

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	
Title(English)	Computations of trace fields of hyperbolic 3-manifolds
著者(和文)	梁和宏
Author(English)	Kazuhiro Ryou
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第10264号, 授与年月日:2016年6月30日, 学位の種別:課程博士, 審査員:小島 定吉,山田 光太郎,遠藤 久顕,服部 俊昭,カールマン タマシユ
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第10264号, Conferred date:2016/6/30, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	論文要旨
Type(English)	Summary

論文要旨

THESIS SUMMARY

専攻： Department of	数学	専攻	申請学位 (専攻分野)： 博士 Academic Degree Requested Doctor of	(理学)
学生氏名： Student's Name	梁 和宏		指導教員 (主)： Academic Advisor(main)	小島定吉
			指導教員 (副)： Academic Advisor(sub)	

要旨 (和文 2000 字程度)

Thesis Summary (approx.2000 Japanese Characters)

任意の向き付け可能な完備 3 次元双曲多様体は、3 次元双曲空間をあるクライン群の作用で割ってえられる商空間になる。この時、クライン群の取り方は双曲多様体から一意には決まらないが、そのようなクライン群はお互いに共役になる。従って、双曲多様体に対して、対応するクライン群の共役類が一つ定まる。クライン群 Γ を $PSL(2, C)$ の部分集合として表した時、 Γ の要素のトレースを全て有理数体に添加させて得られる体を Γ のトレース体と呼ぶ。トレースは共役をとっても不変なので、トレース体は双曲多様体から一意に定まる。Mostow-Prasad の剛性定理により 3 次元位相多様体に、有限体積で向き付け可能な完備双曲構造が入るならば、一意であることが分かる。従って、トレース体は位相不変量でもある。

トレース体の他に、双曲構造を用いて定義される位相不変量にカスプのモジュラスがある。有限体積な完備 3 次元双曲多様体のカスプの断面はトーラスになるが、このトーラスには双曲多様体から誘導される複素構造が入る。複素トーラスのモジュライ空間は、上半平面 H の $PSL(2, Z)$ による商空間 $H/PSL(2, Z)$ と同一視できる。それ故有限体積な完備 3 次元双曲多様体のカスプに対して、複素トーラスのモジュライ空間 $H/PSL(2, Z)$ の元を対応させることができる。コンパクトではないクライン群は、元を行列として見たときに、その全成分がトレース体に値を持つようなクライン群と共役であることが知られている。この性質により、トレース体とクライン群のカスプのモジュラスとの間にも関係が生じる。

トレース体は非実な代数体になることも知られている。しかし、逆にすべての非実な代数体がトレース体として生じるかどうかは分かっていない。本論文では、具体的な双曲多様体や軌道体の族にたいしてトレース体や不変トレース体を計算した。また、トレース体を用いてクライン群のカスプのモジュラスに関する結果も得た。本論文は主に三つの部分からなっている。始めの二つは具体的な双曲多様体や軌道体の族に対してトレース体を計算する部分であり、残りの一つがカスプのモジュラスを考察する部分である。以下では、それぞれの部分における主結果について簡単に述べていく。

本論文で最初に扱ったのは、チェインリンクと呼ばれる特殊な絡み目の族である。Hoste と Shanahan はチェインリンクのなかで、成分の数が 1 であるようなもののトレース体を計算した。それにより、1 を除くすべての自然数は、成分の数が 1 であるチェインリンクのトレース体の次数として生じることが示された。本論文では、彼らの結果を拡張して、成分の数が 2 であるようなもののトレース体を計算した。その結果として、成分の数が 2 であるチェインリンクにたいしても同じ事実が成り立つことが示された。また、チェインリンクの成分の数が 1, 2, 4, 8 のいずれかでなければ、このような事が生じないということも示した。

本論文で二つ目に扱ったのは、ボロミアン軌道体とよばれる双曲軌道体の族である。まず、Hilden-Lozano-Montesinos の結果に基づき、コンパクトではないボロミアン軌道体のトレース体とその次数を計算した。と同時に、無限個の円分体が現れることを示した。また、奇素数 p に対して、円分体 $Q(\exp(2\pi i/p))$ が出現するかどうかを判定するためのアルゴリズムを与えた。実際にそのアルゴリズムを p が 23 までの場合に適用し、23 以下の奇素数 p に対しては $Q(\exp(2\pi i/p))$ が現れないことも確認した。

本論文では最後に、カスプのモジュライが $H/PSL(2, Z)$ のなかでどのように分布しているかを調べた。まず、算術的双曲多様体と呼ばれる特殊な双曲多様体のカスプのモジュラスの全体が、2 次体に代表元を持つような $H/PSL(2, Z)$ の元全体と一致することを示した。また、3 次体がある有限体積な完備 3 次元双曲多様体 M のトレース体になっている場合には、その 3 次体に代表元を持つような $H/PSL(2, Z)$ の任意の元が、ある有限体積な完備 3 次元双曲多様体 M のカスプのモジュラスとなる事も示した。そのような 3 次体は実際に存在するので、系として、非算術的双曲多様体のカスプのモジュラスも $H/PSL(2, Z)$ のなかで稠密である事が示せた。

備考：論文要旨は、和文 2000 字と英文 300 語を 1 部ずつ提出するか、もしくは英文 800 語を 1 部提出してください。

Note : Thesis Summary should be submitted in either a copy of 2000 Japanese Characters and 300 Words (English) or 1copy of 800 Words (English).

注意：論文要旨は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。

Attention: Thesis Summary will be published on Tokyo Tech Research Repository Website (T2R2).

(博士課程)
Doctoral Program

論文要旨

THESIS SUMMARY

専攻： 数学 専攻
Department of
学生氏名： 梁 和宏
Student's Name

申請学位 (専攻分野)： 博士 (理学)
Academic Degree Requested Doctor of
指導教員 (主)： 小島定吉
Academic Advisor(main)
指導教員 (副)：
Academic Advisor(sub)

要旨 (英文 300 語程度)

Thesis Summary (approx.300 English Words)

The trace field of a Kleinian group is the minimal field containing \mathbb{Q} and the set of the traces of all elements of the Kleinian group. By the Mostow-Prasad Rigidity Theorem, if a Kleinian group has finite covolume, then the trace field of it is a topological invariant. It is known that the trace field of it is a non-real algebraic number field.

It has been open whether every non-real algebraic number field occurs as the trace field of some Kleinian group of finite covolume. One of the aims of the thesis is to compute the trace fields of two families of infinitely many hyperbolic 3-manifolds and orbifolds of finite volume and exhibit infinitely many examples of trace fields.

What is first considered in the thesis is a family of two-component chain links $C(2, s)$. Hoste and Shanahan computed the trace fields of one-component chain links $C(1, s)$. By extending their work, we computed the trace fields of $C(2, s)$.

What is second considered in the thesis is family of non-compact Borromean orbifolds. Hilden-Lozano-Montesinos computed the trace fields of Borromean orbifolds. Based on their work, we computed the degrees of the trace fields of the non-compact Borromean orbifolds. Moreover, we proved that infinitely many cyclotomic number fields occur as trace fields of some non-compact Borromean orbifolds.

In the thesis we also consider the moduli of cusp cross sections of Kleinian groups of finite covolume. We proved that an element of moduli space as the quotient space of complex torus occurs as the modulus of cusp cross-section of some arithmetic Kleinian group if and only if it has a representative in some quadratic number fields. We also prove that the set of moduli of cusp cross sections of non-arithmetic Kleinian groups is dense in moduli space of complex torus

備考：論文要旨は、和文 2000 字と英文 300 語を 1 部ずつ提出するか、もしくは英文 800 語を 1 部提出してください。

Note: Thesis Summary should be submitted in either a copy of 2000 Japanese Characters and 300 Words (English) or 1 copy of 800 Words (English).

注意：論文要旨は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。

Attention: Thesis Summary will be published on Tokyo Tech Research Repository Website (T2R2).