T2R2 東京工業大学リサーチリポジトリ
Tokyo Tech Research Repository

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	半線形熱方程式における動的特異点
Title(English)	Time-dependent singularities in semilinear heat equations
著者(和文)	高橋仁
Author(English)	Jin Takahashi
出典(和文)	学位:博士（理学）, 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第10286号, 授与年月日:2016年9月20日, 学位の種別:課程博士, 審査員:柳田 英二,米田 剛,志賀 啓成,利根川 吉廣,磯部 健志,桒田 和正,二宮 広和
Citation(English)	Degree:, Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第10286号, Conferred date:2016/9/20, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

Powered by T2R2 (Tokyo Institute Research Repository)

（博士課程）

論文審査の要旨及び審査員

報告番号	甲第　　号		学位申請者氏名	高橋　仁	
論文審査 審 査 員		氏　名	職　名	氏　名	職　名
	主査	柳田　英二	教授	磯部　健志	准教授
	審査員	米田　剛	准教授	栗田　和正	准教授
		志賀　啓成	教授	二宮　広和	教授
		利根川　吉廣	教授		

論文審査の要旨（2000 字程度）

本論文は“Time-dependent singularities in semilinear heat equations”（半線形熱方程式における動的特異点)と題し，5 章から成っている．

第 1 章「Introduction」では，非線形放物型偏微分方程式における特異性発現に関する研究の歴史と背景について述べた後，動的特異点（時刻を固定したときに空間変数に関する特異点を持ち，その点の位置が時間に依存するような特異点）の概念の導入と，その研究の重要性について論じている．

第 2 章「Time-dependent singularities in a heat equation with a superlinear source term: Behavior at the singularities」では，熱方程式にべき乗の形の増大度を持つ反応項を付加したいわゆる藤田型方程式に対して，特異点近傍での挙動によって動的特異点を持つ解の分類を行っている．そのために，反応項の増大度を表す指数がある臨界値より小さいときに限って時空間内の曲線上に台を持つ測度が存在し，解はその測度を外力項とする方程式を超関数の意味で満たすことを証明している．さらに，解の動的特異点近傍での漸近形の主要項が，ラプラス方程式の基本解とある局所可積分関数との積になっていることを示している．これは，先行研究では扱われていなかった範囲に属する反応項の指数について，特異性を保持するためのメカニズムを明らかにしたものである．

第 3 章「Time-dependent singularities in a heat equation with a superlinear source term: Existence of solutions」では，藤田型方程式に対して動的特異点を持つ解の構成を行っている．第 2 章の結果から，動的特異点を持つ解を構成するためには，適切な増大度の測度を外力項として持つ方程式の可解性を議論すればよいことが分かる．そこで本章では，対応する積分方程式について可解性に関する議論を行い，外力項付き方程式に解が存在するための測度の増大度に関する条件を得ている．また，実解析的な手法を用いることにより，逆に解の非存在に関する条件も与えている．第 2 章の結果と合わせると，反応項の増大度を表す指数がある臨界値より小さい場合について，動的特異点を持つ解が存在するための条件とその性質がほぼ完全に明らかにされたことになる．

第 4 章「Time-dependent singularities in a heat equation with a superlinear absorption term」では，熱方程式にべき乗の形の吸収項を付加した半線形熱方程式を対象として，動的特異点を持つ非負値解の分類と構成を行っている．まず，リウヴィル型定理を基礎とした議論によって動的特異点を持つ解に対する普遍評価を与え，この評価を用いることで，吸収項の指数がある臨界値以上の場合には特異解が存在しないことを示している．一方，指数がその臨界値未満の場合には動的特異点を持つ解は二つのタイプに分類され，それ以外のタイプの特異解が存在しないという興味深い結果を示している．

第 5 章「Solvability of a semilinear heat equation with measures as initial data」では，藤田型方程式を対象として，非負ラドン測度を初期値とするコーシー問題の可解性について考察している．反応項の指数が藤田指数と呼ばれる臨界値より小さい場合には可解性に関して最適な条件が知られており，藤田指数以上の場合には解が存在するための必要条件が得られていた．本章においては，第 3 章で用いた実解析的な手法を一般化することにより，指数が藤田指数以上のときに可解性に関する精密な議論を行い，これまでに知られていた必要条件が十分条件にはならないことを明らかにしている．

以上のように，本論文は半線形放物型偏微分方程式に対して動的特異点を持つ解が存在するための条件を明らかにし，特異解を具体的に構成する方法を与えている．さらには，特異解の性質や特異初期値問題との関連を明らかにするなど，偏微分方程式について注目すべき独創的な知見を与えており，理学上貢献するところが大きい．よって本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める．

注意：「論文審査の要旨及び審査員」は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。