ \rho_e (1-f_g) V_e^2 + \rho_g f_g V_g^2 \} V_s dS \right] \quad (2)$$

境界面の速度 V_s は、流体の速度と等しく、さらにガウスの定理を用いると、

$$\begin{aligned} \frac{dE_k}{dt} &= \frac{1}{2} \int_V \left[\frac{\partial}{\partial t} \{ \rho_e (1-f_g) V_e^2 + \rho_g f_g V_g^2 \} + \nabla \cdot \{ \rho_e (1-f_g) V_e^3 + \rho_g f_g V_g^3 \} \right] dV \\ &= \frac{1}{2} \int_V \left[2 \rho_e (1-f_g) V_e \left(\frac{\partial V_e}{\partial t} + V_e \cdot \nabla V_e \right) + 2 \rho_g f_g V_g \left(\frac{\partial V_g}{\partial t} + V_g \cdot \nabla V_g \right) \right. \\ &\quad \left. + V_e^2 \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \rho_e (1-f_g) + \nabla \cdot \rho_e (1-f_g) V_e \right\} + V_g^2 \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \rho_g f_g + \nabla \cdot \rho_g f_g V_g \right\} \right] dV \quad (3) \end{aligned}$$

連続の式 (2.2.6) および式 (2.2.7) より、式 (3) の右辺被積分項のオミット項は 0 となる。

$$\therefore \frac{\partial}{\partial t} + V \cdot \nabla = \frac{D}{Dt} \quad \text{と} \quad \text{ち} \quad < \quad \text{f}$$

$$\frac{dE_K}{dt} = \int_V \left\{ \rho_e (1-f_g) W_e \cdot \frac{D W_e}{Dt} + \rho_g f_g W_g \cdot \frac{D W_g}{Dt} \right\} dV \quad (4)$$

(B) 式 (7.2.5) の右辺第 2 項は、

$$\begin{aligned} \int_V \{ (1-f_g) W_e + f_g W_g \} \cdot \nabla p dV &= \int_V \nabla \cdot p \{ (1-f_g) W_e + f_g W_g \} dV \\ &\quad - \int_V p \nabla \cdot \{ (1-f_g) W_e + f_g W_g \} dV \quad (5) \end{aligned}$$

しかるに、気液相共、非圧縮性なので式 (2.2.9)

$$\text{より} \quad \nabla \cdot \{ (1-f_g) W_e + f_g W_g \} \equiv 0$$

さらに、右辺第 1 項にガウスの定理を用いて、

$$\int_V \{ (1-f_g) W_e + f_g W_g \} \cdot \nabla p dV = \int_S p \{ (1-f_g) W_e + f_g W_g \} \cdot dS \quad (6)$$

式 (7.2.5) の右辺第 3 項は、

$$\begin{aligned} \int_V \{ (1-f_g) W_e + f_g W_g \} [\nabla \cdot \tau] dV &= \int_V [\nabla \cdot \tau \{ (1-f_g) W_e + f_g W_g \}] dV \\ &\quad - \int_V [\tau : \nabla \{ (1-f_g) W_e + f_g W_g \}] dV \\ &= \int_S [\tau : \{ (1-f_g) W_e + f_g W_g \}] dS - \int_V [\tau : \nabla \{ (1-f_g) W_e + f_g W_g \}] dV \quad (7) \end{aligned}$$

式 (7) の右辺第 1 項は管壁においては 0 である。

他の境界面においては、粘性力によって境界面

よりおし出されるエネルギーであり、これは十分に無視できる⁽¹⁾。

ゆえに、

$$\int_V \{ (1-f_g) W_e + f_g W_g \} [\nabla \cdot \mathcal{E}] dV = - \int_V \mathcal{E} : \nabla \{ (1-f_g) W_e + f_g W_g \} dV \quad (8)$$

式(6)および式(8)を式(7.2.5)に代入すると、

$$\begin{aligned} \frac{dE_k}{dt} = & \oint_V \{ \rho_e (1-f_g) W_e + \rho_g f_g W_g \} dV - \int_S P \{ (1-f_g) W_e + f_g W_g \} dS \\ & + \int_V \mathcal{E} : \nabla \{ (1-f_g) W_e + f_g W_g \} dV + \int_V (W_e - W_g) i R_f dV \quad (9) \end{aligned}$$

(C) いま式(7.2.22)において、 u_e^* , u_g^* は、付録

Ⅳより、十分発達した定常流の場合

$$\left. \begin{aligned} u_e^* &= u_e^*(r^*, f_g, \rho_g/\rho_e, C_D, D/D_b, \bar{v}_g/\bar{v}_e, Re_L, Fr_L) \\ u_g^* &= u_g^*(r^*, f_g, \rho_g/\rho_e, C_D, D/D_b, \bar{v}_g/\bar{v}_e, Re_L, Fr_L) \end{aligned} \right\} (10)$$

したがって、式(10)を式(7.2.22)に代入し、さらに

次の関係

$$\left. \begin{aligned} Re_L &= (1-\bar{f}_g) Re_e \\ Fr_L &= (1-\bar{f}_g)^2 Fr_e \\ \bar{v}_g/\bar{v}_L &= \bar{v}_g \bar{f}_g / \bar{v}_e (1-\bar{f}_g) \end{aligned} \right\} (11)$$

を用いると、

$$\bar{R}_E = \bar{R}_E(\bar{T}_g, \rho_e/\rho_g, C_D, D/D_0, V_G/V_L, Re_L, Fr_L) \quad (12)$$

(D) 式(7.2.25)に Leibnitz の式を用いる。さらに境界面の速度は、流速と等しいので、

$$\begin{aligned} \frac{dE_k}{dt} = \frac{1}{2} \left\{ \int_{V_L} \frac{\partial(\rho_L V_L^2)}{\partial t} dV + \int_{S_L} \rho_L V_L^3 dS + \int_{V_g} \frac{\partial \rho_g V_g^2}{\partial t} dV \right. \\ \left. + \int_{S_g} \rho_g V_g^3 dS + \int_{S_b} \sum_{i=1}^8 \rho_i V_i^2 V_L n_i dS \right\} \quad (13) \end{aligned}$$

ここで、 n_i は、 S 面に垂直に立てた法線の外向単位ベクトルであり、物質移動がなければ、式(13)の右辺の5項 $=0$ 。

ゆえに、

$$\frac{dE_k}{dt} = \frac{1}{2} \left\{ \int_{V_L} \left(\frac{\partial \rho_L V_L^2}{\partial t} + \nabla \rho_L V_L^2 V_L \right) dV + \int_{V_g} \left(\frac{\partial \rho_g V_g^2}{\partial t} + \nabla \rho_g V_g^2 V_g \right) dV \right\} \quad (14)$$

式(14)に連続の式(2.3.7)を用いると、

$$\frac{dE_k}{dt} = \int_{V_L} \rho_L V_L \frac{DV_L}{Dt} dV + \int_{V_g} \rho_g V_g \frac{DV_g}{Dt} dV \quad (15)$$

(E) 式(7.2.29)より式(7.2.30)は次のようにして求める。

式(7.2.29)に、

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{V} \cdot \nabla p &= \nabla \cdot p \mathbf{V} - p \nabla \cdot \mathbf{V} \\ \mathbf{V} [\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}] &= \nabla [\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{V}] - \boldsymbol{\tau} : \nabla \mathbf{V} \end{aligned} \right\} \text{を代入し}$$

ガウスの定理を用いると、

$$\begin{aligned} \frac{dE_k}{dt} &= \int_{V_e} (\rho_e \mathbf{V}_e \cdot \mathbf{g} + p \nabla \cdot \mathbf{V}_e + [\boldsymbol{\tau}_e : \nabla \mathbf{V}_e]) dV \\ &\quad + \int_{V_g} (\rho_g \mathbf{V}_g \cdot \mathbf{g} + p \nabla \cdot \mathbf{V}_g + [\boldsymbol{\tau}_g : \nabla \mathbf{V}_g]) dV \\ &\quad - \int_{S_e} (p \mathbf{V}_e + [\boldsymbol{\tau}_e \cdot \mathbf{V}_e]) dS - \int_{S_g} (p \mathbf{V}_g + [\boldsymbol{\tau}_g \cdot \mathbf{V}_g]) dS \\ &\quad - \int_{S_b} \sum_{i=1}^g (p \mathbf{V}_i + [\boldsymbol{\tau}_i \cdot \mathbf{V}_i]) \cdot \mathbf{n}_i dS \quad (16) \end{aligned}$$

式(16)の右辺5項は境界面で物質移動がないので、

0となる。

同様に、 $\int_{S_e} [\boldsymbol{\tau}_e \cdot \mathbf{V}_e] dS$ および $\int_{S_g} [\boldsymbol{\tau}_g \cdot \mathbf{V}_g] dS$ は、気泡流同様無視できるので式(7.2.30)を得る。

参 考 文 献

才 1 章

- 1) R.W. Lockhart & R.C. Martinelli; Chem. Enging. Progress
Vol 45 No 1 (1949), 39.
- 2) M. Petrick A N L - 5787 (1958)
- 3) D. Chisholm & A.D.V. Laird; Trans. A. S. M. E.
Vol 80 No 2 (1958), 276.
- 4) G.E. Alves; Chem. Enging. progress.
Vol 50 No 9 (1954), 449.
- 5) S. G. Bankoff; Trans A. S. M. E Ser C.
Vol 82 (1960), 265.
- 6) S. Levy; Trans A. S. M. E Ser C
Vol 85 (1963), 137.
- 7) 赤川; 日本機械学会論文集才23巻128号(昭32)
, 285.
- 8) G.A. Hughmark & B.S. Pressburg; A.I. Ch. E. Journal
Vol 7 (1961), 677.
- 9) D.J. Nicklin Trans, Inst. Chem. Engrs London
Vol 40 (1962), 61.
- 10) P.A. Lotto; W.S. Flinn et al. Nucl. Sci. and Enging
Vol 1 No 6 (1956).
- 11) S. Levy; Journal of Heat Transfer. Trans. A. S. M. E. Ser C

Vol 82. (1960), 113.

- 12) J. F. Marchaterre. Trans. A. S. M. E. Ser C,
Vol 83 (1961), 503.

才 2 章

- 1) G. Standart; Chem. Enging Sci
Vol 19 No. 3 (1964), 227.
- 2) G. S. Bankoff; 才 1 章 参考文献 5) に同じ.
- 3) M. Petrick; " " 2) に同じ.
- 4) 赤川浩爾; " " 7) に同じ.
- 5) 世古口言彦; 気液二相流に関する研究
(大阪大学博士論文)

才 3 章

- 1) 佐々木; 化学工学 才 28 卷 2 号
(1964), 110.
- 2) R. C. Martinelli & D. B. Nelson; Trans. A. S. M. E
Vol 70, (1948), 695.
- 3) S. G. Bankoff; 才 1 章 参考文献 5) に同じ.
- 4) D. T. Nicklin; " " 9) に同じ.
- 5) 石谷清幹, 赤川浩爾. 日本機械学会論文集
才 18 卷 72 号 (昭 27-8), 31.

- 6) S. Levy: Journal of Heat Transfer. Trans. A.S.M.E. Ser C. Vol 82. (1960), 113.
- 7) M. Petrick: 中 1 章 文献 2) に 同 じ .
- 8) F.N. Peeble and H.T. Garber. Chem. Enging Progress Vol 49 (1953), 88.
- 9) 只木. 前田.; 化学工学 中 25 卷 4 号 (1961), 254.
- 10) E. G. Vogt & R.R. White, Ind. and Eng. chem. Vol 40, No. 9 (1948)
- 11) Tibor & Z. Harmathy; A. I. Ch. E. Journal Vol 6., No 2. (1960), 281.
- 12) A. G. Bridge, L. Laidus & J. C. Elgin; A. I. Ch. E. Journal. Vol 10. No. 6 (1964), 819.
- 13) E. R. Quandt A. I. Ch. E. Journal Vol 11 No 2 (1965), 311.
- 14) J. R. S. Thom; Int. J. Heat and Mass Transfer Vol 7. (1964), 709.
- 15) A. A. Armand & G. G. Trencher: Izv. Vsesov. Teplotels. Inst No 4, 1-5. AERE Lib/Trans. 816.
- 16) D. Chisholm & A. D. V. Laird: Trans. A. S. M. E. Vol 80. No. 2 (1958), 276.
- 17) J. F. Marchaterne. Trans A. S. M. E. Ser C. Vol. 83. (1961). 503.

その他.

18) 青木成文, 高橋忠男, 井上晃; 日本機械学会論文集 才31巻才224号 (昭40-4)

19) 青木成文, 井上晃^{才2回}, "日本伝熱学会^{才2回}前刷集" (昭40-5), 137.

才4章

1) 富田久三郎, 機械学会論文集才1巻, 才5号 (昭10), 3.29.

2) 植松時雄, 機械学会論文集 才2巻才6号 (昭11), 56.

3) 日本機械学会, 機械工学便覧 才8編 (昭35), 19.

4) 青木成文, 井上晃 "才15回応用力学連合講演会, 論文抄録集 (昭40-9), 47.

才5章

1) 西川兼康, 世古口言彦, "才2回伝熱学会^{才2回}前刷集 (昭40-5), 141.

2) 青木成文, 井上晃, 日本機械学会才726回講演会前刷集 (昭39-11), 75.

3) 青木成文, 井上晃, 日本機械学会前刷集 (才43期, 全国大会). (昭40-10), 65.

謝 辞

本論文ができ上がりましたことは、全く東京工業大学青木成文先生の公私ともにわたる適切なご指導とご援助に負っております。

本研究の遂行中には、東京工業大学進藤益男先生、伊藤四郎先生に懇切なるご指導と有益な助言をいただきました。

さらに、研究中は、始終、高橋忠男氏のご指導とご協力を受けました。

また本研究の実験と解析には、村尾良夫、井野卓一、落合昭彦の諸君、本論文のまとめるにあたっては、商船大学吉田卓也氏とともに青木研究室の諸君の絶大なるご協力を受けました。

おくれはせながら、ここに記しまして、皆様に心からの感謝の意を表したいと思っております。