

論文 / 著書情報  
Article / Book Information

題目(和文)	乱流予混合火炎のLarge Eddy Simulationのための格子幅自己認識型SGS燃焼モデル
Title(English)	
著者(和文)	平岡克大
Author(English)	Katsuhiro Hiraoka
出典(和文)	学位:博士(工学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第10465号, 授与年月日:2017年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:店橋 護,小酒 英範,野崎 智洋,佐藤 進,志村 祐康
Citation(English)	Degree:Doctor (Engineering), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第10465号, Conferred date:2017/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

平成28年度 学位論文

乱流予混合火炎の  
Large Eddy Simulationのための  
格子幅自己認識型SGS燃焼モデル

指導教員 店橋 護 教授

東京工業大学大学院理工学研究科  
機械宇宙システム専攻

平岡 克大

# 目次

第 1 章	緒論	1
1.1	まえがき	2
1.2	乱流予混合火炎の SGS 燃焼モデル	4
1.3	本研究の目的	8
第 2 章	乱流噴流予混合火炎及び V 型乱流予混合火炎のフラクタル特性	11
2.1	まえがき	12
2.2	乱流噴流及び V 型予混合火炎の直接数値計算	13
2.2.1	支配方程式	13
2.2.2	化学反応機構	17
2.2.3	熱物性値	19
2.2.4	輸送係数	20
2.2.5	計算方法	21
2.2.6	計算条件	23
2.3	乱流噴流及び V 型予混合火炎の火炎面と渦構造	26
2.4	火炎面のフラクタル特性	26
2.4.1	フラクタル特性の解析手法	26
2.4.2	火炎面のフラクタル次元	27
2.4.3	火炎面の inner cutoff	28
2.5	本章の結論	29
第 3 章	フラクタル・ダイナミック SGS 燃焼モデルの評価	44
3.1	まえがき	45
3.2	フラクタル・ダイナミック SGS 燃焼モデル	46
3.3	格子幅自己認識混合型 SGS 応力モデル	49
3.4	乱流噴流予混合火炎の DNS データを用いた SGS 燃焼モデルの静的テスト	50

3.4.1	計算条件と解析手法	50
3.4.2	フラクタル次元のモデル予測精度	51
3.4.3	コルモゴロフ・スケールのモデル予測精度	52
3.4.4	火炎面面積のモデル予測精度	52
3.5	乱流噴流予混合火炎の LES によるモデルの動的テスト	53
3.5.1	支配方程式	53
3.5.2	計算方法	54
3.5.3	計算条件	55
3.5.4	SGS 燃焼モデルの予測精度	55
3.5.5	SGS スカラー流束モデルの予測精度と影響	57
3.5.6	SGS 応力モデルの予測精度と影響	59
3.6	本章の結論	61
<b>第 4 章</b>	<b>格子幅自己認識型 SGS 燃焼モデルの開発</b>	<b>87</b>
4.1	まえがき	88
4.2	格子幅自己認識型 SGS 燃焼モデル	88
4.3	乱流噴流予混合火炎及び一様等方性乱流中の自由伝播予混合火炎の DNS データを用いた静的テスト	90
4.3.1	DNS の計算方法と計算条件	90
4.3.2	解析手法	91
4.3.3	コルモゴロフ・スケールのモデル予測精度	91
4.3.4	火炎面面積のモデル予測精度	92
4.4	乱流噴流予混合火炎の LES によるモデルの動的テスト	92
4.4.1	支配方程式	93
4.4.2	計算方法	93
4.4.3	計算条件	93
4.4.4	SGS 燃焼モデルの予測精度	93
4.5	本章の結論	95
<b>第 5 章</b>	<b>矩形燃焼器における旋回乱流予混合火炎の LES</b>	<b>106</b>
5.1	まえがき	107
5.2	旋回乱流予混合火炎の Large Eddy Simulation	107
5.2.1	支配方程式	108
5.2.2	計算方法	108

5.2.3	計算条件 . . . . .	109
5.3	旋回乱流予混合火炎の DNS データ . . . . .	111
5.4	LES による流動及び燃焼場の予測 . . . . .	111
5.5	LES 結果に対する DMD 解析 . . . . .	113
5.6	LES による圧力場の動的特性の予測 . . . . .	115
5.7	本章の結論 . . . . .	120
<b>第 6 章</b>	<b>結論</b>	<b>138</b>
<b>謝 辞</b>		<b>152</b>

第 2 章及び第 3 章の内容の一部は以下の学術雑誌において発表されている .

1. Katsuhiro Hiraoka, Yuki Minamoto, Masayasu Shimura, Yoshitsugu Naka, Naoya Fukushima and Mamoru Tanahashi, A Fractal Dynamic SGS Combustion Model for Large Eddy Simulation of Turbulent Premixed Flames, *Combustion Science and Technology*, Vol. 188(9), pp. 1472-1495, 2016, doi: <http://dx.doi.org/10.1080/00102202.2016.1195820>
2. Katsuhiro Hiraoka, Yoshitsugu Naka, Masayasu Shimura, Yuki Minamoto, Naoya Fukushima, Mamoru Tanahashi and Toshio Miyauchi, Evaluations of SGS Combustion, Scalar Flux and Stress Models in a Turbulent Jet Premixed Flame, *Flow Turbulence and Combustion*, Vol. 97(4), pp. 1147-1164, 2016, doi: 10.1007/s10494-016-9756-z

第 4 章の内容の一部は以下の会議において発表されている .

1. Katsuhiro Hiraoka, Yoshitsugu Naka, Yuki Minamoto, Masayasu Shimura and Mamoru Tanahashi, A Subgrid Scale Combustion Model Based on an Explicit Expression for the Kolmogorov Length Scale, *The 11th International ERCOFTAC Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Measurements*, USB, 111, 2016

# 第 1 章

## 緒論

## 1.1 まえがき

燃焼技術は現代の人類の生活を支える必要不可欠なエネルギー技術である。世界の1次エネルギー消費のエネルギー源別推移 [1, 2] を図 1.1 に示す。現在消費されているエネルギーの約 80% は、石炭、石油及び天然ガスなどの化石燃料の燃焼に起因するものである。2011 年の東日本大震災以降、こうしたエネルギーの安定供給が一つの課題となっている。一方で、化石燃料の使用は近年の地球温暖化や酸性雨などの深刻な地球・都市環境問題を生じさせている。温室効果ガスである  $\text{CO}_2$  と酸性雨の原因物質の 1 つである  $\text{NO}_x$  の多くは化石燃料の燃焼により生成され、これらの排出量削減が求められている。 $\text{CO}_2$  の排出量低減のためには燃料の使用量自体を減らす必要があるため、燃焼器の高効率化が必要であり、 $\text{NO}_x$  の排出量を削減するための低環境負荷化も必要である。従って、これらの地球・都市環境問題及びエネルギー問題を解決するためには実用燃焼器の高効率化・低環境負荷化が必要不可欠である。

このような燃焼器の設計・開発において、実験手法とともに、開発コスト削減・開発期間短縮の観点から数値計算が広く用いられている。一般に、発電用ガスタービン、航空機エンジン、自動車用 IC エンジン等の実用燃焼内は乱流燃焼状態にあるため、乱流燃焼場を適切に再現する必要がある。乱流火炎の数値計算手法として、直接数値計算 (Direct Numerical Simulation; DNS), Reynolds-Averaged Navier-Stokes Simulation (RANS) 及び Large eddy simulation (LES) が挙げられる。DNS は化学反応を伴う流れ場を記述する質量、運動量、エネルギー及び化学種の保存方程式を直接解く方法である。乱流場のコルモゴロフ・スケールから積分スケールにわたる広範囲の長さ・時間スケールと、燃焼場の各化学種及び素反応に関わる全ての長さ・時間スケールが解像される。従って、非常に多くの物理的知見を得ることが出来るが、DNS の計算コストは膨大であるため、実用燃焼器内の乱流火炎に適用することは現在の計算資源・技術では不可能である。

RANS はアンサンブル平均を施した支配方程式を解く計算手法である。アンサンブル平均を施した物理量が直接計算される一方で、支配方程式中に現れる変動量を伴う項はモデルを用いて予測する。計算コストが非常に小さいため、現在の設計・開発の場で RANS は頻繁に用いられている。しかし、乱流燃焼は本質的に非定常な現象であるため、RANS を用いて実用燃焼器内の現象を理解することは困難である。例えば、自動車用 IC エンジンにおけるサイクル変動やノッキングの予測、ガスタービン燃焼器における熱音響振動特性や火炎の吹き飛び現象等の予測は RANS では困難である。

以上の理由から、LES が有効な計算手法の一つであるとして注目を集めている。LES

は空間フィルターを施した支配方程式を解く方法であり，grid scale (GS) の物理量を直接計算する一方で，subgrid scale (SGS) の現象による GS 物理量への寄与は SGS モデルを用いて予測される．従って，LES は乱流燃焼のような非定常現象を再現するために有効な方法である．LES の計算コストは RANS に比べて大きい，近年の並列計算技術の発達による計算速度の上昇と計算規模の増大に伴い，実用燃焼器の設計・開発に LES が導入されつつある．

LES を実用燃焼器内の乱流火炎に適用する試みが行われている [3–7]．Robert ら [6] は IC エンジン内の伝播火炎の LES を行うことで，サイクル変動やノッキングの予測に関して検討を行った．Staffelbach ら [7] は，ガスタービン燃焼器内の旋回火炎を対象として LES を行うことで，熱音響振動特性に関する検討を行った．このように LES を適用する試みが行われている一方で，LES の予測精度は採用する SGS モデルに強く依存するため，各種乱流燃焼場に適用可能で高精度なモデルの開発が求められている．

LES に拡張するために Navier-Stokes 方程式に対してフィルター操作を施した場合，方程式を閉じるためには SGS 応力項にモデルを適用する必要がある．この SGS 応力モデルとして，Smagorinsky モデル [8]，ダイナミックスマゴリンスキーモデル [9, 10] や wall-adapting local eddy-viscosity (WALE) モデル [11] 等の渦粘性モデルや，Baridina モデル [12] 等のスケール相似モデルなど，多くのモデル [8–14] が提案されている．フィルター操作を施したエネルギー方程式，化学種の質量分率等のスカラーの輸送方程式を閉じるためには，SGS 熱流束項あるいは SGS スカラー流束項のためのモデルが必要となる．一般にこれらの流束モデルには勾配拡散型モデルが用いられるが，SGS スカラー流束の逆勾配輸送現象 [15–17] を考慮したモデル [4, 18, 19] や非等方性を考慮したモデル [20] 等，いくつかのモデル [4, 18–21] が提案されている．乱流燃焼の LES においては，化学反応や熱発生等の現象を適切に再現するために SGS 燃焼モデルが必要である．予混合・非予混合火炎を対象として様々なモデリングアプローチが提案されており，反応性スカラーである反応進行変数を用いる方法 [15]，火炎面の伝播を記述する G 方程式を解く方法 [22–24]，各種物理量を確率密度関数 (PDF) を用いて算出する方法 [25–27]，人工的に厚くした火炎に関する方程式を解く thickened flame approach [28–30]，混合分率の輸送方程式を用いる方法 [31]，条件付き平均を施した物理量に関する方程式を解く conditional moment closure (CMC) approach [32] 等の方法が挙げられる．各アプローチにおいて予測の対象となる物理量は異なり，SGS 燃焼モデルは GS 物理量からそれらを予測するために用いられる．以上のような SGS 応力モデル，SGS スカラー・熱流束モデル及び SGS 燃焼モデルの各種 SGS モデルの開発が求められている．特に燃焼モデルは LES の予測精度に大きな影響を与えるが，高精度なモデルは未だ存在しないのが現

状である．そこで本研究では，乱流予混合火炎の LES のための SGS 燃焼モデルの開発に焦点を当てる．

## 1.2 乱流予混合火炎の SGS 燃焼モデル

乱流予混合火炎を適切に再現するために，いくつかのモデリングアプローチが提案されてきた [31, 33, 34]．G 方程式 [22–24] は flamelet の仮定に基づき火炎面を無限に薄いスカラー等値面と仮定し，その火炎面の伝播を記述する．G 方程式は以下のように記述される．

$$\frac{\partial G}{\partial t} + u_i \frac{\partial G}{\partial x_i} = \frac{\rho_u}{\rho} S_L |\nabla G| \quad (1.1)$$

ここで， $G$  は任意のスカラー量を表し， $S_L$  及び  $\rho_u$  はそれぞれ層流燃焼速度と未燃予混合気の密度である．LES に拡張するためにフィルター操作を施した場合，G 方程式は次式のようになる．

$$\frac{\partial \tilde{G}}{\partial t} + \tilde{u}_i \frac{\partial \tilde{G}}{\partial x_i} = \frac{\rho_u}{\bar{\rho}} \overline{S_L |\nabla G|} - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{G} - \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{G})}{\partial x_i} \quad (1.2)$$

$\bar{q}$  はフィルター操作を表し， $\tilde{q} = \bar{\rho} \tilde{q} / \bar{\rho}$  はファールブル・フィルター操作を意味する．右辺第一項の伝播項を直接算出することは出来ないため，SGS の乱流の影響を含む燃焼速度である SGS 燃焼速度  $S_T$  [23, 24, 35] を用いて次式のように記述する．

$$\overline{S_L |\nabla G|} \approx S_T |\nabla \bar{G}| \quad (1.3)$$

G 方程式を用いたアプローチでは SGS 燃焼速度  $S_T$  を予測するためのモデルが必要となる．

反応進行変数  $c$  は無次元化された温度や化学種の質量分率等として定義される反応性スカラーであり，次式のような反応進行変数の輸送方程式を解く方法が提案されている [15]．

$$\frac{\partial \rho c}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i c}{\partial x_i} = \dot{\omega}_c + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \rho D_c \frac{\partial c}{\partial x_i} \right) \quad (1.4)$$

$\dot{\omega}_c$  と  $D_c$  はそれぞれ，反応進行変数の反応速度と拡散係数を表す．フィルター操作を施した輸送方程式は以下の様になる．

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{c}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{c}}{\partial x_i} = \bar{\omega}_c + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \bar{\rho} D_c \frac{\partial \tilde{c}}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{c} - \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{c})}{\partial x_i} \quad (1.5)$$

方程式を閉じるためには，右辺第一項のSGSの乱流の影響を含む反応速度 $\bar{\omega}_c$ を予測するモデルが必要となる．反応速度に対してスカラー散逸率[36]等に基づくモデルを直接適用する方法や，次式のように反応項と拡散項の和を伝播項として記述し，伝播項に対して火炎面密度 $\Sigma$ [15]あるいはwrinkling factor $\Xi$ [37]に基づくモデルを用いる方法がある．

$$\bar{\omega}_c + \overline{\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \rho D_c \frac{\partial c}{\partial x_i} \right)} \approx \rho_u \overline{S_d |\nabla c|} \approx \rho_u \Xi S_L |\nabla \bar{c}| = \rho_u S_L \Sigma \quad (1.6)$$

ここで， $S_d$ は伝播速度であり，火炎面密度 $\Sigma$ とwrinkling factor $\Xi$ は以下の式で定義される．

$$\Sigma = \overline{|\nabla c|} \quad (1.7)$$

$$\Xi = \frac{\overline{|\nabla c|}}{\overline{|\nabla \bar{c}|}} \quad (1.8)$$

火炎面密度あるいはwrinkling factorを代数モデルで予測する方法が広く採用される一方で，火炎面密度の輸送方程式を解く方法も提案されており，方程式を閉じるために必要な各項のモデルの開発も行われている[38, 39]．

人工的に厚くした火炎に関する方程式を解くthickened flame approachが提案されている[28–30]．この方法では，thickening factorと呼ばれる係数 $F$ を作用させた次式のような化学種質量分率 $Y_k$ の保存方程式を解く．

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{Y}_k}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{Y}_k}{\partial x_i} = \frac{\Xi}{F} \dot{\omega}_k + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \bar{\rho} \Xi F D_k \frac{\partial \tilde{Y}_k}{\partial x_i} \right) \quad (1.9)$$

ここで， $D_k$ は化学種の拡散係数である．反応速度 $\dot{\omega}_k$ の算出にはアレニウス型の反応速度式を直接用いることが出来るが，ダムケラー数の低下を修正するためにwrinkling factor $\Xi$ のモデルが必要となる．

確率密度関数(PDF)を用いる方法もある[25–27, 40]．LESのフィルター関数を確率密度関数 $P$ として仮定することで，反応速度や熱発生率等の必要な物理量を次式のように直接算出する．

$$\bar{\omega}_k = \int \int \dots \int \dot{\omega}_k P(Y_1, Y_2, \dots, T) dY_1, dY_2 \dots dT \quad (1.10)$$

あらかじめ関数形状を仮定したPDFを用いるpresumed PDF approach[40]や，支配方程式から導出したPDFの輸送方程式を解くtransport PDF approach[27]などが提案されているが，一般にこの方法の計算コストは高い．

G 方程式においてモデル予測の対象となる SGS 燃焼速度  $S_T$  は, flamelet の仮定 [41] に基づき火炎面面積を用いて次式のように記述可能である .

$$\frac{S_T}{S_L} \sim \frac{A_T}{A_L} \quad (1.11)$$

$A_T$  と  $A_L$  はそれぞれ, 乱流火炎における SGS の火炎面面積, 及び層流火炎の火炎面面積である . 反応進行変数の輸送方程式と thickened flame approach において重要な火炎面密度  $\Sigma$  と wrinkling factor  $\varepsilon$  も, 以下の様に火炎面面積に関係付けられる [28, 37] .

$$\frac{\Sigma}{|\nabla \bar{c}|} = \varepsilon \sim \frac{A_T}{A_L} \quad (1.12)$$

従って, SGS 燃焼速度, 火炎面密度, wrinkling factor 及び火炎面面積の 4 つの物理量は関係付けられるとともに, スカラー散逸率や確率密度関数等を用いる方法を除くこれらのモデリングアプローチにおいて, 火炎面面積は重要な物理量である . そこで本研究では, SGS 燃焼速度すなわち火炎面面積を予測するためのモデルの開発に取り組む .

SGS 燃焼速度 [24, 42–44], 火炎面密度 [15, 45] 及び wrinkling factor [28, 29, 37, 46, 47] を予測する SGS 燃焼モデルが多く提案されてきた . Boger *et al.* [15] は火炎面密度を LES の支配方程式に適用した初期の研究の中で, 単純な代数式を用いて火炎面密度を記述した . Flohr and Pitsch [43] は無次元数に基づく議論から SGS 燃焼速度のためのモデルを提案した . Pitsch and Duchamp De Lageneste [42] は SGS スカラー変動の輸送方程式における生成項と散逸項の平衡状態を仮定することで, SGS 燃焼速度を予測するモデルを構築した . Pitsch [24] は thin reaction zones 領域 [23] に分類される乱流火炎へのモデル拡張のために, SGS flame brush thickness の輸送方程式における生成項と散逸項の平衡状態仮定に基づき SGS 燃焼速度のモデルを提案した . Colin *et al.* [29] 及び Charlette *et al.* [28] は thickened flame approach の開発に関する研究において, 火炎面に作用する歪みの効果を見積もる efficiency function [48] を導入することで wrinkling factor のためのモデルを開発した .

燃焼モデルを構築するための有効な手法の 1 つとして, 火炎面のフラクタル特性に基づく方法がある . SGS 燃焼モデルにおいてはフラクタル次元と inner cutoff が重要な火炎面特性であり, 乱流予混合火炎におけるこれらのフラクタル特性に関する研究が多く行われてきた [23, 37, 49–72] . 乱流噴流予混合火炎を対象とした実験研究 [50, 57, 58, 61, 63–67, 70] が行われるとともに, 各種乱流燃焼場の DNS 結果を用いた研究 [37, 49, 56, 71, 72] 及び理論的研究 [23, 56, 62] も行われてきた . これらの研究で得られた知見に基づいて, inner cutoff の相関式 [37, 46, 49–54], フラクタル次元の相関式 [37, 46] と動的決定手法 [30, 45, 73] が提案されるとともに, フラクタル特性に基づいて多くの SGS 燃焼モデル

が提案されてきた [28, 30, 37, 44–47, 74, 75]. しかし, 高精度なモデルの開発が求められているのと同時に, 火炎面のフラクタル特性に関する統一的な見解は未だに得られていないため, 各種乱流予混合火炎のフラクタル特性を系統的に明らかにする必要がある.

以前の研究 [44] において, SGS 燃焼速度を予測するためのフラクタル・ダイナミック SGS(FDSGS) 燃焼モデルが提案されている. 従来のモデルの多くは SGS 乱流強度に基づいている [24, 28, 42, 43, 47] 一方で, FDSGS 燃焼モデルは乱流の歪み速度に基づいて構築された. 火炎面のフラクタル次元を動的に予測するために Miyachi *et al.* [73] が提案したフラクタル・ダイナミック SGS モデルが導入されている. 一様等方性乱流中の自由伝播予混合火炎の DNS データを用いた静的テストから, モデルの有効性が明らかにされている [44]. しかし, 実用燃焼器内の乱流場に存在する平均せん断は乱流燃焼特性に大きな影響を与えるため, せん断流中の乱流予混合火炎におけるモデルの予測精度を明らかにする必要がある. さらに, モデルを用いて実際に LES を行うことにより, 動的テストを行う必要もある.

### 1.3 本研究の目的

以上のような背景から本研究では、自由せん断流中に形成される乱流予混合火炎等を対象として直接数値計算結果を用いたSGSモデルの静的テストと動的テストを行い、それらの結果に基づき乱流予混合火炎のLESのための高精度SGS燃焼モデルを開発することを目的とする。

第2章では、SGS燃焼モデルにおいて重要な火炎面のフラクタル特性を検討する。乱流予混合火炎のフラクタル特性に関する研究はこれまでも行われているが[23, 37, 49–72]、統一的な見解は未だ得られていない。実用燃焼器内の各種乱流燃焼場に適用可能なモデルを開発するためには、各種乱流火炎のフラクタル特性を系統的に明らかにする必要がある。以前のDNSによる研究[49]で、一様等方性乱流中の自由伝播予混合火炎のフラクタル特性が明らかにされている。しかし、実用燃焼器内の乱流場に存在する平均せん断は乱流燃焼特性に影響を与える。そこで第2章では、水素・空気乱流噴流予混合火炎[76]及びV型乱流予混合火炎[77, 78]のDNSデータを用いてフラクタル解析を行うことで、自由せん断流中の乱流予混合火炎の火炎面のフラクタル特性を明らかにすることを目的とする。

第3章では、本研究で開発する燃焼モデルのベースとなるFDSGS燃焼モデルの評価を行う。以前の研究[44]で、一様等方性乱流中の自由伝播予混合火炎のDNS結果を用いた静的テストからFDSGS燃焼モデルの有効性が明らかにされている[44]。しかし、実用燃焼器内の乱流場に存在する平均せん断は乱流燃焼特性に影響を与えるため、せん断流中の乱流火炎におけるモデル精度を明らかにする必要がある。また、モデルを用いて実際にLESを行うことにより、動的テストを行う必要もある。さらに、燃焼モデル、スカラー流束モデル及び応力モデルはその予測精度に関して相互に影響を与え合うとともに、LES全体の予測能力に対して大きな寄与を持つ。従って、高精度な燃焼モデルを開発するためには、各種モデルの予測精度と影響を明らかにする必要がある。そこで第3章では、水素・空気乱流噴流予混合火炎を対象としてDNSデータを用いた静的テストとLESによる動的テストを行うことで、自由せん断流中の乱流予混合火炎におけるFDSGS燃焼モデルの有効性を明らかにすることを目的とする。さらに、以前の研究[13]で提案された格子幅自己認識混合型(SSRM)SGS応力モデルとスカラー流束モデルの静的・動的テストを行うとともに、モデルがLES結果に与える影響を検討することで、各種SGSモデルの評価を総合的に行う。

第4章では、第3章までに得られた結果を踏まえて燃焼モデルの提案を行うとともに、提案したモデルの評価を行う。FDSGS燃焼モデルはフラクタル特性に基づくモデリン

グにおいて重要な inner cutoff を，コルモゴロフ・スケールと関係付けることで予測する．一様等方性乱流の GS-SGS エネルギー輸送に関する以前の研究 [13] で，GS の物理量に基づくコルモゴロフ・スケールの相関式が提案されている．この相関式は SSRM 応力モデルとして応用され，一様等方性乱流と乱流噴流を対象とした静的・動的テストからモデルの有効性が明らかにされている [13, 79]．第4章では，モデルの高精度化を図るために，SSRM 応力モデルにおける GS の物理量からコルモゴロフ・スケールを予測する手法を FDSGS 燃焼モデルに導入することで，格子幅自己認識型 (SSR)SGS 燃焼モデルを提案する．一様等方性乱流中の自由伝播予混合火炎と乱流噴流予混合火炎の DNS データを用いた静的テストと，噴流火炎の LES による動的テストを行うことでモデルの評価を行い，SSR SGS 燃焼モデルの開発を行うことを目的とする．

第5章では，第4章で提案したモデルを実用燃焼器内に近い複雑な乱流燃焼場に適用し，LES による振動燃焼等の予測可能性を検討する．実用ガスタービン燃焼器内は，旋回流を用いた再循環領域形成による保炎や壁面と火炎の干渉などにより，複雑な流動・燃焼場となる．一方で，高圧力比・高温化による燃焼器の高効率化と NO<sub>x</sub> 排出量低減の両立のための方法として，希薄予混合燃焼が有効であるが，希薄条件下では振動燃焼が生じる場合がある．振動燃焼のメカニズム解明を目的とした燃焼器内流動・燃焼場と熱音響振動特性の解析のために，LES は有効な数値解析手法となるが，適切な解析結果を得るためには，こうした複雑な乱流燃焼場におけるモデル精度を明らかにする必要がある．そこで第5章では，ガスタービン燃焼器を模擬した矩形燃焼器内に形成される水素・空気旋回流予混合火炎の LES を行う．LES 結果と DNS データ [80–83] の比較によるモデルの動的テストを行うとともに，dynamic mode decomposition 解析 [84, 85] を適用することで LES による燃焼器内圧力変動の予測能力の評価を行い，SSR SGS 燃焼モデルと FDSGS 燃焼モデルの有効性を明らかにすることを目的とする．

第6章では，各章から得られた結論を総括する．

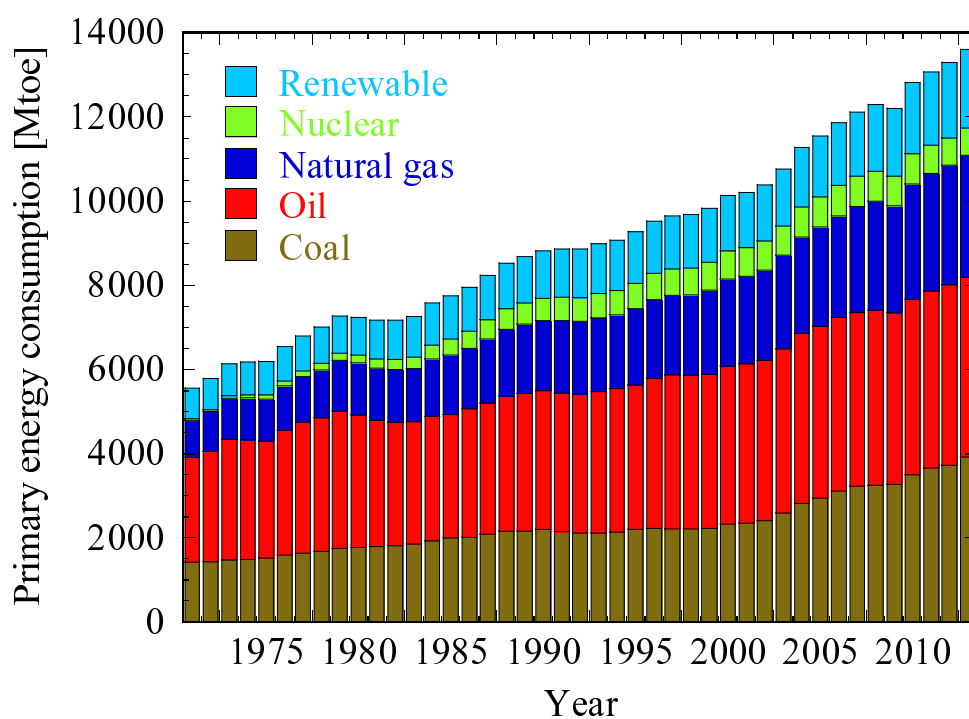


図 1.1: 世界の1次エネルギー消費量のエネルギー源別推移 [1, 2]

## 第 2 章

# 乱流噴流予混合火炎及び V 型乱流予混合火炎のフラクタル 特性

## 2.1 まえがき

SGS 燃焼モデルをフラクタル特性に基づいて構築する試み [28, 30, 37, 44–47, 74, 75] が行われている．火炎面のフラクタル特性を導入すると，火炎面面積は以下の関係式で記述される．

$$\frac{A_i}{A_o} = \left( \frac{\epsilon_i}{\epsilon_o} \right)^{2-D_3} \quad (2.1)$$

ここで  $\epsilon_i$ ,  $\epsilon_o$  及び  $D_3$  は inner cutoff, outer cutoff 及びフラクタル次元であり,  $A_i$  と  $A_o$  はそれぞれ inner cutoff スケールと outer cutoff スケールで解像される火炎面の面積である．SGS モデルでは outer cutoff は格子幅  $\Delta$  とされるため, フラクタル次元と inner cutoff が重要な物理量であり, 各種乱流予混合火炎におけるこれらのフラクタル特性を明らかにする必要がある．

乱流予混合火炎のフラクタル特性に関する研究 [23, 37, 49–72] が行われてきた．ブンゼンバーナー火炎を対象とした実験研究でフラクタル次元が調査され, メタン・空気予混合火炎において 2.17 ~ 2.21 [70] 及び約 2.23 [55], プロパン・空気予混合火炎において約 2.14 ~ 2.24 [61] 及び約 2.12 ~ 2.45 [57], 高圧条件下での乱流火炎において約 2.1 ~ 2.3 [63], 高圧条件下または CO<sub>2</sub> 希釈したメタン・空気予混合火炎において 2.1 ~ 2.25 [58] の値が報告されている．Mantzaras *et al.* [68] は, IC エンジン内のプロパン・空気予混合火炎において 2.12 ~ 2.36 のフラクタル次元を報告した．Chatakonda *et al.* [56] の DNS による研究は, 低 Damköhler 数の水素・空気乱流予混合火炎において最大で 2.64 のフラクタル次元を報告した．Cintosun *et al.* [57] は異なる複数のフラクタル解析手法を用いた結果を比較することで, フラクタル次元は解析手法に依存することを明らかにした．理論的研究も行われ, Kerstein [62] は flamelets regime に分類される火炎のフラクタル次元は 7/3 を示すことを, Chatakonda *et al.* [56] は低 Damköhler 数の火炎のフラクタル次元は 8/3 を示すことをそれぞれ報告している．Mukaiyama *et al.* [69] の数値計算による研究は, Darrieus-Landau 不安定性を持つ層流火炎はフラクタル特性を有するが, 熱・物質拡散的に不安定な火炎はフラクタル特性を有しないことを示した．Inner cutoff に関しては, Karlovitz 数に基づいた相関式 [50, 52–54], 無次元乱流強度と Karlovitz 数に基づいた相関式 [51] 等が提案されている．Peters [23] は, corrugated flamelets regime に分類される火炎の inner cutoff は Gibson scale でスケーリング可能であり, thin reaction zones regime に分類される火炎の inner cutoff は Obukhov-Corrsin scale (Schmidt 数が 1 の場合にはコルモゴロフ・スケール) でスケーリング可能であることを報告している．メタン・空気予混合気 [63–66], プロパン・空気予混合気 [63], CO<sub>2</sub>

希釈したメタン・空気予混合気 [86] 及び過熱蒸気で希釈したメタン・空気予混合気 [67] を用いた高温・高圧条件下でのブンゼンバーナー火炎を対象として一連の実験研究が行われており, inner cutoff はコヒーレント微細渦 [87] の平均直径とともに小さくなり, 渦直径が Darrieus-Landau 不安定性と熱・物質拡散不安定性の不安定波長を組み合わせた特性スケールより小さくなる場合に inner cutoff は一定値を示すことが報告されている. このように乱流予混合火炎のフラクタル特性に関して数多くの研究が行われてきたが, 統一的な見解は未だ得られていない. 各種乱流燃焼場に適用可能な SGS 燃焼モデルを構築するためには, 各種乱流火炎のフラクタル特性を系統的に明らかにする必要がある.

以前の DNS による研究 [49] で, 一様等方性乱流中の水素・空気自由伝播予混合火炎の火炎面のフラクタル特性が明らかにされた. Shim *et al.* [49] は 2.28 ~ 2.49 のフラクタル次元を報告するとともに, 乱流中に普遍的に存在するコヒーレント微細渦 [87] の最頻直径に基づいた inner cutoff の相関式を提案した. Yenerdag *et al.* [71] は DNS による研究で, 定容容器内の乱流予混合火炎において 2.2 ~ 2.26 のフラクタル次元を報告するとともに, Shim *et al.* [49] らが提案した相関式が inner cutoff を予測可能であることを明らかにした. しかし, 実用燃焼器内の乱流燃焼場に存在する平均せん断は乱流燃焼特性に大きな影響を与える. 燃焼器内の乱流火炎に適用可能な SGS 燃焼モデルを開発するためには, 平均せん断がフラクタル特性に与える影響を明らかにする必要がある. そこで本章では, 水素・空気乱流噴流予混合火炎 [76] 及び V 型乱流予混合火炎 [77, 78] の DNS データを用いてフラクタル解析を行うことで, 自由せん断流中の乱流予混合火炎の火炎面のフラクタル特性を明らかにすることを目的としている.

## 2.2 乱流噴流及びV型予混合火炎の直接数値計算

乱流噴流予混合火炎 [76] と V 型乱流予混合火炎 [77, 78] の DNS が以前の研究で行われており, その計算結果を用いてフラクタル解析を行った. 本節では, DNS の支配方程式, 計算手法及び計算条件を説明する.

### 2.2.1 支配方程式

乱流燃焼場の支配方程式は, 次のような質量, 運動量, エネルギー及び化学種の保存方程式である.

・質量保存方程式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (2.2)$$

・運動量保存方程式

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho \mathbf{u} \cdot (\nabla \mathbf{u}) = -\nabla \cdot \mathbf{P} + \rho \sum_{i=1}^N Y_i \mathbf{f}_i, \quad (2.3)$$

・エネルギー保存方程式

$$\rho \frac{\partial e_t}{\partial t} + \rho \mathbf{u} \cdot (\nabla e_t) = -\nabla \cdot \mathbf{q} - \mathbf{P} : (\nabla \mathbf{u}) + \rho \sum_{i=1}^N Y_i \mathbf{f}_i \cdot \mathbf{V}_i, \quad (2.4)$$

・化学種保存方程式

$$\frac{\partial Y_i}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla Y_i = -\frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\rho Y_i \mathbf{V}_i) + \frac{w_i}{\rho}, \quad (2.5)$$

ここで,  $\rho$  は密度,  $\mathbf{u}$  は速度ベクトル,  $e_t$  は内部エネルギー,  $Y_i$  は化学種  $i$  の質量分率,  $\mathbf{f}_i$  は外力,  $\mathbf{V}_i$  は拡散速度,  $w_i$  は化学種  $i$  の反応速度を示している. 応力テンソル  $\mathbf{P}$  は次のように定義される.

$$\mathbf{P} = \left[ p + \left( \frac{2}{3} \mu - \kappa \right) (\nabla \cdot \mathbf{u}) \right] \mathbf{U} - \mu \left[ (\nabla \mathbf{u}) + (\nabla \mathbf{u})^T \right], \quad (2.6)$$

ここで,  $p$  は圧力,  $\mu$  と  $\kappa$  はそれぞれ粘性係数と体積粘性係数を示し,  $\mathbf{U}$  は単位テンソル, 上付き添え字  $T$  は転置行列を示す. 熱流束  $\mathbf{q}$  は次のように定義される.

$$\mathbf{q} = -\lambda \nabla T + \rho \sum_{i=1}^N h_i Y_i \mathbf{V}_i + R^0 T \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left( \frac{X_j D_{T,i}}{W_i D_{ij}} \right) (\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_j) + \mathbf{q}_R, \quad (2.7)$$

ここで,  $\lambda$  は熱伝導率,  $h_i$  は化学種  $i$  のエンタルピー,  $R^0$  は一般気体定数,  $T$  は温度,  $D_{T,i}$  は熱拡散係数,  $D_{ij}$  は二成分拡散係数,  $X_i$  と  $W_i$  は化学種  $i$  のモル分率及び分子量,  $\mathbf{q}_R$  は放射熱流束を示している. また,  $N$  は考慮に入れられている化学種の総数を示している. 化学種  $i$  の拡散速度  $\mathbf{V}_i$  は以下の関係で与えられる.

$$\begin{aligned} \nabla X_i &= \sum_{j=1}^N \left( \frac{X_i X_j}{D_{ij}} \right) (\mathbf{V}_j - \mathbf{V}_i) \\ &+ (Y_i - X_i) \frac{\nabla p}{p} + \frac{\rho}{p} \sum_{j=1}^N Y_i Y_j (\mathbf{f}_i - \mathbf{f}_j) \\ &+ \sum_{j=1}^N \left[ \left( \frac{X_i X_j}{\rho D_{ij}} \right) \left( \frac{D_{T,j}}{Y_j} - \frac{D_{T,i}}{Y_i} \right) \right] \frac{\nabla T}{T}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

これらの方程式を解くには温度  $T$  が必要となるが、温度は陽的には与えられていないため、以下の関係より求める必要がある。

$$e_t = \sum_{i=1}^N h_i Y_i - \frac{p}{\rho}, \quad (2.9)$$

$$h_i = h_i^0 + \int_{T_0}^T c_{p,i} dT, \quad (2.10)$$

化学種  $i$  の定圧比熱  $c_{p,i}$  も温度に依存するため、エンタルピから精度良く温度を求めるには莫大な反復計算を行う必要があり非現実的である。そこで、エネルギー方程式を  $\rho T$  の保存方程式に式変形を行っている [88]。ここで、以下の仮定が成り立つとする。

・外力無視

$$f_i = 0, \quad (2.11)$$

・Soret 効果無視

$$\sum_{j=1}^N \left[ \left( \frac{X_i X_j}{\rho D_{ij}} \right) \left( \frac{D_{T,j}}{Y_j} - \frac{D_{T,i}}{Y_i} \right) \right] \frac{\nabla T}{T} = 0, \quad (2.12)$$

・Dufour 効果無視

$$R^0 T \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left( \frac{X_j D_{T,i}}{W_i D_{ij}} \right) (\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_j) = 0, \quad (2.13)$$

・圧力勾配拡散無視

$$(Y_i - X_i) \frac{\nabla p}{p} = 0, \quad (2.14)$$

・体積粘性無視

$$\kappa = 0, \quad (2.15)$$

・放射熱流速無視

$$\mathbf{q}_R = 0, \quad (2.16)$$

DNS では、上記の仮定から得られた以下の保存方程式を用いている。

・質量保存方程式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (2.17)$$

・運動量保存方程式

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho \mathbf{u} \cdot (\nabla \mathbf{u}) = -\nabla \cdot \mathbf{P}, \quad (2.18)$$

・エネルギー保存方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho T}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} T) &= \frac{1}{\bar{c}_v} \nabla \cdot (\lambda \nabla T) \\ &\quad - \frac{1}{\bar{c}_v} \sum_{i=1}^N (\rho Y_i \mathbf{V}_i c_{p,i} \nabla T) - \frac{T}{\bar{c}_v} \sum_{i=1}^N [R_i \nabla \cdot (\rho Y_i \mathbf{V}_i)] \\ &\quad - \frac{1}{\bar{c}_v} \mathbf{P} : (\nabla \mathbf{u}) - \frac{1}{\bar{c}_v} \sum_{i=1}^N (h_i w_i) \\ &\quad + \frac{T}{\bar{c}_v} \sum_{i=1}^N (R_i w_i), \end{aligned} \quad (2.19)$$

・化学種保存方程式

$$\frac{\partial Y_i}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla Y_i = -\frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\rho Y_i \mathbf{V}_i) + \frac{w_i}{\rho}, \quad (2.20)$$

補助方程式として，理想気体の状態方程式を用いている．

$$p = \rho R^0 T \sum_{i=1}^N \left( \frac{Y_i}{W_i} \right). \quad (2.21)$$

上述の基礎方程式中の応力テンソル  $\mathbf{P}$  は次のようになる．

$$\mathbf{P} = \left[ p + \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \mathbf{u}) \right] \mathbf{U} - \mu [(\nabla \mathbf{u}) + (\nabla \mathbf{u})^T]. \quad (2.22)$$

また， $R_i$  は

$$R_i = \frac{R^0}{W_i} \quad (2.23)$$

である．式(2.19)の右辺第四項中に現れるテンソルの二階縮約“:”は以下のように計算される．

$$\mathbf{P} : (\nabla \mathbf{u}) = (\mathbf{P} \cdot \nabla) \cdot \mathbf{u} = \sum_i \sum_j p_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (2.24)$$

拡散速度  $\mathbf{V}_i$  は混合気に対する化学種  $i$  の拡散係数  $D_{mi}$  を用いて以下のように与えられる．

$$\mathbf{V}_i = -\frac{1}{X_i} D_{mi} \nabla X_i. \quad (2.25)$$

また，平均定積比熱  $\bar{c}_v$  は次のように与えられる．

$$\bar{c}_v = \sum_{i=1}^n c_{v,i} Y_i. \quad (2.26)$$

ここで， $c_{v,i}$  は化学種  $i$  の定積比熱を示している．

### 2.2.2 化学反応機構

$I$  種類の化学種を含む  $K$  組の可逆及び不可逆反応を考慮した一般的な化学反応式を，



と表す．ここで， $\nu'_{i,k}$  と  $\nu''_{i,k}$  は素反応  $k$  における化学種  $i$  の反応物及び生成物としての化学量論比であり， $I$  は化学反応機構の総素反応数である．このとき，化学種  $i$  の反応速度  $w_i$  は各素反応の前進反応速度  $q_k$  を用いて次のように表される．

$$w_i = \sum_{k=1}^K (\nu''_{i,k} - \nu'_{i,k}) q_k \quad (2.28)$$

前進反応速度は正反応速度と逆反応速度の差によって与えられる．

$$q_k = k_{f_k} \prod_{i=1}^I [X_i]^{\nu'_{i,k}} - k_{r_k} \prod_{i=1}^I [X_i]^{\nu''_{i,k}} \quad (2.29)$$

ここで  $k_{f_k}$  と  $k_{r_k}$  はそれぞれ素反応  $k$  の正反応及び逆反応の反応速度係数である．素反応  $k$  の正反応の反応係数は以下の Arrhenius 型の温度依存性に従うものとする．

$$k_{f_k} = A_k T^{\beta_k} \exp\left(\frac{-E_k}{R^0 T}\right) \quad (2.30)$$

ここで，頻度因子  $A_k$ ，頻度因子の温度次数  $\beta_k$  および活性化エネルギー  $E_k$  は各素反応ごとに定められる定数である． $A_k$  の単位は，化学種  $i$  のモル濃度  $[X_i]$  が  $[\text{mol}/\text{cm}^3]$  であるとすれば，一分子反応，二分子反応，三分子反応それぞれに対して， $[1/(\text{s} \cdot \text{K}^{\beta_k})]$ ， $[\text{cm}^3/(\text{mol} \cdot \text{s} \cdot \text{K}^{\beta_k})]$ ， $[\text{cm}^6/(\text{mol}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{K}^{\beta_k})]$  となる．また，逆反応の速度定数  $k_{r_k}$  は各素反応の平衡定数  $K_{c_k}$  を用いて以下のように表される．

$$k_{r_k} = \frac{k_{f_k}}{K_{c_k}} \quad (2.31)$$

また，平衡定数  $K_{c_k}$  は以下のように与えられる．

$$K_{c_k} = K_{p_k} \left( \frac{P_{atm}}{RT} \right)^{\sum_{i=1}^I (\nu''_{i,k} - \nu'_{i,k})} \quad (2.32)$$

平衡定数  $K_{p_k}$  は各素反応のエントロピ及びエンタルピを用いて次式で表される．

$$K_{p_k} = \exp \left( \frac{\Delta S_k}{R^0} - \frac{\Delta H_k}{R^0 T} \right) \quad (2.33)$$

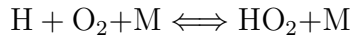
ここで，化学種  $i$  のエントロピ  $S_i$  とエンタルピ  $H_i$  を用いて， $\Delta S_k$  及び  $\Delta H_k$  は次のように表される．

$$\frac{\Delta S_k}{R^0} = \sum_{i=1}^I (\nu''_{i,k} - \nu'_{i,k}) \frac{S_i}{R^0} \quad (2.34)$$

$$\frac{\Delta H_k}{R^0 T} = \sum_{i=1}^I (\nu''_{i,k} - \nu'_{i,k}) \frac{H_i}{R^0 T} \quad (2.35)$$

### 三体反応

反応のうち，次式のように反応を進めるために第三体を必要とする素反応がある．



この場合，前進反応速度  $q_k$  に第三体の濃度が考慮される．すなわち，式 (2.29) は以下のように修正される．

$$q_k = \left( \sum_{i=1}^I \alpha_{i,k} [X_i] \right) \left( k_{f_k} \prod_{i=1}^I [X_i]^{\nu'_{i,k}} - k_{r_k} \prod_{i=1}^I [X_i]^{\nu''_{i,k}} \right) \quad (2.36)$$

ここで， $\alpha_{i,k}$  は素反応  $k$  における化学種  $i$  の第三体としての寄与分である．全ての化学種の三体反応として寄与が等しい場合は，全ての化学種について  $\alpha_{i,k} = 1$  となり，最初の項は

$$[M] = \sum_{i=1}^I [X_i] \quad (2.37)$$

となる．しかし，多くの場合，いくつかの化学種は他の化学種に比べ第三としての寄与が大きくなる．Reaction file には，第三体としての寄与度の増加分の値が含まれている．

### 2.2.3 熱物性値

熱物性値及び次節の輸送係数の計算には米国 Sandia National Laboratory が作成した CHEMKINII[89] のサブルーチンを用いている．理想気体を仮定することにより，比熱は圧力に依存せず温度のみの関数となることから，化学種  $i$  の定圧モル比熱を以下の多項式近似によって与えている．

$$\frac{C_{p,i}}{R^0} = \sum_{n=1}^N a_{n,i} T^{(n-1)} \quad (2.38)$$

各化学種のエンタルピは比熱を積分することによって与えられる．

$$H_i = \int_0^T C_{p,i} dT \quad (2.39)$$

式 (2.38) に式 (2.39) を代入すると次式となる．

$$\frac{H_i}{R^0 T} = \sum_{i=1}^N \frac{a_{n,i} T^{(n-1)}}{n} + \frac{a_{N+1,i}}{T} \quad (2.40)$$

ここで積分定数  $a_{N+1,i}$  は 0K における標準生成エンタルピである．しかし，この多項式による表現は 0K 付近では有効ではなくなるため，一般的には 298K における標準生成熱データからこの積分定数を評価している．つまり，各化学種のエンタルピを次のように定義している．

$$H_i = \int_{298}^T C_{p,i} dT + H_i(298) \quad (2.41)$$

各化学種のエントロピも同様に比熱を積分することにより求められる．

$$S_i = \int_0^T \frac{C_{p,i}}{T} dT \quad (2.42)$$

式 (2.38) を式 (2.42) に代入すると次式となる．

$$\frac{S_i}{R^0} = a_{1,i} \ln T + \sum_{n=2}^N \frac{a_{n,i} T^{(n-1)}}{n-1} + a_{N+2,i} \quad (2.43)$$

ここで積分定数  $a_{N+2,i}$  は  $a_{N+1,i}$  と同様の理由から 298K の標準エンタルピから評価される．上記の式は任意の次数の多項式で表現されているが，本研究では  $N = 5$  とし，NASA chemical equilibrium code による熱力学データにおける係数を用いた．また式

(2.19) 中に現れる  $c_{p,i}$  や  $\bar{c}_v$  は以下の式によって  $C_{p,i}$  と関係付けられる .

$$c_{p,i} = C_{p,i}/W_i \quad (2.44)$$

$$C_{v,i} = C_{p,i} - R^0 \quad (2.45)$$

$$c_{v,i} = C_{v,i}/W_i \quad (2.46)$$

$$\bar{c}_v = \sum_{i=1}^I c_v Y_i \quad (2.47)$$

## 2.2.4 輸送係数

各化学種の粘性係数  $\eta_i$  及び熱伝導率  $\lambda_i$  や二成分拡散係数  $D_{ij}$  などの各輸送係数についても, 熱物性値と同様に以下のような温度の関数を用いて Fitting を行っている .

$$\ln \eta_i = \sum_{n=1}^N a_{n,i} (\ln T)^{n-1} \quad (2.48)$$

$$\ln \lambda_i = \sum_{n=1}^N b_{n,i} (\ln T)^{n-1} \quad (2.49)$$

$$\ln D_{ij} = \sum_{n=1}^N c_{n,i} (\ln T)^{n-1} \quad (2.50)$$

但し, 係数  $a_{n,i}$ ,  $b_{n,i}$  及び  $c_{n,i}$  は CHEMIKIN PACKAGE の TRANSPORT[90] によって  $N = 4$  まで計算している . 多成分系の粘性係数  $\mu$ , 熱伝導率  $\lambda$  及び混合気に対する化学種  $i$  の拡散係数  $D_{im}$  は上で求めた  $\eta_i$ ,  $\lambda_i$ ,  $D_{ij}$  を用いて以下の式で計算される .

$$\mu = \sum_{i=1}^I \frac{X_i \eta_i}{\sum_{j=1}^I X_j \Phi_{ij}} \quad (2.51)$$

$$\lambda = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^I X_i \lambda_i + \frac{1}{\sum_{i=1}^I X_i / \lambda_i} \right) \quad (2.52)$$

$$D_{im} = \frac{\sum_{j \neq i}^I X_j W_j}{\bar{W} \sum_{j \neq i}^I X_j / D_{ij}} \quad (2.53)$$

ここで  $\Phi_{ij}$  は次式で計算される .

$$\Phi_{ij} = \frac{1}{\sqrt{8}} \left( 1 + \frac{W_i}{W_j} \right)^{-\frac{1}{2}} \left\{ 1 + \left( \frac{\eta_i}{\eta_j} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{W_j}{W_i} \right)^{\frac{1}{4}} \right\}^2 \quad (2.54)$$

## 2.2.5 計算方法

### 空間離散化

空間離散化には以下のような4次精度中心差分法を適用している．

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_i = \frac{-f_{i+2} + 8f_{i+1} - 8f_{i-1} + f_{i-2}}{12\Delta x} \quad (2.55)$$

ただし計算領域の境界付近においては，以下の式で表される同精度の差分法を適用している．

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_1 = \frac{-25f_1 + 48f_2 - 36f_3 + 16f_4 - 3f_5}{12\Delta x} \quad (2.56)$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_2 = \frac{-3f_1 - 10f_2 + 18f_3 - 6f_4 + f_5}{12\Delta x} \quad (2.57)$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{N_x-1} = \frac{3f_{N_x} + 10f_{N_x-1} - 18f_{N_x-2} + 6f_{N_x-3} - f_{N_x-4}}{12\Delta x} \quad (2.58)$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{N_x} = \frac{25f_{N_x} - 48f_{N_x-1} + 36f_{N_x-2} - 16f_{N_x-3} + 3f_{N_x-4}}{12\Delta x} \quad (2.59)$$

ただし， $N_x$  は  $x$  方向の格子点数である．

### 空間フィルター

差分法を用いた場合，高波数の数値振動を引き起こすことがある．格子解像度以上の高波数成分を除去するために，以下のコンパクト差分法に基づくフィルター (Compact Finite Difference Filter)[91] を適用している．

$$\begin{aligned} & \beta \hat{f}_{i-2} + \alpha \hat{f}_{i-1} + \hat{f}_i + \alpha \hat{f}_{i+1} \beta \hat{f}_{i-2} \\ & = af_i + \frac{d}{2}(f_{i+3} + f_{i-3}) + \frac{c}{2}(f_{i+2} + f_{i-2}) + \frac{b}{2}(f_{i+1} + f_{i-1}) \end{aligned} \quad (2.60)$$

ここで， $\hat{f}_i$  はフィルター演算の結果得られた値を意味する．また，フィルターには transfer function  $T(w)$  が  $T(\pi) = 0$  を満たす必要がある．式 (2.60) に対応する transfer function は以下ようになる．

$$T(w) = \frac{a + b \cos(w) + c \cos(2w) + d \cos(3w)}{1 + 2\alpha \cos(w) + 2\beta \cos(2w)} \quad (2.61)$$

ここで， $w$  は波数を表している．なお，係数  $\alpha, \beta, a, b, c, d$  はテイラー展開の係数を一致させることにより得られる．DNS では4次精度を用いており，係数  $a, b, c$  は以下の

ようになる．

$$a = \frac{1}{8}(5 + 6\alpha - 6\beta + 16d) \quad (2.62)$$

$$b = \frac{1}{2}(1 + 2\alpha + 2\beta - 2d) \quad (2.63)$$

$$c = -\frac{1}{8}(1 - 2\alpha - 14\beta + 16d) \quad (2.64)$$

また，係数  $\alpha, \beta, d$  は以下の値を用いている．

$$\alpha = 0.475, \quad \beta = 0, \quad d = 0 \quad (2.65)$$

$\beta$  が 0 の場合，式 (2.60) は三重対角行列になり，三重対角行列を Tri-Diagonal Matrix Algorithm(TDMA) を用いて解いている．ただし計算領域の境界付近においては，以下の式で表される同精度のフィルターを適用している．

$$\hat{f}_1 = \frac{15}{16}f_1 + \frac{1}{16}(4f_2 - 6f_3 + 4f_4 - f_5) \quad (2.66)$$

$$\hat{f}_2 = \frac{3}{4}f_2 + \frac{1}{16}(f_1 + 6f_3 - 4f_4 + f_5) \quad (2.67)$$

$$\hat{f}_{N-1} = \frac{3}{4}f_{N-1} + \frac{1}{16}(f_N + 6f_{N-2} - 4f_{N-3} + f_{N-4}) \quad (2.68)$$

$$\hat{f}_N = \frac{15}{16}f_N + \frac{1}{16}(4f_{N-1} - 6f_{N-2} + 4f_{N-3} - f_{N-4}) \quad (2.69)$$

## 時間積分

時間積分には低記憶容量型 3 次精度 Runge-Kutta 法を用いている．低記憶容量型 3 次精度 Runge-Kutta 法では，変数  $u_k$  (時刻  $t$ ) から  $u_{k+1}$  (時刻  $t + \Delta t$ ) に時間間隔  $\Delta t$  だけ前進するために 3 段階に分けて以下のように時間前進する．

$$\Delta u_k = \left( \frac{\partial u_k}{\partial t} \right) \quad (2.70)$$

$$u_{k'} = u_k + \Delta u_k \times \frac{1}{3} \Delta t \quad (2.71)$$

$$\Delta u_{k'} = -\frac{5}{9} \Delta u_k + \left( \frac{\partial u_{k'}}{\partial t} \right) \quad (2.72)$$

$$u_{k''} = u_{k'} + \Delta u_{k'} \times \frac{15}{16} \Delta t \quad (2.73)$$

$$\Delta u_{k''} = -\frac{153}{128} \Delta u_{k'} + \left( \frac{\partial u_{k''}}{\partial t} \right) \quad (2.74)$$

$$u_{k+1} = u_{k''} + \Delta u_{k''} \times \frac{8}{15} \Delta t \quad (2.75)$$

時間刻み幅の制限を緩くするため，化学種保存式(式(2.20))の右辺第2項の反応生成項にのみ陰解法を適用している．まず，対流項と拡散項を3次精度 Runge-Kutta 法で時間積分し，化学種の間ステップ  $Y_i^*$  を求める．

$$\frac{Y_i^* - Y_i^n}{dt} = -\mathbf{u} \cdot \nabla Y_i - \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\rho Y_i \mathbf{V}_i), \quad (2.76)$$

その後，反応項を陰解法で時間前進させ， $Y_i^{n+1}$  を求める．

$$\frac{Y_i^{n+1} - Y_i^*}{dt} = \frac{w_i}{\rho}, \quad (2.77)$$

この取扱いは，point-implicit 法とよばれ，反応のスティフネスを避けるために通常用いられる手法である．陰解法を行うツールとして，Lawrence Livermore National Laboratory(LLNL) で開発された ODE solver(VODE solver)[92] を用いている．VODE solver では初期値問題を Backward Differentiation Formula(BDF) で解き，Newton iteration により収束計算を行う．

## 2.2.6 計算条件

噴流及びV型火炎の計算領域の概念図を図2.1及び2.2に示す．噴流火炎は領域中央の高速な未燃予混合気流と側面の保炎用高温既燃ガス流で構成されている．流入境界における平均速度分布は，逆方向の勾配をもつ2つの Hyperbolic-tangent 型の速度分布を組み合わせることによって以下のように与えている．

$$U(y) = \frac{1}{2} \left\{ (U_{in} + U_{cof}) \pm (U_{in} - U_{cof}) \tanh \left[ \frac{2}{\delta_{\omega,0}} \left( y \pm \frac{1}{6} L_y \right) \right] \right\}, \begin{cases} y < 0 \\ y > 0 \end{cases} \quad (2.78)$$

渦度厚さ  $\delta_{\omega,0}$  は以下の式で定義され，0.5mm に設定した．

$$\delta_{\omega,0} = \Delta U / \left( \frac{\partial U(y)}{\partial y} \right)_{\max} \quad (2.79)$$

ここで， $U_{in}$  及び  $U_{cof}$  はそれぞれ流入境界における未燃予混合気流と既燃ガス流の平均速度であり， $\Delta U$  はその速度差 ( $\Delta U = U_{in} - U_{out}$ )， $U(y)$  は流れ方向平均速度分布である．噴流幅は5mm に設定した．この速度分布により与えられる不安定波長は  $\Lambda = 7.066 \delta_{\omega,0}$  である [93]．V型火炎の場合には未燃予混合気平均速度  $U_{in}$  で流入し，火炎は温度2000Kのロッドにより保炎されている．ストローハル数  $S_t = 0.2$  から見積もられる2つの連続するカルマン渦の間隔は， $\Lambda_K = 2.5\text{mm}$  である．噴流火炎及びV型火炎のどちらの場合

## 第2章 乱流噴流予混合火炎及びV型乱流予混合火炎のフラクタル特性

合も,  $x, y$  方向に Navier-Stokes characteristics boundary conditions (NSCBC)[94, 95] に基づく非反射流入・流出境界条件を,  $z$  方向に周期境界条件を適用している.

噴流火炎に関しては2条件 (J60, J97), V型火炎に関しては3条件 (V60, V97, V141HP) の DNS データ [76, 78] を用いてフラクタル解析を行った. 表 2.1 及び 2.2 に計算条件を示す.  $L_x, L_y$  及び  $L_z$  はそれぞれ  $x, y$  及び  $z$  方向の計算領域の長さであり,  $N_x, N_y$  及び  $N_z$  は格子点数である. 流入未燃予混合気は当量比  $\phi_{in} = 1.0$ , 予熱温度  $T_{in} = 700\text{K}$  の水素・空気未燃予混合気であり, その圧力  $P_{in}$  は J60, J97, V60 及び V97 の場合に  $0.1\text{MPa}$ , V141HP の場合に  $0.2\text{MPa}$  である. 噴流火炎の保炎用の既燃ガスには, 当量比  $0.6$ , 圧力  $0.1\text{MPa}$  及び予熱温度  $700\text{K}$  の条件下での水素・空気層流予混合火炎の計算結果を用いている. 化学反応機構として 12 化学種 27 素反応を考慮した詳細化学反応機構 (表 2.3 参照)[96, 97] を用いた.

平均流入速度分布に一樣等方性乱流の DNS から得られた速度場を重ね合わせることで, 速度擾乱を与えている. 一樣等方性乱流の DNS では支配方程式として非圧縮性 Navier-Stokes 方程式を用いており, 空間離散化にフーリエ・スペクトル法を, 時間積分については対流項に Adams-Bashforth 法, 粘性項に Crank-Nicolson 法, 圧力項には Backward-Euler 法を適用した. 初期エネルギーとして, 以下のように一樣等方性乱流の減衰終期のエネルギー・スペクトルを与えている.

$$E(k) = Ak^4 \exp(-Bk^2) \quad (2.80)$$

ここで,  $A$  と  $B$  はエネルギー・スペクトルの形状を決定する係数である. 一樣等方性乱流の DNS の際に与える初期の速度場は Navier-Stokes 方程式を満足しないため, 初期条件の影響が無くなり十分に発達した状態での結果を初期乱流場として用いる必要がある. そこで,  $1.5\tau_l$  ( $\tau_l$ : eddy turn over time, 渦反転時間) における結果を用いている. ここで,  $\tau_l = l/u'_{rms}$  であり,  $l$  と  $u'_{rms}$  はそれぞれ積分長と乱流強度である. 無次元の一樣等方性乱流の DNS 結果から有次元の代表速度  $U_r$  を決定する際には, 予混合気の動粘性係数  $\nu$  と実スケールの領域長さ  $L_r$  を用いて計算される.

$$U_r = \frac{\nu}{L_r} Re_c \quad (2.81)$$

ここで,  $Re_c$  は DNS を実行する際に指定するレイノルズ数である. この  $U_r$  を用いて

DNSの結果を次のように有次元化している．

$$u = u^* \cdot U_r \quad (2.82)$$

$$v = v^* \cdot U_r \quad (2.83)$$

$$w = w^* \cdot U_r \quad (2.84)$$

$$p = \left( p^* - \frac{u^{*2} + v^{*2} + w^{*2}}{2} \right) \cdot \rho U_r^2 \quad (2.85)$$

表 2.1 及び 2.2 には流入乱流特性を併せて示している． $Re_\lambda$  と  $Re_l$  はそれぞれ，テイラー・マイクロスケール  $\lambda_{in}$  と積分長  $l_{in}$  に基づくレイノルズ数である． $\eta_{in}$  ,  $\delta_F$  ,  $u'_{rms}$  ,  $S_L$  及び  $\delta_L$  はコルモゴロフ・スケール，動粘性係数と層流燃焼速度に基づく疑似火炎厚さ  $\delta_F = \nu/S_L$  , 乱流強度，層流燃焼速度及び温度勾配に基づく層流火炎厚さである．各流入乱流条件を Peters の乱流燃焼ダイアグラム [23] 上にプロットしたものを，図 2.3 に示す．図には，DNS データから算出された未燃領域での乱流特性の下流方向分布を併せて示す．未燃領域は温度が  $T < T_{HRR}$  の領域として定義しており， $T_{HRR}$  は DNS と同一未燃予混合気の層流火炎において最大熱発生率を示す温度である．J60 , J97 , V60 , V97 の場合に  $T_{HRR} = 1282\text{K}$  であり，V141HP の場合に  $T_{HRR} = 1308\text{K}$  である．2.4.2 節において以前の研究 [49] で明らかにされた一様等方性乱流中の水素・空気自由伝播予混合火炎のフラクタル特性との比較を行うため，図 2.3 には伝播火炎の流入乱流特性 (R60HM,R97HM) を併せて示している．R60HM と R97HM の  $Re_\lambda$  はそれぞれ 60.8 及び 97.1 であり，その計算手法及び計算条件 (R97HM) の詳細は 4.3.1 節で述べる．図 2.3 に示すように J60 は corrugated flamelets regime と wrinkled flamelets regime の境界付近に位置し，下流に向かうにつれて  $l$  と  $u'_{rms}$  が小さくなる．V60 , J97 , V97 及び V141HP の場合には， $l$  が上流域では流れ方向に増大し下流域で小さくなる一方で， $u'_{rms}$  は概ね単調に減少する．ここで，J97 の  $l$  と  $u'_{rms}$  は僅かに増減を繰り返しているが，この原因の一つとして平均操作のためのデータサンプル数の不足が考えられる．V60 は corrugated flamelets regime に分類され，J97 , V97 及び V141HP の乱流特性は上流域で thin reaction zones と corrugated flamelets の境界付近に位置し，下流に向かうにつれて corrugated flamelets regime に移動している．R60HM は corrugated flamelets regime に，R97HM は thin reaction zones と corrugated flamelets の境界付近に位置する．

## 2.3 乱流噴流及びV型予混合火炎の火炎面と渦構造

せん断流中の渦構造が火炎面のフラクタル特性に与える影響を明らかにするために、乱流噴流及びV型予混合火炎の渦及び火炎構造を検討した。噴流火炎の瞬時の火炎面と速度勾配テンソルの第二不変量の等値面を図2.4に示す。本研究では $T = T_{HRR}$ の温度等値面を火炎面と定義した。流入口からの距離 $x$ を $\Lambda$ で正規化している。J60において未燃予混合気中の渦構造により火炎面は皺状に変形を受けており、下流に向かうにつれて皺の形状はより複雑になっている。火炎先端近傍では多数の未燃予混合気塊が観察される。J97の場合は、上流域で未燃ガス中の微細渦により火炎面は小さな皺を帯びるとともに、 $x/\Lambda \approx 1.0$ と2.4の位置でKelvin-Helmholtz不安定性により生成される大規模渦の巻き込みが大きな皺を形成している。Braid領域の流れ方向渦も火炎面の皺をより複雑な形状にしている。 $x/\Lambda > 3.0$ の下流域では、大規模渦構造の乱流遷移により生成された渦構造が火炎面の多数の微細な皺を形成している。 $x/\Lambda \approx 3.5$ 及び4.8の位置において未燃予混合気塊が観察される。

V型火炎の火炎面及び速度勾配テンソルの第二不変量の等値面を図2.5及び2.6に示す。ロッド中心からの距離 $x$ を $\Lambda_K$ で正規化している。V型火炎では、乱流の微細渦により火炎面は小さな皺を帯びるとともに、V60の $x/\Lambda_K \approx 1.5$ 、V97の $x/\Lambda_K \approx 1.5$ と3.1及びV141HPの $x/\Lambda_K \approx 1.0$ と2.0の位置でカルマン渦が大きな皺を形成し、下流に向かうにつれてその皺は徐々に大きくなっている。V141HPの場合には、上流域で高強度乱流中の渦構造が火炎面の多数の微細な皺を生成しており、乱流燃焼速度が上昇することによりV型火炎の角度が大きくなっている。V97の $x/\Lambda_K \approx 3.7$ と4.5の位置、及びV141HPの $x/\Lambda_K \approx 1.5$ の位置と下流域において未燃予混合気塊が観察される。

## 2.4 火炎面のフラクタル特性

### 2.4.1 フラクタル特性の解析手法

2.3節で述べたように、乱流噴流及びV型予混合火炎の火炎及び渦構造は流れ方向に変化する。渦構造の変化がフラクタル特性に与える影響を明らかにするために、異なる流れ方向位置に $(1/8)L_x \times L_y \times L_z$ の大きさの検査体積を設定し、各検査体積内で火炎面のフラクタル解析を行った。3次元box-counting法と、 $x$ - $y$ 断面及び $y$ - $z$ 断面の2次元box-counting法を適用した。2次元box-counting法を適用する場合には、検査体積内の全ての断面でカウントされるボックスの数を平均することでフラクタル次元及びinner

cutoffを算出するとともに、フラクタル次元算出の際には付加法則を適用した。3次元 box-counting 法を適用することで得られた典型的なフラクタルプロットを図 2.7 に示す。  $L$  と  $N$  はそれぞれボックスの大きさとカウントされたボックスの数を表しており、フラクタル次元は図中の赤線の勾配から算出される。

## 2.4.2 火炎面のフラクタル次元

J97 の異なる時刻での火炎面に対して 3 次元 box-counting 法を適用することで算出したフラクタル次元の流れ方向分布を図 2.8(a) に示す。図 2.8(b) には各時刻における火炎面を示しており、図 2.9 には V97 の結果を示す。J97 のフラクタル次元は下流方向に増大し、大規模渦構造が巻き上がる位置でピークを示す。V97 のフラクタル次元はカルマン渦が観察される位置でピークを示している。

図 2.10 に、3 次元及び 2 次元 box-counting 法を用いて算出したフラクタル次元の時間平均値 ( $D_{3:3D}$ ,  $D_{3:x-y}$ ,  $D_{3:y-z}$ ) の流れ方向分布を示す。各時刻でカウントされたボックスの数の平均値を用いて、フラクタル次元の時間平均値を算出した。比較のために、R60HM と R97HM の DNS 結果から得られた  $D_{3:3D}$  [49] を併せて示す。噴流及び V 型火炎の場合、下流に向かうにつれて未燃予混合気中の渦構造と平均せん断により生成される渦構造が火炎面の皺を生成するため、フラクタル次元は下流方向に増大する。V141HP では高強度乱流中の渦構造が多数の微細な火炎面の皺を生成するため、ロッド近傍においても  $D_{3:3D}$  は大きい値を示す。平均せん断により乱流が十分に発達した下流域で、J60, J97, V97 及び V141HP の  $D_{3:3D}$  は約 2.52 ~ 2.57 に達する。この値は以前の研究 [49] で明らかにされた一様等方性乱流中の自由伝播予混合火炎のフラクタル次元  $D_{3:3D} = 2.3 \sim 2.5$  より大きい。特に図 2.3 と 2.10 に示すように、J97, V97 と R97HM は同様の流入乱流特性を示すが、J97 と V97 のフラクタル次元は R97HM の値より大きい。この原因の 1 つとして、せん断流に特有の渦構造である大規模渦構造、乱流遷移により生成された多数の微細渦あるいはカルマン渦が火炎構造に影響を与えていることが考えられる。あるいは、これらの渦構造が多くの未燃予混合気塊を生成する可能性があり、そのことがフラクタル次元の増大の原因の一つとも考えられる。Kerstein[62] の理論的研究は、flamelet regime に分類される火炎のフラクタル次元は  $7/3$  であることを示している。過去のいくつかの実験研究 [55, 57, 58, 61, 63, 70] で報告されたフラクタル次元は、約 2.1 ~ 2.45 の範囲内の値となる。これらの値は本研究の結果より小さいが、この原因の一つとして、理論的研究 [62] においてせん断流中の渦及び火炎構造が考慮されていないこと、実験研究 [55, 57, 58, 61, 63, 70] においては本研究の場合より弱い平

均せん断を伴う火炎が対象となったことが考えられる．Chatakonda *et al.* [56] による近年の理論的研究は，低 Damköhler 数の火炎のフラクタル次元は  $8/3$  であることを報告している．従って Kerstein[62] と Chatakonda *et al.* [56] の2つの理論的研究を考慮すると本計算条件下でのフラクタル次元は  $7/3 < D_3 < 8/3$  であることが予想され，本研究の結果はこれらの理論的研究と矛盾していないと考えられる．さらに，フラクタル解析の方法も算出されるフラクタル次元の値に影響を与える．図 2.10 には検査体積を全計算領域とした場合の J97 と V97 のフラクタル次元  $D_{3:x-y,whole}$  を併せて示している．空間的な平均作用により， $D_{3:x-y,whole}$  は下流域における  $D_{3:x-y}$  より小さい値となる．この空間的平均作用も，本研究におけるフラクタル次元  $D_{3:3D} = 2.52 \sim 2.57$  が過去の研究 [55, 57, 58, 61, 63, 70] の結果より大きい値となる原因の1つである．乱流構造が空間的に変化する火炎に対してフラクタル解析を行う際には，適切な大きさの検査体積を設定することが重要となる．J97 の  $x/\Lambda < 3.4$  の上流域では，braid 領域に存在する流れ方向渦により  $D_{3:y-z}$  は  $D_{3:x-y}$  より大きい．このことは乱流混合層におけるパッシブスカラーの等値面のフラクタル特性 [98] と一致する．V97 の  $x/\Lambda_K > 1.5$  の下流域では，カルマン渦の存在により  $D_{3:x-y}$  は  $D_{3:y-z}$  より大きい値となる．

### 2.4.3 火炎面の inner cutoff

3次元 box-counting 法を用いて算出した異なる時刻における J97 と V97 の inner cutoff の流れ方向分布を図 2.11 に示す．図中の inner cutoff の値は，各流れ方向位置における未燃領域 ( $T < T_{HRR}$ ) でのコルモゴロフ・スケール  $\eta$  で正規化している．J97 の場合に  $\epsilon_i \approx 8.2\eta \sim 12.7\eta$ ，V97 の場合に  $\epsilon_i \approx 6.9\eta \sim 14.6\eta$  の値となっている．大規模渦構造とカルマン渦が inner cutoff に対して与える明確な影響は観察されない．

図 2.12 に，3次元 box-counting 法を用いて算出した inner cutoff の時間平均値  $\epsilon_{i:3D}$  を  $D/\delta_F$  に対してプロットしたものを示す． $D$  はコヒーレント微細渦の最頻直径 ( $D = 8.0\eta$ ) [98] である．過去の研究で報告された inner cutoff [49, 59–61, 66, 70] と提案された関係式 [50, 52–54] を併せて示す．Shim *et al.* [49] は，様々な乱流予混合火炎の火炎面と乱流混合層における非反応性・反応性スカラーの等値面のフラクタル特性に基づき inner cutoff の相関式を提案した．本研究で算出した  $\epsilon_{i:3D}$  は Shim *et al.* が提案した相関式 [49] と良く一致する．V97 のロッド近傍における inner cutoff は相関式の値より小さいが，これは上流域では乱流が十分に発達していないためである．Shim *et al.* [49] の相関式は高圧力条件下での V 型火炎の結果とも近い値を示すことが分かる．

## 2.5 本章の結論

本章では、水素・空気乱流噴流予混合火炎及びV型乱流予混合火炎のDNSデータを用いてフラクタル解析を行うことで、自由せん断流中の乱流予混合火炎の火炎面のフラクタル特性を検討し、以下の結論を得た。

1. 乱流噴流予混合火炎及びV型乱流予混合火炎の火炎面のフラクタル次元は下流方向に増大し、噴流火炎では大規模渦構造が巻き上がる位置で、V型火炎ではカルマン渦が形成される位置でピークを示す。
2. 乱流が十分に発達した下流域で、火炎面のフラクタル次元は2.52～2.57に達する。
3. Shim *et al.* [49] が提案したコヒーレント微細渦の最頻直径に基づく inner cutoff の相関式は、乱流が十分に発達した領域で自由せん断流中の乱流予混合火炎の火炎面の inner cutoff を予測可能である。

## 第 2 章 乱流噴流予混合火炎及び V 型乱流予混合火炎のフラクタル特性

表 2.1: 乱流噴流予混合火炎の DNS の計算条件と流入乱流特性

	J60	J97
$L_x \times L_y \times L_z$ [mm]	$20 \times 20 \times 10$	$20 \times 16 \times 8$
$N_x \times N_y \times N_z$	$769 \times 769 \times 385$	$1281 \times 1025 \times 513$
$\phi_{in}$		1.0
$T_{in}$ [K]		700
$P_{in}$ [MPa]		0.1
$U_{in}$ [m/s]	100	350
$U_{cof}$ [m/s]		20
$Re_\lambda$	60.8	97.1
$Re_l$	199.8	516.2
$u'_{rms}$ [m/s]	11.42	40.07
$l_{in}$ [mm]	1.59	1.17
$\lambda_{in}$ [mm]	0.477	0.220
$\eta_{in}$ [ $\mu\text{m}$ ]	31.2	11.5
$u'_{rms}/S_L$	1.10	3.88
$l/\delta_F$	180.8	133.2
$l/\delta_L$	3.37	2.49
$S_L$ [m/s]		10.34
$\delta_F$ [ $\mu\text{m}$ ]		8.77
$\delta_L$ [mm]		0.47

第2章 乱流噴流予混合火炎及びV型乱流予混合火炎のフラクタル特性

表 2.2: V型乱流予混合火炎のDNSの計算条件と流入乱流特性

	V60	V97	V141HP
$L_x \times L_y \times L_z$ [mm]	$10 \times 5 \times 5$	$20 \times 10 \times 5$	$20 \times 10 \times 5$
$N_x \times N_y \times N_z$	$513 \times 257 \times 257$	$1537 \times 769 \times 385$	$2305 \times 1153 \times 577$
$\phi_{in}$		1.0	
$T_{in}$ [K]		700	
$P_{in}$ [MPa]		0.1	0.2
$U_{in}$ [m/s]	103.4	206.8	206.8
$Re_\lambda$	60.8	97.1	141.1
$Re_l$	199.8	516.2	1367.9
$u'_{rms}$ [m/s]	23.09	59.14	85.21
$l_{in}$ [mm]	0.793	0.792	0.73
$\lambda_{in}$ [mm]	0.239	0.149	0.0753
$\eta_{in}$ [ $\mu\text{m}$ ]	15.6	7.68	3.22
$u'_{rms}/S_L$	2.23	5.72	7.70
$l/\delta_F$	90.4	90.3	177.6
$l/\delta_L$	1.69	1.68	3.44
$S_L$ [m/s]		10.34	11.06
$\delta_F$ [ $\mu\text{m}$ ]		8.77	4.11
$\delta_L$ [mm]		0.47	0.212

第2章 乱流噴流予混合火炎及びV型乱流予混合火炎のフラクタル特性

表 2.3: 12 化学種 27 素反応からなる詳細化学反応機構

	Reaction	$A$	$\beta$	$E$
1f	$\text{H} + \text{O}_2 \rightleftharpoons \text{OH} + \text{O}$	2.00E+14	0	16800
1b	$\text{OH} + \text{O} \rightleftharpoons \text{H} + \text{O}_2$	1.58E+09	0	690
2f	$\text{H}_2 + \text{O} \rightleftharpoons \text{OH} + \text{H}$	1.80E+10	1	8826
2b	$\text{OH} + \text{H} \rightleftharpoons \text{H}_2 + \text{O}$	8.00E+09	1	6760
3f	$\text{H}_2 + \text{OH} \rightleftharpoons \text{H}_2\text{O} + \text{H}$	1.17E+09	1.3	3626
3b	$\text{H}_2\text{O} + \text{H} \rightleftharpoons \text{H}_2 + \text{OH}$	5.09E+09	1.3	18588
4f	$\text{OH} + \text{OH} \rightleftharpoons \text{O} + \text{H}_2\text{O}$	6.00E+08	1.3	0
4b	$\text{H}_2\text{O} + \text{O} \rightleftharpoons \text{OH} + \text{OH}$	5.90E+09	1.3	17029
5	$\text{H}_2 + \text{O}_2 \rightleftharpoons \text{OH} + \text{OH}$	1.70E+14	0	47780
6	$\text{H} + \text{O}_2 + \text{M} \rightleftharpoons \text{HO}_2 + \text{M}$ H <sub>2</sub> O/18.6/ H <sub>2</sub> /2.9/ N <sub>2</sub> /1.3/	3.61E+17	-0.72	0
7	$\text{OH} + \text{HO}_2 \rightleftharpoons \text{H}_2\text{O} + \text{O}$	7.50E+12	0	0
8	$\text{H} + \text{HO}_2 \rightleftharpoons \text{OH} + \text{OH}$	1.40E+14	0	1073
9	$\text{O} + \text{HO}_2 \rightleftharpoons \text{O}_2 + \text{OH}$	1.40E+13	0	1073
10	$\text{H} + \text{H} + \text{M} \rightleftharpoons \text{H}_2 + \text{M}$ H <sub>2</sub> O/0.0/ H <sub>2</sub> /0.0/	1.00E+18	-1	0
11	$\text{H} + \text{H} + \text{H}_2 \rightleftharpoons \text{H}_2 + \text{H}_2$	9.20E+16	-0.6	0
12	$\text{H} + \text{H} + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{H}_2 + \text{H}_2\text{O}$	6.00E+19	-1.25	0
13	$\text{H} + \text{OH} + \text{M} \rightleftharpoons \text{H}_2\text{O} + \text{M}$ H <sub>2</sub> O/5.0/	1.60E+22	-2	0
14	$\text{H} + \text{O} + \text{M} \rightleftharpoons \text{OH} + \text{M}$ H <sub>2</sub> O/5.0/	6.20E+16	-0.6	0
15	$\text{O} + \text{O} + \text{M} \rightleftharpoons \text{O}_2 + \text{M}$	1.89E+13	0	-1788
16	$\text{H} + \text{HO}_2 \rightleftharpoons \text{H}_2 + \text{O}_2$	1.25E+13	0	0
17	$\text{HO}_2 + \text{HO}_2 \rightleftharpoons \text{H}_2\text{O}_2 + \text{O}_2$	2.00E+12	0	0
18	$\text{H}_2\text{O}_2 + \text{M} \rightleftharpoons \text{OH} + \text{OH} + \text{M}$	1.30E+17	0	45500
19	$\text{H}_2\text{O}_2 + \text{H} \rightleftharpoons \text{HO}_2 + \text{H}_2$	1.60E+12	0	3800
20	$\text{H}_2\text{O}_2 + \text{OH} \rightleftharpoons \text{H}_2\text{O} + \text{HO}_2$	1.00E+13	0	1800
21	$\text{N} + \text{NO} \rightleftharpoons \text{N}_2 + \text{O}$	3.27E+12	0.3	0
22	$\text{N} + \text{O}_2 \rightleftharpoons \text{NO} + \text{O}$	6.40E+09	1	6280
23	$\text{N} + \text{OH} \rightleftharpoons \text{NO} + \text{H}$	3.08E+13	0	0
24	$\text{HO}_2 + \text{NO} \rightleftharpoons \text{NO}_2 + \text{OH}$	2.11E+12	0	-479
25	$\text{NO}_2 + \text{H} \rightleftharpoons \text{NO} + \text{OH}$	3.50E+14	0	1500
26	$\text{NO}_2 + \text{O} \rightleftharpoons \text{NO} + \text{O}_2$	1.00E+13	0	600
27	$\text{NO}_2 + \text{M} \rightleftharpoons \text{NO} + \text{O} + \text{M}$	1.10E+16	0	66000

( $A$ : frequency factor,  $\beta$ : pre-exponential temperature exponent,  $E$ : activation energy)

\*単位 : mol/cm<sup>3</sup>, s<sup>-1</sup>, K, cal/mol

\* M は第三体を表し, 素反応 6, 10, 13, 14 の下の係数は各化学種の第三体として寄与分 ( $\alpha_{i,k}$ ) を示している

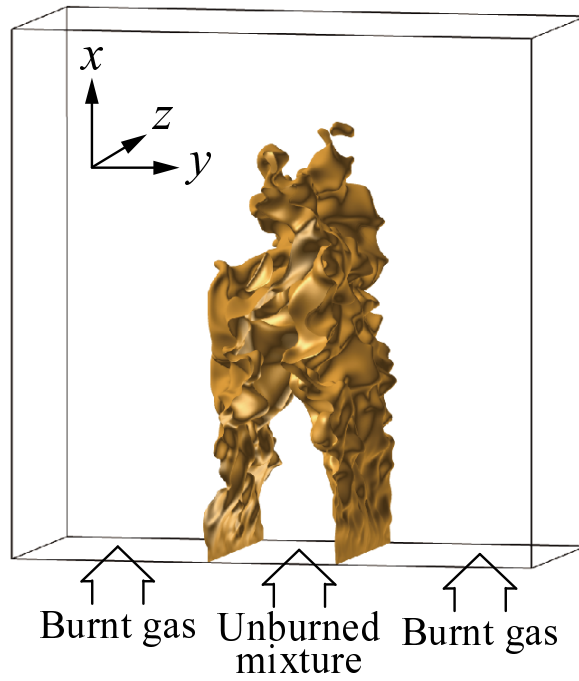


図 2.1: 乱流噴流予混合火炎の DNS の計算領域の概念図

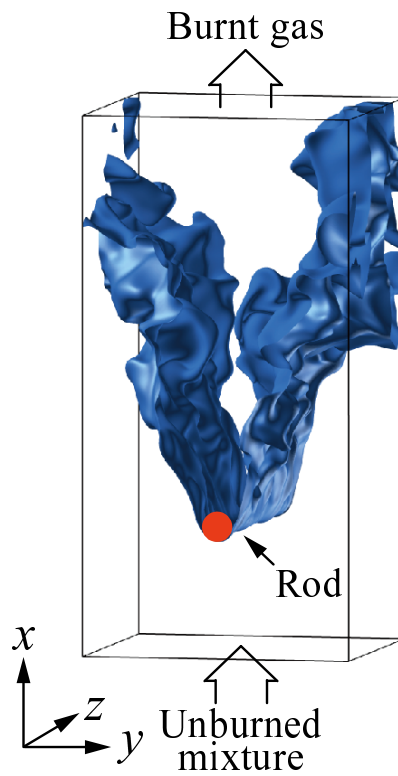


図 2.2: V 型乱流予混合火炎の DNS の計算領域の概念図

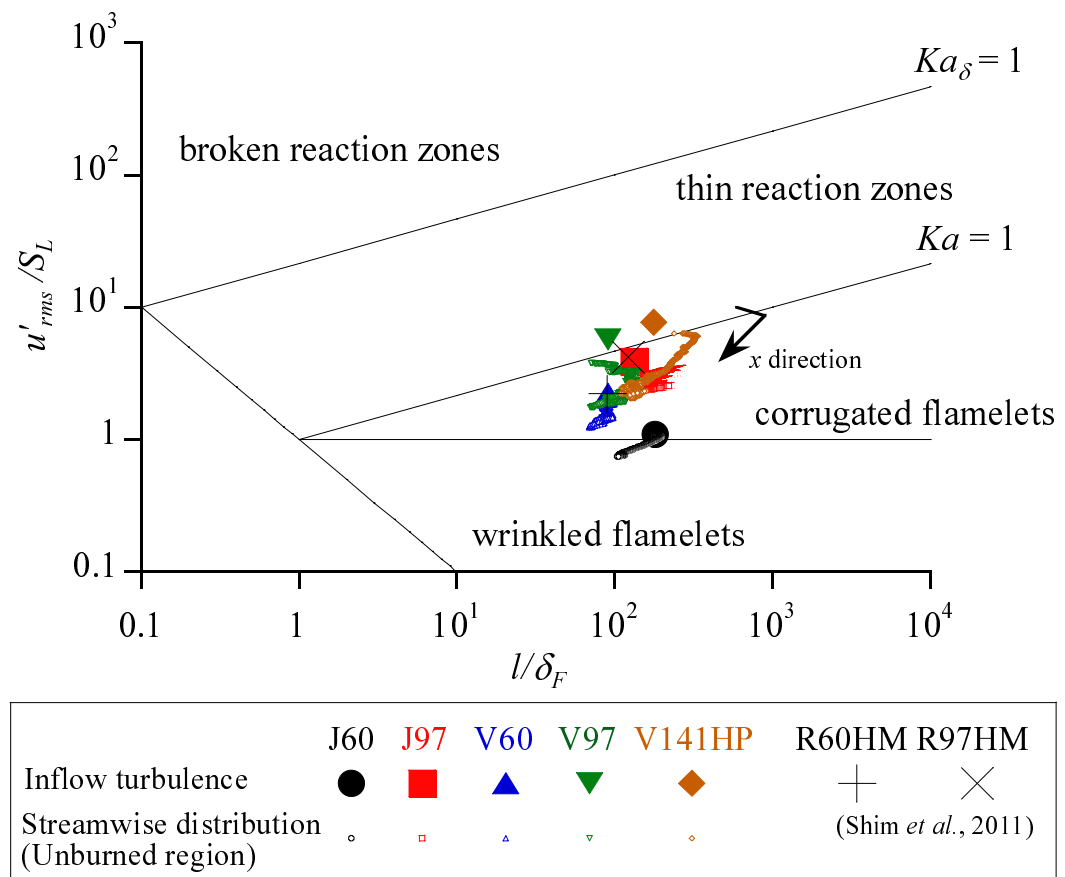


図 2.3: 乱流燃焼ダイアグラム [23] における DNS データの乱流燃焼特性の分類

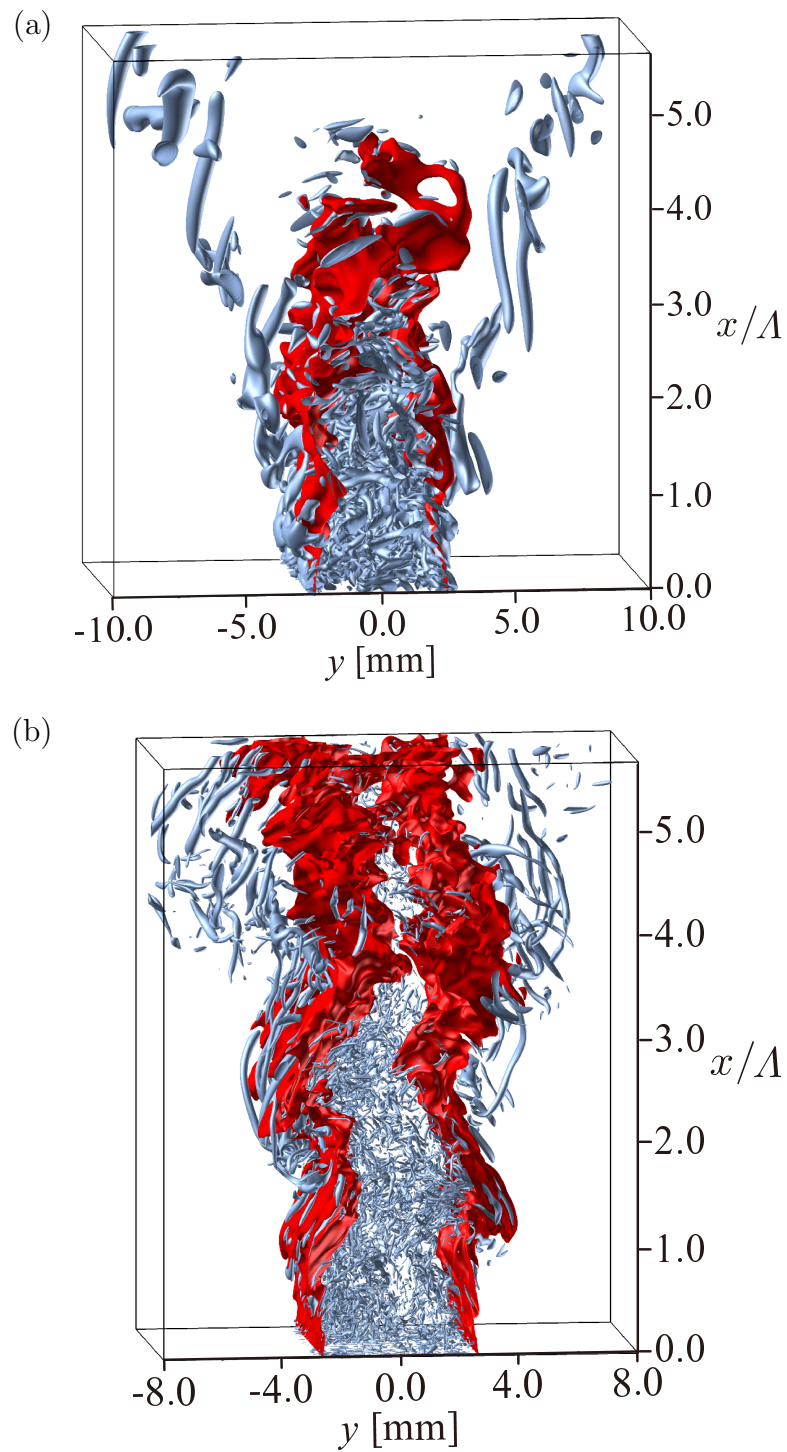


図 2.4: 噴流火炎の火炎面 ( $T = T_{HRR}$ ) と速度勾配テンソルの第二不変量  $Q$  の等値面 (a) J60:  $T_{HRR} = 1282\text{K}$  ,  $Q = 0.02Q_{max}$  (b) J97:  $T_{HRR} = 1282\text{K}$  ,  $Q = 0.01Q_{max}$

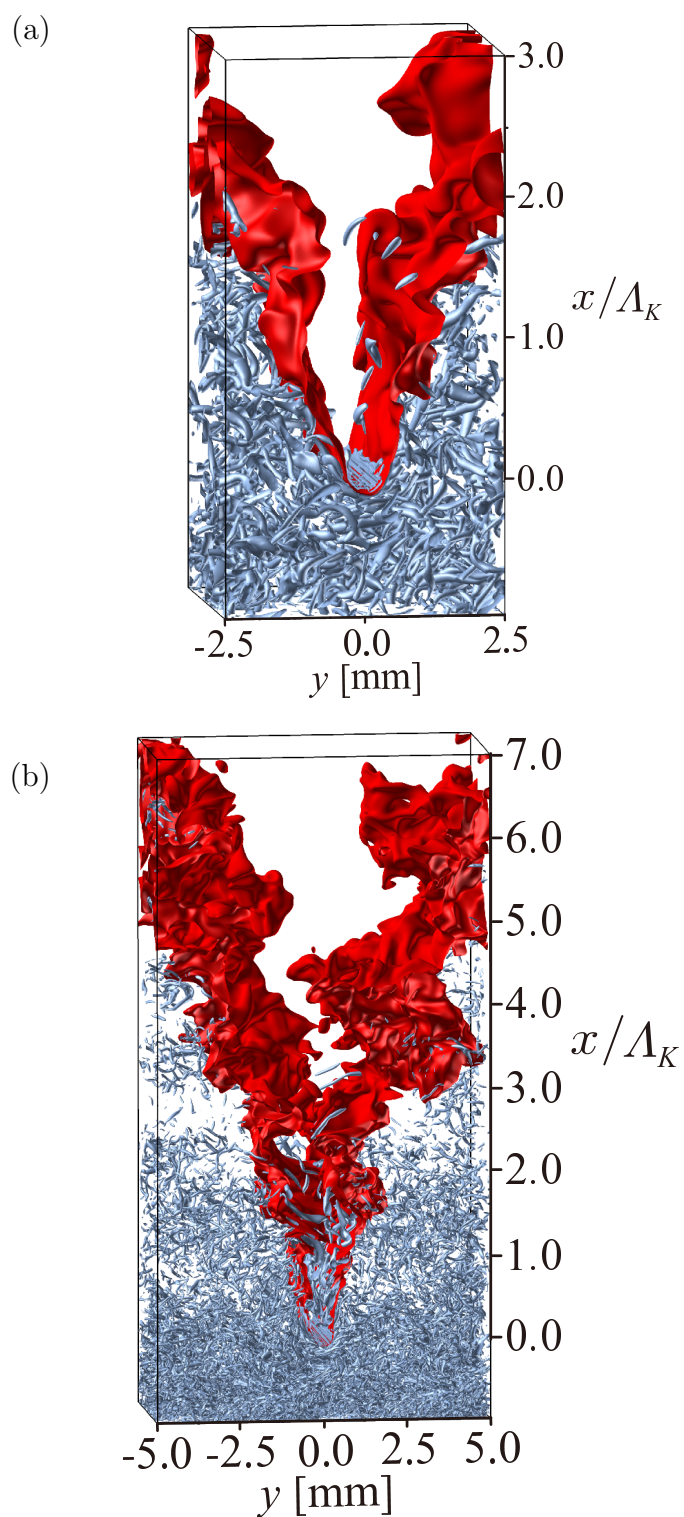


図 2.5: V型火炎の火炎面 ( $T = T_{HRR}$ ) と速度勾配テンソルの第二不変量  $Q$  の等値面 (a) V60:  $T_{HRR} = 1282\text{K}$ ,  $Q = 0.01Q_{max}$  (b) V97:  $T_{HRR} = 1282\text{K}$ ,  $Q = 0.005Q_{max}$

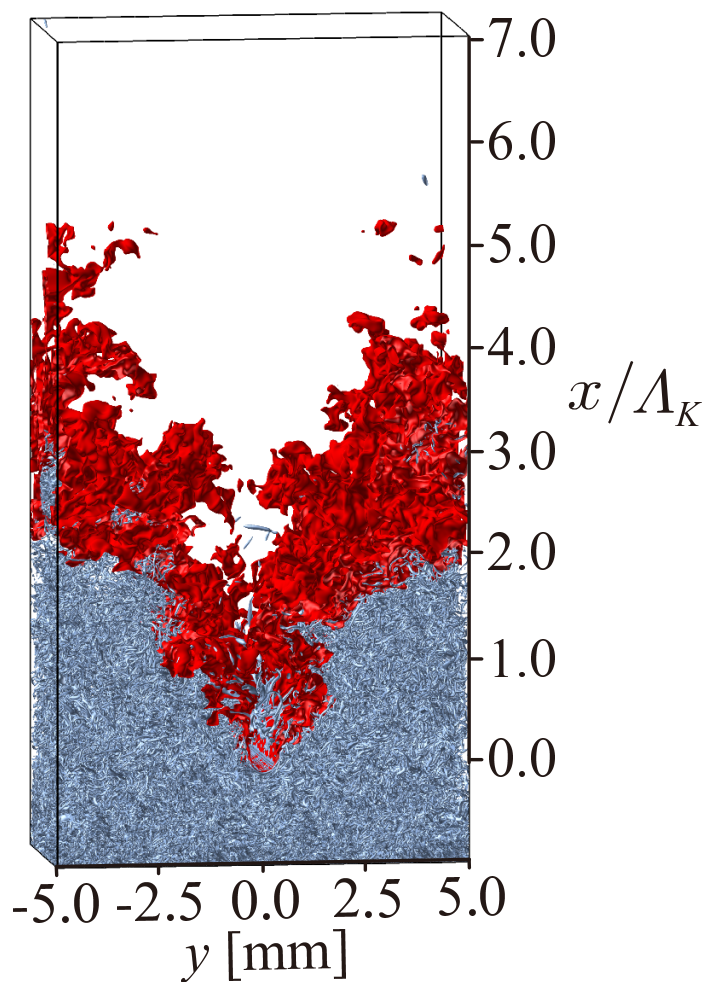


図 2.6: V型火炎 (V141HP) の火炎面 ( $T = T_{HRR}$ ) と速度勾配テンソルの第二不変量  $Q$  の等値面:  $T_{HRR} = 1308\text{K}$  ,  $Q = 0.005Q_{max}$

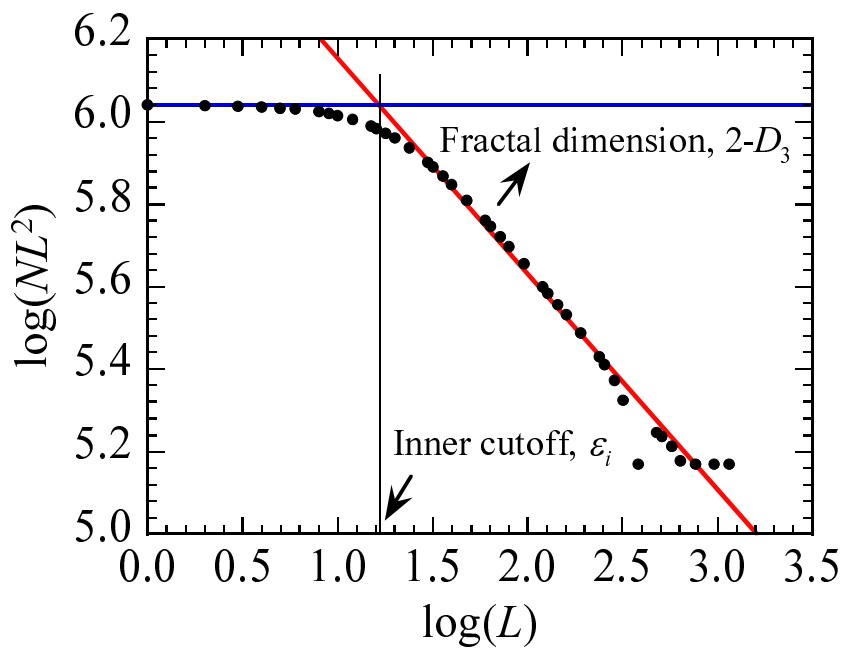


図 2.7: 3次元 box-counting 法を用いて得られた典型的なフラクタルプロット

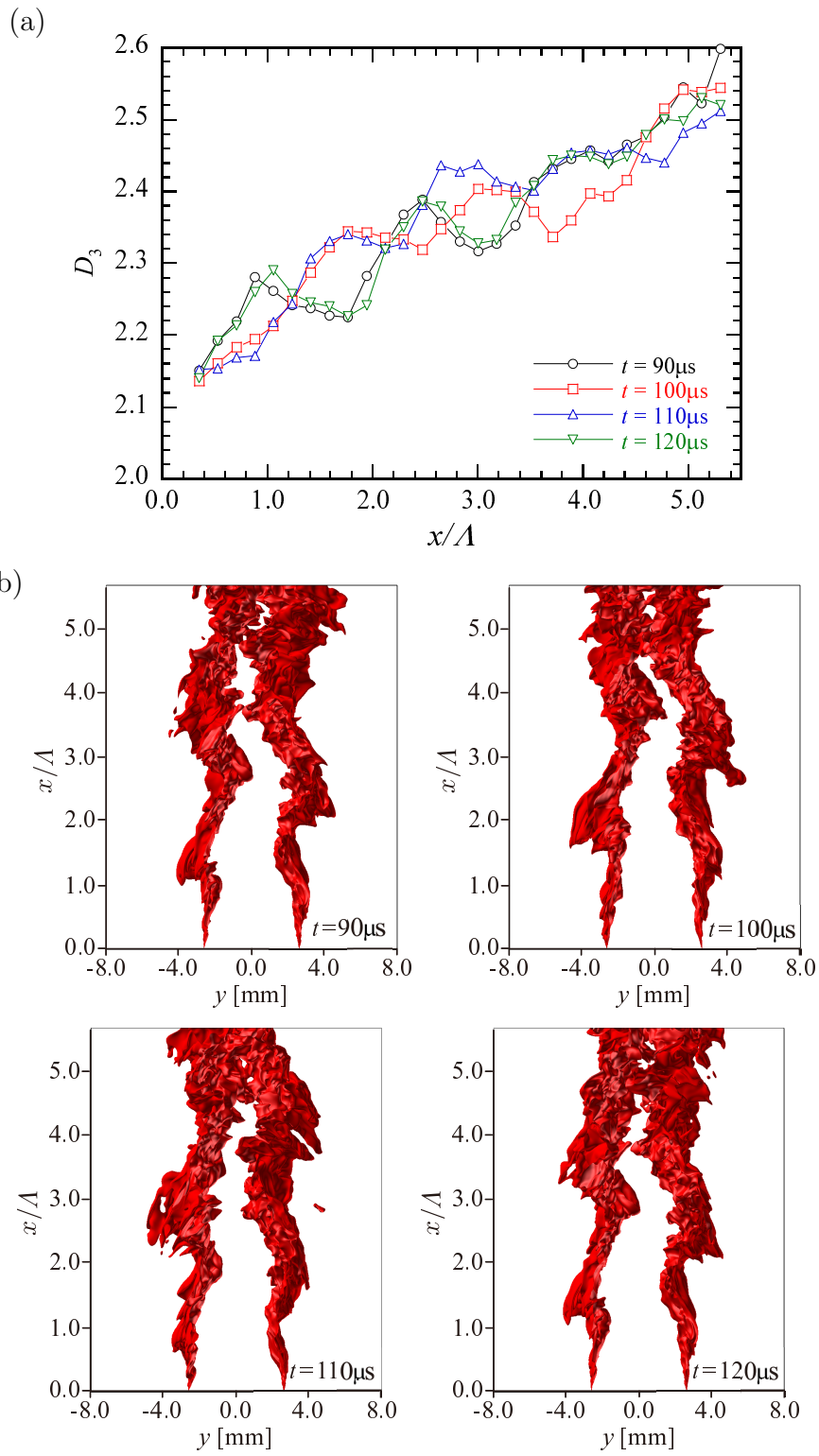


図 2.8: J97 の各時刻における  $D_{3:3D}$  の流れ方向分布 (a) と火炎面 ( $T = T_{HRR}$ ) (b)

第2章 乱流噴流予混合火炎及びV型乱流予混合火炎のフラクタル特性

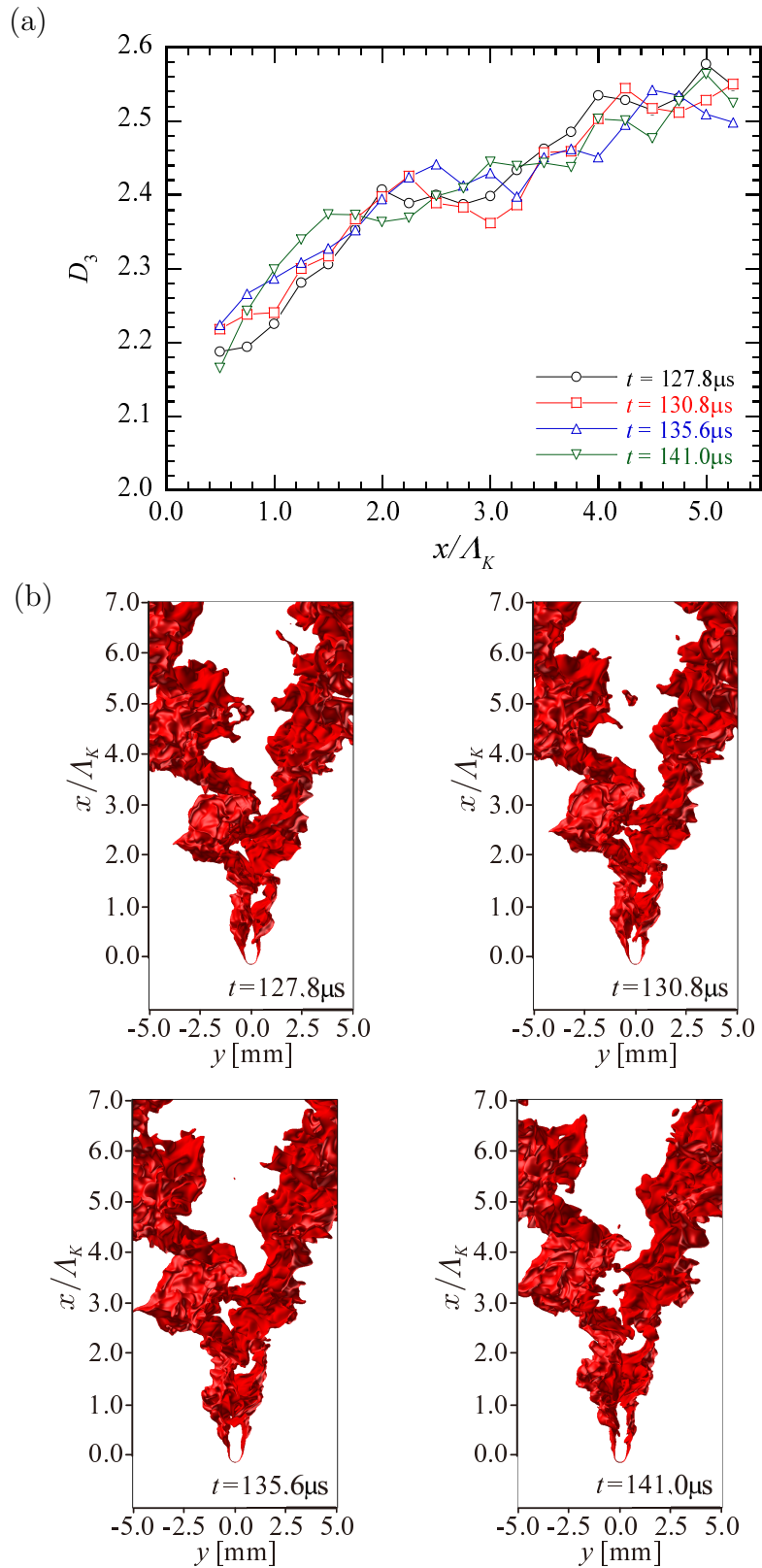


図 2.9: V97 の各時刻における  $D_{3:3D}$  の流れ方向分布 (a) と火炎面 ( $T = T_{HRR}$ ) (b)

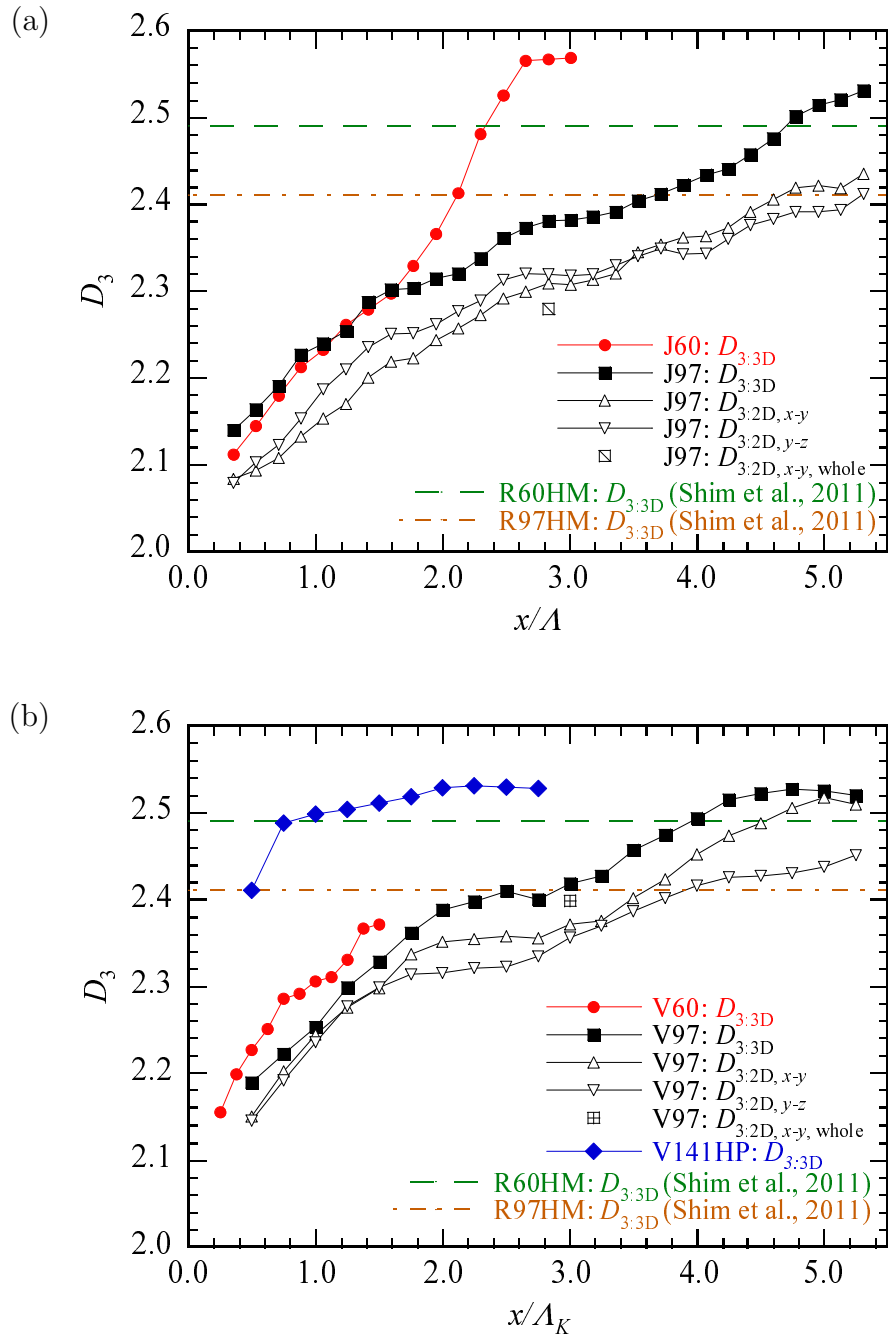


図 2.10: フラクタル次元の時間平均値の流れ方向分布 (a) 噴流火炎, (b) V型火炎

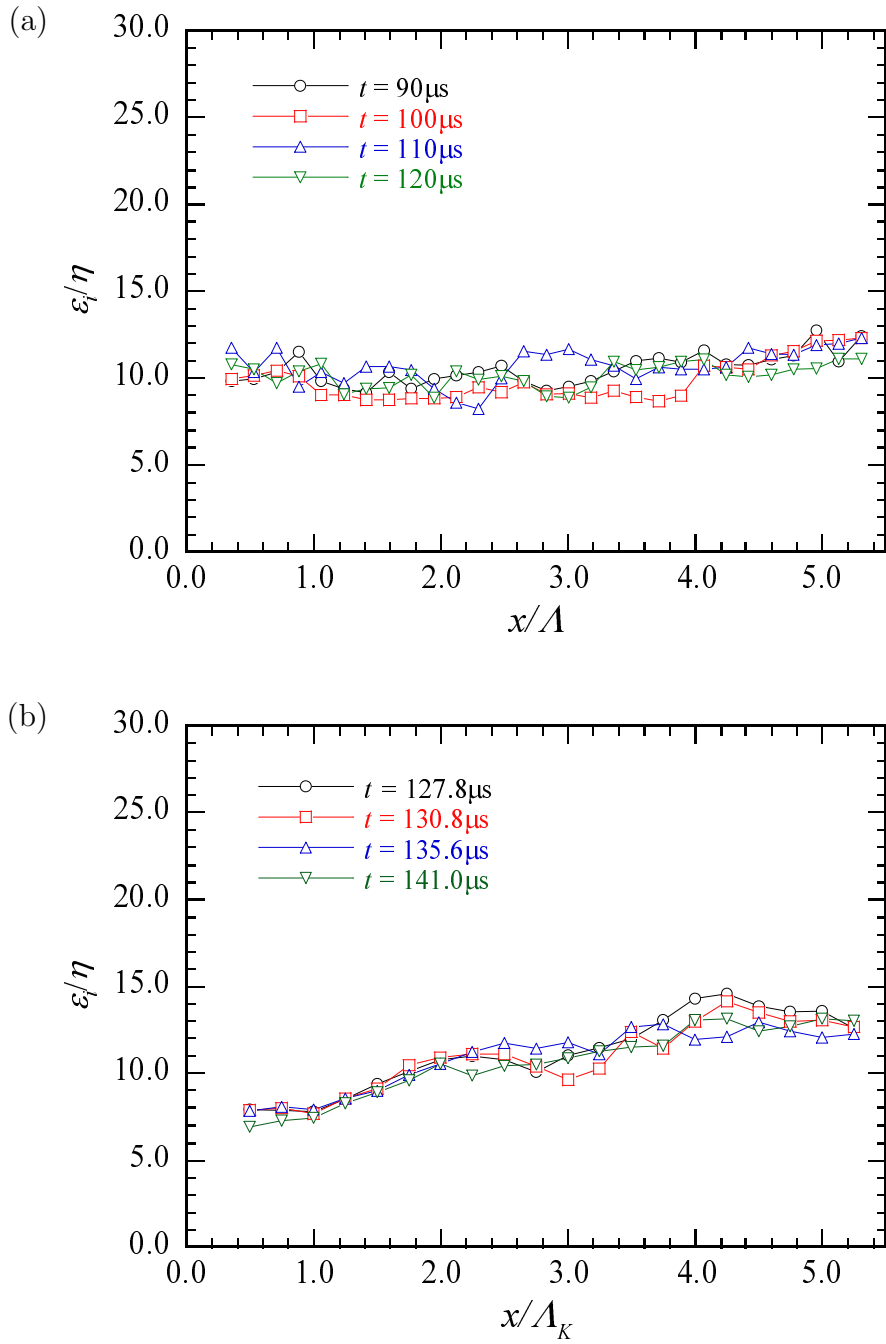


図 2.11: 各時刻における  $\epsilon_{i:3D}$  の流れ方向分布 (a) J97 , (b) V97

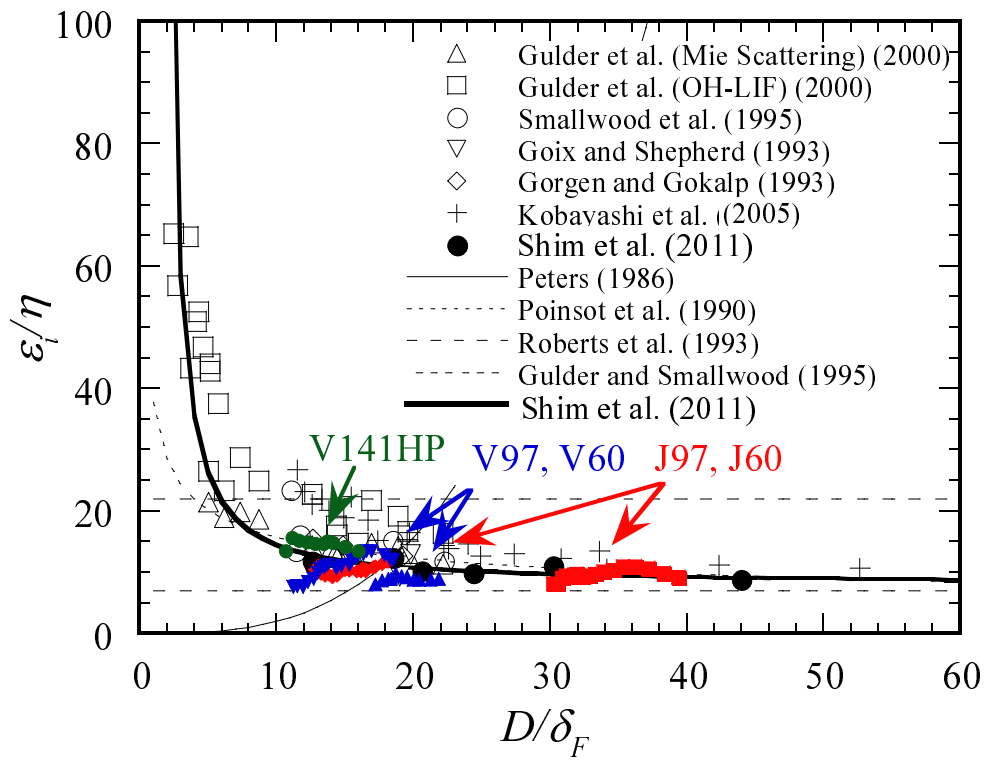


図 2.12:  $\epsilon_{i:3D}$  の時間平均値とコヒーレント微細渦の最頻直径の関係

## 第 3 章

### フラクタル・ダイナミック SGS 燃焼モデルの評価

### 3.1 まえがき

SGS 燃焼速度，wrinkling factor または火炎面密度を予測するための SGS 燃焼モデルをフラクタル特性に基づいて開発する試みが行われてきた [28, 30, 37, 44–47, 73]. Charlette *et al.* [28] と Fureby [47] は，火炎面に作用する歪みの効果を見積もる efficiency function [48] を inner cutoff に関連付けることで wrinkling factor のモデルを提案した．Chakraborty *et al.* [37] は Karlovitz 数に基づくフラクタル次元の相関式と，Karlovitz 数と火炎厚さに基づく inner cutoff の相関式を導入することで火炎面密度のモデルを開発した．Chatakonda *et al.* [46] は，Gibson スケールと Obukov-Corrsin スケールに基づくフラクタル次元と inner cutoff の相関式を用いて wrinkling factor のモデルを構築した．Charlette *et al.* [30] 及び Knikker *et al.* [45] はそれぞれ，テストフィルター操作を施した反応速度と火炎密度等の物理量に関する関係式からフラクタル次元を動的に算出する手法を開発した．実験や数値計算による研究及び理論的研究において，inner cutoff の相関式 [49–54] が提案されている．しかし，実用燃焼器内の各種乱流燃焼場に適用可能で高精度な SGS 燃焼モデルは未だ存在しないため，モデルの開発が依然求められている．

以前の研究 [44] において，SGS 燃焼速度を予測するためのフラクタル・ダイナミック SGS (FDSGS) 燃焼モデルが提案されている．従来のモデルの多くは SGS 乱流強度に基づいている [24, 28, 42, 43, 47] が，FDSGS 燃焼モデルは乱流の歪み速度に基づいて構築された．フラクタル次元を動的に予測するために Miyauchi *et al.* [73] が提案したフラクタル・ダイナミック SGS モデルが導入されている．一様等方性乱流中の自由伝播予混合火炎の DNS データを用いた静的テストから，モデルの有効性が明らかにされた [44]．しかし，実用燃焼器内の乱流燃焼場に存在する平均せん断は乱流燃焼特性に大きな影響を与えるため，せん断流中の乱流予混合火炎におけるモデルの予測精度を明らかにする必要がある．さらに，モデルを用いて LES を行うことで動的テストを行い，実際の LES におけるモデル精度を評価する必要がある．

乱流予混合燃焼の LES では，支配方程式を閉じるために SGS スカラー流束モデルと SGS 応力モデルも必要となる．SGS スカラー流束項は反応進行変数の輸送方程式や G 方程式等の移流項に対してフィルター操作を施すことで生じる項であり，式 (1.2) あるいは式 (1.5) の右辺第 2 項のように記述される．乱流火炎における SGS スカラー流束特性に関して研究が行われ [15, 99, 100]，モデルが提案されてきた [4, 18–21]．一般にスカラー流束モデルには勾配拡散仮定が用いられている．しかし，逆勾配輸送現象 [15–17] が報告されており，逆勾配輸送を考慮したモデルが提案されている [4, 18, 19]．また，

勾配拡散モデルは SGS スカラー流束と GS スカラー勾配の配向が揃うことを仮定しているが, Huai *et al.* [20] は非等方性を考慮するモデルを提案した. V 型乱流火炎の実験データ [16] 及び一段総括化学反応による等方性乱流中の伝播火炎の DNS データ [17] を用いてモデルの *a priori* テストが行われた.

SGS 応力モデルはフィルター操作を施した運動量保存式を閉じるために必要となる. Smagorinsky モデル [8] 等の渦粘性モデルが広く用いられているが, 壁乱流や自由せん断乱流等の複雑な乱流場を適切に再現するために多くのモデルが提案されてきた [9–14]. 以前の研究において [13], 格子幅自己認識混合型 SGS 応力モデル (scale self-recognition mixed (SSRM) SGS stress model) が提案された. このモデルは SGS 応力の cross 項に Bardina モデル [12] を, Reynolds 項に Smagorinsky 型モデルを適用した混合型モデルである. Smagorinsky 定数は格子幅とコルモゴロフ・スケールの比  $\Delta/\eta$  の関数として動的に決定される. 一様等方性乱流及び乱流噴流の DNS データを用いた静的・動的テストから SSRM モデルの有効性が明らかにされた [13, 79].

SGS 燃焼モデル, スカラー流束モデル及び応力モデルはその予測精度に関して相互に影響を与え合うとともに, LES 全体の予測能力に対して大きな寄与を持つ. 従って高精度な SGS 燃焼モデルを開発するためには, 乱流予混合火炎における各種モデルの予測精度と影響を明らかにする必要がある. 以上のことから本章では, 水素・空気乱流噴流予混合火炎を対象として DNS データを用いた静的テスト, 及び LES による動的テストを行うことで, 自由せん断流中の乱流予混合火炎におけるフラクタル・ダイナミック SGS 燃焼モデルの有効性を明らかにすることを目的とする. さらに, SGS スカラー流束モデルと格子幅自己認識混合型 SGS 応力モデルの静的・動的テストを行うとともにモデルが LES 結果に与える影響を検討することで, 各種 SGS モデルの評価を総合的に行う.

### 3.2 フラクタル・ダイナミック SGS 燃焼モデル

本節ではフラクタル・ダイナミック SGS(FDSGS) 燃焼モデル [44] を説明する. FDSGS 燃焼モデルは flamelet の仮定に基づいており, SGS 燃焼速度  $S_T$  を式 (1.11) のように火炎面面積の比を用いて記述する. さらに FDSGS 燃焼モデルでは, 火炎面面積  $A_T$  は乱流運動による伸長の効果を表す項  $A_{\text{turb}}$  と流体の膨張の効果を表す項  $A_{\text{dila}}$  の線形和として次式のように記述される.

$$\frac{S_T}{S_L} \sim \frac{A_T}{A_L} \sim \frac{A_T}{\Delta^2} = \frac{A_{\text{turb}}}{\Delta^2} + \frac{A_{\text{dila}}}{\Delta^2} \quad (3.1)$$

ここで、LES において  $A_L$  は格子幅  $\Delta$  を用いて  $\Delta^2$  と見積もられる． $A_{\text{turb}}$  は火炎面のフラクタル特性に基づいて、 $A_{\text{dila}}$  は flamelet の仮定に基づいてそれぞれ構築される．

乱流運動の効果を表すモデルを説明する．火炎面面積はフラクタル特性に基づいて以下の式で記述される．

$$\frac{A_{\text{turb}}}{\Delta^2} = \left(\frac{\epsilon_i}{\Delta}\right)^{2-D_3} \quad (3.2)$$

Shim *et al.* [49] は、inner cutoff  $\epsilon_i$  はコルモゴロフ・スケール  $\eta$  でスケールリング可能であることを明らかにし、inner cutoff とコヒーレント微細渦の最頻直径 ( $D \approx 8\eta$ ) [87] の相関式を提案した．従って火炎面面積は次の式で記述される．

$$\frac{A_{\text{turb}}}{\Delta^2} = \left(\frac{\epsilon_i}{\Delta}\right)^{2-D_3} = \left(\frac{\alpha\eta}{\Delta}\right)^{2-D_3} \quad (3.3)$$

ここで  $\alpha$  はスケールリングファクターであり、Shim *et al.* [49] の相関式から与えられる．

$$\alpha = \frac{\epsilon_i}{\eta} \approx 8 \exp\left(C \frac{\delta_F}{D}\right) \quad (3.4)$$

$C$  はモデル定数 ( $C = 6.0$ ) である．式 (3.4) と (3.3) 中のコルモゴロフ・スケール  $\eta$  を LES において直接算出することは出来ないため、グリッドスケールの物理量から予測する必要がある．

コルモゴロフ・スケールの予測のために高レイノルズ数乱流のスケール分離の仮定を用いる．

$$l \gg \lambda \gg \eta \quad (3.5)$$

$l$  と  $\lambda$  は積分長とテイラー・マイクロスケールである．LES の格子幅が積分長のオーダーであると仮定すると、乱流運動エネルギーの散逸のほとんどはサブグリッドスケールで起こる．

$$\epsilon \approx \epsilon_{\text{SGS}} \quad (3.6)$$

ここで、 $\epsilon$  と  $\epsilon_{\text{SGS}}$  はそれぞれ乱流運動エネルギー及び SGS 乱流運動エネルギーの散逸率である．SGS 乱流運動エネルギーの生成と散逸の局所平衡状態を仮定し、SGS 応力モデルとして Smagorinsky モデルを適用するとエネルギー散逸率は以下のように記述される．

$$\epsilon \approx \epsilon_{\text{SGS}} \approx P_{\text{SGS}} = -\tau_{ij} \tilde{S}_{ij} \approx 2\sqrt{2}(C_s \Delta)^2 (\tilde{S}_{ij} \tilde{S}_{ij} - \text{div}(\tilde{\mathbf{u}})^2)^{3/2} \quad (3.7)$$

$P_{\text{SGS}}$ ,  $\tau_{ij}$ ,  $S_{ij}$  及び  $C_s$  はそれぞれ, SGS 乱流運動エネルギーの生成率, SGS 応力テンソル, ひずみ速度テンソル及び Smagorinsky 定数であり,  $\tilde{q}$  は  $q$  にファール・フィルター操作を施した量 ( $\tilde{q} = \bar{\rho}q/\bar{\rho}$ ) である. ひずみ速度は乱流運動と熱発生による流体の膨張の両方によって生じる. 式 (3.7) は乱流運動によるひずみの効果を表すため, ひずみ速度テンソルのノルムから dilatation の 2 乗を引くことで dilatation の効果を除去している. 式 (3.7) を用いるとコルモゴロフ・スケールは次の式で記述される.

$$\eta \equiv \left(\frac{\nu^3}{\epsilon}\right)^{1/4} \approx \left(\frac{\nu^3}{2\sqrt{2}(C_s\Delta)^2(\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij} - \text{div}(\tilde{\mathbf{u}})^2)^{3/2}}\right)^{1/4} \quad (3.8)$$

式 (3.8) を式 (3.3) に代入することで乱流運動の効果を表すモデルを得る.

$$\frac{A_{\text{turb}}}{\Delta^2} = \left(\frac{\alpha^4\nu^3}{2\sqrt{2}C_s^2\Delta^6}\right)^{(2-D_3)/4} \left\{\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij} - \text{div}(\tilde{\mathbf{u}})^2\right\}^{-3(2-D_3)/8}. \quad (3.9)$$

式 (3.9) 中のフラクタル次元  $D_3$  は, Miyauchi *et al.* [73] が提案したフラクタル・ダイナミック SGS(FDSGS) モデルの手法を用いて動的に算出される. FDSGS 燃焼モデルのフラクタル次元の算出手法の模式図を図 3.1 に示す. 図 3.1(a) に示すように, FDSGS モデルは火炎面に対して LES 格子幅とテストフィルター幅の二つのスケールで box-counting 法を適用する. FDSGS 燃焼モデルは, この手法を検査体積 (CV) 内で適用することでフラクタル次元を局所的に算出する. 算出の手順としては, 初めにそれぞれの計算格子上に検査体積を定める. 図 3.1(b-i) は, バツ印で示している格子点におけるフラクタル次元を算出するために, 一辺の長さが  $4\Delta$  の検査体積を設定した場合の例を示している. 本研究では 1 辺の長さが  $4\Delta$  あるいは  $8\Delta$  の検査体積を用いた. ここで, 検査体積内で火炎面を含む一辺の長さが  $\Delta$  のボックスの数  $n_1$  をカウントする (図 3.1(b-ii)). 次に, フィルター幅が  $\hat{\Delta} = 2\Delta$  のテストフィルター操作を火炎面に対して施す (図 3.1(b-iii)). この時, 検査体積内でテストフィルター操作を施した火炎面を含む, 一辺の長さが  $\hat{\Delta}$  のボックスの数  $n_2$  をカウントする (図 3.1(b-iv)). 最後に, 次式を用いてフラクタル次元を算出する.

$$D_3 = \frac{\log(n_1/n_2)}{\log(\hat{\Delta}/\Delta)} \quad (3.10)$$

流体の膨張の効果を表すモデルは flamelet の仮定に基づき構築される. 層流火炎片の dilatation は  $du_n/dx_n$  と表され, ここで下付き文字  $n$  は火炎面法線方向を表す. LES の 1 つの格子点が代表する検査体積内における層流火炎片の dilatation の体積積分は以下

のように近似される．

$$\begin{aligned} \frac{A_{\text{dila}}}{\Delta^2} \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} \left( \frac{du_n}{dx_n} \right) \Delta^2 dx &\approx A_{\text{dila}} \delta_L (\text{div}(\mathbf{u})_L) \Big|_{F_0} \\ &\approx \iiint_{\Delta^3} \text{div}(\mathbf{u}) dV \approx \Delta^2 \delta_\Delta (\text{div}(\tilde{\mathbf{u}})) \end{aligned} \quad (3.11)$$

ここで，下付き文字  $L$  は層流火炎における値を表し， $F_0$  は  $G$  または反応進行変数  $c$  に基づく火炎面の位置を表す値を意味する． $\delta_\Delta$  はフィルター操作を施した層流火炎の疑似火炎厚さであり，以下のように記述される．

$$\delta_\Delta = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} \text{div}(\tilde{\mathbf{u}})_L dx / (\text{div}(\tilde{\mathbf{u}})_L) \Big|_{\tilde{F}=F_0} \quad (3.12)$$

式 (3.11) から流体の膨張の効果を表すモデルを得る．

$$\frac{A_{\text{dila}}}{\Delta^2} = \frac{\delta_\Delta}{\delta_L} \frac{\text{div}(\tilde{\mathbf{u}})}{(\text{div}(\mathbf{u})_L) \Big|_{F_0}} \quad (3.13)$$

FDSGS 燃焼モデルは SGS 燃焼速度を，以上の乱流運動の効果を表すモデル (式 (3.9)) と流体の膨張の効果を表すモデル (式 (3.13)) の線形和 (式 (3.1)) として記述する．

### 3.3 格子幅自己認識混合型 SGS 応力モデル

本節では，3.5.6 節で用いられる格子幅自己認識混合型 (SSRM) SGS 応力モデル [13] を簡単に説明する．SSRM モデルは SGS 応力の cross 項に Bardina モデル [12] を，Reynolds 項に Smagorinsky 型モデルを適用した混合型モデルであり，以下の式で記述される．

$$\tau_{ij} = (\overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j) + (\bar{u}_i (\bar{u}_j - \bar{u}_j) + \bar{u}_j (\bar{u}_i - \bar{u}_i)) - (2(C_{\text{SSRM}} \Delta)^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij}) . \quad (3.14)$$

ここで，モデル係数  $C_{\text{SSRM}}$  は格子幅とコルモゴロフ・スケールの比  $\Delta/\eta$  の関数として動的に決定される．

$$C_{\text{SSRM}} = C_\infty \left\{ 1 - a_1 \exp\left(-a_2 \frac{\Delta}{\eta}\right) \right\} \quad (3.15)$$

$C_\infty$ ， $a_1$  及び  $a_2$  はモデル定数であり，それぞれ  $C_\infty = 0.15$ ， $a_1 = 1.155$  及び  $a_2 = 0.04274$  である． $\Delta/\eta$  は相関式 [13] を用いて予測される．

$$\frac{\Delta}{\eta} = b_1 \left( \frac{2\Delta^6 |\bar{S}| \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}}{\nu^3} \right)^{b_2} \quad (3.16)$$

$b_1$  と  $b_2$  はモデル定数であり,  $b_1 = 0.3328$ ,  $b_2 = 0.2651$  である. このモデルは非圧縮性乱流場を対象として構築され, 一様等方性乱流及び乱流噴流の DNS データを用いた静的・動的テストからモデルの有効性が明らかにされた [13, 79]. 本研究ではモデル式中のフィルター操作 ( $\bar{q}$ ) をファール・フィルター操作 ( $\tilde{q} = \bar{\rho}q/\bar{\rho}$ ) に置き換えることで, モデルを圧縮性乱流燃焼場に拡張した.

### 3.4 乱流噴流予混合火炎の DNS データを用いた SGS 燃焼モデルの静的テスト

本節では, FDSGS 燃焼モデルの静的テストの解析手法と評価結果を説明する.

#### 3.4.1 計算条件と解析手法

第2章で説明した乱流噴流予混合火炎 J97 の  $t = 100\mu s$  における DNS データ [76] を用いて静的テストを行った. J97 の典型的な  $x$ - $y$  断面上の温度分布と火炎面 ( $T = T_{HRR}$ ) の投影線を図 3.2 に示す. 静的テストのために DNS データにファール・フィルター操作 ( $\tilde{q} = \bar{\rho}q/\bar{\rho}$ ) を施した. 空間フィルターとして Gaussian フィルターあるいは tophat フィルターを用いており, フィルター幅は  $\Delta = 20.3\eta_{in}$  または  $40.6\eta_{in}$  に設定した. LES の火炎面をフィルター操作を施した温度場における  $T = T_{HRR}$  の等値面と定義する. 次に, LES において火炎面として同定されうる点である flame tracking point を抽出した. 図 3.3 は flame tracking point の同定手法の模式図であり, ここでは  $x$  方向の分布のみを示している. 初めに, LES の火炎面からの符号付距離関数  $\tilde{G}$  を計算した (図 3.3(a)).  $\tilde{G}$  はその勾配が 1 となるように算出され, 以下のように定義される.

$$\tilde{G}(\mathbf{x}) \begin{cases} > 0 & (\tilde{T} > T_{HRR}) \\ = 0 & (\tilde{T} = T_{HRR}) \\ < 0 & (\tilde{T} < T_{HRR}) \end{cases} \quad (3.17)$$

この符号付距離関数の計算には, 以下の式で記述される再初期化の手法 [101] を用いた.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{G}}{\partial t} &= \text{sgn}(\tilde{G})(1 - |\nabla \tilde{G}|) \\ \text{sgn}(\tilde{G}) &= \frac{\tilde{G}}{\sqrt{\tilde{G}^2 + |\nabla \tilde{G}|^2 \Delta x^2}} \end{aligned} \quad (3.18)$$

$\Delta x$  は  $x$  方向の格子点間隔である．式 (3.18) を， $\tilde{G} = 0$  の等値面に対して確実に upwind となるスキームを用いて解くことで， $\tilde{G} = 0$  の等値面の格子点間の移動を抑制した．次に，検索対象点を設定し (図 3.3(a) 中の赤色の点)，検索対象点と検索対象点から各方向に  $\Delta$  離れた 6 点における符号付距離関数の値を比較した．このとき，検索対象点と他の 6 点の間で符号付距離関数の符号が変わり (図 3.3(b))，検索対象点の符号付距離関数の絶対値が最小である場合に (図 3.3(c))，その点を flame tracking point として同定した．図 3.4 に，フィルター幅が  $20.3\eta_{in}$  及び  $40.6\eta_{in}$  の Gaussian フィルターを用いた場合の flame tracking point の分布を示す．黒線及び白線はそれぞれ DNS データ及びフィルター操作を施した DNS データから得られた  $T = T_{HRR}$  の等値線を示しており，濃灰色は flame tracking point を示している．このようにして抽出された flame tracking point において SGS 燃焼モデルを適用し，モデルが予測するフラクタル次元，コルモゴロフ・スケール及び火炎面面積と DNS データから直接算出される値を比較することで，モデルの予測精度を統計的に評価した．

### 3.4.2 フラクタル次元のモデル予測精度

FDSGS 燃焼モデルが予測するフラクタル次元の流れ方向分布を図 3.5 に示す．各流れ方向位置の  $y$ - $z$  断面上の flame tracking points において算出された値の平均値を示している．DNS データに対して 3 次元 box-counting 法を適用することで算出した値  $D_{3:3D}$  を併せて示している．どちらのフィルター幅及びフィルター形状の場合も，フラクタル次元の予測値は下流方向に増大するとともに  $x/\Lambda \approx 1.8$  及び  $x/\Lambda \approx 3.2$  の位置でピークを示しており，DNS データ  $D_{3:3D}$  と定性的に同様の傾向を示している． $4\Delta$  の大きさの検査体積を用いた場合にモデルは DNS データより僅かに高い値を予測するが， $8\Delta$  の検査体積の場合にはモデル予測値は DNS データと定量的により近い値を示す． $x/\Lambda \approx 1.8$  及び  $x/\Lambda \approx 3.2$  の位置でモデルは DNS データより高い値を予測するが，これは DNS データから算出された  $D_{3:3D}$  には，フラクタル解析で用いた検査体積の大きさ  $(1/8)L_x$  の分だけ流れ方向に陰的な平均操作が行われており，この  $D_{3:3D}$  はモデルが予測する局所的なフラクタル次元より小さく算出されるためである．本節と 2.4.2 節の結果から，検査体積が大きい場合にモデルはフラクタル次元の空間的变化を再現することが出来ないことが分かる．一方で，検査体積が小さい場合にはカウントされるボックスの数が少なくなるため予測値が不連続な分布となり，計算が不安定になる可能性がある．以前の研究 [44] における一様等方性乱流中の自由伝播予混合火炎を対象とした静的テストから， $4\Delta$  の検査体積の場合にモデル予測値の収束性が低下することが明らかにされてい

る．検査体積の大きさは解析対象の乱流燃焼場に合わせて決定する必要があるが，大きさの目安としては，大きさの上限を乱流の積分長あるいはせん断流の不安定波長等の大規模渦構造の大きさ程度に，下限を連続的なフラクタル次元の値が算出される程度とするのが適切であると考えられる．実用燃焼器の解析・設計において安定的に計算を行うことが最優先事項である場合には，初めに十分に大きい検査体積を採用し，その後計算精度を高めるために上記目安を考慮してより小さい検査体積を設定するのが適切であると考えられる．

### 3.4.3 コルモゴロフ・スケールのモデル予測精度

コルモゴロフ・スケールのモデル予測値の流れ方向分布を図 3.6 に示す． $y$ - $z$  断面における平均値を示している．静的テストにおいては FDSGS 燃焼モデルに必要な Smagorinsky 定数  $C_s$  を 0.2 に設定している．稀に  $\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij} - \text{div}(\tilde{u}) < 0$  となる場合があるが，その場合にはモデルは適用不可能であるため該当する flame tracking point はテストサンプルから除いている．図中には，DNS データから算出した各流れ方向位置における未燃領域 ( $T < T_{HRR}$ ) でのコルモゴロフ・スケールも併せて示している．DNS データから算出されたコルモゴロフ・スケールは下流方向に増大し，FDSGS 燃焼モデルの予測値はその傾向を再現している． $x/\Lambda < 3.4$  の上流域でモデル予測値は DNS データより小さいが，この原因の一つとして，モデルに採用されている局所平衡の仮定がこの領域では十分に成り立たないことが考えられる．乱流が十分に発達する  $x/\Lambda > 3.4$  の下流域では，どちらのフィルター幅とフィルター形状の場合にもモデル予測値は DNS データに近い値を示している．

### 3.4.4 火炎面面積のモデル予測精度

3.4.3 節の結果から，乱流が十分に発達する  $x/\Lambda > 3.4$  の下流域で FDSGS 燃焼モデルは適用可能であるため，この領域で火炎面面積のモデル予測精度を評価した．図 3.7 と 3.8 に，FDSGS 燃焼モデルが予測する火炎面面積  $A_{\text{model}}$  と DNS データから直接算出した火炎面面積  $A_{\text{DNS}}$  の結合確率密度関数 (JPDFs) を示しており，それぞれ Gaussian フィルターあるいは tophat フィルターを用いた場合の結果である．図中の黒線はモデル予測値と DNS データが一致する位置を表し，二つの隣り合う等値線の確率差は 2.0 倍である．フィルター幅が  $\Delta = 20.3\eta_{in}$  の場合，JPDF の最頻値の位置は黒線の近くに位置するがモデルは DNS データより僅かに小さい火炎面面積を予測する．しかし，フィ

ルター幅が  $\Delta = 40.6\eta_{in}$  の場合には，検査体積の大きさに依らず最頻値の位置は黒線の非常に近くに位置している．また，どちらのフィルター形状の場合にも同様の結果となっており，実際の LES ではフィルター形状が陽的に定義されないため，この特性はモデルの利点となる．

比較のために，表 3.1 に示している従来の燃焼モデルの評価も行った．従来のモデルで必要となる SGS 乱流強度  $(u_{SGS})_{rms}$  の値は DNS データから直接算出した．Colin *et al.* [29] と Charlette *et al.* [28] のモデルは thickened flame concept において提案されており，本研究では thickening factor  $F$  を 1.0 に設定した．従来のモデルが予測する火炎面面積と DNS データの JPDF を図 3.9 と 3.10 に示す．Charlette *et al.* [28] のモデルを用いて計算を行った際には，計算の過程で平方根内部の項が負値となるため本計算条件では解を得ることができなかった．Colin *et al.* [29] と Flohr *et al.* [43] のモデルの予測値はほぼ一定値となり，DNS データより小さい値となる．最頻値の位置から，Pitsch *et al.* [42] のモデルは特にフィルター幅が  $\Delta = 40.6\eta_{in}$  の場合に比較的高い予測精度を示すが，DNS データより小さい火炎面面積を予測する．以上の結果から，本計算条件下では FDSGS 燃焼モデルは従来提案されているモデルと比べて火炎面面積の予測に関して高い精度を有していることが分かる．

### 3.5 乱流噴流予混合火炎の LES によるモデルの動的テスト

本節では，SGS 燃焼モデルの動的テストにおける LES の支配方程式，計算方法及びモデルの評価結果を説明する．

#### 3.5.1 支配方程式

LES の支配方程式はフィルター操作を施した質量及び運動量保存式と，温度に基づく反応進行変数  $c$  の輸送方程式である．

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( -\frac{2}{3} \mu \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} + \mu \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \right) - \frac{\partial (\bar{\rho} \tau_{ij})}{\partial x_j} \quad (3.20)$$

$$\frac{\partial \tilde{c}}{\partial t} + \tilde{u}_i \frac{\partial \tilde{c}}{\partial x_i} = \frac{\rho_u}{\bar{\rho}} \Xi S_L |\nabla \tilde{c}| - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial (\bar{\rho} f_i)}{\partial x_i} \quad (3.21)$$

ここで,  $\tau_{ij}$  と  $f_i$  はそれぞれ SGS 応力テンソルと SGS スカラー流束である .

$$\tau_{ij} = \widetilde{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j \quad (3.22)$$

$$f_i = \widetilde{u_i c} - \tilde{u}_i \tilde{c} \quad (3.23)$$

反応進行変数は次の式で定義される .

$$\tilde{c} = \frac{\tilde{T} - T_u^0}{T_b^0 - T_u^0} \quad (3.24)$$

$T_u^0$  と  $T_b^0$  はそれぞれ, LES と同一未燃予混合気の層流火炎における未燃予混合気及び既燃ガスの温度である . 圧力の算出のために理想気体の状態方程式を用いた .

$$\bar{p} = \bar{\rho} R^0 \tilde{T} \sum_{i=1}^N \left( \frac{\tilde{Y}_i}{W_i} \right) \quad (3.25)$$

層流火炎の未燃予混合気及び既燃ガスの組成  $Y_{i,u}^0$ ,  $Y_{i,b}^0$  を用いて 2 値化することで, 化学種の質量分率を決定した .

$$\tilde{Y}_i = \begin{cases} Y_{i,u}^0 & (\tilde{c} < c_0) \\ Y_{i,b}^0 & (\tilde{c} \geq c_0) \end{cases} \quad (3.26)$$

$c_0$  は  $T = T_{HRR}$  に対応する  $c$  の値であり, 本計算条件下では 0.3175 である .

### 3.5.2 計算方法

支配方程式の空間離散化には 4 次精度中心差分法を使用した . ただし, 計算の安定化のために反応進行変数の輸送方程式の移流項の離散化にのみ 5 次精度 Weighted Essentially Non-Oscillatory (WENO) Scheme [102, 103] を用いた . 差分法を用いた場合に生じる高波数の数値振動を除去するために, 4 次精度コンパクトフィルター [91] を適用した . 時間積分には 3 次精度 Runge-Kutta 法を用いた . SGS 応力モデルには最も一般的な渦粘性モデルである次式の Smagorinsky モデル [8, 104] を使用した .

$$\tau_{ij} = -2\nu_t \left( \tilde{S}_{ij} - \frac{1}{3} \tilde{S}_{kk} \delta_{ij} \right) = -2(C_s \Delta)^2 |\tilde{S}| \left( \tilde{S}_{ij} - \frac{1}{3} \tilde{S}_{kk} \delta_{ij} \right) \quad (3.27)$$

ここで,  $\nu_t$  は渦粘性係数であり, Smagorinsky 定数は  $C_s = 0.16$  あるいは 0.2 に設定した . SGS スカラー流束項には表 3.2 に示すような勾配拡散型モデルを適用し, 乱流シュミット数は  $Sc_t = 0.7$  または 1.0 である . 3.5.5 節と 3.5.6 節では, スカラー流束モデル

と応力モデルの評価を行うために，表 3.2 中の Clark *et al.* [21] あるいは Huai *et al.* [20] が提案したスカラー流束モデルと格子幅自己認識混合型 (SSRM)SGS 応力モデル [13] も用いて LES を行った．SGS 燃焼モデルには FDSGS 燃焼モデルと，比較のために表 3.3 に示す従来のモデルを使用した．静的テストで用いた Flohr *et al.* [43]，Colin *et al.* [29] 及び Pitsch *et al.* [42] のモデルに加えて，Chatakonda *et al.* [46] が提案したモデルの評価を行っている．従来のモデルで必要となる SGS 乱流強度  $(u_{\text{SGS}})_{\text{rms}}$  は Smagorinsky 型モデル [43] を用いて算出した．

$$(u_{\text{SGS}})_{\text{rms}} = C_s \Delta |\tilde{S}_{ij}| \quad (3.28)$$

### 3.5.3 計算条件

第2章で説明した乱流噴流予混合火炎の DNS データ [76]，J97 と同一の計算条件下で LES を行った．DNS において流入乱流として用いた一様等方性乱流の速度場に Gaussian 及び cutoff フィルターを施し，それを未燃予混合気の平均流入速度分布に重ね合わせることで LES における速度擾乱を与えた．LES と DNS の格子幅  $\Delta$ ，計算領域の大きさ  $L_x \times L_y \times L_z$  及び格子点数  $N_x \times N_y \times N_z$  を表 3.4 に示す． $x$  及び  $y$  方向の境界条件として，質量及び運動量保存式には NSCBC [94, 95] に基づく非反射流入・流出境界条件を適用し， $c$  の輸送方程式には対流流出境界条件を適用した． $z$  方向には周期境界条件を用いた．

### 3.5.4 SGS 燃焼モデルの予測精度

本節では FDSGS 燃焼モデルの評価を行うために，SGS 応力モデルとスカラー流束モデルにそれぞれ Smagorinsky モデルと勾配拡散型モデルを採用した LES の結果を検討する．図 3.11 に，FDSGS 燃焼モデルを用いた LES から得られた瞬時の火炎面  $\tilde{T} = T_{\text{HRR}}$  と  $x$ - $y$  断面上の温度分布を示す．比較のために，図 3.11 に同時刻における DNS 結果と，図 3.12 には従来のモデルを用いた LES11 の結果を示す．FDSGS 燃焼モデルの LES 結果から，下流に向かうにつれて未燃予混合気中の微細渦が火炎面の小さな皺を生成し，大規模渦構造の巻き上がりにより火炎面は大きな皺を帯びていることが分かる．また，LES の格子幅が大きくなるにつれて，より大きなスケールの火炎面の皺が解像されていない．しかし，FDSGS 燃焼モデルの LES 結果の火炎面形状は，大規模渦構造に起因する大きなスケールの皺等に関して DNS と似た形状を示している．Chatakonda *et al.* [46] と Colin *et al.* [29] のモデルの結果も DNS と比較的似た火炎面形状を示すが，Pitsch *et*

*al.* [42] と Flohr *et al.* [43] のモデルの結果からは DNS より噴流内側に異なる形状の火炎面が観察される。

LES から得られた  $x/\Lambda = 2.0$  及び  $4.0$  の位置における  $y$  方向平均温度分布を図 3.13 に示す。比較のために、従来のモデル [29, 43, 46, 47] の LES 結果と Gaussian 及び cutoff フィルターを施した DNS データを併せて示す。ここでは、Smagorinsky 定数と Schmidt 数がそれぞれ  $C_s = 0.16$  及び  $Sc_t = 0.7$  の場合の結果を示している。FDSGS 燃焼モデルを用いた LES は特に  $8\Delta$  の検査体積の場合に、せん断層近傍で DNS より僅かに高い温度を予測する。一方で、 $x/\Lambda = 4.0$  の位置における LES11 の結果は、 $4\Delta$  の検査体積の場合にせん断層付近とその外側で DNS より低い値を示す。また、LES22 の結果は DNS より勾配の大きい分布となっている。しかし、どちらの検査体積、格子幅及び流れ方向位置の場合にも、FDSGS 燃焼モデルの結果は従来のモデルの場合と比較して DNS に近い値を示している。Chatakonda *et al.* [46] と Colin *et al.* [29] のモデルの結果も DNS に比較的近い値を示すが、Pitsch *et al.* [42] と Flohr *et al.* [43] のモデルを用いた LES は本計算条件下では DNS より高い温度を予測する、

反応進行変数変動の二乗平均値  $c''$  の分布を図 3.14 に示す。どのモデルを用いた場合も、平均温度分布の結果と比べて、 $c''$  の LES 結果と DNS データとの差は大きい。FDSGS 燃焼モデルの結果の  $y$  方向ピーク位置は検査体積の大きさ、格子幅と流れ方向位置に依らず DNS データと一致する。しかし、FDSGS 燃焼モデルの LES11 の結果において、ピーク値は DNS より大きい値を示すとともにせん断層近傍で LES は DNS より小さい値を予測する。そして、格子幅が大きくなるにつれて LES は DNS より小さい値を予測する。Chatakonda *et al.* [46] と Colin *et al.* [29] のモデルの結果のピーク位置も DNS と一致するが、Pitsch *et al.* [42] と Flohr *et al.* [43] のモデルの場合には下流に向かうにつれてピークが DNS より内側に生じる。3.5.5 節と 3.5.6 節で示すように、異なる SGS スカラー流束モデルと応力モデルを適用した場合にも同様に、FDSGS 燃焼モデルを用いた LES の平均温度と  $c''$  の予測結果は、DNS に定性的に近い分布となる。

モデル定数の変化が LES 結果に与える影響を明らかにするために、異なる Smagorinsky 定数 ( $C_s = 0.16, 0.2$ ) と乱流 Schmidt 数 ( $Sc_t = 0.7, 1.0$ ) の場合の結果を比較する。図 3.15 に、 $4\Delta$  の検査体積の FDSGS 燃焼モデルを用いた LES22 から得られた、 $x/\Lambda = 4.0$  の位置での平均温度と  $c''$  の分布を示す。本計算条件下では、異なる Smagorinsky 定数と Schmidt 数の場合の LES 結果に大きな差異は見られない。このことは、従来の燃焼モデルの LES 結果においても同様である (図省略)。

3.4.4 節の静的テストにおいて Pitsch *et al.* [42] のモデルは DNS データより小さい火炎面面積を予測しているが (図 3.9, 3.10)、モデルを用いた LES は DNS より高い平均

温度を予測している (図 3.13) . この原因の一つとして, 従来のモデルを用いて LES を行う場合に必要となる SGS 乱流強度  $(u_{SGS})_{rms}$  のモデルが関係していると考えられる . 3.4 節と同様の方法で Smagorinsky 型モデル (式 (3.28)) の静的テストを行った . 図 3.16 に, フィルター幅が  $\Delta = 20.3\eta_{in}$  の場合にモデルが予測する  $(u_{SGS})_{rms}$  と DNS データから直接算出される値の JPDF を示す . Smagorinsky 型モデルは  $(u_{SGS})_{rms}$  を過大に予測していることが分かる . このことから, 静的テストでは  $(u_{SGS})_{rms}$  は DNS データから直接算出されているが, LES では Smagorinsky 型モデルが  $(u_{SGS})_{rms}$  を過大に予測することで SGS 燃焼速度が大きく見積もられ, その結果 LES は DNS より高い温度を予測すると考えられる . FDSGS 燃焼モデルは  $(u_{SGS})_{rms}$  のモデルを必要としないため, このことはさらなるモデル開発において長所となる .

### 3.5.5 SGS スカラー流束モデルの予測精度と影響

LES の予測精度は SGS スカラー流束モデルに依存する . 本節では SGS スカラー流束モデルが LES の予測精度に与える影響を検討するとともに, スカラー流束モデルの評価を行う . そこで, 乱流噴流予混合火炎の DNS データ [76], J97 を用いて解析を行った . DNS データから得られた速度場等に Gaussian フィルターを施すとともに, 式 (3.24) で定義される反応進行変数を算出した . SGS スカラー流束の特性を明らかにするために, DNS データの瞬時場から得られた  $\bar{\rho}f_in_i$  の等値面を図 3.17 に示す . ここで,  $n_i$  は反応進行変数の等値面の単位法線ベクトルである .

$$n_i = \nabla\bar{c}/|\nabla\bar{c}| \quad (3.29)$$

フィルター幅が  $\Delta = 21.7\eta_{in}$  の場合の結果を示している . 青色と緑色の面は  $\bar{\rho}f_in_i/\rho_u S_L = -0.065$  と  $0.065$  の等値面, 赤色の面は火炎面 ( $T = T_{HRR}$ ), 灰色の面は速度勾配テンソルの第二不変量の等値面 ( $Q/Q_{max} = 0.025$ ) をそれぞれ表している .  $f_in_i < 0$  と  $f_in_i > 0$  は勾配拡散及び逆勾配輸送を表す . 火炎面とせん断層近傍, 特に大規模渦構造の近くで強い SGS スカラー輸送が観察される . 図 3.17 には逆勾配輸送が生じている近傍の領域を拡大して示している . この領域では, 火炎面と長い流れ方向渦の間に, 渦に沿って逆勾配輸送が生じている . Veynante *et al.* [105] は RANS に関する研究において, 逆勾配輸送の発生を無次元乱流強度  $u'_{rms}/S_L$  で特徴づけた . 流入乱流特性が  $u'_{rms}/S_L = 3.87$  の本計算条件下において逆勾配輸送が観察された .  $u'_{rms}/S_L = 7.5$ [17] と  $4.0$ [15] の一様等方性乱流中の伝播火炎,  $u'_{rms}/S_L = 0.37$  と  $2.0$ [16] 及び  $1.25 \leq u'_{rms}/S_L \leq 3.75$ [99] の乱流特性を有する V 型火炎においても逆勾配輸送が観察されている . 以上の結果が

ら，逆勾配輸送を予測可能なモデルを用いることで LES の予測精度は改善する可能性がある．

DNS データを用いて SGS スカラー流束モデルの静的テストを行った．図 3.17 に示した瞬時場の全計算領域のデータを用いて，表 3.2 に示すスカラー流束モデルのテストを行った．Huai *et al.* [20] が提案したモデルは，勾配拡散項とスカラー流束の非等方性を考慮するための付加項で構成されている．Clark *et al.* [21] のモデルはスカラー流束のテイラー展開に基づいて構築されている．Gao *et al.* [17] による以前の研究において，Clark *et al.* [21] と Huai *et al.* [20] が提案したモデルは他のいくつかのモデル [4, 18, 19] と比べて高い精度を有することが報告されている．勾配拡散モデルと Huai *et al.* [20] のモデルで必要となる渦粘性係数  $\nu_t$  は，Smagorinsky モデル (式 (3.27)) を用いて算出した．Smagorinsky 定数，Schmidt 数と Huai *et al.* [20] のモデルのモデル定数  $D_{an}$  はそれぞれ， $C_s = 0.16$ ， $Sc_t = 0.7$  及び  $D_{an} = 0.14$  に設定した．モデルが予測する  $\bar{\rho}f_{i:\text{model}}n_i$  と DNS データから直接算出される  $\bar{\rho}f_{i:\text{DNS}}n_i$  の JPDF を図 3.18 に示す．フィルター幅が  $\Delta = 21.7\eta_{in}$  と  $43.3\eta_{in}$  の場合の結果を示している．勾配拡散モデルは順勾配輸送のみを予測する．Huai *et al.* [20] のモデルは逆勾配輸送を予測可能であるが，本計算条件下では勾配拡散輸送の大きさを過大に予測している．これは非等方性項は逆勾配輸送を予測可能であるが，勾配拡散項と非等方性項の両方が勾配拡散輸送を予測するためであると考えられる．Pfadler *et al.* [16] は非等方性項のみを用いることでモデル予測精度が改善することを報告している．Clark *et al.* [21] が提案したモデルは順勾配輸送及び逆勾配輸送の両方を予測可能であるとともに，モデル予測値は DNS データと高い相関を示す．図 3.19 に DNS データから算出した  $\bar{\rho}f_{i:\text{DNS}}n_i$  と， $\bar{\rho}f_{i:\text{DNS}}$  と  $n_i$  の間の角度  $\theta$  の JPDF を示す．計算領域の大部分で SGS スカラー流束と反応進行変数の勾配の配向は揃っていないことが分かる．このことは勾配拡散型モデルの予測精度の低下の原因の一つになると考えられる．Clark *et al.* [21] のモデルは速度勾配を考慮することでスカラー流束を方向付けており，そのことが逆勾配輸送を予測可能にする理由の一つであると考えられる．以上の結果から，Clark *et al.* [21] のモデルを用いることで LES の予測精度は改善する可能性がある．

噴流火炎を対象として SGS スカラー流束モデルの動的テストを行った．表 3.2 中のスカラー流束モデルを用いた LES22 と LES43 から得られた， $x/\Lambda = 4.0$  の位置における  $y$  方向平均温度分布を図 3.20 に示す．ここでは，燃焼モデルと応力モデルとして， $4\Delta$  の検査体積の FDSGS 燃焼モデルと Smagorinsky モデルを採用した．図 3.20 から，異なるスカラー流束モデルを用いた場合の平均温度分布に大きな差異は観察されない． $c''$  の分布を図 3.21 に示す．Clark *et al.* [21] のモデルを導入することにより，LES22 は噴

流内側で，LES43 はピーク位置近傍で，勾配拡散型モデルの場合と比べて僅かに大きく DNS より近い値を予測する．Huai *et al.* [20] のモデルの LES 結果は，本計算条件下では勾配拡散型モデルの場合より僅かに小さい値となる．この理由の一つとして，図 3.18 の静的テストの結果で示したように Clark *et al.* [21] のモデルは逆勾配輸送を予測可能な一方で，Huai *et al.* [20] のモデルは勾配拡散輸送を過大に予測することが考えられる． $8\Delta$  の検査体積の FDSGS 燃焼モデルあるいは Chatakonda *et al.* [46] と Colin *et al.* [29] のモデルの LES 結果においても同様に，Clark *et al.* [21] のモデルを採用することで  $c''$  の予測精度は改善する (図省略)．図 3.21 には Pitsch *et al.* [42] の燃焼モデルの結果を併せて示している．Pitsch *et al.* [42] のモデルを用いた LES22 は，Clark *et al.* [21] のモデルを導入した場合に，噴流内側で  $c''$  を僅かにより大きく予測しており，予測精度は必ずしも向上しない．但し本計算条件下では，異なるスカラー流束モデルを用いた場合の LES 結果の変化は，SGS 燃焼モデルの場合と比べて小さい．Boger *et al.* [15] も，SGS スカラー流束モデルが LES 結果に与える影響は比較的小さいことを報告している．

### 3.5.6 SGS 応力モデルの予測精度と影響

LES の予測精度は SGS 応力モデルにも依存するため，本節では噴流火炎の LES を行うことで SSRM 応力モデルの動的テストを行う．図 3.22 に SSRM モデルあるいは Smagorinsky モデルを用いた LES22 と LES43 から得られた， $x, y$  方向平均速度 ( $U, V$ ) の  $x/\Lambda = 4.0$  の位置における  $y$  方向分布を示す．本節では燃焼モデルとスカラー流束モデルとして， $4\Delta$  の検査体積の FDSGS 燃焼モデルと Clark *et al.* [21] のモデルを適用している．どちらの応力モデルと格子幅の場合も，LES の  $U$  の分布は DNS より勾配の大きい分布を示すが，その値の範囲は DNS と同様である．SSRM モデルと Smagorinsky モデルの結果を比べると， $U$  の予測結果に大きな差異は見られない． $V$  の分布に関しては，LES22 の場合には DNS より噴流内側にピークが観察され，LES43 はせん断層近傍と噴流外側で DNS より低い値を予測する．Smagorinsky モデルの結果と比べて，SSRM モデルを用いた LES22 は僅かに大きい  $V$  を，LES43 は小さい  $V$  を予測するが，その予測結果の差は非常に小さい．

$x, y$  及び  $z$  方向速度変動の二乗平均値 ( $u''$ ,  $v''$ ,  $w''$ ) の分布を図 3.23 に示す．どちらのモデルの場合も，LES の  $u''$  分布のピーク位置は DNS データと比較的良く一致する．しかし，LES22 は  $u''$  のピーク値を過大に予測するとともに，噴流外側などでは DNS より小さい値を示す．SSRM モデルを導入した LES は，Smagorinsky モデルの場合より大きな  $u''$  を予測しており，LES43 はピーク値を過大に予測するがそれ以外の領域で

### 第3章 フラクタル・ダイナミック SGS 燃焼モデルの評価

DNS により近い値を予測する。  $v''$  と  $w''$  の LES 結果に関してもピーク位置は DNS と一致するが、特に LES43 は DNS より非常に小さい値を予測する。SSRM モデルを用いた LES は Smagorinsky モデルの場合より大きな  $v''$  と  $w''$  を予測し、DNS により近い値を示す。これは SSRM モデルは乱流運動エネルギーの backward scatter を予測可能であるとともに、渦粘性係数を適切に見積もっているためであると考えられる。

LES22 の平均温度と  $c''$  の  $x/\Lambda = 4.0$  の位置における分布を図 3.24 に示す。平均温度と  $c''$  の分布に関して、SSRM モデルと Smagorinsky モデルの LES 結果に大きな差異は観察されない。

### 3.6 本章の結論

本章では、水素・空気乱流噴流予混合火炎を対象として DNS データを用いた静的テストと LES による動的テストを行うことで、フラクタル・ダイナミック SGS 燃焼モデル、格子幅自己認識混合型 SGS 応力モデル及び SGS スカラー流束モデルの予測精度の評価を行い、以下の結論を得た。

1. フラクタル・ダイナミック SGS 燃焼モデルに導入されているフラクタル次元の動的決定手法は、自由せん断流中の乱流予混合火炎の火炎面のフラクタル次元を高精度に予測可能である。
2. フラクタル・ダイナミック SGS 燃焼モデルは、乱流が十分に発達した領域でコルモゴロフ・スケールと火炎面面積を高い精度で予測可能である。
3. フラクタル・ダイナミック SGS 燃焼モデルを用いた LES は、既存のモデルの場合と比較して平均温度分布と反応進行変数変動の二乗平均値分布を高精度に予測可能である。
4. Clark *et al.* [21] が提案した SGS スカラー流束モデルは勾配拡散輸送と逆勾配輸送を適切に予測可能であり、Clark *et al.* [21] のモデルを採用することで、勾配拡散型モデルの場合と比べて、LES による反応進行変数変動の予測精度を向上できる。
5. 格子幅自己認識混合型 SGS 応力モデル [13] を用いた LES は、Smagorinsky モデルの場合より高精度に速度変動の二乗平均値分布を予測可能である。
6. 高い精度を有する SGS 応力モデル、SGS スカラー流束モデルとフラクタル・ダイナミック SGS 燃焼モデルを組み合わせることで、LES の予測精度は総合的に向上する。

表 3.1: 静的テストで用いた従来の SGS 燃焼モデル

Expressions and parameters for the wrinkling factor	
Flohr <i>et al.</i> [43]	$\varepsilon = 1 + a (Re_{\Delta} Pr)^{1/2} Da_{\Delta}^{-1/4}, a = 0.52$
Colin <i>et al.</i> [29]	$\varepsilon = 1 + \beta \frac{2 \ln(2)}{3c_{ms}(Re_l^{1/2} - 1)} \Gamma \left( \frac{\Delta}{\delta_F}, \frac{(u_{SGS})_{rms}}{S_L} \right) \frac{(u_{SGS})_{rms}}{S_L},$ $\beta = 1.0, c_{ms} = 0.28$
Pitsch <i>et al.</i> [42]	$\varepsilon = 1 + \frac{(u_{SGS})_{rms} b_3}{S_L} \left[ \left( \frac{Da_{\Delta}}{Sc_{\Delta}} \right) / \left( 1 + \frac{b_3^2 Da_{\Delta}}{b_1^2 Sc_{\Delta}} \right) \right]^{1/2},$ $b_1 = 2.0, b_3 = 1.0$
Charlette <i>et al.</i> [28]	$\varepsilon = \left( 1 + \min \left[ \frac{\Delta}{\delta_F}, \Gamma \left( \frac{\Delta}{\delta_F}, \frac{(u_{SGS})_{rms}}{S_L}, Re_{\Delta} \right) \frac{(u_{SGS})_{rms}}{S_L} \right] \right)^{\beta}, \beta = 0.5$

表 3.2: 静的テスト及び動的テストで用いた SGS スカラー流束モデル

Expressions for the SGS scalar flux	
Gradient diffusion model	$f_i = -\frac{\nu_t}{Sc_t} \frac{\partial \tilde{c}}{\partial x_i}$
Clark <i>et al.</i> [21]	$f_i = \frac{\Delta^2}{12} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_k} \frac{\partial \tilde{c}}{\partial x_k}$
Huai <i>et al.</i> [20]	$f_i = -\frac{\nu_t}{Sc_t} \frac{\partial \tilde{c}}{\partial x_i} + D_{an} \Delta^2 \tilde{S}_{ik} \frac{\partial \tilde{c}}{\partial x_k}$

表 3.3: 動的テストで用いた従来の SGS 燃焼モデル

Expressions and parameters for the wrinkling factor	
Flohr <i>et al.</i> [43]	$\Xi = 1 + a (Re_{\Delta} Pr)^{1/2} Da_{\Delta}^{-1/4}$ , $a = 0.52$
Colin <i>et al.</i> [29]	$\Xi = 1 + \beta \frac{2 \ln(2)}{3c_{ms}(Re_l^{1/2} - 1)} \Gamma \left( \frac{\Delta}{\delta_F}, \frac{(u_{SGS})_{rms}}{S_L} \right) \frac{(u_{SGS})_{rms}}{S_L}$ , $\beta = 1.0$ , $c_{ms} = 0.28$
Pitsch <i>et al.</i> [42]	$\Xi = 1 + \frac{(u_{SGS})_{rms} b_3}{S_L} \left[ \left( \frac{Da_{\Delta}}{Sc_{\Delta}} \right) / \left( 1 + \frac{b_3^2 Da_{\Delta}}{b_1^2 Sc_{\Delta}} \right) \right]^{1/2}$ , $b_1 = 2.0$ , $b_3 = 1.0$
Chatakonda <i>et al.</i> [46]	$\Xi = \left( 1 + \frac{\Delta}{\eta_i} \right)^{\beta}$ , $\beta = 1/3 + 1/3 (\eta_{oc}/b)^x / ((L_G/a)^x + (\eta_{oc}/b)^x)$ , $\eta_i = ((L_G/a)^x + (\eta_{oc}/b)^x)^{1/x}$ , $a = 2.0$ , $b = 0.145$ , $x = 4.0$

表 3.4: LES と DNS の格子幅, 計算領域の大きさ及び格子点数

	$\Delta/\eta_{in}$	$L_x[\text{mm}] \times L_y[\text{mm}] \times L_z[\text{mm}]$	$N_x \times N_y \times N_z$
DNS	1.36	$20 \times 16 \times 8$	$1281 \times 1025 \times 513$
LES11	10.8		$321 \times 385 \times 65$
LES22	21.7	$40 \times 48 \times 8$	$161 \times 193 \times 33$
LES43	43.3		$81 \times 97 \times 17$

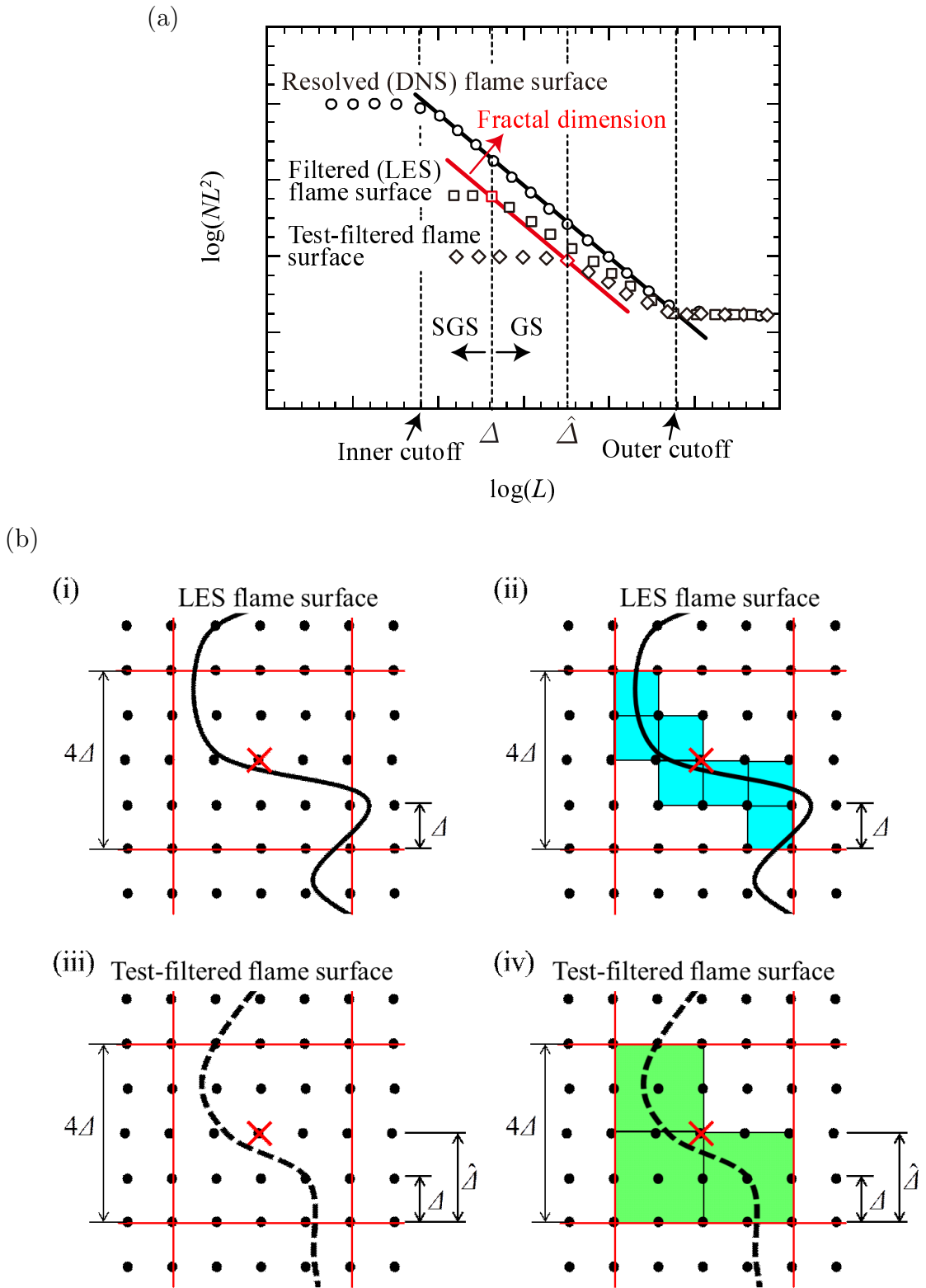


図 3.1: FDSGS 燃焼モデルのフラクタル次元の動的決定手法の概念図 (a) と模式図 (b)

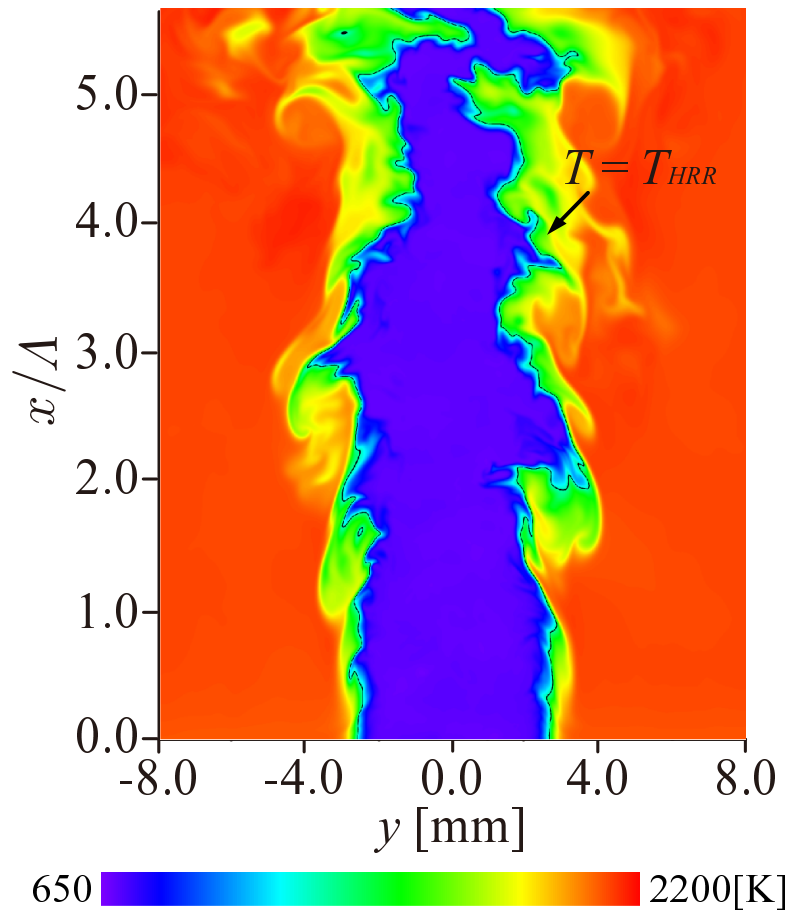


図 3.2: J97 の瞬時の  $x$ - $y$  断面上の温度分布

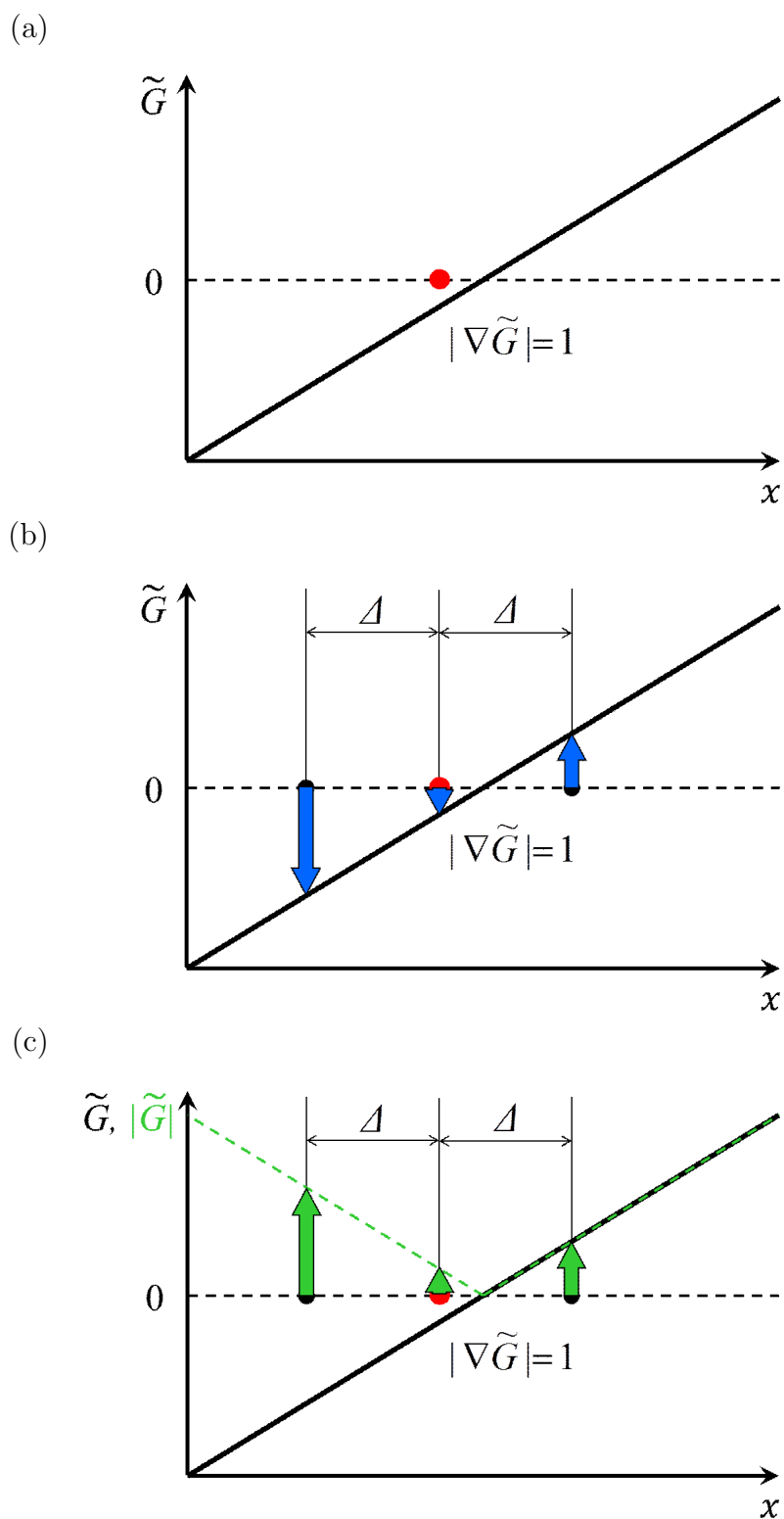


図 3.3: Flame tracking point の抽出手法の模式図 (a) 符号付距離関数の計算と検索対象点の設定 (b) 関数値の符号の比較 (c) 関数値の絶対値の比較

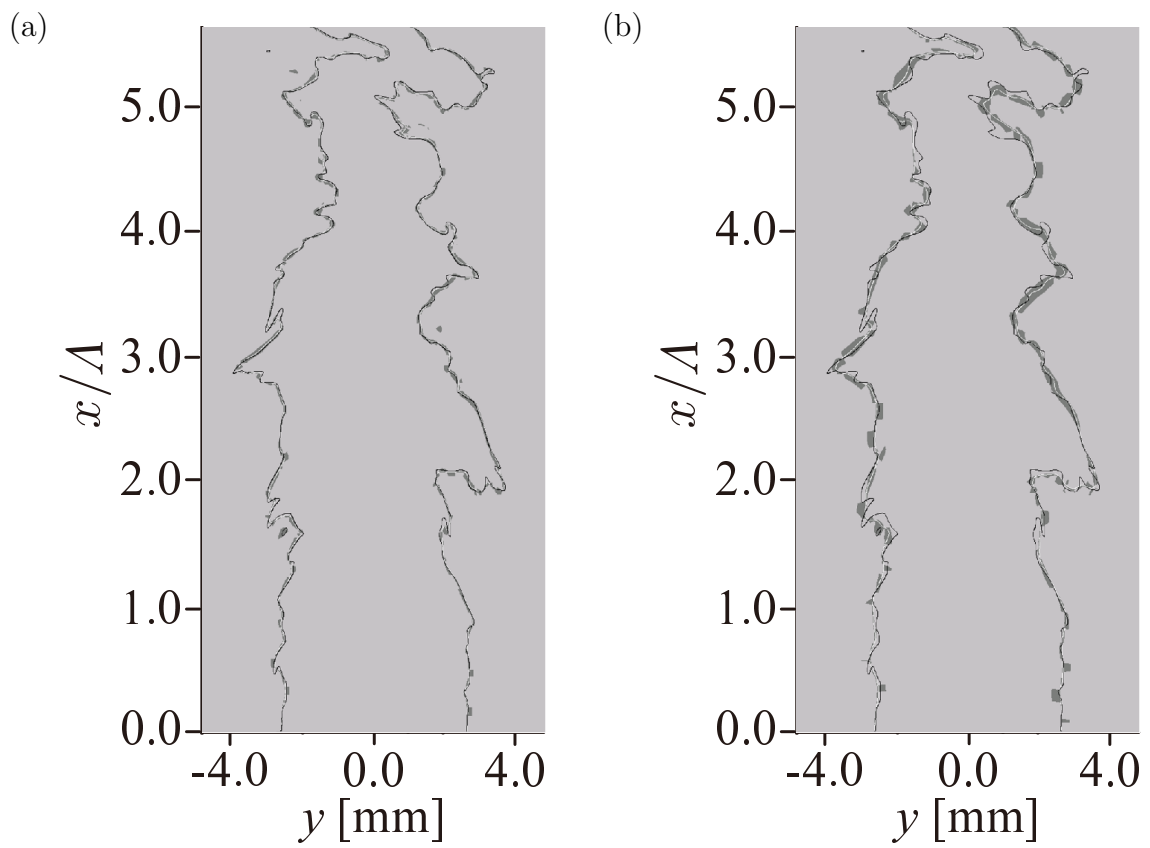


図 3.4: J97 の瞬時の  $x-y$  断面上の flame tracking point の分布 (a)  $\Delta = 20.3\eta_{in}$  の Gaussian フィルター , (b)  $\Delta = 40.6\eta_{in}$  の Gaussian フィルター

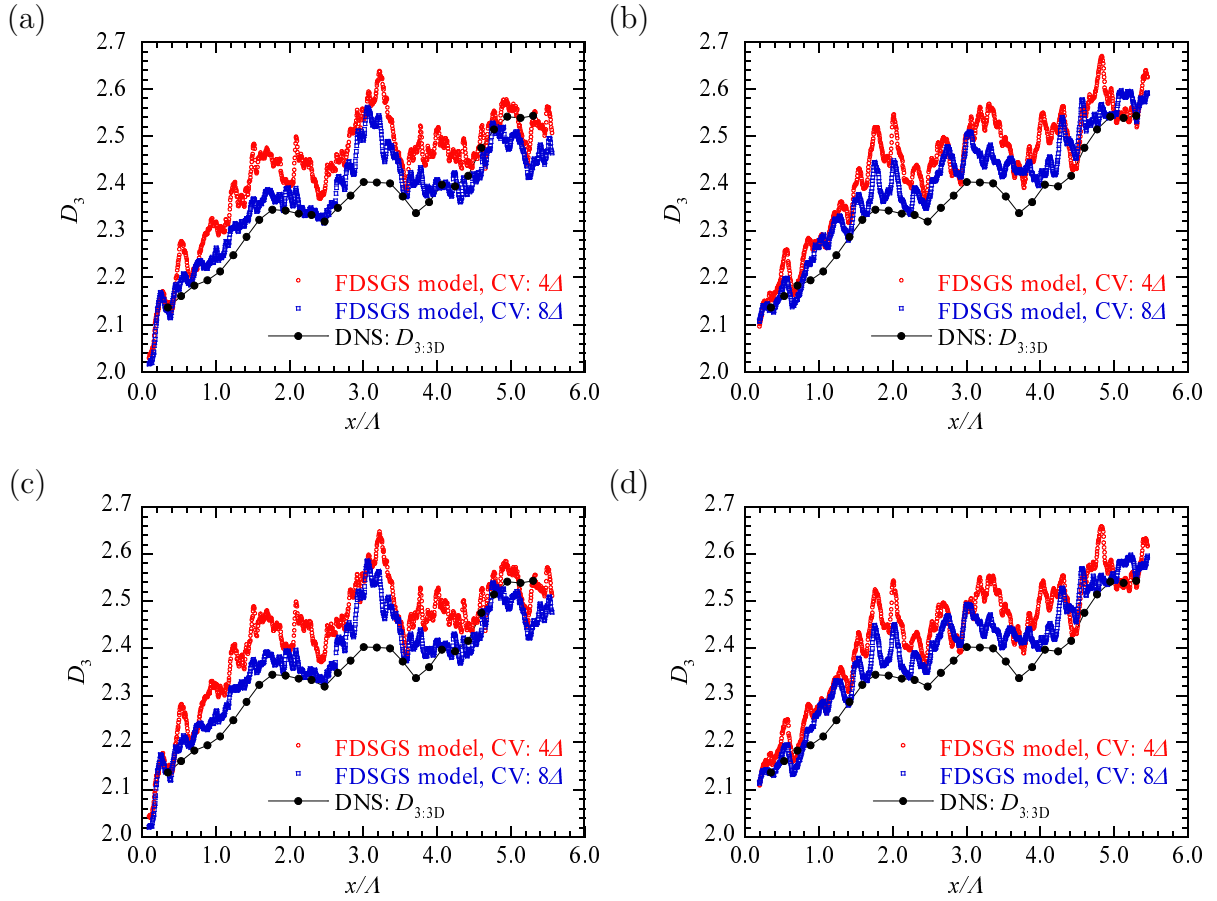


図 3.5: FDSGS 燃焼モデルが予測するフラクタル次元と DNS データから算出されたフラクタル次元  $D_{3:3D}$  の流れ方向分布 (a)  $\Delta = 20.3\eta_{in}$  の Gaussian フィルター, (b)  $\Delta = 40.6\eta_{in}$  の Gaussian フィルター, (c)  $\Delta = 20.3\eta_{in}$  の tophat フィルター, (d)  $\Delta = 40.6\eta_{in}$  の tophat フィルター

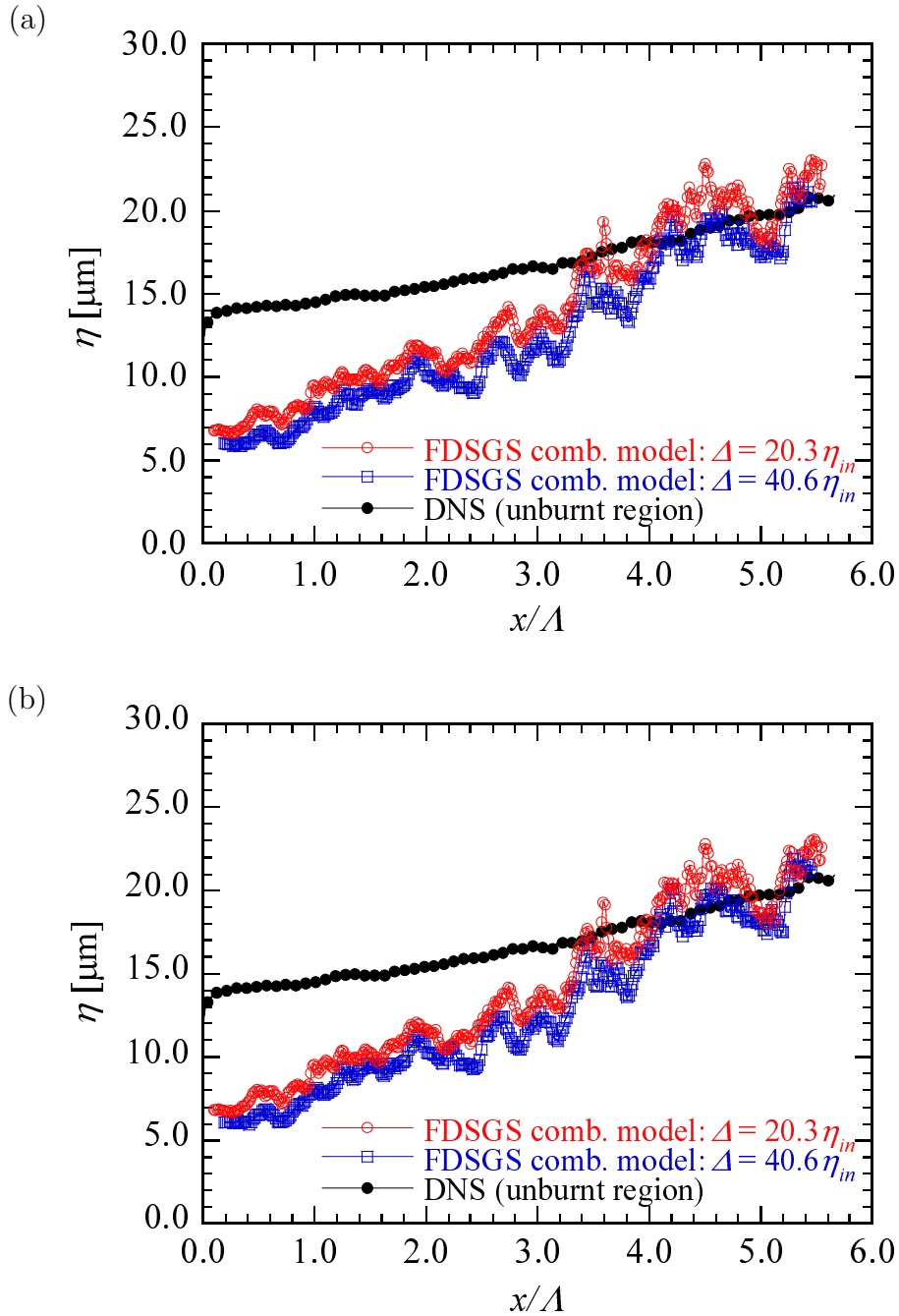


図 3.6: FDSGS 燃焼モデルが予測するコルモゴロフ・スケールと, DNS データから算出された未燃領域におけるコルモゴロフ・スケールの流れ方向分布 (a) Gaussian フィルター, (c) Top-hat フィルター

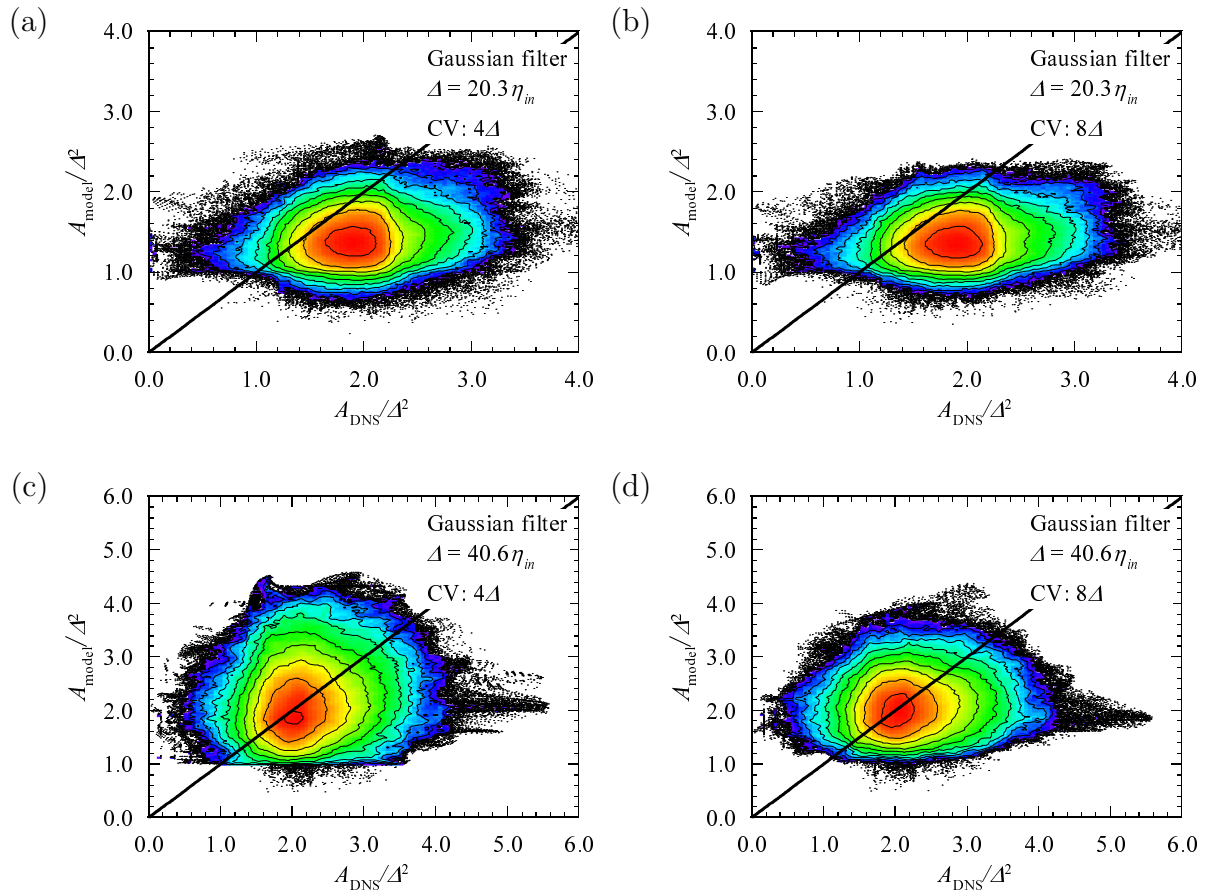


図 3.7: FDSGS 燃焼モデルが予測する火炎面面積  $A_{\text{model}}$  と DNS データから算出された値  $A_{\text{DNS}}$  の結合確率密度関数 (a,b)  $\Delta = 20.3\eta_{in}$  の Gaussian フィルター , (c,d)  $\Delta = 40.6\eta_{in}$  の Gaussian フィルター , (a,c) CV size=  $(4\Delta)^3$  , (b,d) CV size=  $(8\Delta)^3$

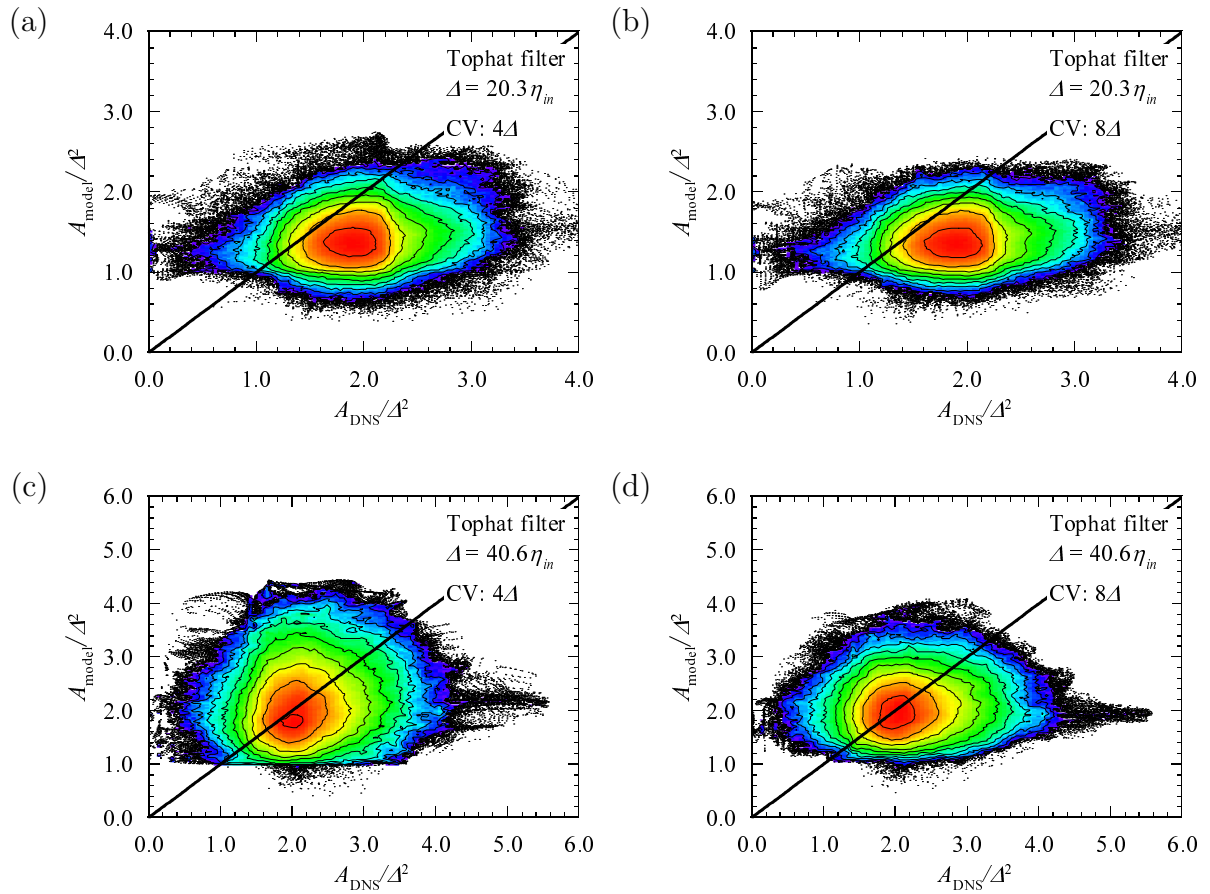


図 3.8: FDSGS 燃焼モデルが予測する火炎面面積  $A_{\text{model}}$  と DNS データから算出された値  $A_{\text{DNS}}$  の結合確率密度関数 (a,b)  $\Delta = 20.3\eta_{in}$  の tophat フィルター, (c,d)  $\Delta = 40.6\eta_{in}$  の tophat フィルター, (a,c) CV size =  $(4\Delta)^3$ , (b,d) CV size =  $(8\Delta)^3$

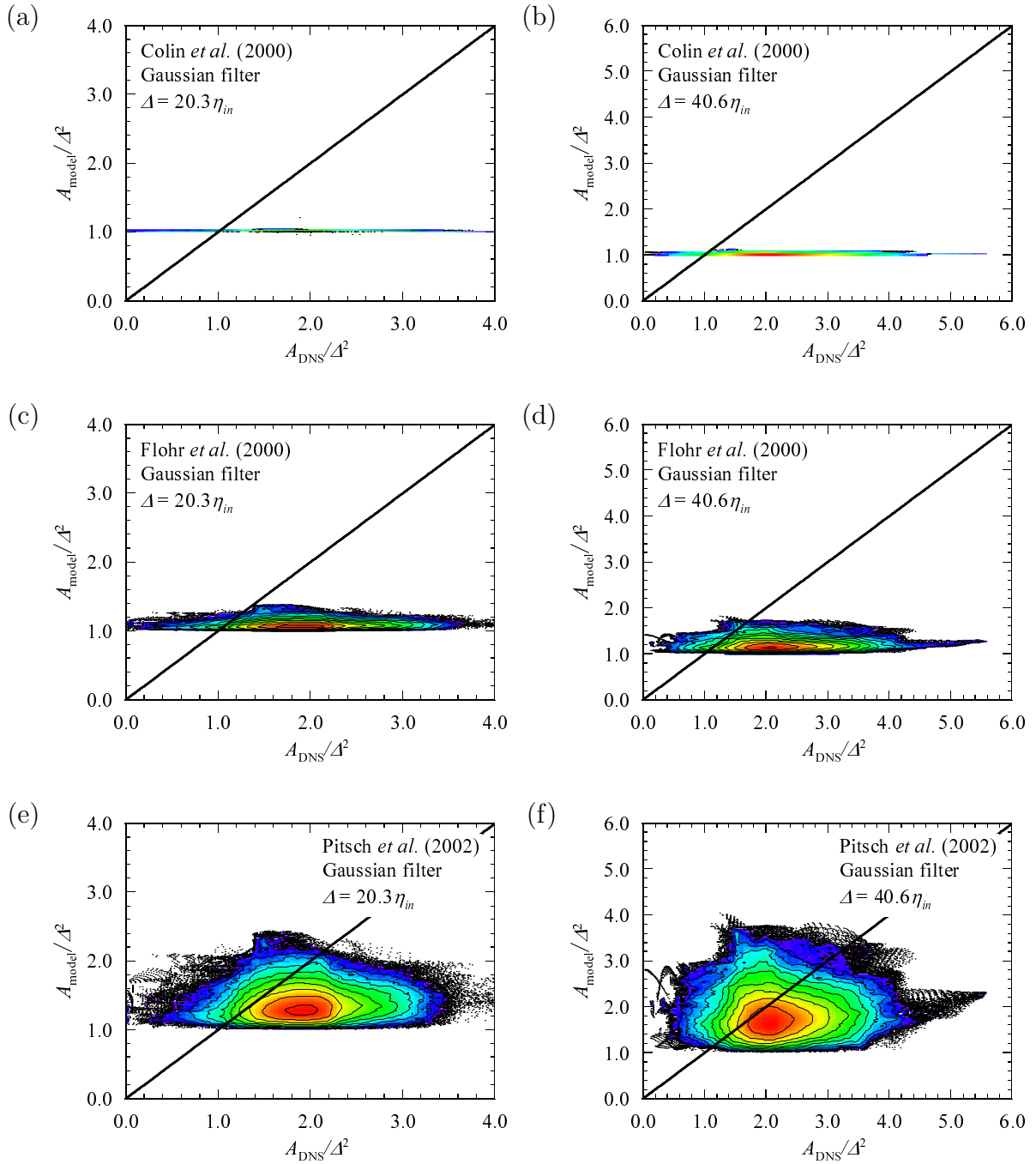


図 3.9: 従来の SGS 燃焼モデルが予測する火炎面面積  $A_{\text{model}}$  と DNS データから算出された値  $A_{\text{DNS}}$  の結合確率密度関数 (a,c,e)  $\Delta = 20.3\eta_{in}$  の Gaussian フィルター , (b,d,f)  $\Delta = 40.6\eta_{in}$  の Gaussian フィルター , (a,b) Colin *et al.* [29] , (c,d) Flohr *et al.* [43] , (e,f) Pitsch *et al.* [42]

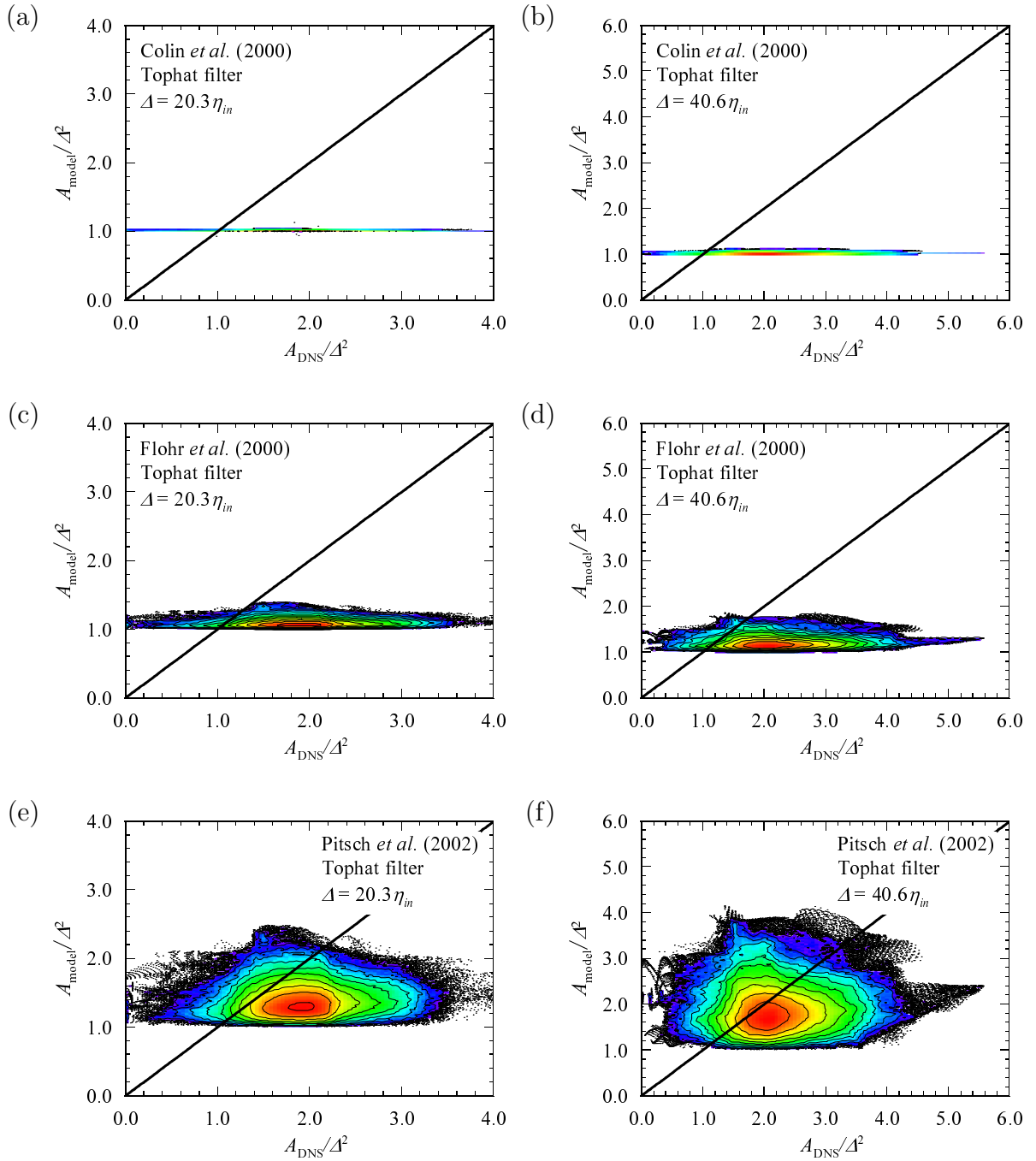


図 3.10: 従来の SGS 燃焼モデルが予測する火炎面面積  $A_{\text{model}}$  と DNS データから算出された値  $A_{\text{DNS}}$  の結合確率密度関数 (a,c,e)  $\Delta = 20.3\eta_{in}$  の tophat フィルター , (b,d,f)  $\Delta = 40.6\eta_{in}$  の tophat フィルター , (a,b) Colin *et al.* [29] , (c,d) Flohr *et al.* [43] , (e,f) Pitsch *et al.* [42]

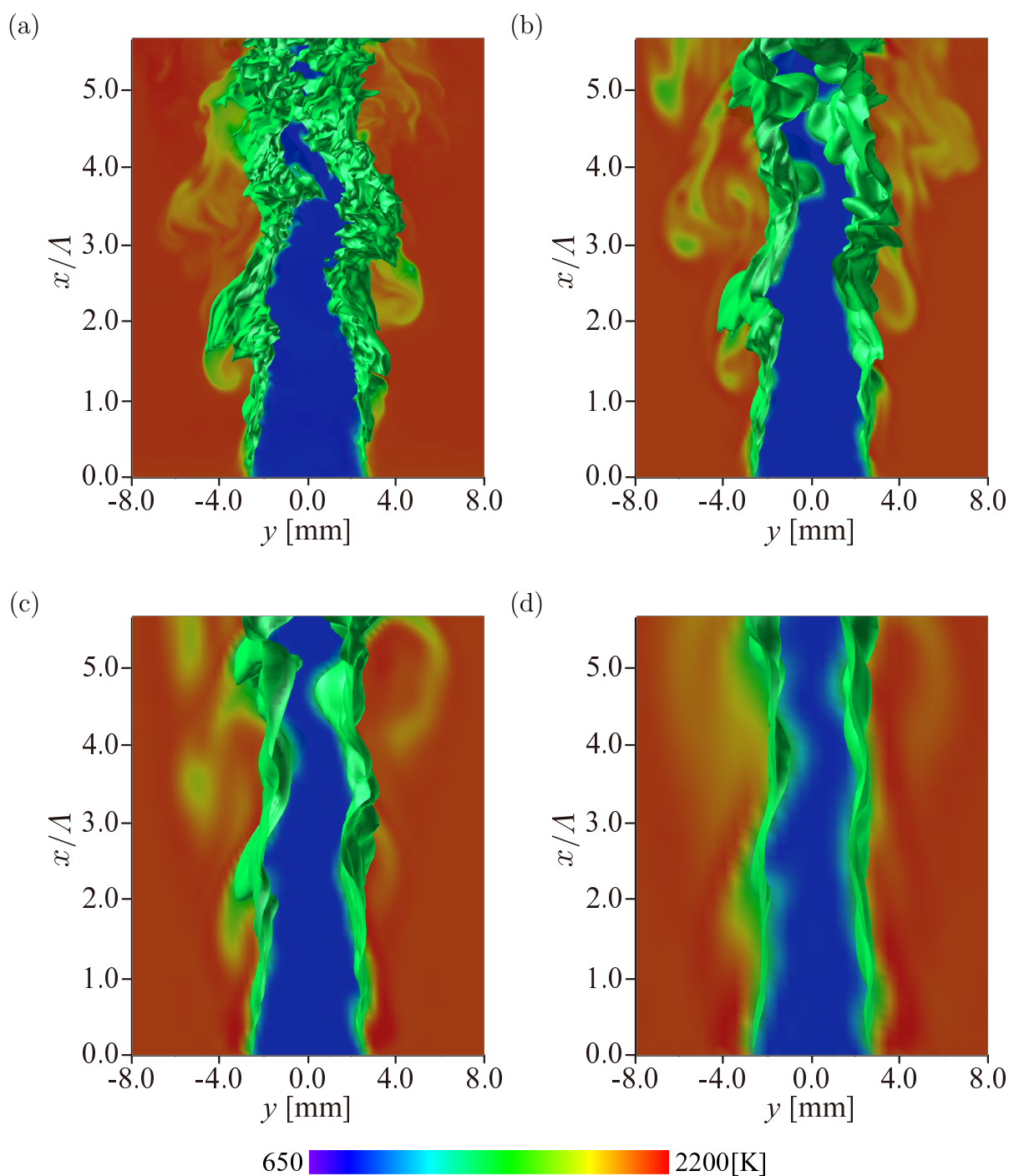


図 3.11:  $4\Delta$  の検査体積の FDSGS 燃焼モデルを用いた LES と DNS データから得られた、火炎面 ( $T = T_{HRR}$ ) と  $x$ - $y$  断面上の温度分布 (a) DNS , (b) LES11 (c) LES22 , (d) LES43

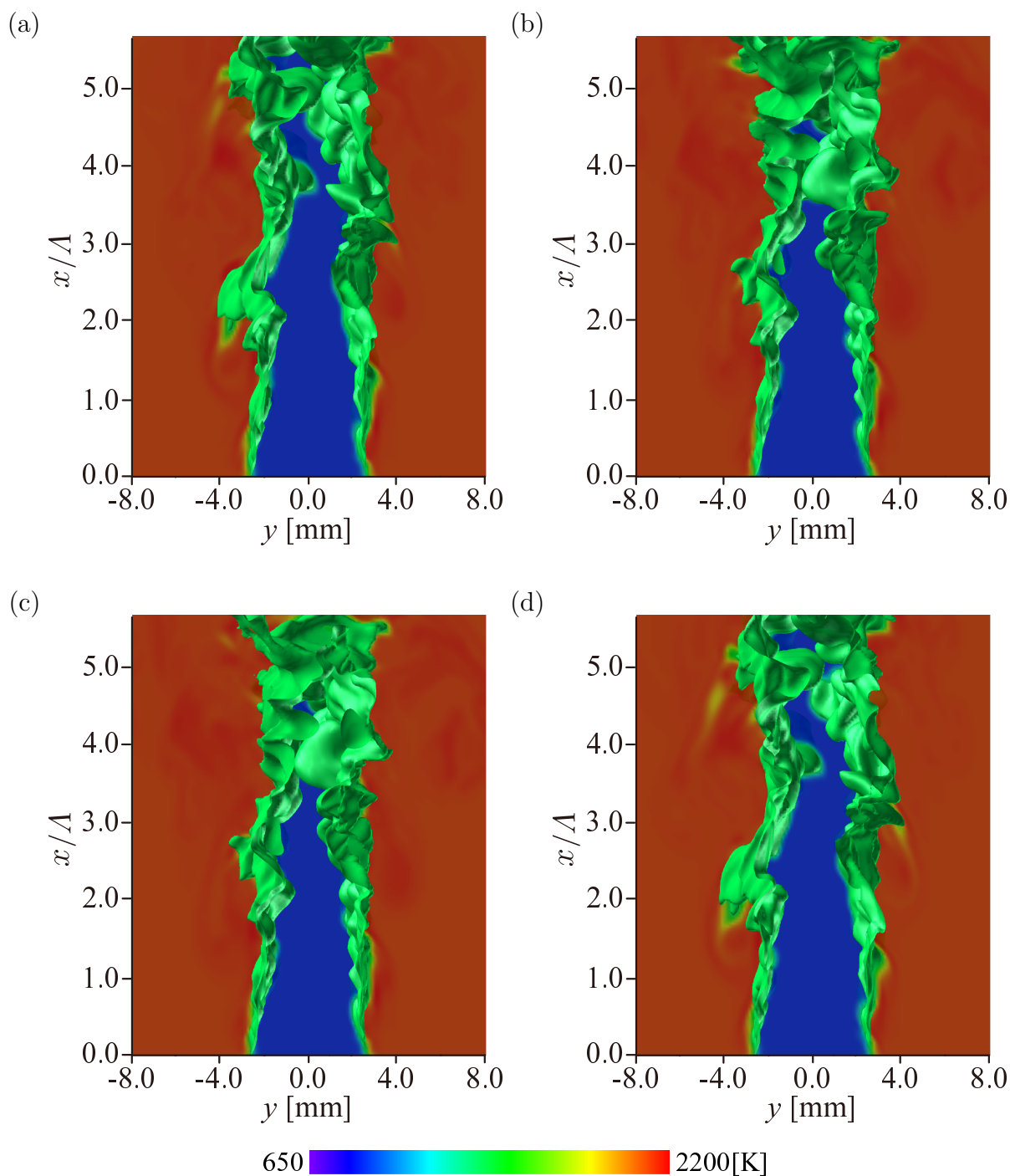


図 3.12: 従来の燃焼モデルを用いた LES11 と DNS データから得られた, 火炎面 ( $T = T_{HRR}$ ) と  $x$ - $y$  断面上の温度分布 (a) Chatakonda *et al.* [46], (b) Pitsch *et al.* [42], (c) Flohr *et al.* [43], (d) Colin *et al.* [29]

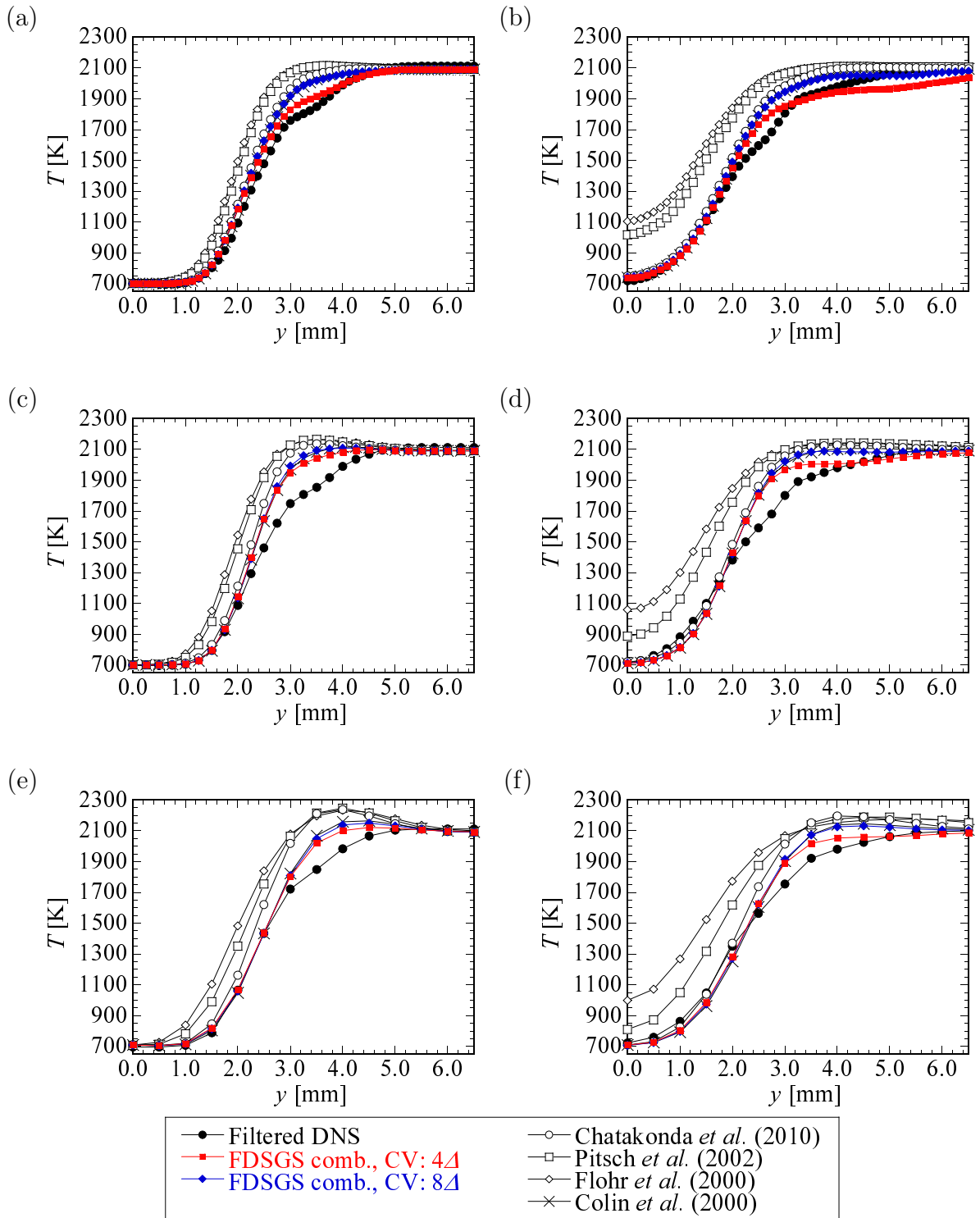


図 3.13: LES とフィルター操作を施した DNS データから得られた平均温度の  $y$  方向分布 (a,b) LES11 , (c,d) LES22 , (e,f) LES43 , (a,c,e)  $x/\Lambda = 2.0$  , (b,d,f)  $x/\Lambda = 4.0$

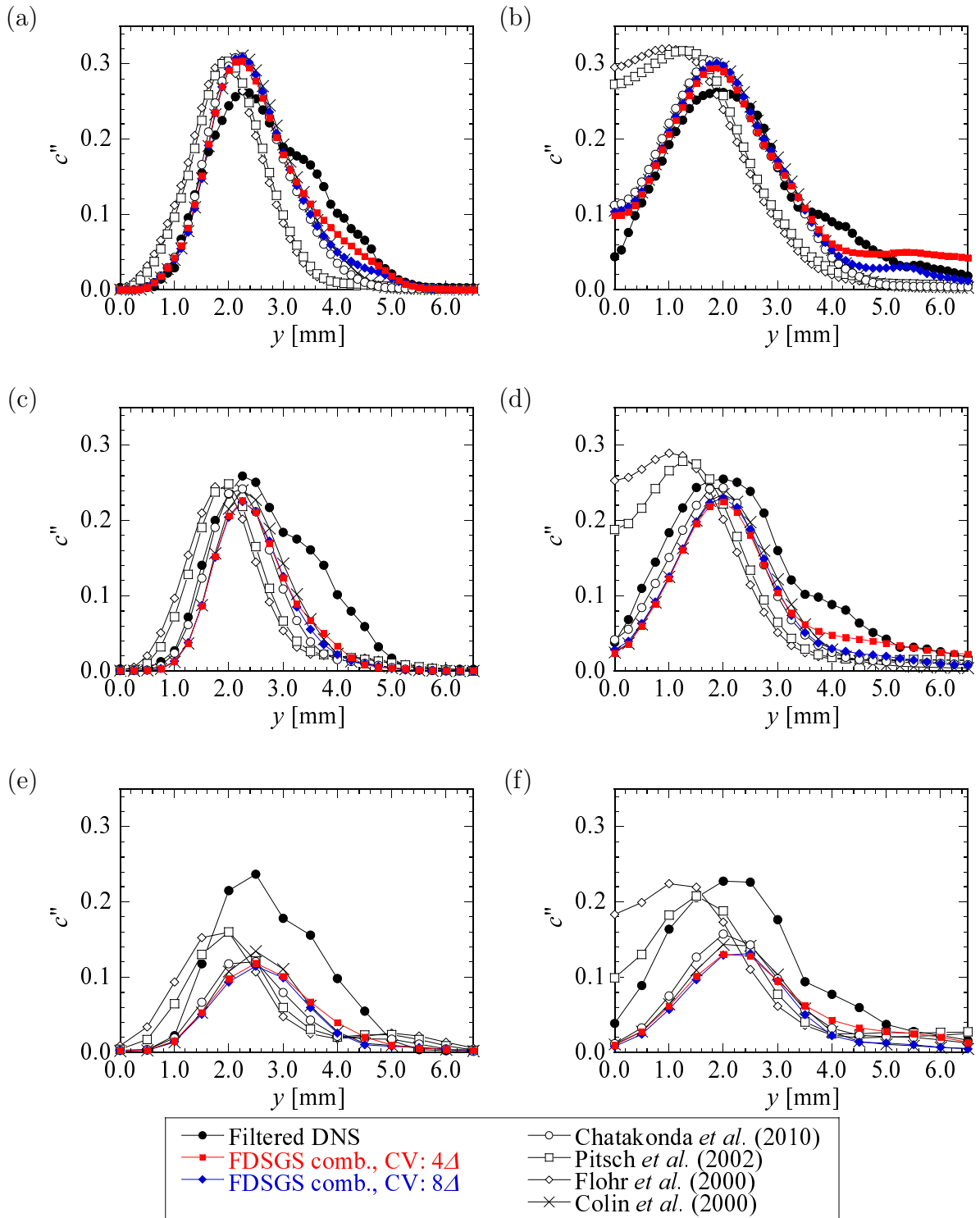


図 3.14: LES とフィルター操作を施した DNS データから得られた反応進行変数の変動の RMS 値の  $y$  方向分布 (a,b) LES11 , (c,d) LES22 , (e,f) LES43 , (a,c,e)  $x/\Lambda = 2.0$  , (b,d,f)  $x/\Lambda = 4.0$

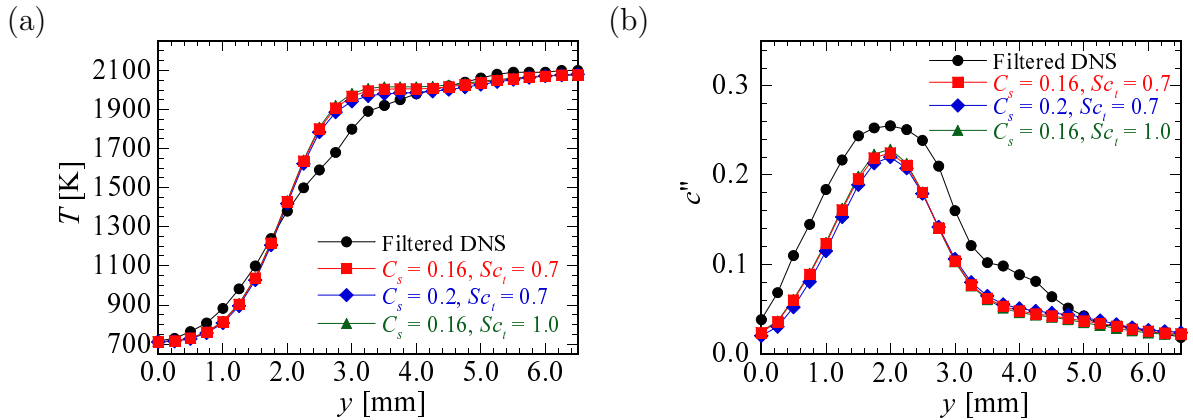


図 3.15: 異なるモデル定数 ( $C_s$ ,  $Sc_t$ ) を用いた LES22 とフィルター操作を施した DNS データから得られた, (a) 平均温度と (b) 反応進行変数の変動の RMS 値の  $x/\Lambda = 4.0$  の位置における  $y$  方向分布

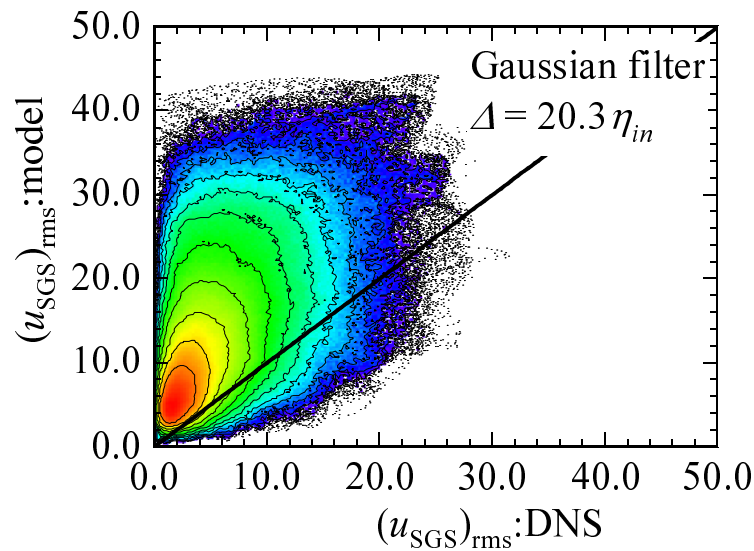


図 3.16: フィルター幅が  $\Delta = 20.3\eta_{in}$  の場合に, Smagorinsky 型モデルが予測する SGS 乱流強度  $(u_{SGS})_{rms} : model$  と DNS データから算出された値  $(u_{SGS})_{rms} : DNS$  の結合確率密度関数

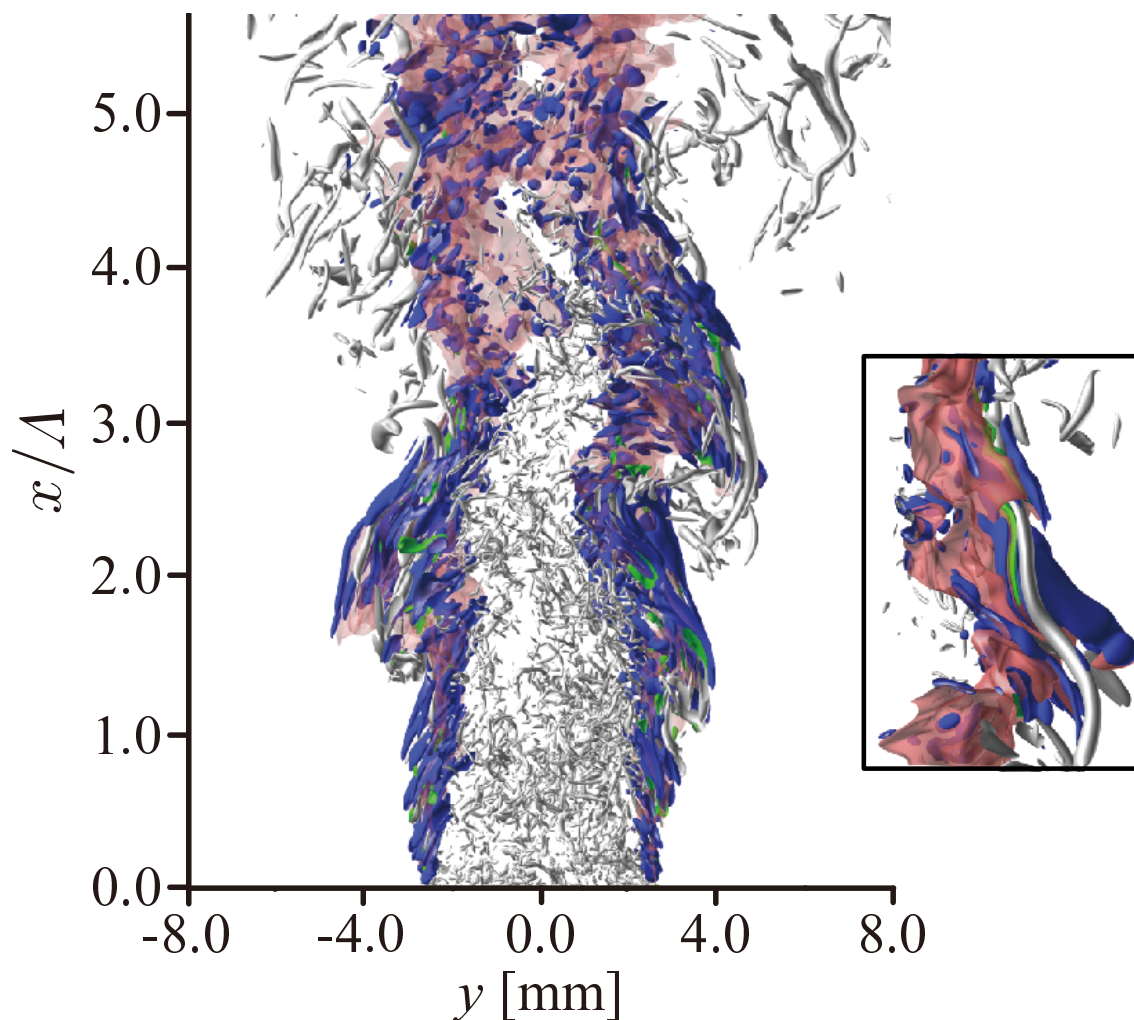


図 3.17: フィルター操作 ( $\Delta = 21.7\eta_{in}$ ) を施した DNS データから得られた, 計算領域全体と逆勾配輸送が観察される近傍領域 (in-set figure) における, SGS スカラー流束と反応進行変数の等値面の単位法線ベクトルの内積値の等値面 (青色:  $\bar{\rho}f_i n_i / \rho_u S_L = -0.065$ , 緑色:  $\bar{\rho}f_i n_i / \rho_u S_L = 0.065$ ), 速度勾配テンソルの第二不変量の等値面 (灰色:  $Q/Q_{\max} = 0.025$ ) 及び火炎面 (赤色:  $T = T_{HRR}$ )

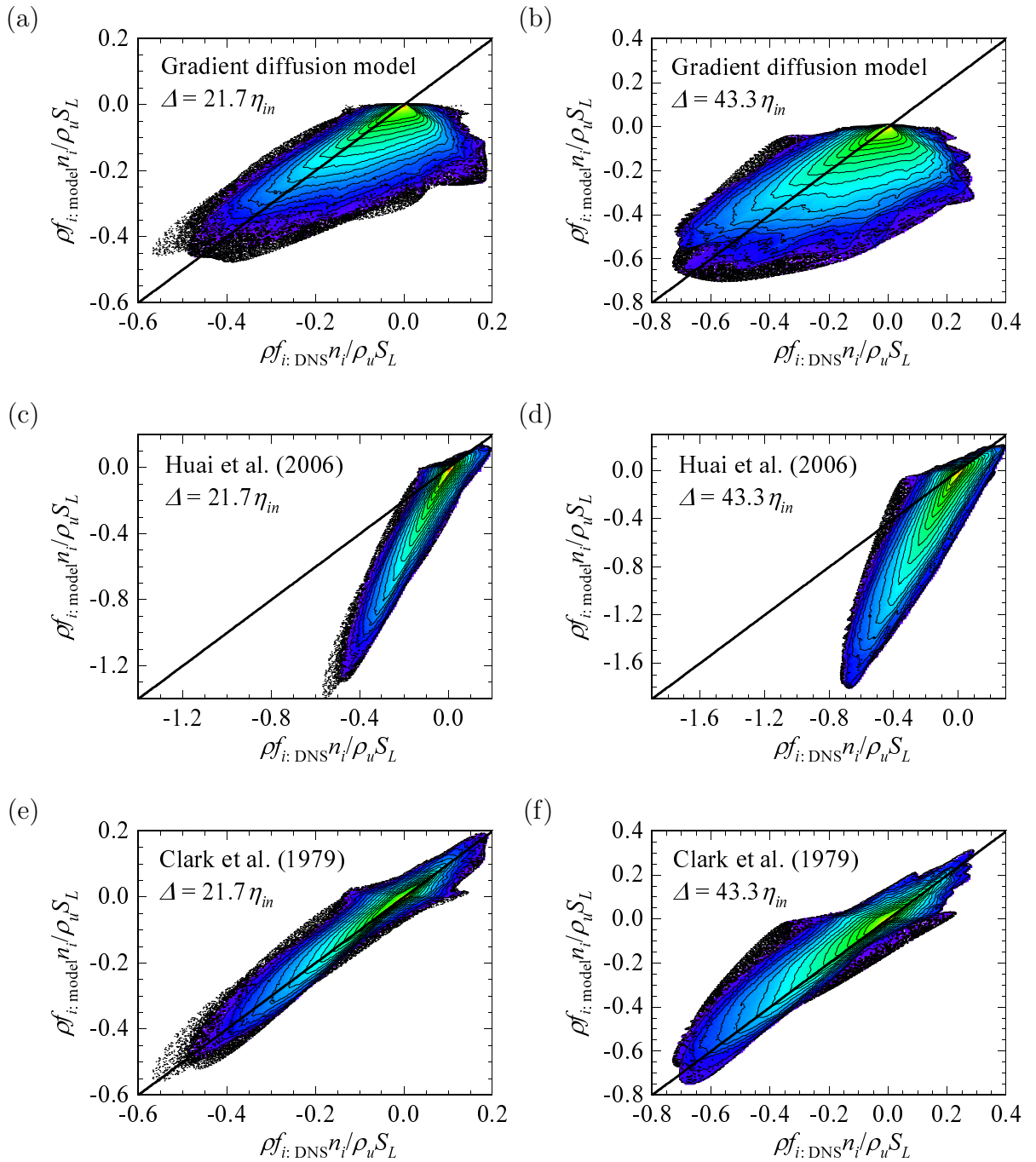


図 3.18: SGS スカラー流束モデルが予測する  $\bar{\rho}f_{i,model}n_i$  と DNS データから直接算出される  $\bar{\rho}f_{i,DNS}n_i$  の結合確率密度関数 (a,c,e)  $\Delta = 21.7\eta_{in}$  の Gaussian フィルター , (b,d,f)  $\Delta = 43.3\eta_{in}$  の Gaussian フィルター , (a,b) 勾配拡散型モデル , (c,d) Huai *et al.* [20] , (e,f) Clark *et al.* [21]

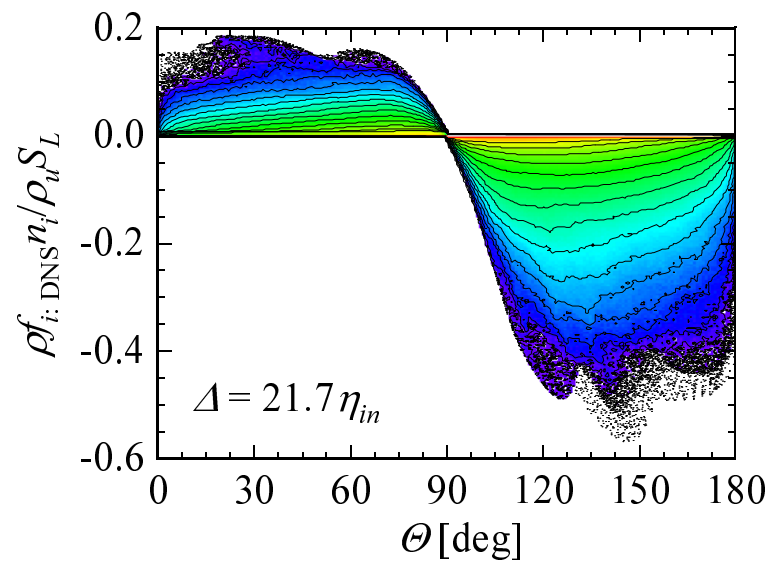


図 3.19: フィルター操作 ( $\Delta = 21.7\eta_{in}$ ) を施した DNS データから算出された  $\bar{\rho} f_i n_i$  と , SGS スカラー流束  $\bar{\rho} f_i$  と反応進行変数の等値面の単位法線ベクトル  $n_i$  との間の角度  $\theta$  の結合確率密度関数

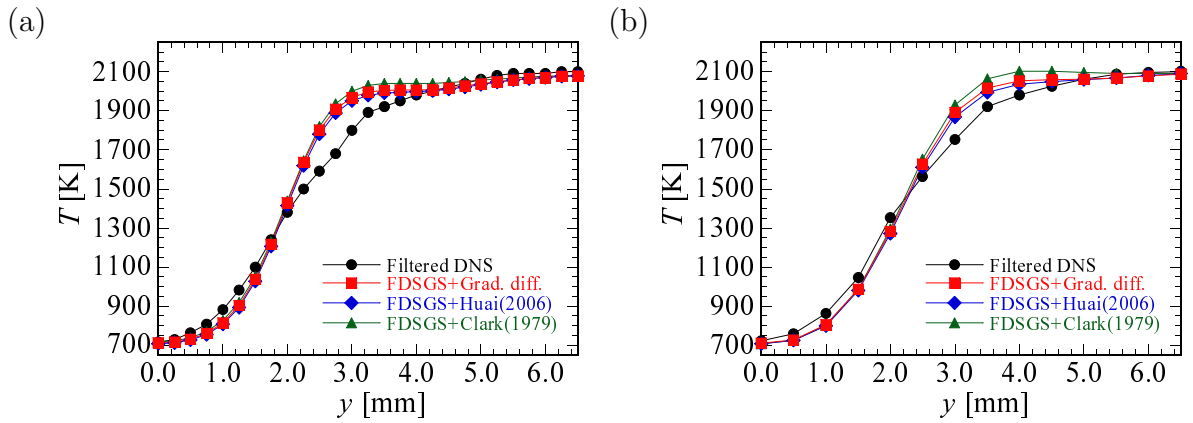


図 3.20: 異なる SGS スカラー流束モデルを用いた (a)LES22 と (b)LES43 及びフィルター操作を施した DNS データから得られた,  $x/\Lambda = 4.0$  の位置における平均温度の  $y$  方向分布

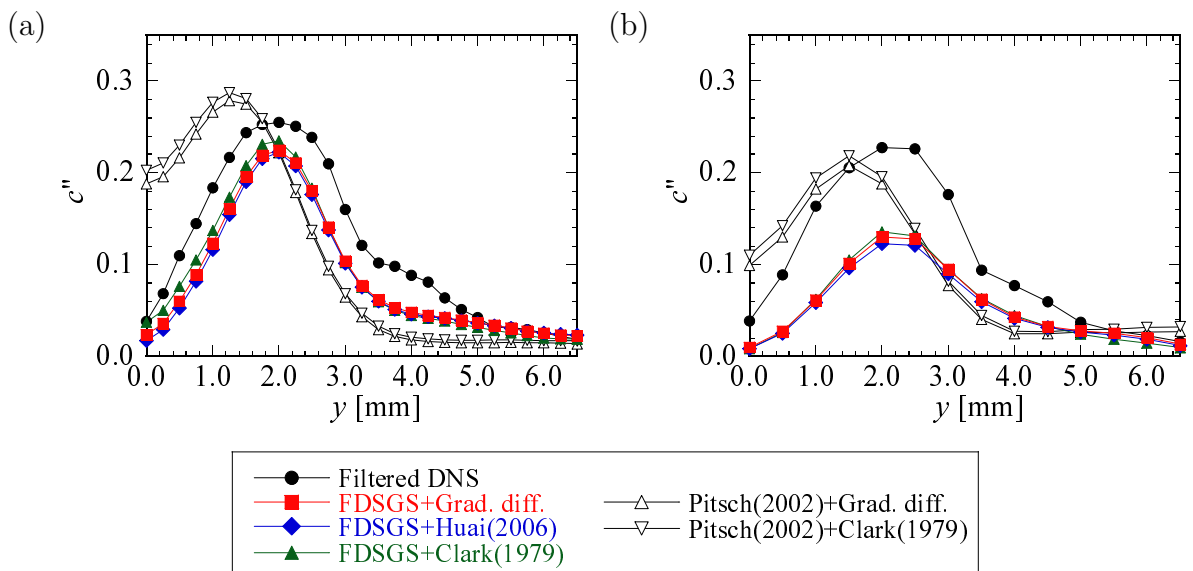


図 3.21: 異なる SGS スカラー流束モデルを用いた (a)LES22 と (b)LES43 及びフィルター操作を施した DNS データから得られた,  $x/\Lambda = 4.0$  の位置における反応進行変数の変動の RMS 値の  $y$  方向分布

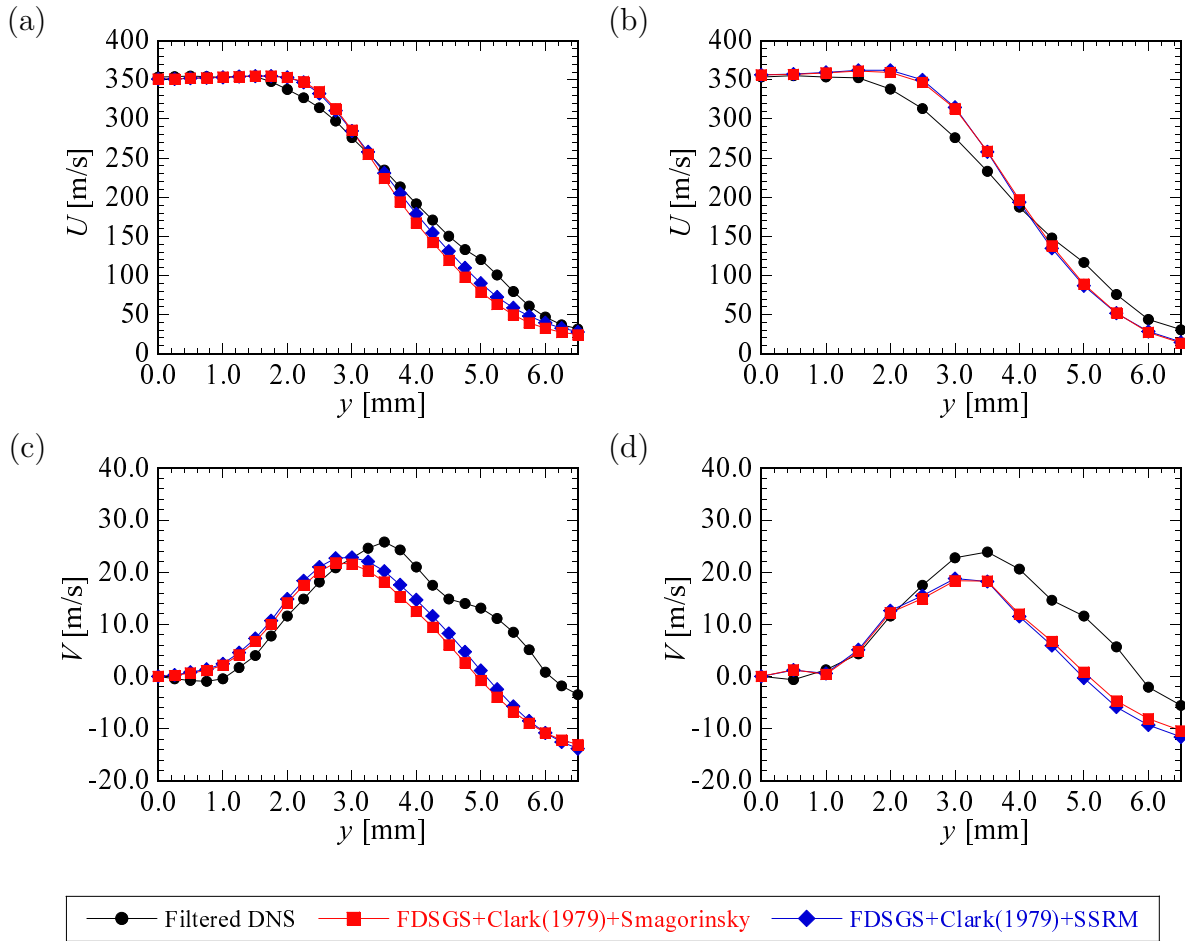


図 3.22: Smagorinsky モデルまたは SSRM 応力モデルを用いた (a)LES22 と (b)LES43 及びフィルター操作を施した DNS データから得られた,  $x/L = 4.0$  の位置における (a,b) $x$  方向平均速度 ( $U$ ) と (c,d) $y$  方向平均速度 ( $V$ ) の  $y$  方向分布

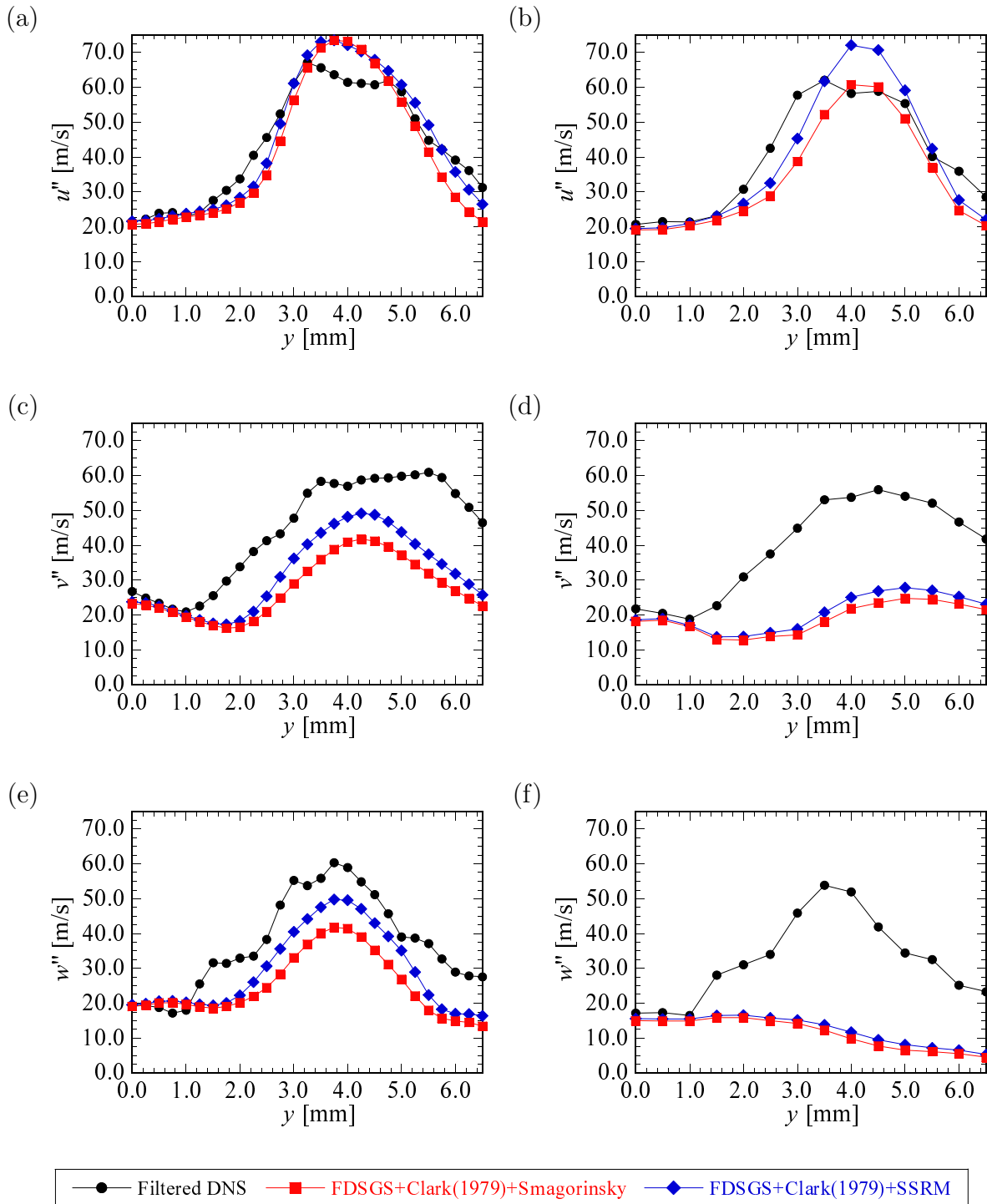


図 3.23: Smagorinsky モデルまたは SSRM 応力モデルを用いた LES とフィルター操作を施した DNS データから得られた,  $x$  方向速度変動  $u''$ ,  $y$  方向速度変動  $v''$  と  $z$  方向速度変動  $w''$  の  $x/\Lambda = 4.0$  の位置における  $y$  方向分布. (a,b)  $u''$ , (c,d)  $v''$ , (e,f)  $w''$ , (a,c,e) LES22, (b,d,f) LES43

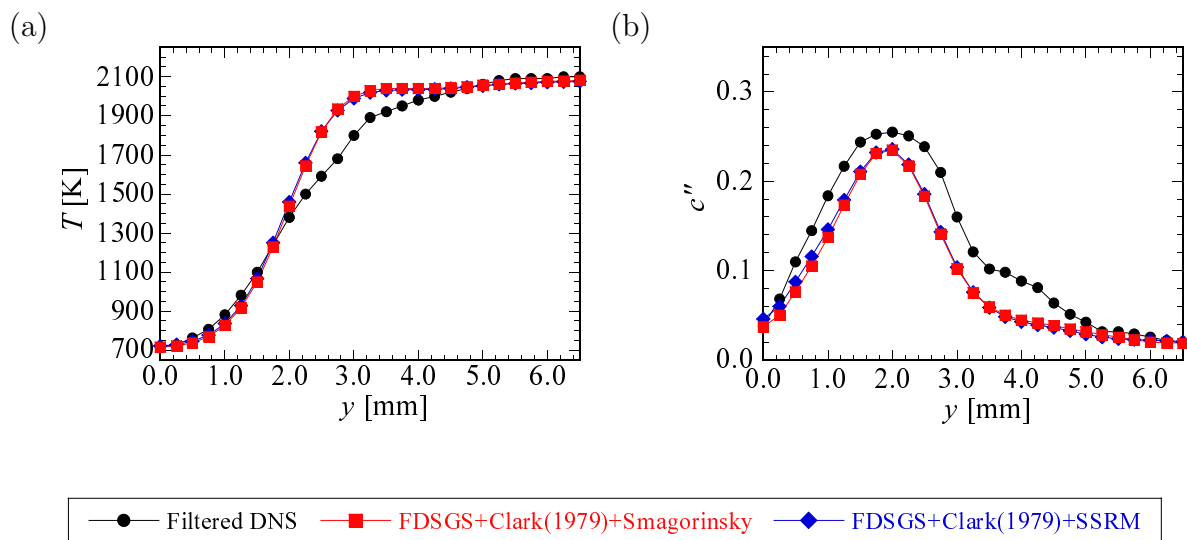


図 3.24: Smagorinsky モデルまたは SSRM 応力モデルを用いた LES22 と、フィルター操作を施した DNS データから得られた、 $x/\Lambda = 4.0$  の位置における (a) 平均温度と (b) 反応進行変数の変動の RMS 値の  $y$  方向分布

## 第 4 章

### 格子幅自己認識型 SGS 燃焼モデルの開発

## 4.1 まえがき

自由せん断流中の乱流予混合火炎における FDSGS 燃焼モデルの有効性を、第3章において明らかにした。FDSGS 燃焼モデルは、式 (3.7) に示すように Smagorinsky モデルを導入することで、コルモゴロフ・スケールの算出のために必要な乱流運動エネルギーの散逸率を見積もっている。ここで、Smagorinsky 定数  $C_s$  を決定する必要があるが、以前の一様等方性乱流中の GS-SGS エネルギー輸送に関する研究で、Smagorinsky 定数は格子幅とコルモゴロフスケールの比  $\Delta/\eta$  の関数であることが明らかにされている [13]。実用燃焼器内のような乱流特性が空間的に変化する乱流燃焼場に適用可能なモデルを開発するためには、Smagorinsky 定数の変化を考慮に入れたモデル構築を行う必要がある。

以前の研究 [13] で、一様等方性乱流の DNS データを用いた GS-SGS エネルギー輸送の詳細な解析に基づき SSRM 応力モデルが提案された。3.3 節において述べたように、SSRM モデルでは  $\Delta/\eta$  は GS の物理量を用いた相関式により予測され、モデル係数  $C_{SSRM}$  は  $\Delta/\eta$  の関数として動的に決定される。DNS データを用いた静的・動的テストから一様等方性乱流及び乱流噴流における SSRM 応力モデルの有効性が明らかにされており [13, 79]、3.5.6 節では動的テストを行うことで乱流噴流予混合火炎におけるモデルの有効性を明らかにした。従って、SSRM モデルと同様なモデル化手法を FDSGS 燃焼モデルに導入することで、 $C_s$  の  $\Delta/\eta$  に対する依存性を考慮に入れたモデルを構築できると考えられる。

そこで本章では、格子幅自己認識混合型 SGS 応力モデルに採用されている GS の物理量からコルモゴロフ・スケールを予測する手法をフラクタル・ダイナミック SGS 燃焼モデルに導入することで、SGS 燃焼モデルを提案する。乱流噴流予混合火炎と一様等方性乱流中の自由伝播予混合火炎の DNS データを用いて提案したモデルの静的テストを行うとともに、噴流火炎の LES による動的テストを行うことでモデル精度の評価を行い、乱流予混合火炎の LES のための格子幅自己認識型 SGS 燃焼モデルの開発を行うことを目的とする。

## 4.2 格子幅自己認識型 SGS 燃焼モデル

本節では、格子幅自己認識型 (SSR)SGS 燃焼モデルを説明する。SSR SGS 燃焼モデルは FDSGS 燃焼モデル [44] に基づいて構築されており、SGS 燃焼速度  $S_T$  を火炎面積の比を用いて記述し、式 (3.1) のように乱流運動の効果と流体の膨張の効果を表す 2

つの項の線形和として記述する．乱流運動の効果を表すモデルはフラクタル特性に基づいており，式 (3.4) の inner cutoff の相関式を導入することで式 (3.3) のように記述される．式 (3.4) と (3.3) におけるコルモゴロフ・スケール  $\eta$  を予測するために，SSR SGS 燃焼モデルには SSRM 応力モデルにおける  $\Delta/\eta$  の相関式が導入されている．

高レイノルズ数乱流のスケール分離 (式 (3.6)) と SGS 乱流運動エネルギーの生成と散逸の局所平衡状態 ( $P_{\text{SGS}} \approx \epsilon_{\text{SGS}}$ ) を仮定し，SGS 応力モデルとして Smagorinsky モデルを適用すると，エネルギー散逸率は以下のように記述される．

$$\epsilon \approx \epsilon_{\text{SGS}} \approx P_{\text{SGS}} = -\tau_{ij}\tilde{S}_{ij} \approx 2\sqrt{2}(C_s\Delta)^2(\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij})^{3/2}, \quad (4.1)$$

コルモゴロフ・スケールの定義式 ( $\eta = (\nu^3/\epsilon)^{1/4}$ ) に式 (4.1) のエネルギー散逸率を代入することで，GS の物理量と格子幅とコルモゴロフ・スケールの比  $\Delta/\eta$  の関係式を得る．

$$\frac{2\sqrt{2}\Delta^6 \left(\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij}\right)^{\frac{3}{2}}}{\nu^3} = \frac{(\Delta/\eta)^4}{C_s^2} = F(\Delta/\eta). \quad (4.2)$$

以前の一様等方性乱流の GS-SGS エネルギー輸送に関する研究 [13] において，Smagorinsky 定数  $C_s$  は  $\Delta/\eta$  の関数であることが明らかにされている．従って，式 (4.2) の左辺の指標は  $\Delta/\eta$  にのみ依存し， $\Delta/\eta$  は指標の関数となる．ここで， $F(\Delta/\eta)$  は  $\Delta/\eta$  の関数を表す．

一様等方性乱流の DNS データ [13] を用いて  $\Delta/\eta$  の相関式を決定した．図 4.1(a) に， $175.4 \leq Re_\lambda \leq 344.1$  の一様等方性乱流の DNS データから算出した，式 (4.2) の左辺の指標と  $\Delta/\eta$  の関係を示す．図 4.1(a) から  $\Delta/\eta$  はレイノルズ数に依らず指標の関数であることが分かる．そこで，次式のような指標に基づく  $\Delta/\eta$  の相関式を得た．

$$\frac{\Delta}{\eta} = a \left( \frac{2\sqrt{2}\Delta^6 \left(\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij} - \text{div}(\tilde{\mathbf{u}})^2\right)^{\frac{3}{2}}}{\nu^3} \right)^{\frac{1}{4}} \times \left( \ln \frac{2\sqrt{2}\Delta^6 \left(\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij} - \text{div}(\tilde{\mathbf{u}})^2\right)^{\frac{3}{2}}}{\nu^3} \right)^b \quad (4.3)$$

モデル定数  $a$  及び  $b$  は DNS データに対して最小二乗法を適用することで算出され，それぞれ  $a = 0.2340$  と  $b = 0.2187$  である．ひずみ速度は乱流運動と熱発生による流体の膨張の両方によって生じる．式 (4.3) は乱流運動によるひずみの効果を表すため，ひずみ速度テンソルのノルムから dilatation の 2 乗を引くことで dilatation の効果を除去している．また， $\Delta/\eta \sim \infty$  における適切な漸近挙動を再現するために，式 (4.3) は SSRM 応力モデルにおける  $\Delta/\eta$  の相関式 [13] から修正されている．

DNS データを用いた相関式 (4.3) の静的テストの結果を図 4.1(b) に示す．縦軸と横軸には相関式が予測する  $\Delta/\eta$  と DNS データから直接算出された値をそれぞれ示しており，黒線はそれらが一致する位置を示している．図から相関式 (4.3) の予測値は DNS データと良く一致していることが分かる．式 (4.3) を式 (3.3) に代入することで乱流運動の効果を表すモデルを得る．

$$\frac{A_{\text{turb}}}{\Delta^2} = \left( \frac{\alpha^4 \nu^3}{2\sqrt{2}\alpha^4 \Delta^6} \right)^{\frac{2-D_3}{4}} \left( \tilde{S}_{ij} \tilde{S}_{ij} - \text{div}(\tilde{\mathbf{u}})^2 \right)^{\frac{-3(2-D_3)}{8}} \times \left( \ln \frac{2\sqrt{2}\Delta^6 \left( \tilde{S}_{ij} \tilde{S}_{ij} - \text{div}(\tilde{\mathbf{u}})^2 \right)^{\frac{3}{2}}}{\nu^3} \right)^{-b(2-D_3)} \quad (4.4)$$

式 (4.4) 中のフラクタル次元  $D_3$  は，Miyachi *et al.* [73] が提案したフラクタル・ダイナミック SGS(FDSGS) モデルの手法を用いて動的に算出される．流体の膨張の効果を表すモデルは FDSGS 燃焼モデル [44] の場合と同様であり，式 (3.13) で記述される．SSR SGS 燃焼モデルは SGS 燃焼速度を，以上の乱流運動の効果を表すモデル (式 (4.4)) と流体の膨張の効果を表すモデル (式 (3.13)) の線形和 (式 (3.1)) として記述する．

### 4.3 乱流噴流予混合火炎及び一様等方性乱流中の自由伝播予混合火炎の DNS データを用いた静的テスト

本節では，SSR SGS 燃焼モデルの静的テストで用いた DNS データ [49, 76] の計算方法及び計算条件と，モデル予測精度の評価結果を説明する．

#### 4.3.1 DNS の計算方法と計算条件

以前の研究で行われた乱流噴流予混合火炎 [76] と一様等方性乱流中の自由伝播予混合火炎 [49] の DNS の結果を用いて，静的テストを行った．乱流噴流予混合火炎の DNS データとしては J97 を用いており，計算方法及び計算条件は第 2 章で述べた通りである．

一様等方性乱流中の自由伝播予混合火炎の DNS の支配方程式，詳細化学反応機構及び熱輸送係数の算出方法は 2.2 節で述べたものと同様である．伝播火炎の概念図を図 4.2 に示す．計算領域の左側から未燃予混合気が入り，領域中央に予混合火炎が形成され，領域右側から既燃ガスが流出する．支配方程式の空間離散化には， $x$  方向に 4 次精

度中心差分法を用いており， $y$  と  $z$  方向にはスペクトル法を用いている．時間積分には 3 次精度 Runge-Kutta 法を用いた． $x$  方向に NSCBC に基づく非反射流入・流出境界条件を [94, 95] を適用し， $y$  及び  $z$  方向に周期境界条件を適用している．流入境界における速度分布を以下の式で与えている．

$$u_{0:in}(y, z, t) = \alpha S_L + u'_{in}(y, z, t) \quad (4.5)$$

ここで， $\alpha$  は火炎を計算領域内に長い時間保持するために設定した定数である． $u'_{in}$  は一様等方性乱流の DNS から得た速度分布であり，詳細な計算手法は 2.2.6 節で述べたものと同一である．初期条件には Chemkin の汎用ソフト PREMIX[106] により計算された層流予混合火炎のデータを用いた．初期速度場には，層流火炎の速度分布に一様等方性乱流の速度場を付加したものをを用いている．

一様等方性乱流中の自由伝播予混合火炎の計算条件は，第 2 章で簡単に述べた R97HM である．R97HM の計算条件と流入乱流特性を表 4.1 に示す．図 2.3 に示したように Peters[23] の乱流燃焼ダイアグラムにおいて，R97HM の流入乱流特性は corrugated flamelets regime と thin reaction zones regime の境界付近に位置する．R97HM の DNS データから得られた瞬時の火炎面 ( $T = T_{HRR}$ ) と速度勾配テンソルの第二不変量の等値面 ( $Q = 0.0045Q_{max}$ ) を図 4.2 に示す．乱流の渦構造により火炎面は皺を帯びているが，乱流燃焼ダイアグラムから予測されるように火炎面は連続的な面を維持している．

### 4.3.2 解析手法

3.4 節の静的テストと同様の方法でモデルのテストを行った．LES フィルターとしてフィルター幅  $\Delta = 20.3\eta$  または  $40.6\eta$  の Gaussian フィルターを用いた．ここで  $\eta$  の値として，J97 の場合には  $\eta_{in}$  を用いており，R97HM の場合には未燃領域 ( $T < T_{HRR}$ ) におけるコルモゴロフ・スケールを用いた．抽出した flame tracking point 上で SSR SGS 燃焼モデルを適用し，コルモゴロフ・スケール及び火炎面面積のモデル予測値と DNS データから直接算出される値を比較した．

### 4.3.3 コルモゴロフ・スケールのモデル予測精度

R97HM におけるコルモゴロフ・スケールの予測精度を評価するために，各 flame tracking point におけるモデル予測値のアンサンブル平均値を算出し，DNS データから算出された未燃領域 ( $T < T_{HRR}$ ) におけるコルモゴロフ・スケールと比較した．式 (4.3) 中

の指標が稀に  $2\sqrt{2}\Delta^6 \left( \tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij} - \text{div}(\tilde{\mathbf{u}})^2 \right)^{3/2} / \nu^3 < 1$  となる場合があるが，その場合にはモデルは適用不可能であるため，該当する flame tracking point はテストサンプルから除いている．フィルター幅が  $\Delta = 20.3\eta$  と  $40.6\eta$  の場合のモデル予測値はそれぞれ， $\eta_{\text{model}} = 31.1\mu\text{m}$  及び  $31.3\mu\text{m}$  である．DNS データから算出された値は  $\eta_{\text{DNS}} = 19.0\mu\text{m}$  であり，モデル予測値は DNS データより僅かに大きい値を示している． $\eta_{\text{model}}$  は火炎面近傍におけるモデル予測値であり，未燃領域全体の平均値である  $\eta_{\text{DNS}}$  より僅かに大きい値となることが予測されるため，モデル予測値は十分に適切な値であることが分かる．

J97 におけるモデル評価を行うために，コルモゴロフ・スケールのモデル予測値の流れ方向分布を図 4.3 に 3.4.3 節と同様の方法で示す． $x/\Lambda < 3.4$  の上流域でモデル予測値は DNS データより小さいが，この原因の一つとして，この領域で局所平衡の仮定が十分に成り立たないことが考えられる．乱流が十分に発達する  $x/\Lambda > 3.4$  の下流域において，SSR SGS 燃焼モデルの予測値は，3.4.3 節の FDSGS 燃焼モデルの結果と同様，フィルター幅に依らず DNS データに近い値を示している．

#### 4.3.4 火炎面面積のモデル予測精度

図 4.4 と 4.5 にはそれぞれ，R97HM 及び J97 の場合に SSR SGS 燃焼モデルが予測する火炎面面積  $A_{\text{model}}$  と DNS データから算出された値  $A_{\text{DNS}}$  の JPDF を示す．J97 を対象とする際には，乱流が十分に発達する  $x/\Lambda > 3.4$  の下流域でモデル評価を行った．図 4.4 から，R97HM の場合にはフィルター幅と検査体積の大きさに依らず，JPDF の最頻値の位置は黒線の非常に近くに位置していることが分かる．図 4.5 に示すように J97 の結果においては，フィルター幅が  $\Delta = 20.3\eta_{in}$  の場合にモデルは DNS データより小さい値を予測するが，フィルター幅が  $\Delta = 40.6\eta_{in}$  の場合に最頻値の位置は黒線の近くに位置しており，3.4.4 節の FDSGS 燃焼モデルの結果と同様，火炎面面積の予測に関して SSR SGS 燃焼モデルは十分高い精度を有していることが分かる．

### 4.4 乱流噴流予混合火炎の LES によるモデルの動的テスト

本節では，動的テストにおける LES の支配方程式，計算方法及びモデルの評価結果を説明する．

#### 4.4.1 支配方程式

乱流噴流予混合火炎の LES を行うことで SSR SGS 燃焼モデルの動的テストを行った。LES の支配方程式は 3.5 節で述べたもの同一である。

#### 4.4.2 計算方法

空間離散化及び時間積分法等は 3.5 節で述べたものと同様である。SGS 応力モデルとして SSRM 応力モデル [13] を使用し、スカラー流束項には Clark *et al.* [21] のモデルを適用した。3.5.5 節及び 3.5.6 節でこれらのモデルの有効性を明らかにした。燃焼モデルには SSR SGS 燃焼モデルと、比較のために表 3.3 に示す従来のモデル [24, 29, 46, 47] を用いた。3.5 節の動的テストにおいて比較的高い予測精度を示した Colin *et al.* [29] と Chatakonda *et al.* [46] のモデルに加えて、Fureby [47] あるいは Pitsch [24] が提案したモデルの評価を行っている。従来のモデルで必要となる SGS 乱流強度  $(u_{SGS})_{rms}$  は、Smagorinsky 型モデル [43](式 (3.28)) を用いて算出した。

#### 4.4.3 計算条件

計算条件及び流入乱流特性は 3.5 節における LES のもの同一であり、表 3.4 に示している格子幅が異なる 3 つの条件下 (LES11, LES22, LES43) で LES を行った。

#### 4.4.4 SGS 燃焼モデルの予測精度

SSR SGS 燃焼モデルを用いた LES と DNS データから得られた、瞬時の火炎面 ( $\tilde{T} = T_{HRR}$ ) と  $x$ - $y$  断面上の温度分布を図 4.6 に示す。LES において小さいスケールの火炎面の皺は解像されていないが、大規模渦構造に起因する大きいスケールの皺等に関して LES の火炎面は DNS データと似た形状を示している。

SSR SGS 燃焼モデルあるいは従来のモデル [24, 29, 46, 47] を用いた LES から得られた、 $x/\Lambda = 2.0$  と  $4.0$  の位置における  $y$  方向平均温度分布を図 4.7 に示す。SSR SGS 燃焼モデルの LES 結果は、特に  $8\Delta$  の検査体積の場合にせん断層近傍で DNS より僅かに高い温度を示し、 $4\Delta$  の検査体積の場合に  $x/\Lambda = 4.0$  の位置での LES11 の結果はせん断層付近とその外側で DNS より低い温度を示す。しかし、3.5 節における FDSGS 燃焼モデルの結果と同様、SSR SGS 燃焼モデルを用いた LES はどちらの検査体積、格子幅及び流れ方向位置の場合にも、従来のモデルの結果と比べて DNS に近い値を予測してい

る．Chatakonda *et al.* [46]，Fureby[47] 及び Colin *et al.* [29] のモデルの結果も DNS に比較的近い値を示すが，Pitsch[24] のモデルの結果は本計算条件下では DNS より高い温度を示す．

反応進行変数変動の二乗平均値  $c''$  の分布を図4.8 に示す．3.5 節の FDSGS 燃焼モデルの結果と同様，SSR SGS 燃焼モデルを採用した場合，LES11 のピーク値は DNS より大きい値を示し，格子幅が大きくなるにつれて LES は DNS より小さい  $c''$  を予測する．しかし，SSR SGS 燃焼モデルの結果はどちらの検査体積，格子幅と流れ方向位置の場合にも， $y$  方向ピーク位置などに関して DNS データに定性的に近い分布を示す．Chatakonda *et al.* [46]，Fureby[47] 及び Colin *et al.* [29] のモデルの結果のピーク位置も DNS と一致するが，Pitsch[24] のモデルの結果においては下流に向かうにつれてピークが DNS より内側に生じる．本計算条件下では SSR SGS 燃焼モデルと FDSGS 燃焼モデルの結果に大きな差異は観察されないが，乱流特性すなわち  $\Delta/\eta$  が空間的により複雑に変化する燃焼場を対象として LES を行った際には，結果に違いが見られる可能性がある．

## 4.5 本章の結論

本章では，格子幅自己認識混合型 SGS 応力モデルに採用されている grid scale の物理量からコルモゴロフ・スケールを予測する手法をフラクタル・ダイナミック SGS 燃焼モデルに導入することで，格子幅自己認識型 SGS 燃焼モデルを提案した．一様等方性乱流中の自由伝播予混合火炎と乱流噴流予混合火炎の DNS データを用いた静的テストと，噴流火炎を対象とした LES による動的テストを行うことでモデルの評価を行い，以下の結論を得た．

1. 格子幅自己認識型 SGS 燃焼モデルは，乱流が十分に発達した領域でコルモゴロフ・スケールと火炎面面積を高精度に予測可能である．
2. 格子幅自己認識型 SGS 燃焼モデルを用いた LES は，平均温度分布と反応進行変数変動の二乗平均値分布の予測において十分に高い精度を有する．

表 4.1: 一様等方性乱流中の自由伝播予混合火炎のDNSの計算条件と流入乱流特性

R97HM	
$L_x \times L_y \times L_z$ [mm]	$14.8 \times 7.4 \times 7.4$
$N_x \times N_y \times N_z$	$769 \times 256 \times 256$
$\phi$	1.0
$T_{in}$ [K]	700
$P_{in}$ [MPa]	0.1
$Re_\lambda$	97.1
$Re_l$	515
$u'_{rms}$ [m/s]	43.4
$l_{in}$ [mm]	1.08
$\lambda_{in}$ [mm]	0.203
$\eta_{in}$ [ $\mu\text{m}$ ]	10.7
$u'_{rms}/S_L$	4.21
$l/\delta_F$	122
$l/\delta_L$	2.46
$S_L$ [m/s]	10.34
$\delta_F$ [ $\mu\text{m}$ ]	8.77
$\delta_L$ [mm]	0.47

表 4.2: 動的テストで用いた従来の SGS 燃焼モデル

Expressions and parameters for the wrinkling factor	
Colin <i>et al.</i> [29]	$\Xi = 1 + \beta \frac{2 \ln(2)}{3c_{ms}(Re_l^{1/2} - 1)} \Gamma \left( \frac{\Delta}{\delta_F}, \frac{(u_{SGS})_{rms}}{S_L} \right) \frac{(u_{SGS})_{rms}}{S_L},$ $\beta = 1.0, c_{ms} = 0.28$
Fureby [47]	$\Xi = \left[ \Gamma \left( \frac{\Delta}{\delta_F}, \frac{(u_{SGS})_{rms}}{S_L} \right) ((u_{SGS})_{rms}/S_L) \right]^{D_3-2},$ $D_3 = 2.05 / ((u_{SGS})_{rms}/S_L + 1) + 2.35 / (S_L / (u_{SGS})_{rms} + 1)$
Pitsch [24]	$\Xi = 1 - \frac{b_3^2 \nu_t S_L}{2b_1 S_c D (u_{SGS})_{rms}} + \sqrt{\left( \frac{b_3^2 \nu_t S_L}{2b_1 S_c D (u_{SGS})_{rms}} \right)^2 + \frac{b_3^2 \nu_t}{S_c D}},$ $b_1 = 2.0, b_3 = 1.0, S_c = 0.4$
Chatakonda <i>et al.</i> [46]	$\Xi = \left( 1 + \frac{\Delta}{\eta_i} \right)^\beta, \beta = 1/3 + 1/3 (\eta_{oc}/b)^x / ((L_G/a)^x + (\eta_{oc}/b)^x),$ $\eta_i = ((L_G/a)^x + (\eta_{oc}/b)^x)^{1/x}, a = 2.0, b = 0.145, x = 4.0$

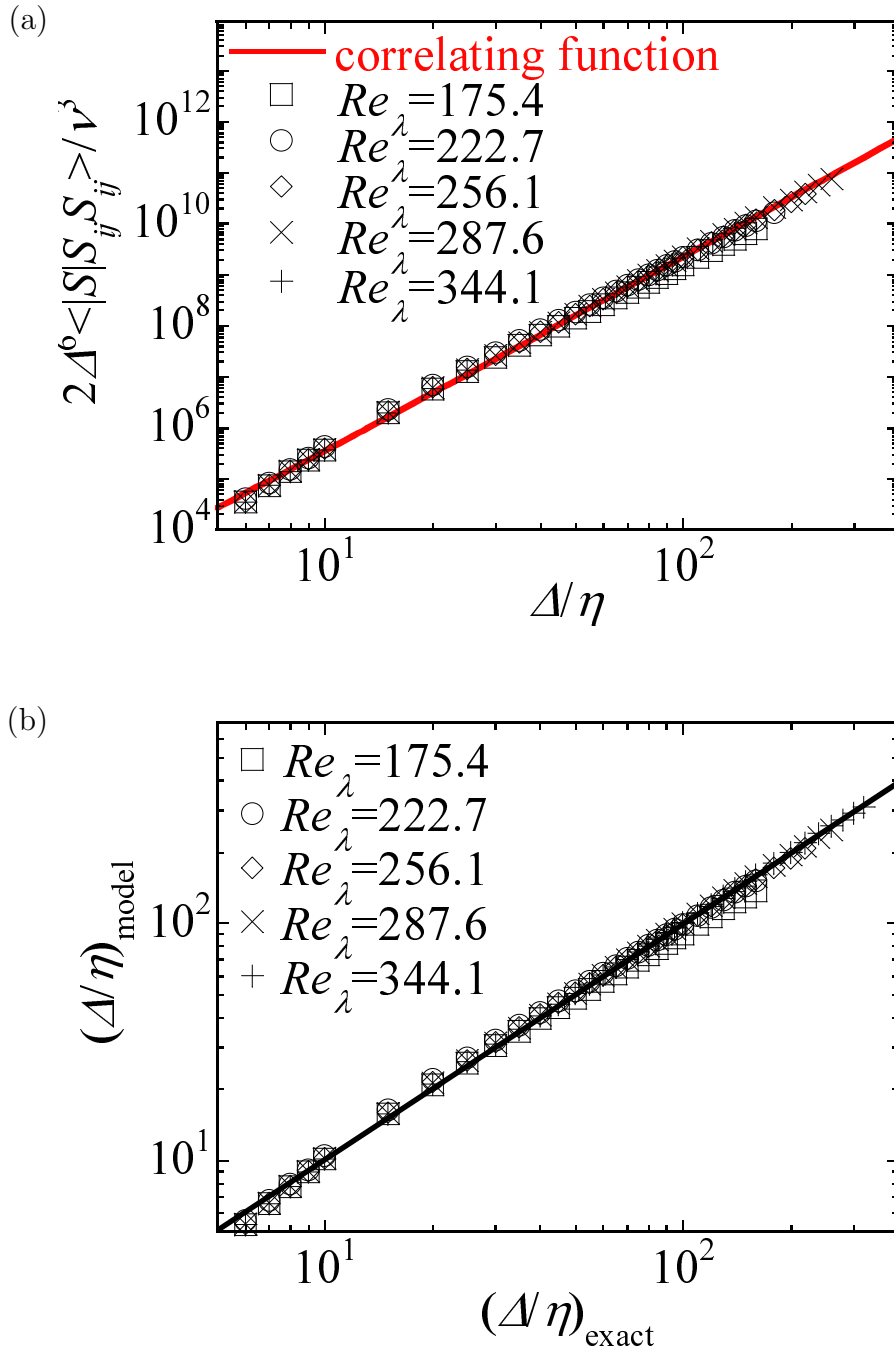


図 4.1: 一様等方性乱流の DNS データから得られた, 格子幅とコルモゴロフ・スケールの比  $\Delta/\eta$  と式 (4.2) の指標との関係 (a) 及び, コルモゴロフ・スケールの相関式 (式 (4.3)) の静的テストの結果 (b)

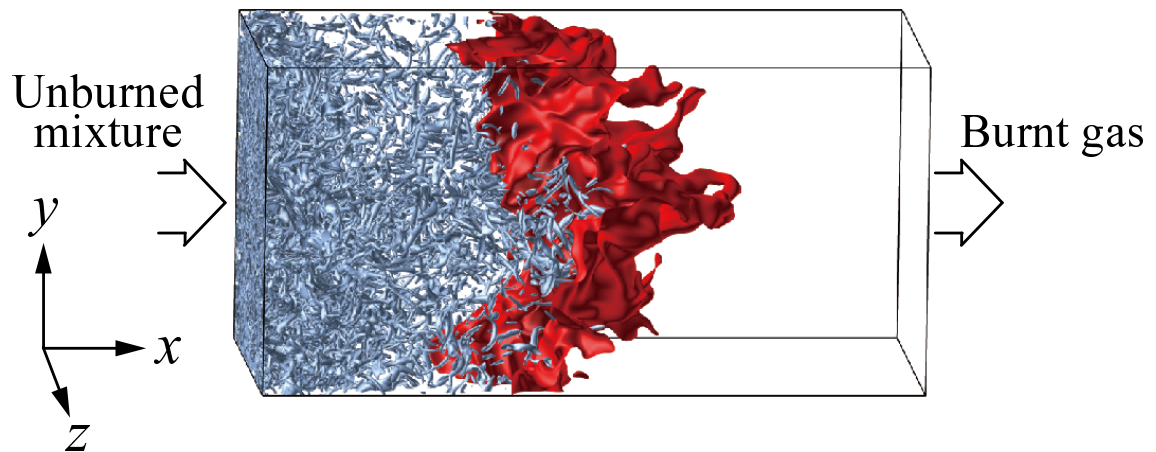


図 4.2: 一様等方性乱流中の自由伝播予混合火炎 (R97HM) の DNS の計算領域と, DNS により得られた火炎面 ( $T = T_{HRR}$ ) と速度勾配テンソルの第二不変量  $Q$  の等値面:  $T_{HRR} = 1282\text{K}$ ,  $Q = 0.0045Q_{max}$

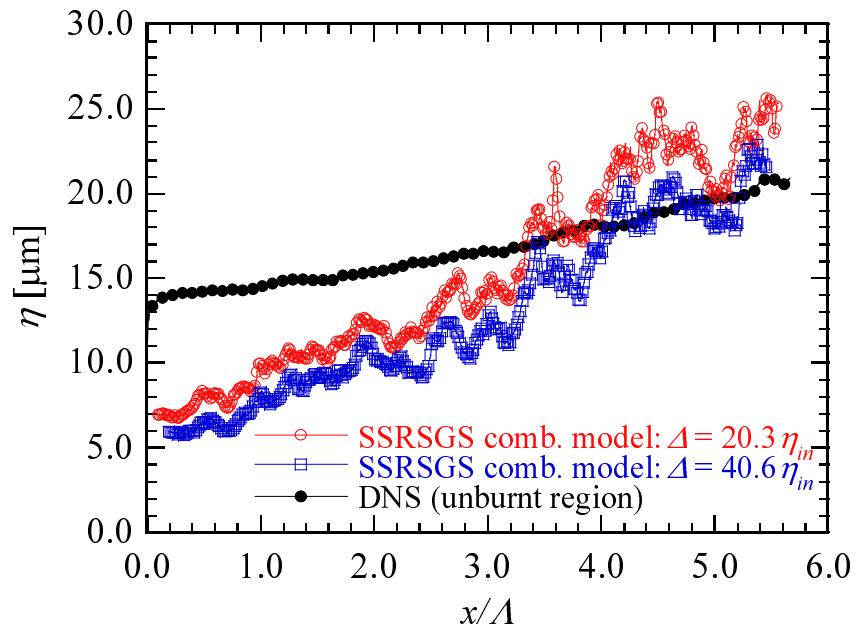


図 4.3: SSRSGS 燃焼モデルが予測するコルモゴロフ・スケールと, DNS データから算出された未燃領域におけるコルモゴロフ・スケールの流れ方向分布

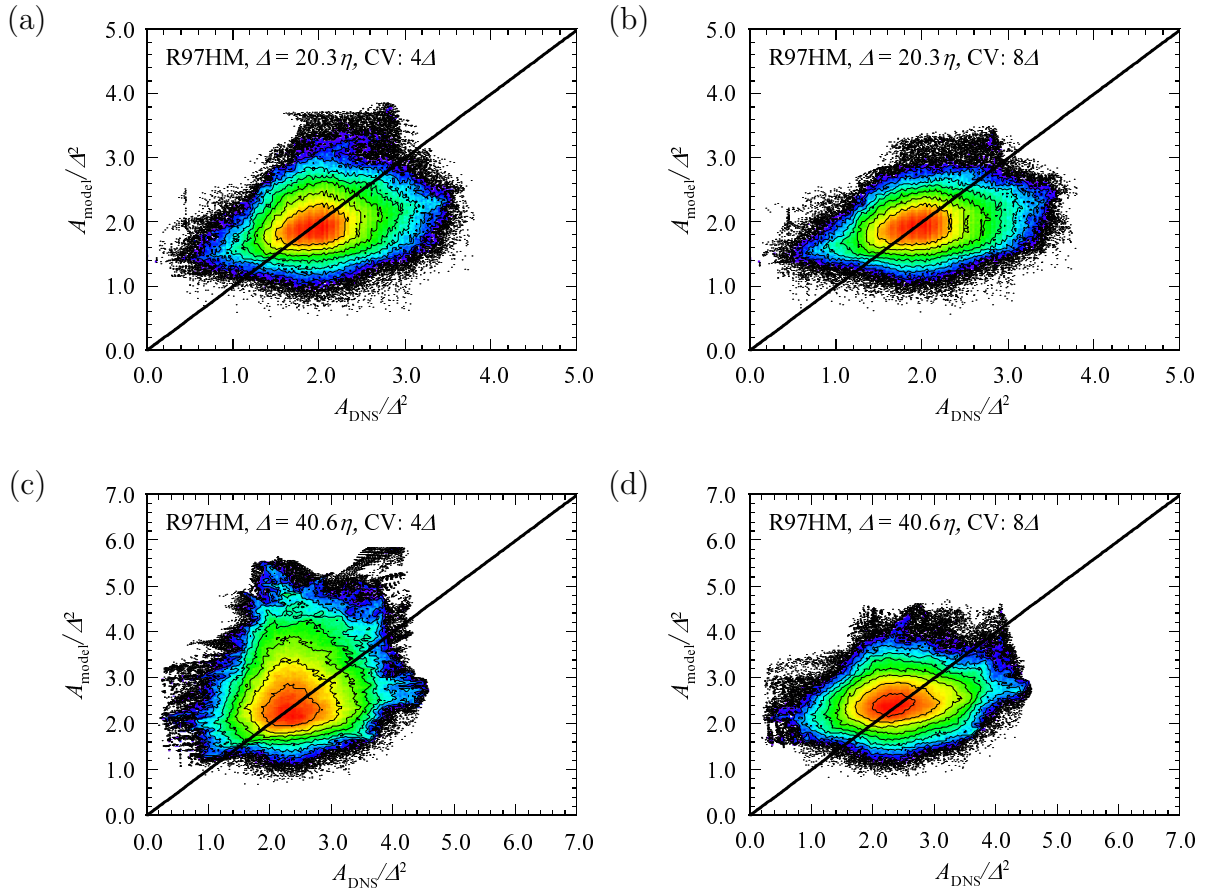


図 4.4: SSR SGS 燃焼モデルが予測する火炎面面積  $A_{\text{model}}$  と DNS データから算出された値  $A_{\text{DNS}}$  の結合確率密度関数: R97HM (a,b)  $\Delta = 20.3\eta$ , (c,d)  $\Delta = 40.6\eta$ , (a,c) CV size =  $(4\Delta)^3$ , (b,d) CV size =  $(8\Delta)^3$

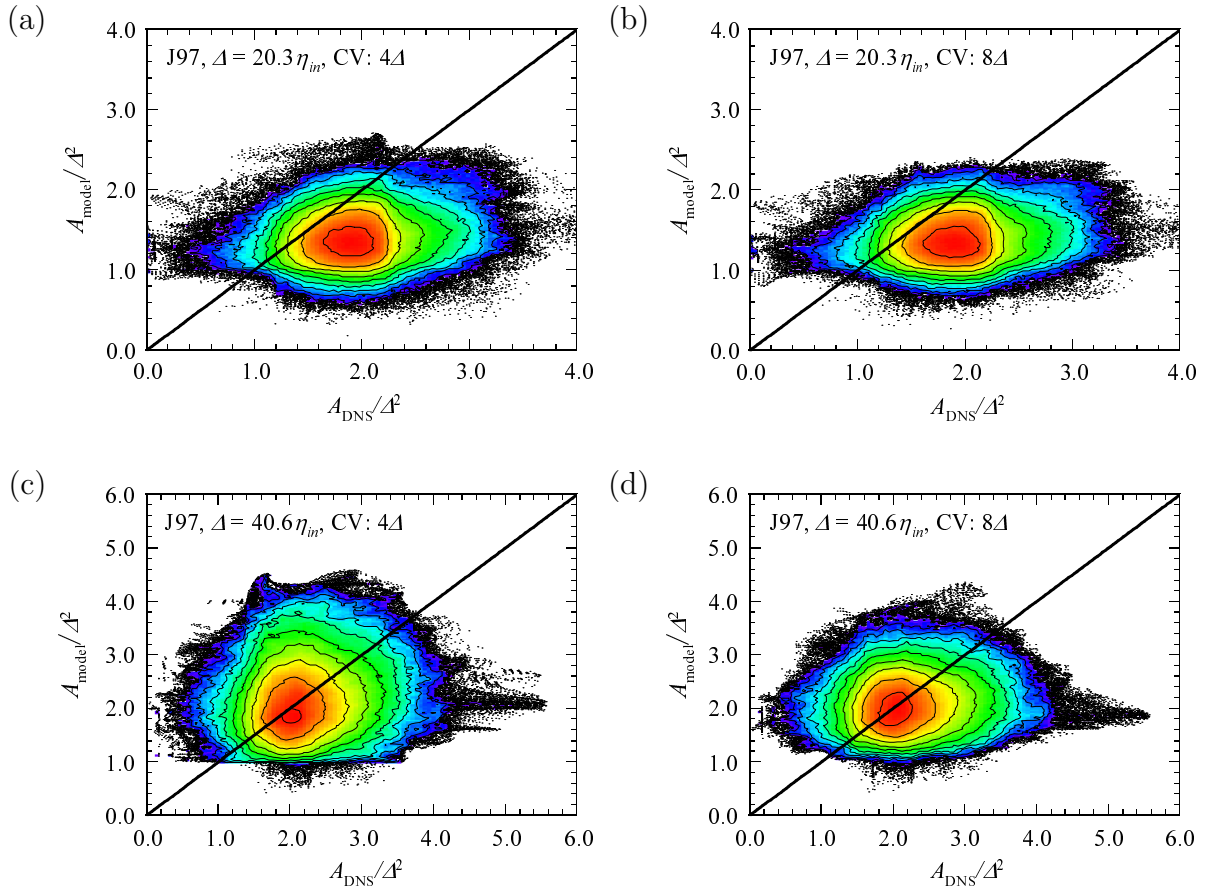


図 4.5: SSR SGS 燃焼モデルが予測する火炎面面積  $A_{\text{model}}$  と DNS データから算出された値  $A_{\text{DNS}}$  の結合確率密度関数: J97 (a,b)  $\Delta = 20.3\eta_{in}$ , (c,d)  $\Delta = 40.6\eta_{in}$ , (a,c) CV size =  $(4\Delta)^3$ , (b,d) CV size =  $(8\Delta)^3$

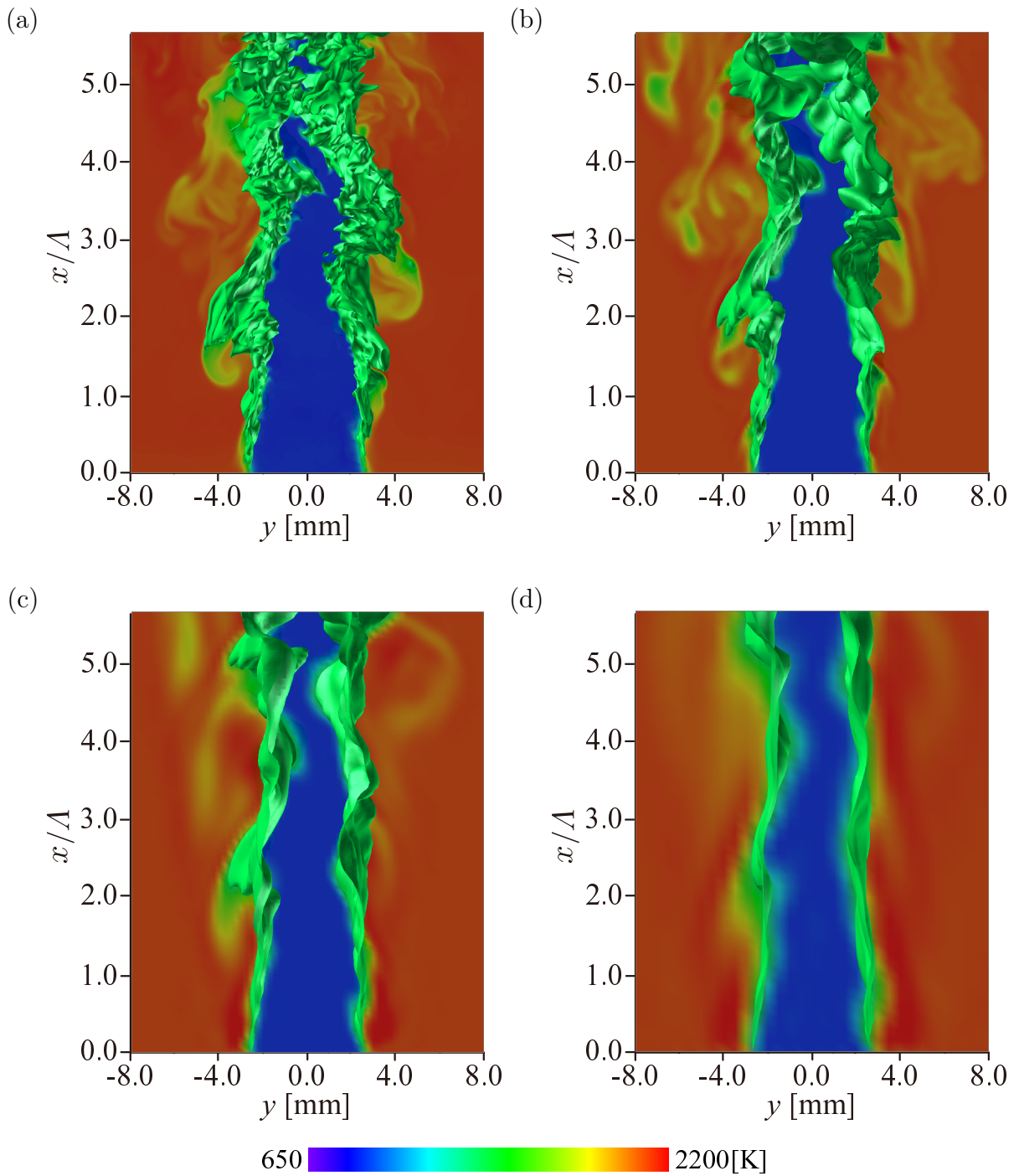


図 4.6: 検査体積が  $4\Delta$  の SSR SGS 燃焼モデルを用いた LES と DNS データから得られた火炎面 ( $T = T_{HRR}$ ) と  $x-y$  平面上の温度分布 (a) DNS , (b) LES11 (c) LES22 , (d) LES43

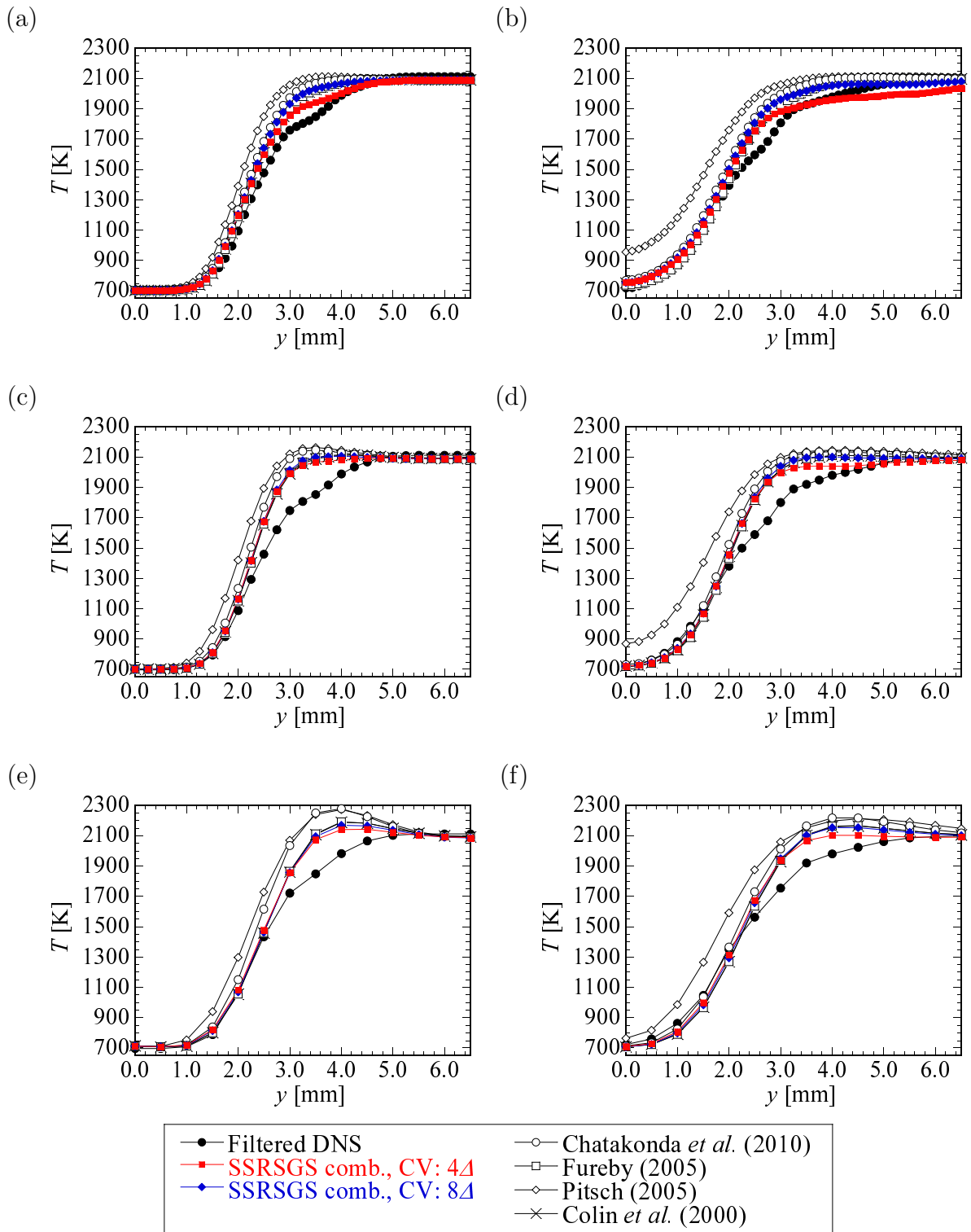


図 4.7: LES とフィルター操作を施した DNS データから得られた平均温度の  $y$  方向分布  
 (a,b) LES11 , (c,d) LES22 , (e,f) LES43 , (a,c,e)  $x/\Lambda = 2.0$  , (b,d,f)  $x/\Lambda = 4.0$

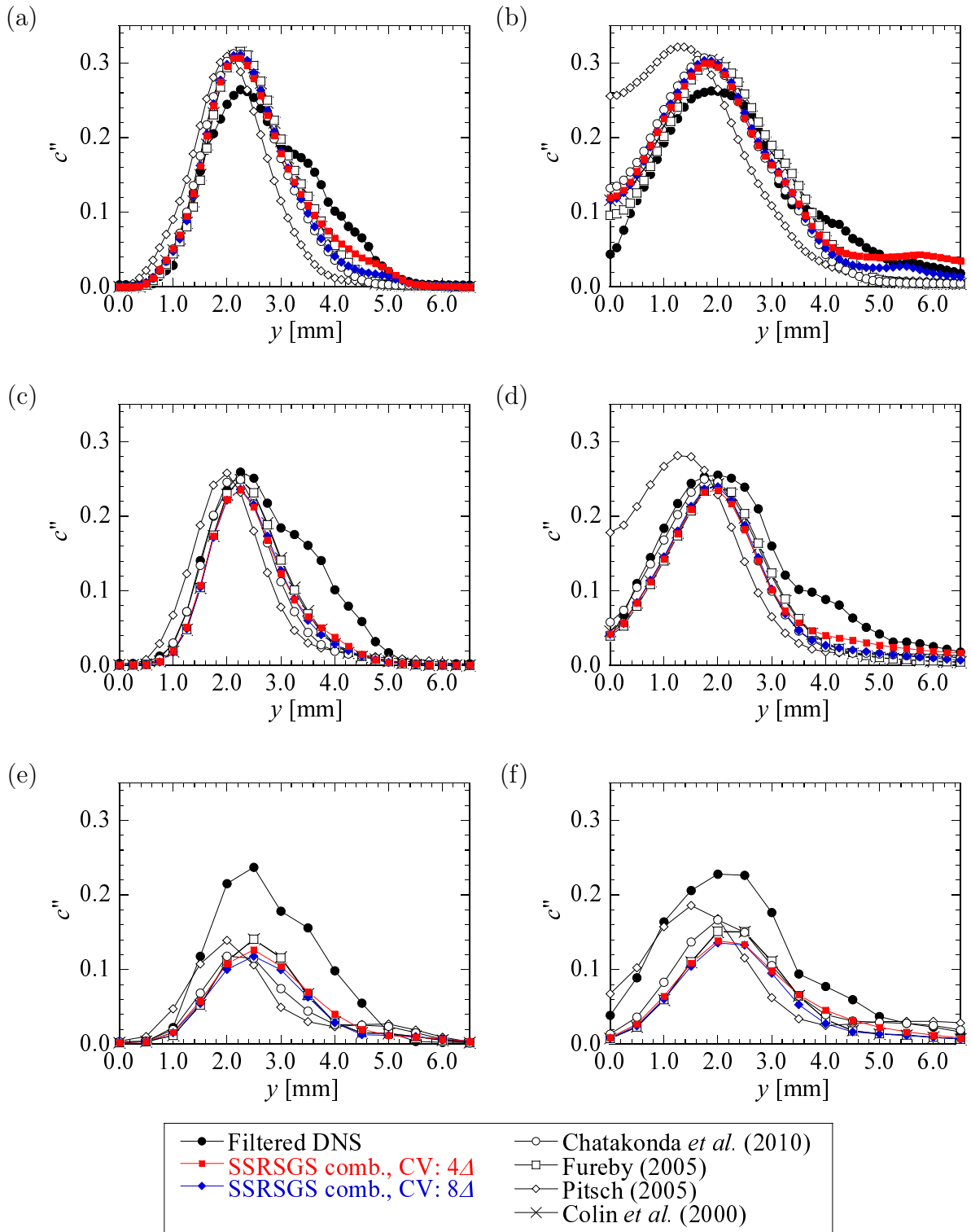


図 4.8: LES とフィルター操作を施した DNS データから得られた反応進行変数の変動の RMS 値の  $y$  方向分布 (a,b) LES11 , (c,d) LES22 , (e,f) LES43 , (a,c,e)  $x/\Lambda = 2.0$  , (b,d,f)  $x/\Lambda = 4.0$

## 第 5 章

### 矩形燃焼器における巡回乱流予混合火炎の LES

## 5.1 まえがき

ガスタービン燃焼器等の実用燃焼器では、燃焼器入口温度の高温化および高圧力比化により熱効率の向上が図られている。一方で、燃焼ガスの高温化により thermal  $\text{NO}_x$  が多量に生成される。Thermal  $\text{NO}_x$  の排出量を低減させる方法の一つとして、希薄予混合燃焼を採用することで既燃ガスの温度を均一化する方法が有効であると考えられている。しかし、高圧・希薄条件下で稼働される実用燃焼器では振動燃焼等の不安定現象が生じる場合がある。振動燃焼に伴う大振幅の圧力振動は、騒音や燃焼器の機械的破壊を引き起こす危険性がある。一般に、振動燃焼は発熱変動と圧力変動の相互作用に起因する熱音響不安定性によって維持される [107] と考えられているが、その詳細は未だ明らかにされていない。ガスタービン燃焼器内は旋回流を用いた再循環領域形成による保炎や、壁面と火炎の干渉などにより複雑な流動・燃焼場となり、振動燃焼の発生と持続の詳細なメカニズムを解明するためには、こうした複雑な流動・燃焼特性と熱音響振動特性を解明する必要がある。LES による数値解析は、実用燃焼器内の流動・燃焼場と熱音響振動特性を解明するための有効な解析手法の一つである。しかし、適切な解析結果を得るためには複雑な乱流予混合火炎に適用可能な SGS 燃焼モデルを開発する必要がある。前章までに SSR SGS 燃焼モデルを提案し、乱流噴流予混合火炎と一様等方性乱流中の自由伝播予混合火炎の DNS データを用いて静的・動的テストを行うことで、自由せん断流中の乱流予混合火炎におけるモデルの有効性を明らかにした。しかし、上記のような複雑な乱流燃焼場におけるモデルの予測精度を明らかにする必要がある。

そこで本章では、ガスタービン燃焼器を模擬した矩形燃焼器内に形成される水素・空気旋回流予混合火炎の LES を行う。LES 結果を DNS データ [80–83] と比較することでモデルの動的テストを行うとともに、LES 結果に対して dynamic mode decomposition (DMD) 解析 [84, 85] を適用することで LES による燃焼器内圧力変動の予測能力の評価を行い、格子幅自己認識型 SGS 燃焼モデル及び FDSGS 燃焼モデルの有効性を明らかにすることを目的とする。

## 5.2 旋回乱流予混合火炎の Large Eddy Simulation

本節では、旋回乱流予混合火炎の LES の支配方程式、計算方法及び計算条件を説明する。

### 5.2.1 支配方程式

LES の支配方程式はフィルター操作を施した圧縮性の質量及び運動量保存式 (式 (3.19), (3.20)), 以下に示すエネルギー保存式, そして反応進行変数  $c$  の輸送方程式 (式 (3.21)) である.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{T}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{u}_i \tilde{T}}{\partial x_i} = & -\frac{1}{\tilde{c}_v} \tilde{p} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} - \frac{1}{\tilde{c}_v} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \left( \frac{2}{3} \mu \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} - \mu \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \right) \\ & + \frac{1}{\tilde{c}_v} \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_i} \right) + \tilde{w}_T - \frac{\partial (\tilde{\rho} j_i)}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (5.1)$$

ここで,  $j_i$  は SGS 熱流束である.

$$j_i = \widetilde{u_i T} - \tilde{u}_i \tilde{T} \quad (5.2)$$

エネルギー保存式の生成項  $\tilde{w}_T$  は, 以下の式のように wrinkling factor を用いてモデル化されている.

$$\tilde{w}_T = -\sum_{i=1}^N \left( \widetilde{1/\tilde{c}_v h_i w_i} \right) + \sum_{i=1}^N \left( \widetilde{T/\tilde{c}_v R_i w_i} \right) \sim (T_b^0 - T_u^0) \rho_u \Xi S_L |\nabla \tilde{c}| \quad (5.3)$$

反応進行変数は化学種の質量分率に基づき次の式で定義した.

$$\tilde{c} = \frac{\tilde{Y}_c - Y_{c,u}^0}{Y_{c,b}^0 - Y_{c,u}^0} \quad (5.4)$$

$Y_c$  は反応進行変数を定義するために用いた化学種の質量分率を表しており,  $Y_{c,u}^0$  と  $Y_{c,b}^0$  はそれぞれ, LES と同一未燃予混合気の層流火炎の未燃予混合気及び既燃ガスにおける  $Y_c$  の値を表す. 本研究では  $Y_c$  として  $H_2$  の質量分率を用いた. ここで, 層流火炎において最大熱発生率を示す  $c$  の値は  $c_0 = 0.562$  である. 圧力の算出のために理想気体の状態方程式 (式 (3.25)) を用いた.  $Y_c$  以外の化学種の質量分率は, LES で算出された  $\tilde{c}$  の値を用いて層流火炎の質量分率  $Y_i^0$  から参照することで決定した.

$$\tilde{Y}_{i,i \neq c} = Y_i^0(\tilde{c}) \quad (5.5)$$

### 5.2.2 計算方法

支配方程式の空間離散化には 4 次精度中心差分法を用いた. 差分法を用いた場合に生じる高波数の数値振動を除去するために, 4 次精度コンパクトフィルター [91] を適用した. 時間積分には 3 次精度 Runge-Kutta 法を用いた. SGS 応力モデルには SSRM 応力

モデル [13] を使用し, SGS スカラー流束項及び SGS 熱流束項には Clark *et al.* [21] が提案したモデルを適用した. SGS 燃焼モデルには検査体積の大きさが  $4\Delta$  あるいは  $8\Delta$  の SSR SGS 燃焼モデルと, 比較のために FDSGS 燃焼モデルを用いた.

### 5.2.3 計算条件

以前の研究 [80–83] で旋回乱流予混合火炎の DNS が行われており, DNS と同一の計算条件下で LES を行った. 計算領域の概念図を図 5.1 に示す. 燃焼器は主流 ( $x$ ) 方向と主流垂直 ( $y, z$ ) 方向の長さがそれぞれ  $L_x \times L_y \times L_z = 15\text{mm} \times 10\text{mm} \times 10\text{mm}$  の矩形燃焼器であり, 未燃予混合気の流入口は内径  $D_{in} = 0.6\text{mm}$  及び外径  $D_{out} = 2.5\text{mm}$  の同心円形状である. 燃焼器の壁面境界には化学的に不活性な NSCBC [94, 95] に基づくすべりなし等温壁境界条件を,  $x$  方向の流出境界には NSCBC に基づく非反射流出境界条件を適用した.

燃焼器内への旋回流入速度場は基本流と速度擾乱から構成される [80–83].

$$u_{i,in} = u_{i,base} + u'_i \quad (5.6)$$

基本流には, 非圧縮性流体の質量及び運動量保存式から得られる以下のような解析解を用いた. ここで, 流れの定常性及び軸対称性と壁面すべりなし境界条件を仮定している.

$$u_{r,base} = 0 \quad (5.7)$$

$$u_{\theta,base} = F_{\theta} \left\{ \frac{r^2}{3} + c_1 r + \frac{c_2}{r} \right\} = F_{\theta} U_{\theta} \quad (5.8)$$

$$u_{x,base} = \left\{ \left( \frac{r}{R_{out}} \right)^2 - \frac{R^2 - 1}{\ln R} \ln \left( \frac{r}{R_{out}} \right) - 1 \right\} c_3 u_{ax} \quad (5.9)$$

$u_{r,base}$ ,  $u_{\theta,base}$  及び  $u_{x,base}$  はそれぞれ半径方向, 周方向及び軸方向速度を表す.  $R$ ,  $F_{\theta}$  および  $u_{ax}$  はそれぞれ, 外半径に対する内半径の比  $R_{in}/R_{out}$ , 周方向外力に関する係数および軸方向平均流速であり, 係数  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  は境界条件から決定される積分定数である. 本研究では, 流入予混合気の周方向速度を決定するために, 以下の式で定義されるスワール数  $S$  を用いた.

$$S = \frac{\int_{R_{in}}^{R_{out}} u_{\theta} u_x r^2 dr}{(R_{out} - R_{in}) \int_{R_{in}}^{R_{out}} (u_x^2 + p) r dr} \quad (5.10)$$

ここで, 式中の  $p$  は流出口圧力を基準とした静圧を表す. 本研究では流入境界における圧力は大気圧であり, 流出境界における圧力とほぼ一致するため, 圧力に関する項を省

略した．従って，実際に用いたスワール数の定義式は，軸方向運動量流束に対する周方向運動量流束と流入口の代表長さの比で表現される以下の式である．

$$S = \frac{\int_{R_{in}}^{R_{out}} u_{\theta} u_x r^2 dr}{(R_{out} - R_{in}) \int_{R_{in}}^{R_{out}} u_x^2 r dr} \quad (5.11)$$

上式に式 (5.8) を代入すれば  $F_{\theta}$  が以下のように決定され，流入境界における平均速度分布が定まる．

$$F_{\theta} = S \frac{(R_{out} - R_{in}) \int_{R_{in}}^{R_{out}} u_x^2 r dr}{\int_{R_{in}}^{R_{out}} U_{\theta} u_x r^2 dr} \quad (5.12)$$

一方で，現実的な流入速度条件を再現するために，速度擾乱として Wang *et al.* が平面乱流混合層の研究 [108] で用いた帯域性の白色ノイズを次式のように与えた．

$$u'_i(r, \theta, t) = A \sum_{j=1}^{N_f} \phi(r) \sin \{2\pi f_j t + \Phi_{ij}(r, \theta, \tau_{ij})\} \quad (5.13)$$

ここで， $\Phi_{ij}$  および  $\tau_{ij}$  はそれぞれ，位相と位相のライフタイムを表しており，いずれも各周波数の正弦波に対して一様乱数で与えた．本研究で用いた周波数範囲は  $10.59 \text{ kHz} \leq f_j \leq 1263 \text{ kHz}$  であり，この範囲の周波数を 120 分割して ( $N_f = 120$ ) 各周波数ごとの正弦波を重ね合せている． $\phi(r)$  は乱流強度分布を表し，次のような分布を与えた．

$$\phi(r) = 1 - \exp \left[ -c_4 \left( r - \frac{R_{out} + R_{in}}{2} \right)^2 \right] \quad (5.14)$$

$c_4$  は次の式で与えられる．

$$c_4 = 0.55 \left( \frac{5}{R_{out} - R_{in}} \right)^2 \quad (5.15)$$

振幅  $A$  は最大速度擾乱強度  $u'_{max}$  と離散化された周波数成分の個数から以下のように算出した．

$$A = \frac{u'_{max}}{\sqrt{N_f}} \quad (5.16)$$

表 5.1 に計算条件を示す．流入未燃予混合気は圧力  $P_{in} = 0.1 \text{ MPa}$ ，予熱温度  $T_{in} = 700 \text{ K}$  及び当量比  $\phi = 1.0$  の水素・空気予混合気であり，壁面温度を  $T_{wall} = 700 \text{ K}$  に設定した．流入速度条件として，スワール数を  $S = 0.6$  および  $1.2$  とし，軸方向平均流速を  $u_{ax} = 200 \text{ m/s}$ ，速度擾乱の RMS 値を  $u'_{max} = 13.2 \text{ m/s}$  に設定した． $x$ ， $y$  及び  $z$  方向の格子点数は  $N_x \times N_y \times N_z = 193 \times 129 \times 129$  であり，LES の格子幅は後述の DNS [80–83] の格子幅に対して各方向に 4 倍に設定している．

### 5.3 旋回乱流予混合火炎の DNS データ

旋回乱流予混合火炎の LES 結果を、以前の研究 [80–83] で行われた DNS の結果と比較することでモデルの動的テストを行った。本節では旋回乱流予混合火炎の DNS データを簡単に説明する。DNS の支配方程式、詳細化学反応機構及び熱輸送係数の算出方法は 2.2 節で述べたものと同じである。支配方程式の空間離散化には 4 次精度中心差分法を用いている。差分法を用いた場合に生じる高波数の数値振動を除去するために、4 次精度コンパクトフィルター [91] を適用している。時間積分には 3 次精度 Runge-Kutta 法を用いている。DNS の計算領域、境界条件及び計算条件は LES と同様であり、格子点数は  $N_x \times N_y \times N_z = 769 \times 513 \times 513$  である。

スワール数が 0.6 の場合の DNS データから得られた速度勾配テンソルの第二不変量の等値面、反応進行変数の等値面 (橙色:  $c = c_0$ , 赤色:  $c = 0.9$ ) 及び壁面圧力分布を図 5.2(a,b) に示す。図 5.2(c,d) にはスワール数が 1.2 の場合の結果を示しており、どちらの図も初期条件の時刻を  $t = 0\text{s}$  として  $t = 450\mu\text{s}$  における結果を示している。スワール数が 0.6 の場合には、上流域においてらせん状の大規模渦構造が観察され、下流に向かって乱流遷移により微細な渦構造が多数生成されている。反応進行変数の等値面は、上流域で大規模渦構造により大きならせん状の皺を帯びており、火炎の先端では乱流の渦構造により比較的小さい皺を形成している。スワール数が 1.2 の場合には、火炎全体が上流側に押しつぶされたような形状となっている。流入口近傍で環状の大規模渦構造が形成されるとともに、上流域において乱流遷移により生成された渦構造も観察され、反応進行変数の等値面は小さい皺を帯びている。

### 5.4 LES による流動及び燃焼場の予測

検査体積が  $8\Delta$  の SSR SGS 燃焼モデルを用いた LES から得られた、スワール数が 0.6 あるいは 1.2 の場合の旋回火炎の速度勾配テンソルの第二不変量の等値面、反応進行変数の等値面及び壁面圧力分布を図 5.3 に示す。図 5.3 は、図 5.2 の DNS 結果と同時刻  $t = 450\mu\text{s}$  での LES 結果を示している。スワール数が 0.6 の場合、燃焼器の中心付近で大規模渦構造が観察され、下流域で乱流遷移により多数の渦構造が生成されている。図 5.2 の DNS 結果と比較すると、DNS では上流域で明確にらせん状の大規模渦構造が形成されるが、LES では長い流れ方向の渦が観察される。さらに、LES の場合には下流域に集中して多数の渦構造が観察される。反応進行変数の等値面に関しては、LES では小さい皺は解像されておらず、火炎先端は鋭い形状となっている。スワール数が 1.2 の場

合，上流域で大規模渦構造と乱流渦の両方が観察されるが，LESでは小さいスケールの渦構造は解像されていないことが分かる．DNSでは環状の大規模渦構造が形成されるが，LESではらせん状の大規模渦が生成されている．反応進行変数の等値面を見ると，大きいスケールの火炎形状に関して，LES結果はDNSデータと比較的似た形状を示していることが分かる．どちらのスワール数の場合も，FDSGS燃焼モデルと $4\Delta$ の検査体積のLES結果においても同様な火炎及び渦構造が観察された(図省略)．

スワール数が0.6の場合のLESから得られた反応進行変数の平均値 $\langle c \rangle$ と変動の二乗平均値 $c''$ の， $z = 0$ 断面上の $x = (2/8)L_x$ ， $x = (3/8)L_x$ 及び $x = (4/8)L_x$ の位置における $y$ 方向分布を図5.4に示す．比較のためにフィルター操作を施したDNSデータから得られた分布を併せて示す．どちらのモデルを用いたLESも，流れ方向位置に依らずDNSデータより大きな $\langle c \rangle$ を予測するとともに，上流域では $\langle c \rangle$ が小さい値となる領域がDNSより $y$ 方向外側に位置することが分かる．また，LESでは $c''$ のピークがDNSの場合より上流に生じているため(図省略)，特にSSRSGS燃焼モデルの結果は $x = (2/8)L_x$ の位置でDNSデータより大きい $c''$ のピーク値を示し， $x = (3/8)L_x$ の位置で小さいピーク値を示す．さらに，特に上流域でLESの火炎帯はDNSの場合と比べて薄い．FDSGS燃焼モデルの結果と比べると，SSRSGS燃焼モデルを用いたLESは特に上流域で $\langle c \rangle$ と $c''$ をより大きく予測するとともに，火炎帯が厚くなっている．検査体積が $8\Delta$ のSSRSGS燃焼モデルの結果は，上流域で検査体積が $4\Delta$ の場合より大きい $\langle c \rangle$ と $c''$ を示す．

図5.5にスワール数が0.6の場合の平均温度分布と $x$ ， $y$ 及び $z$ 方向平均速度( $U$ ， $V$ ， $W$ )の分布を，図5.6に温度と速度の変動の二乗平均値( $T''$ ， $u''$ ， $v''$ ， $w''$ )の分布を示す．どちらのモデルを用いたLESも，DNSデータより高い平均温度と $U$ を予測し，下流に向かうにつれてより高い $W$ を予測する(図省略)．また，LES結果の $V$ のピークはDNSより $y$ 方向外側に観察され，図示している主流方向位置では $W$ のピークは $y$ 方向内側に観察される．反応進行変数の平均・変動値と平均温度・速度の分布に関してはLESはDNSと定性的に比較的近い分布を予測するが，温度・速度の変動値に関してLES結果とDNSデータの差は大きいことが分かる．LESでは温度変動は過小に， $u''$ は特に既燃領域で過大に予測され，LESの速度変動の分布はピーク位置等に関して定性的にもDNSと異なる．同じ大きさの検査体積の結果を比べると，SSRSGS燃焼モデルを用いたLESはFDSGS燃焼モデルの場合より既燃領域で僅かに低い平均温度を予測し， $U$ と $W$ のピーク値を低く予測する一方で，温度・速度変動値を高く予測する．さらに，SSRSGS燃焼モデルの結果の $U$ ， $V$ 及び $u''$ のピークはFDSGS燃焼モデルの場合より $y$ 方向外側に観察されるが，どちらのモデルによるLESも同程度の予測精度を

示している．検査体積が  $8\Delta$  の SSR SGS 燃焼モデルを用いた LES は，検査体積が  $4\Delta$  の場合と比べて既燃領域の平均温度と  $U$  と  $W$  のピーク値を低く予測し， $u''$  と  $w''$  を高く予測する．上記のように，4.4.4 節の噴流火炎の結果と比べて，旋回火炎の場合には SSR SGS 燃焼モデルと FDSGS 燃焼モデルの結果に比較的大きな差異が観察されるが，この理由の一つとして旋回火炎においては乱流特性すなわち  $\Delta/\eta$  が空間的により複雑に変化するためであると考えられる．

図 5.7，5.8 及び 5.9 に，スワール数が 1.2 の場合の LES から得られた， $x = (1/16)L_x$ ， $x = (2/16)L_x$  及び  $x = (3/16)L_x$  の位置における各種物理量の分布を示す．どちらのモデルを用いた場合にも，LES の  $\langle c \rangle$  の結果は上流位置で DNS と同程度の範囲の値を示すが，下流に向かうにつれて過大に予測される．また，特に  $x = (2/16)L_x$  の位置での  $\langle c \rangle$  の結果からは，LES における火炎帯は DNS の場合より薄いことが分かる．上流位置で LES は  $c''$  を過小に予測し，ピークは DNS の場合より  $y$  方向内側に見られるが，下流位置では  $c''$  のピークの値と位置は DNS 結果に近づく．LES は平均温度を過大に予測し，図示している主流方向位置では平均速度のピーク値も過大に予測されていることが分かる．この主流方向位置では，LES の平均速度分布のピーク位置は DNS 結果より僅かに  $y$  方向内側に見られるが，DNS データと比較的良く一致する．一方で，LES により得られた  $U$  と  $W$  の分布において，せん断層が DNS の場合より薄いことが分かる．温度変動の分布に関しては，LES は  $x = (2/16)L_x$  の位置で DNS と同程度の範囲の値を予測し，ピークの値と位置が DNS データと概ね一致しているが，下流に向かうにつれてピーク値は DNS より小さくなり，ピーク位置も DNS より  $y$  方向外側に観察される．速度変動 ( $u''$ ， $v''$ ， $w''$ ) の LES 結果に関しては，ピーク位置は DNS 結果と一致しているが，その値は上流域で過小に，下流に向かうにつれて過大に予測される (図省略)．異なる燃焼モデル及び検査体積を用いた場合に LES 結果に大きな差異は観察されないが，壁近傍の平均温度・速度の分布，及び燃焼器中心 ( $y = 0$ ) 付近と壁近傍の温度と速度の変動値の分布には僅かに違いが観察される．

## 5.5 LES 結果に対する DMD 解析

LES による燃焼器内圧力場の予測能力の評価を行う．圧力場の支配的な空間構造と動的特性を検討するために，Chen ら [84, 85] により提案された dynamic mode decomposition (DMD) 解析を LES 結果に対して適用した．DMD は各種物理量の場の支配的な空間構造とその動的特性を抽出するのに有効な手法であり，モードごとのエネルギーの大きさ，周波数及び成長率を得ることが可能である．DMD アルゴリズムの概要を説明する．

$k$  番目の時刻における時系列データをベクトル  $\mathbf{x}_k (k=0, 1, \dots, m)$  で表し, 0 番目から  $m-1$  番目までのデータベクトルを列ベクトルとするデータマトリックスを  $\mathbf{K} \equiv [\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{m-1}]$  と定義する. ただし, 二つの時系列データ  $\mathbf{x}_k$  と  $\mathbf{x}_{k+1}$  の時間間隔は一定値  $\Delta t$  とする.  $k+1$  番目のデータが  $k$  番目の時刻のデータと線形写像  $\mathbf{A}$  を用いて次式のように表されると考える.

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k \quad (5.17)$$

この場合, データマトリックスは以下のような Krylov 列となる [109].

$$\mathbf{K} = [\mathbf{x}_0, \mathbf{A}\mathbf{x}_0, \dots, \mathbf{A}^{m-1}\mathbf{x}_0] \quad (5.18)$$

最後の  $m$  番目のデータを, それ以前の  $1 \sim m-1$  番目のデータの線形結合によって近似する.

$$\mathbf{x}_m = \mathbf{A}\mathbf{x}_{m-1} = c_0\mathbf{x}_0 + c_1\mathbf{x}_1 + \dots + c_{m-1}\mathbf{x}_{m-1} + \mathbf{r} = \mathbf{K}\mathbf{c} + \mathbf{r} \quad (5.19)$$

ここで,  $\mathbf{c} = [c_0, c_1, \dots, c_{m-1}]^T$  は係数ベクトル,  $\mathbf{r} \perp \text{span}(\mathbf{x}_0, \dots, \mathbf{x}_{m-1})$  は線形結合の近似により生じた残差である. 係数ベクトル  $\mathbf{c}$  は残差  $\mathbf{r}$  に対する最小二乗解として求められ, 次式のようになる.

$$\mathbf{c} = (\mathbf{K}^* \mathbf{K})^{-1} \mathbf{K}^* \mathbf{x}_m \quad (5.20)$$

上式により得られた係数ベクトル  $\mathbf{c}$  を用いて, 以下のようなコンパニオン行列を作る.

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & c_0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & c_1 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & c_2 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1 & c_{m-1} \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

コンパニオン行列は Vandermonde 行列を用いた対角化が可能であるので,  $\mathbf{C}$  の固有値分解は次式で与えられる.

$$\mathbf{C} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{\Lambda} \mathbf{T} \quad (5.22)$$

ここで,  $\mathbf{T}$  は Vandermonde 行列,  $\mathbf{\Lambda}$  は対角行列であり, これらの行列の成分はそれぞれ,  $T_{ij} = \lambda_i^{j-1}$ ,  $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{m-1})$  である. ただし,  $\{\lambda_j\}_{j=1}^m$  は  $\mathbf{C}$  の固有値であ

り，線形写像  $A$  の固有値を近似する Ritz 値である．また，線形写像  $A$  の固有ベクトルを近似する Ritz ベクトル  $V \equiv [v_1, v_2, \dots, v_m]$  は次式で与えられる．

$$V = KT^{-1} \quad (5.23)$$

以上より，データマトリックス  $K$  及び  $K_* \equiv [x_1, \dots, x_m]$  に対するモード分解として，以下の二式を得ることができる．

$$K = VT \quad (5.24)$$

$$K_* = V\Lambda T + re^T \quad (5.25)$$

ただし， $e = [0, 0, \dots, 0, 1]^T$  である．列ベクトルごとに書けば，時系列データが次式のように分解されていることがわかる．

$$x_k = \sum_{j=1}^m \lambda_j^k v_j + r\delta_{km} = \sum_{j=1}^m v_j e^{(g_j + i2\pi f_j)k\Delta t} + r\delta_{km} \quad (5.26)$$

ここで， $g_j$  及び  $f_j$  はそれぞれ  $j$  番目のモードの成長率と周波数を表しており，Ritz 値を用いて以下のように定義される．

$$g_j \equiv \frac{\log|\lambda_j|}{\Delta t} \quad (5.27)$$

$$f_j \equiv \frac{\arg(\lambda_j)}{2\pi\Delta t} \quad (5.28)$$

以前の研究 [81] では，以上のアルゴリズムを用いて DNS 結果に対して DMD 解析が適用されており，本研究では同一の計算コードを用いて LES 結果に対して解析を行った．DMD 解析の対象とした場は圧力場であり，時刻  $t = 337.5 \sim 561.0\mu\text{s}$  における LES データを  $0.75\mu\text{s}$  毎にサンプリングして用いた．

## 5.6 LES による圧力場の動的特性の予測

スワール数が 0.6 の場合の LES から得られた圧力場の DMD スペクトルを図 5.10 に示す．横軸に周波数  $f_j$  を，縦軸に減衰を考慮したモードの振幅  $|\lambda_j^m| \|v_j\|$  を示す．振幅が大きいピークを 3 つ，図中に実線の黒矢印で示す．スワール数が 0.6 の場合に最大振幅を示す周波数は，検査体積が  $4\Delta$  と  $8\Delta$  の SSR SGS 燃焼モデルあるいは FDSGS 燃焼モデルを用いた LES 結果においてそれぞれ，11.6kHz，14.9kHz，14.9kHz 及び 15.2kHz

である．最も支配的な DMD モードに関してさえ燃焼モデルあるいは検査体積の大きさによって解析結果は変わり，LES から得られる圧力場のモードは採用する燃焼モデルに強く依存することが分かる．検査体積が  $8\Delta$  の SSR SGS 燃焼モデルの LES 結果から得られた 14.9kHz の DMD モードの様子を図 5.11 に示す． $j$  番目のモードの時間変化は  $\Re[v_j e^{i2\pi f_j t}] e^{g_j t}$  で表されるので， $\theta = 2\pi f_j t$  として  $0 \leq \theta \leq \pi$  の範囲における変化の様子を  $\pi/5$  刻みで示している．ただし，減衰あるいは成長の影響を表す  $e^{g_j t}$  を省略した．赤色及び青色の等値面はそれぞれ正及び負の値を表している．壁面におけるモードの様子も示しており，赤色及び青色は正と負の値を表すとともに，モードの絶対値が大きい場合には黒色となり，0 の場合には白色となる．図 5.11 から，主流方向に垂直な等値面が形成され，時間が進むにつれてモードの値が燃焼器の流入口側から全体的に低下し，再び上昇する様子が観察される．従って，このモードは燃焼器内の圧力が全体的に上昇と低下を繰り返すものである．ここで，以前の研究と同様の方法 [81] で矩形燃焼器内の三次元音響場に対する考察を行う．燃焼器内音響場の固有モードと固有振動数は以下の波動方程式を解くことで得られる．

$$\nabla^2 p' - \frac{1}{\bar{V}_s^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = 0 \quad (5.29)$$

ここで， $p'$  と  $\bar{V}_s$  は圧力変動と領域内の平均音速である．DMD 解析の対象とした時刻  $t = 337.5 \sim 561.0 \mu\text{s}$  の LES 結果から算出された平均音速は，どのモデルの場合でも近い値を示し，スワール数が 0.6 の場合には  $\bar{V}_s = 924 \sim 927 \text{m/s}$  であり，スワール数が 1.2 の場合には  $\bar{V}_s = 930 \sim 936 \text{m/s}$  である．一端開口，他端閉口の境界条件を適用することで以下に示す解と固有モード及び固有振動数が得られる [81]．

$$p'(\mathbf{x}, t) = \sum_{l,m,n} \Phi_{l,m,n}(\mathbf{x}, t) \quad (5.30)$$

$$\Phi_{l,m,n}(\mathbf{x}, t) = A_{l,m,n} F(\mathbf{x}) \sin(2\pi f_{l,m,n} t + \phi_{l,m,n}) \quad (5.31)$$

$$F(\mathbf{x}) = \cos\left\{\frac{(2l-1)\pi}{2L_x}x\right\} \cos\left\{\frac{m\pi}{L_y}\left(y - \frac{L_y}{2}\right)\right\} \cos\left\{\frac{n\pi}{L_z}\left(z - \frac{L_z}{2}\right)\right\} \quad (5.32)$$

$$f_{l,m,n} = \frac{\bar{V}_s}{2} \sqrt{\left(\frac{2l-1}{2L_x}\right)^2 + \left(\frac{m}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{n}{L_z}\right)^2} \quad (5.33)$$

$A_{l,m,n}$  及び  $\phi_{l,m,n}$  は各モードの振幅と位相を表している．本研究における LES の流出境界では，NSCBC に基づく境界条件が適用されているため圧力は一様な大気圧とはならない．本解析では，実際の燃焼器の場合と同様に開口端補正  $\Delta L = 3\text{mm}$  を  $L_x$  に加えて固有振動数を算出しており，この方法は以前の研究 [81] における算出方法と同様であ

る．以上から，式(5.33)に対し  $(l, m, n) = (1, 0, 0)$  を代入することで燃焼器主流方向の1/4波長音響モードの固有振動数が  $f_{1,0,0} = 12.8\text{kHz}$  と算出される．従って，図5.11のモードは1/4波長音響モードに対応していることが分かる．FDSGS燃焼モデル及び検査体積が  $4\Delta$  の場合にも，最大振幅を示すDMDモードは同様のモードである(図省略)．以前の研究[81]において，本研究で比較しているDNSデータに対してDMD解析が適用されており，圧力場の最も支配的なDMDモードは周波数が14kHzであり，1/4波長音響モードに対応することが明らかにされている．従って，DNSの圧力場とLESが予測する圧力場のどちらにおいても1/4波長音響モードに対応するDMDモードが最も支配的であり，LESは最も支配的なDMDモードを予測可能であることが分かる．

図5.10から，検査体積が  $4\Delta$  と  $8\Delta$  のSSRSGS燃焼モデルの場合にそれぞれ2番目と3番目，そして検査体積が  $4\Delta$  と  $8\Delta$  のFDSGS燃焼モデルの場合にそれぞれ3番目と2番目に振幅が大きいDMDモードの周波数は，48.9kHz，48.3kHz，47.8kHz及び48.2kHzである．検査体積が  $8\Delta$  のSSRSGS燃焼モデルの場合の48.3kHzのDMDモードの様子を図5.12に示す．燃焼器の中心軸上に赤と青の等値面が交互に存在している．壁面のモードの分布は，燃焼器を二分する節線を境界として正と負の領域に分かれており，時間の経過にしたがって節線が回転し正と負の領域が入れ替わる様子が観察される．式(5.33)から固有モード  $(l, m, n) = (1, 1, 0)$  及び  $(l, m, n) = (1, 0, 1)$  の固有振動数は  $f_{1,1,0} = f_{1,0,1} = 47.9\text{kHz}$  と算出されるため，これらの固有モードは48.3kHzのDMDモードに対応すると考えられる．ここで，二つの固有モードが位相がずれて重ね合わさることで燃焼器底面の節線が回転しているように見えている．FDSGS燃焼モデル及び検査体積が  $4\Delta$  の場合にも同様のDMDモードが観察された(図省略)．以前の研究[81]において，DNSデータから得られた3番目に振幅が大きいDMDモードは周波数が47kHzであり， $(l, m, n) = (1, 1, 0)$  と  $(l, m, n) = (1, 0, 1)$  の固有モードを重ね合わせたものに対応することが明らかにされている．つまり，DNSとLESの圧力場の両方において， $(l, m, n) = (1, 1, 0)$  と  $(l, m, n) = (1, 0, 1)$  の固有モードに対応するDMDモードは比較的大きな振幅を持ち，低スワール数条件下ではLESは比較的振幅が大きい上記のモードも予測可能であることが分る．

以前のDNSによる研究[81]で報告されている91kHzと125kHzのピークはLES結果のDMDスペクトルには見られないが，図5.10(a)に破線矢印で示すように検査体積が  $4\Delta$  のSSRSGS燃焼モデルの場合には125kHzのピークが観察される．

スワール数が1.2の場合の圧力場のDMDスペクトルを図5.13に示す．検査体積が  $8\Delta$  のSSRSGS燃焼モデルと検査体積が  $4\Delta$  あるいは  $8\Delta$  のFDSGS燃焼モデルの場合に振幅が3番目に大きいDMDモードの周波数はそれぞれ，128kHz，127kHz及び128kHz

である．検査体積が  $8\Delta$  の SSR SGS 燃焼モデルの場合の 128kHz の DMD モードの様子を図 5.14 に示す．燃焼器の中心軸上に赤と青の等値面が交互に見られ，燃焼器底面のモード分布は節線により 9 つの領域に分割されている．FDSGS 燃焼モデルの結果も同様な形状を示す (図省略)．以前の研究 [81] において，DNS データから得られた最大振幅を示す DMD モードは周波数が 124kHz であり， $(l, m, n) = (1, 2, 2)$ ， $(l, m, n) = (4, 0, 2)$  及び  $(l, m, n) = (4, 2, 0)$  の固有モードを重ね合わせたものに対応することが明らかにされている．図 5.14 から，LES 結果においても  $(l, m, n) = (1, 2, 2)$  の固有モードが観察される．従って，DNS の圧力場において最大振幅を示す DMD モードに対応する固有モード  $(l, m, n) = (1, 2, 2)$  は，LES の場合には比較的振幅が大きい DMD モードに対応することが分かる．高スワール数条件では，LES は最も支配的な DMD モードに対応する固有モードを比較的振幅が大きい DMD モードとして予測可能である．

一方で，図 5.13 の DMD スペクトルにおいて最大振幅を示す周波数は，検査体積が  $4\Delta$  と  $8\Delta$  の SSR SGS 燃焼モデルあるいは FDSGS 燃焼モデルの場合にそれぞれ，164kHz，164kHz，163kHz 及び 163kHz である．検査体積が  $8\Delta$  の SSR SGS 燃焼モデルの場合の 164kHz の DMD モードの様子を図 5.15 に示す．燃焼器の中心軸上に赤と青のらせん状の等値面が観察され，燃焼器底面のモード分布は時刻によって 10 ~ 12 の領域に節線により複雑に分割されている．FDSGS 燃焼モデルあるいは検査体積が  $4\Delta$  の場合の結果も同様である (図省略)．しかし，この周波数のピークは以前の DNS 研究においては報告されていない [81]．

以前の研究 [81] で，DNS の場合に最大振幅を示す DMD モードの周波数 124kHz は流入口近傍のせん断層における大規模渦の生成周波数と一致し，このモードの維持は大規模渦の生成と関係していることが明らかにされている．検査体積が  $8\Delta$  の SSR SGS 燃焼モデルの LES 結果から得られた，スワール数が 1.2 の場合の  $z = 0$  断面上の速度勾配テンソルの第二不変量  $Q$  の等値線を図 5.16(a) に示す．図 5.16(a) に赤丸で示している大規模渦が通過する位置 ( $x = 0.167L_x$ ， $y = 0.219L_y$ ) において算出した， $Q$  のパワースペクトルを図 5.16(b) に示す．図 5.16(b) において，165kHz の周波数でピークが観察されており，この周波数は大規模渦の生成周波数に対応している．従って，LES において周波数が 164kHz の DMD モードが支配的なモードとなる原因の一つとして，DNS の場合とは異なり LES では 165kHz の周波数で大規模渦が生成されていることが関係していると考えられる．LES と DNS における大規模渦の不安定波長が等しいと仮定すると，図 5.8 に示したように LES の平均速度分布が DNS の場合より大きい値を示すことは，渦の生成周波数が増大する原因の一つであると考えられる．一方で，格子幅が大きい LES ではせん断層が DNS の場合より厚くなるため，大規模渦の不安定波長が長くな

## 第 5 章 矩形燃焼器における旋回乱流予混合火炎の LES

る．従って，採用する燃焼モデルに関わらず，LES によりこのような大規模渦に関連したモードを予測することは本質的に困難となる．

DNS による研究 [81] において，スワール数が 1.2 の場合の DMD スペクトルは 72kHz と 196kHz の周波数でもピークを示すが，LES 結果にはそのピークは見られない．

## 5.7 本章の結論

本章では、ガスタービン燃焼器を模擬した矩形燃焼器内に形成される水素・空気旋回乱流予混合火炎のLESを行った。LES結果をDNSデータと比較することで格子幅自己認識型SGS燃焼モデルとフラクタル・ダイナミックSGS燃焼モデルの動的テストを行うとともに、LES結果に対してDMD解析を適用することでLESによる圧力変動の動的特性の予測能力を検討し、以下の結論を得た。

1. 格子幅自己認識型SGS燃焼モデルあるいはフラクタル・ダイナミックSGS燃焼モデルを用いたLESは、旋回乱流や壁面と火炎の干渉等を伴う複雑な乱流燃焼場であっても、反応進行変数の平均値と変動の二乗平均値、平均温度及び平均速度の分布を定性的に予測可能である。
2. 格子幅自己認識型SGS燃焼モデルまたはフラクタル・ダイナミックSGS燃焼モデルによるLESは、低スワール数条件下では、燃焼器形状に起因する主要な圧力変動DMDモードを予測可能であり、高スワール数条件下でも、最も支配的なDMDモードに対応する固有モードを比較的振幅が大きいDMDモードとして予測可能である。

表 5.1: 旋回乱流予混合火炎の LES の計算条件

$L_x \times L_y \times L_z$ [mm]	15 × 10 × 10
$N_x \times N_y \times N_z$	193 × 129 × 129
$D_{in}$ [mm]	0.6
$D_{out}$ [mm]	2.5
$\phi$	1.0
$P_{in}$ [MPa]	0.1
$T_{in}$ [K]	700
$T_{wall}$ [K]	700
$S$	0.6, 1.2
$u_{ax}$ [m/s]	200
$u'_{max}$ [m/s]	13.2

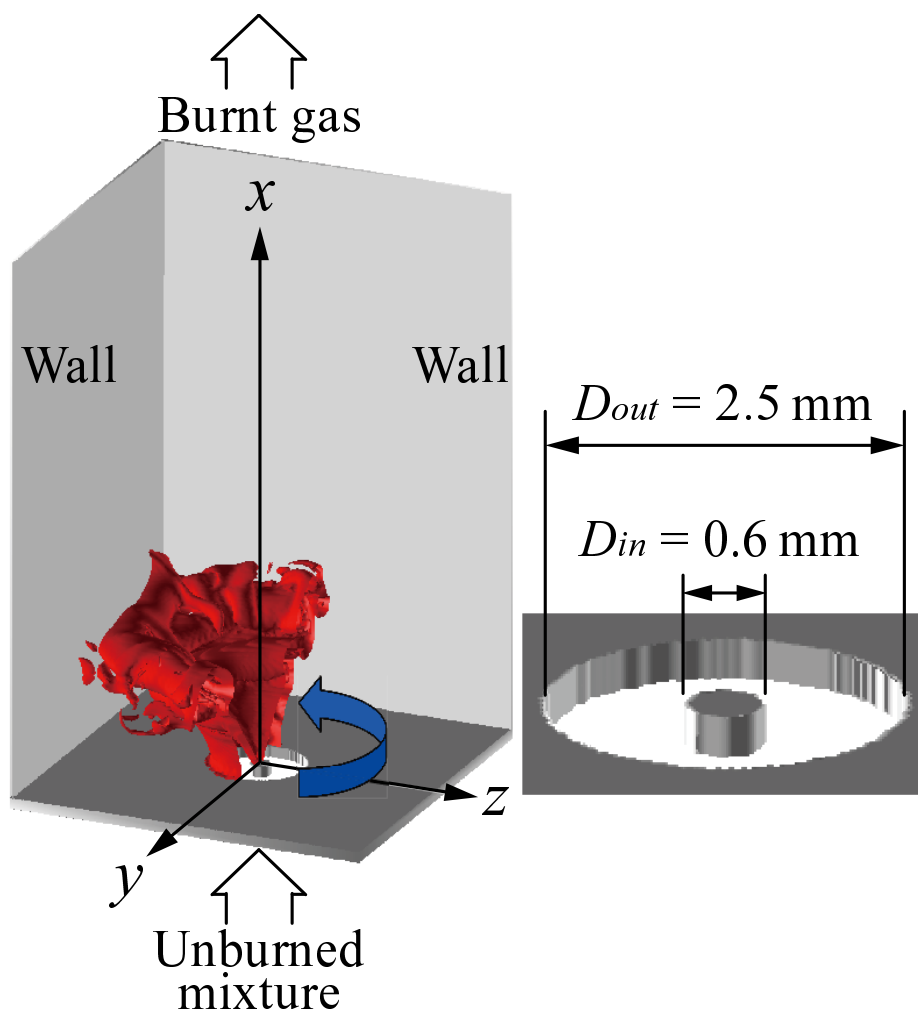


図 5.1: 旋回乱流予混合火炎の LES の計算領域の概念図

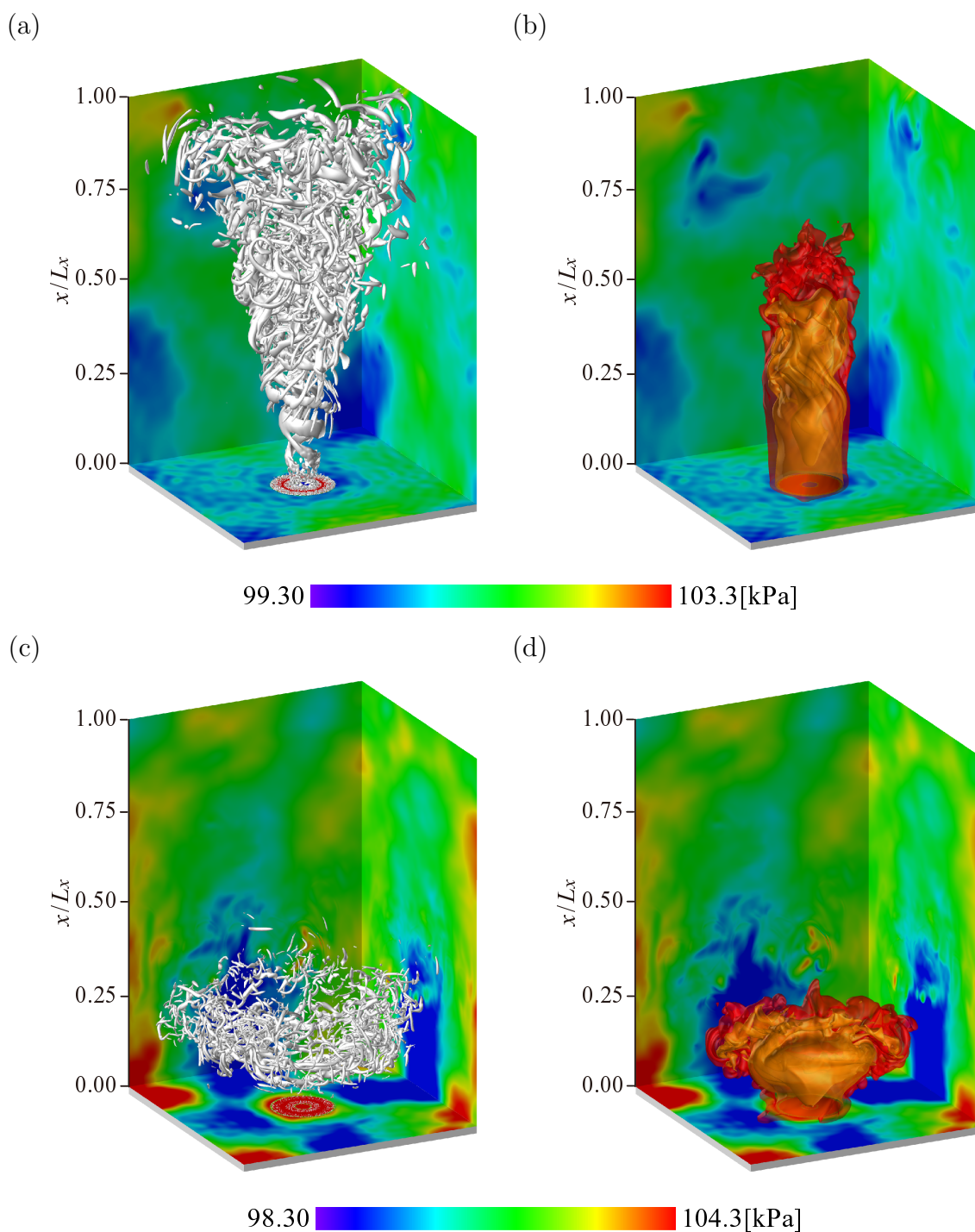


図 5.2: 旋回乱流予混合火炎の DNS データから得られた速度勾配テンソルの第二不変量の等値面 ( $Q = 0.01Q_{max}$ )(a,c), 反応進行変数の等値面 (橙色: $c = c_0$ , 赤色: $c = 0.9$ )(b,d) 及び壁面圧力分布 (a,b)  $S = 0.6$ , (c,d)  $S = 1.2$

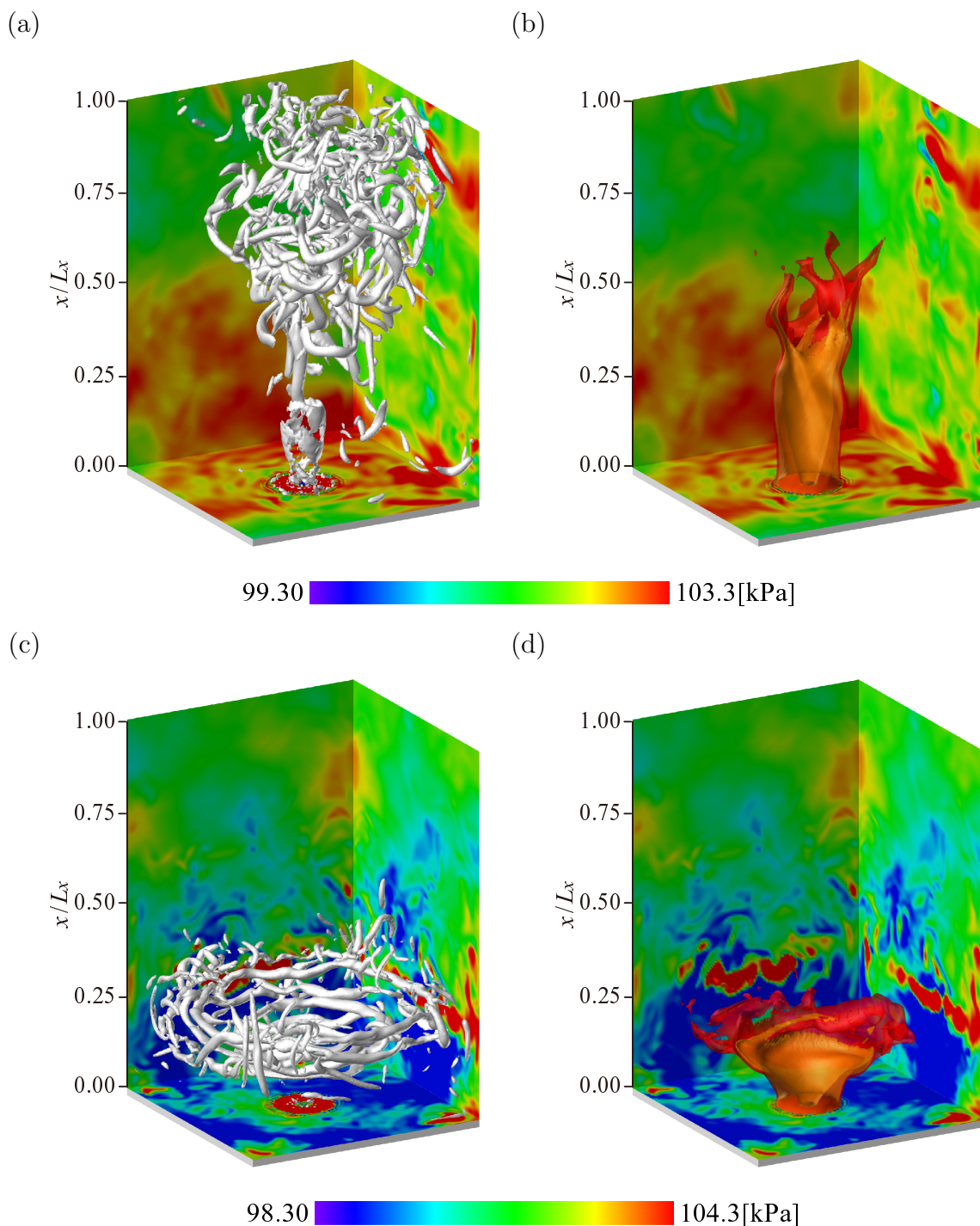


図 5.3: 検査体積の大きさが  $8\Delta$  の SSR SGS 燃焼モデルを用いた LES から得られた, スワール数が 0.6(a,b) あるいは 1.2(c,d) の場合の旋回乱流予混合火炎の速度勾配テンソルの第二不変量の等値面 ( $Q = 0.04Q_{max}$ (a),  $Q = 0.07Q_{max}$ (c)), 反応進行変数の等値面 (橙色: $c = c_0$ , 赤色: $c = 0.9$ )(b,d) 及び壁面圧力分布

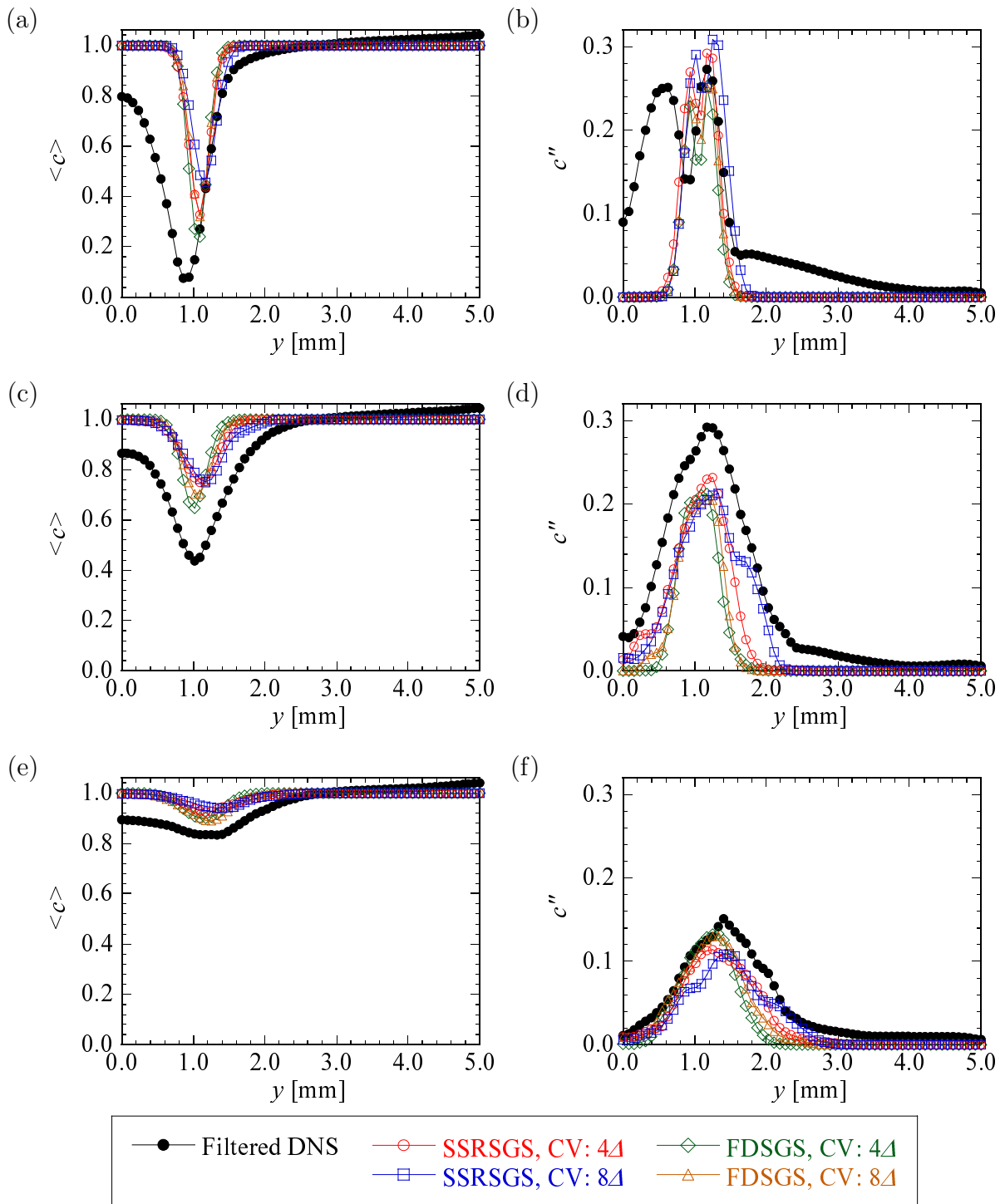


図 5.4: LES とフィルター操作を施した DNS データから得られた  $S = 0.6$  の場合の反応進行変数の平均値 (a,c,e) 及び変動の RMS 値 (b,d,f) の  $z = 0$  断面上の  $y$  方向分布 (a,b)  $x = (2/8)L_x$ , (c,d)  $x = (3/8)L_x$ , (e,f)  $x = (4/8)L_x$

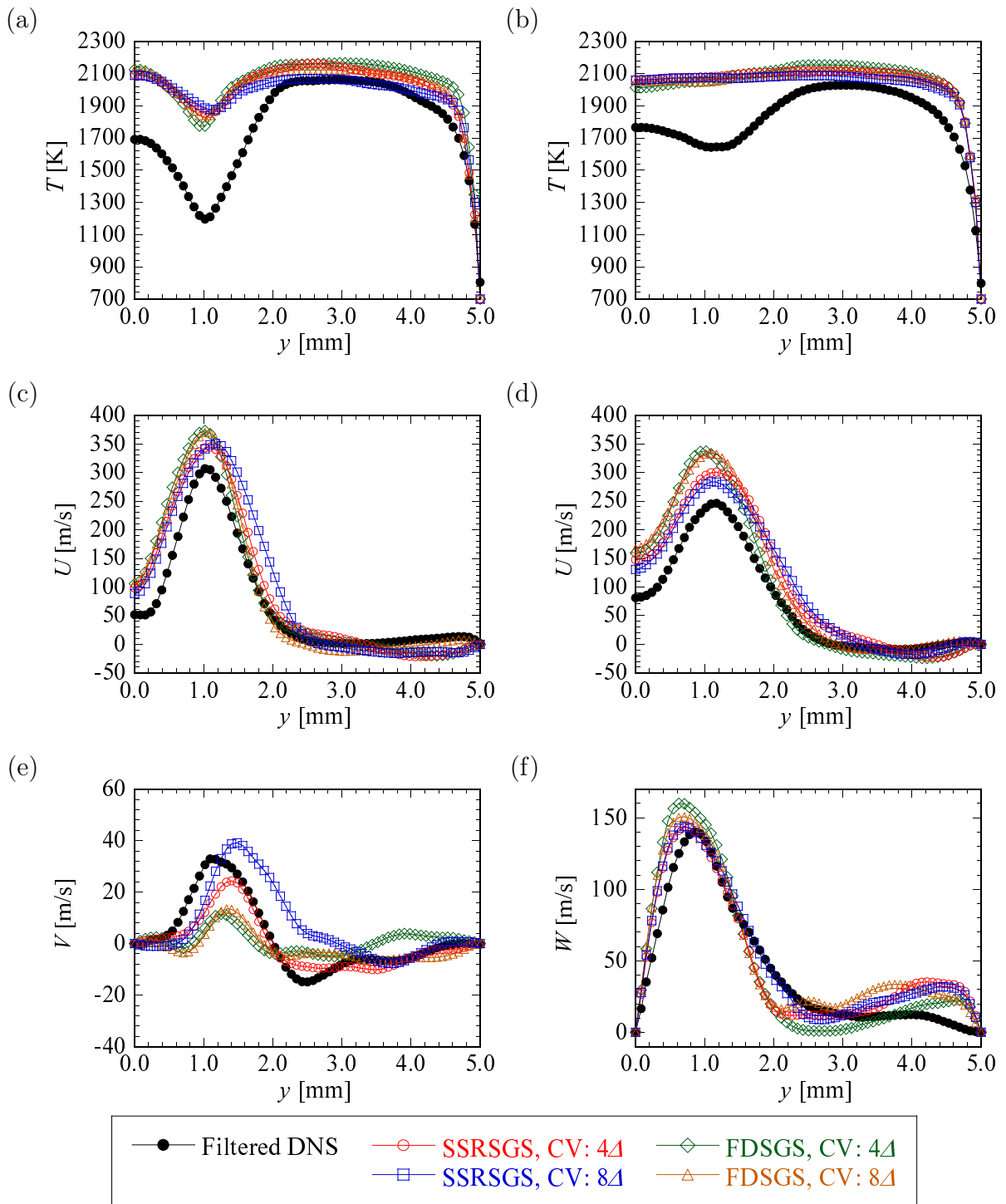


図 5.5: LES とフィルター操作を施した DNS データから得られた  $S = 0.6$  の場合の平均温度 (a,b) ,  $x$  方向平均速度  $U$ (c,d) ,  $y$  方向平均速度  $V$ (e) , 及び  $z$  方向平均速度  $W$ (f) の  $z = 0$  断面上の  $y$  方向分布 (a,c,e,f)  $x = (3/8)L_x$  , (b,d)  $x = (4/8)L_x$

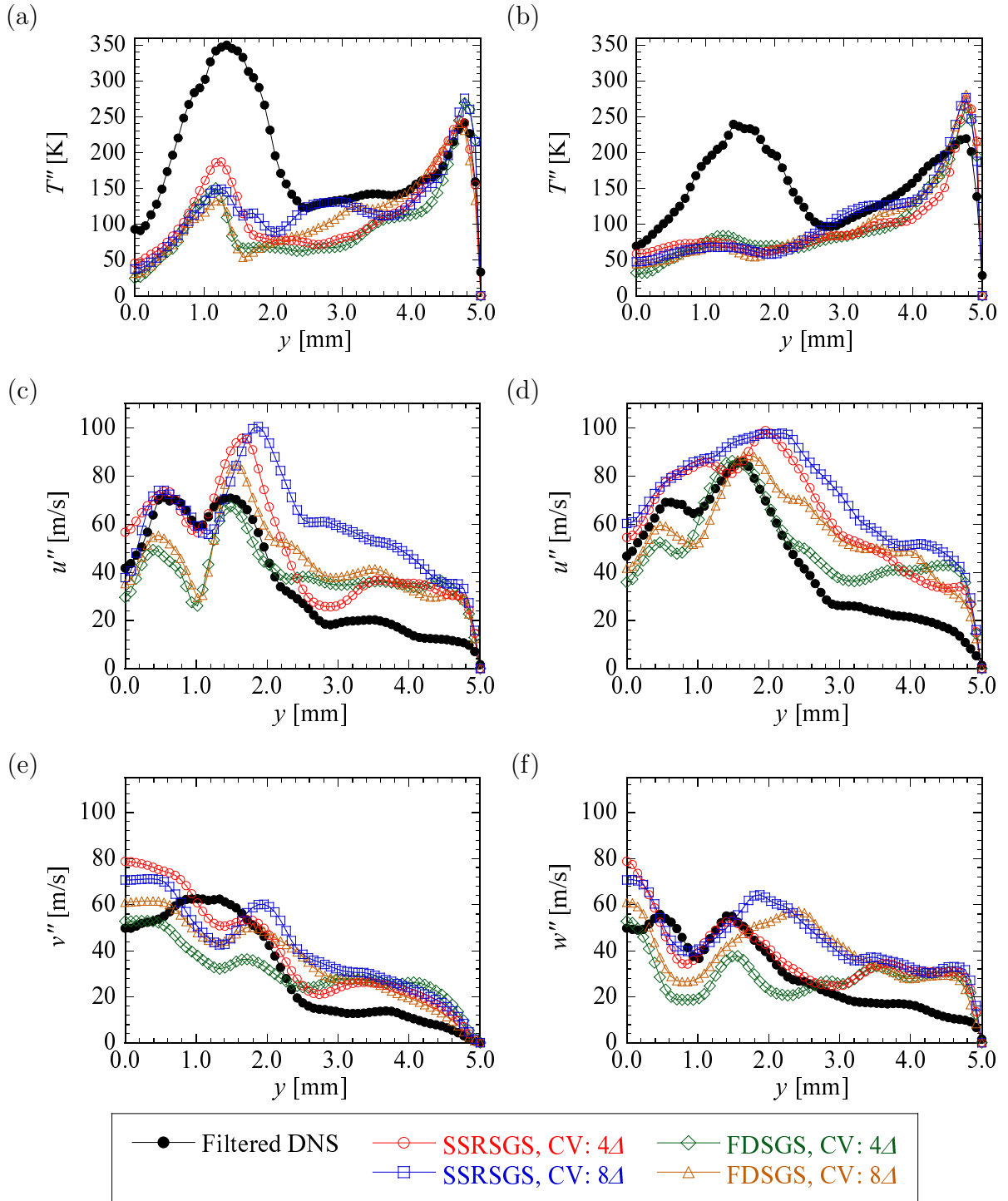


図 5.6: LES とフィルター操作を施した DNS データから得られた  $S = 0.6$  の場合の温度変動の RMS 値  $T''$  (a,b) ,  $x$  方向速度変動の RMS 値  $u''$  (c,d) ,  $y$  方向速度変動の RMS 値  $v''$  (e) , 及び  $z$  方向速度変動の RMS 値  $w''$  (f) の  $z = 0$  断面上の  $y$  方向分布 (a,c,e,f)  $x = (3/8)L_x$  , (b,d)  $x = (4/8)L_x$

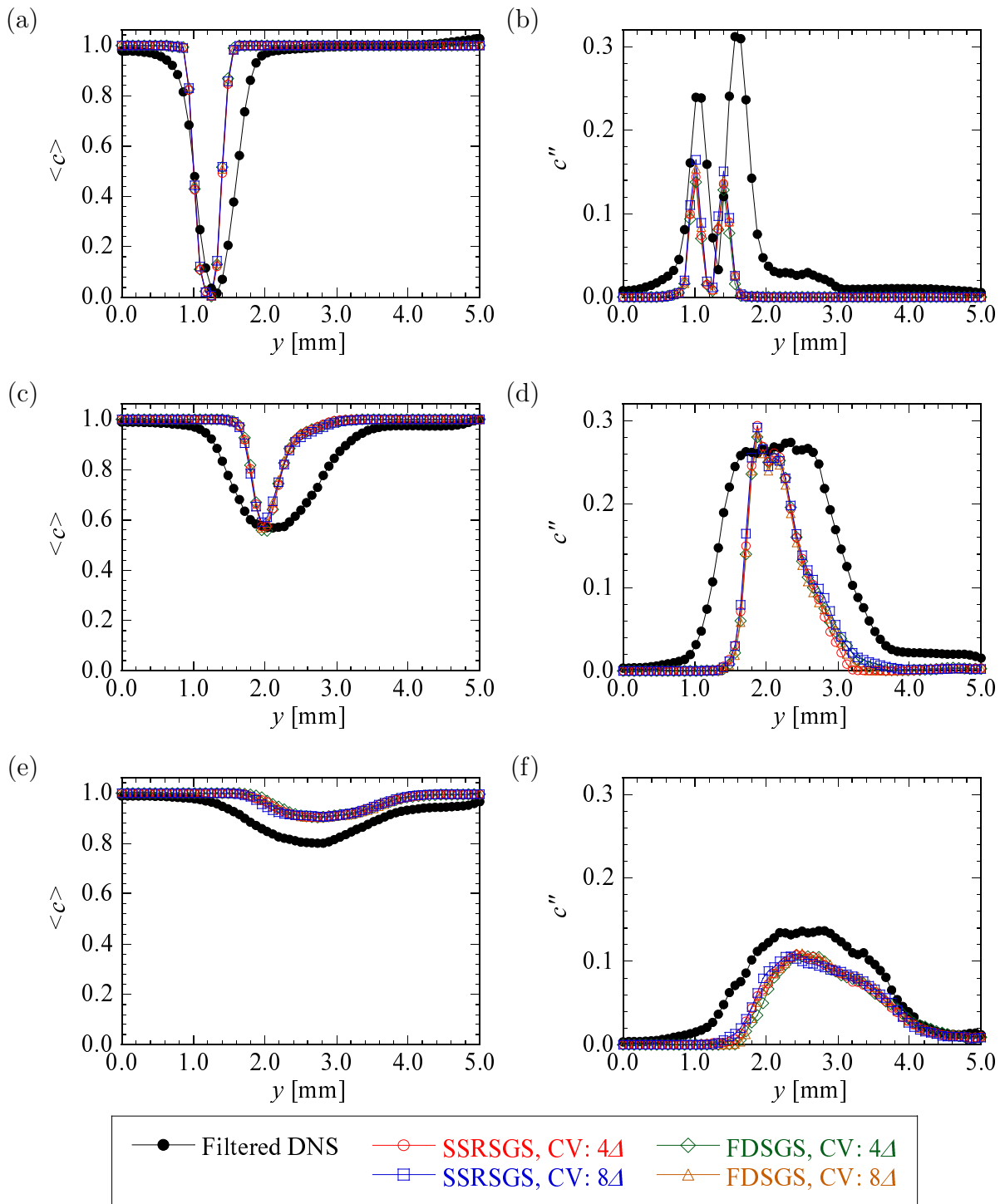


図 5.7: LES とフィルター操作を施した DNS データから得られた  $S = 1.2$  の場合の反応進行変数の平均値 (a,c,e) 及び変動の RMS 値 (b,d,f) の  $z = 0$  断面上の  $y$  方向分布 (a,b)  $x = (1/16)L_x$ , (c,d)  $x = (2/16)L_x$ , (e,f)  $x = (3/16)L_x$

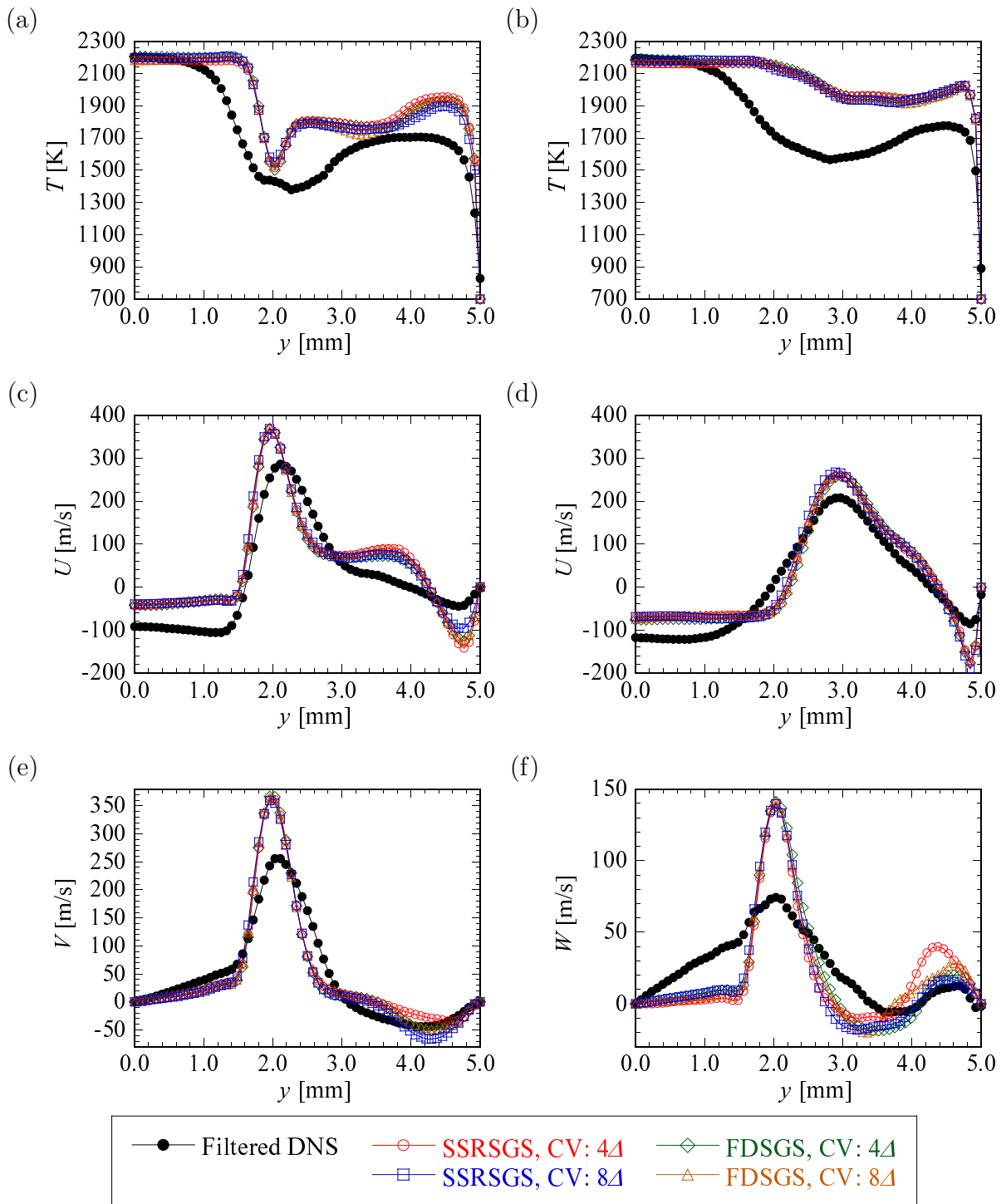


図 5.8: LES とフィルター操作を施した DNS データから得られた  $S = 1.2$  の場合の平均温度 (a,b) ,  $x$  方向平均速度  $U$ (c,d) ,  $y$  方向平均速度  $V$ (e) , 及び  $z$  方向平均速度  $W$ (f) の  $z = 0$  断面上の  $y$  方向分布 (a,c,e,f)  $x = (2/16)L_x$  , (b,d)  $x = (3/16)L_x$

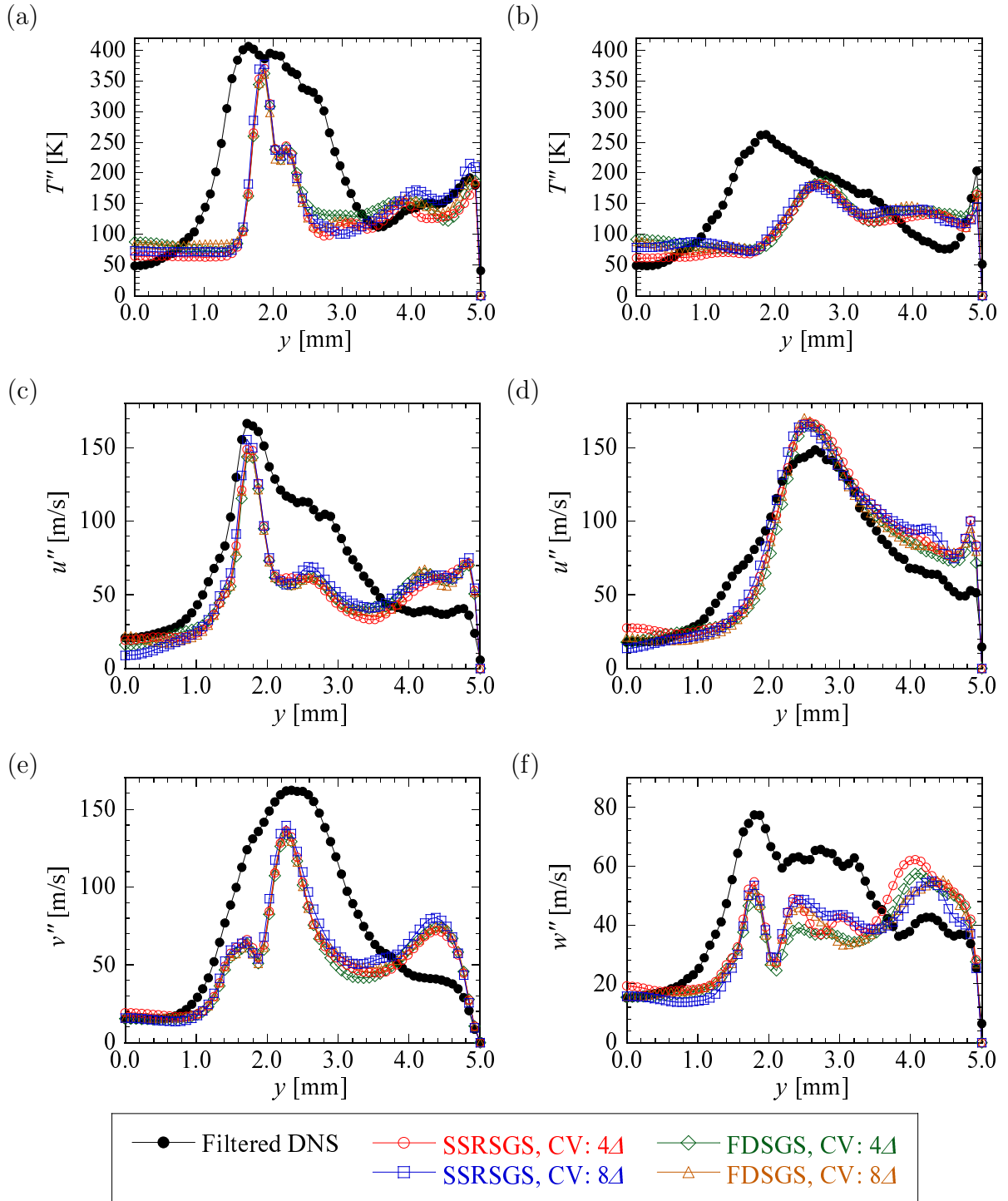


図 5.9: LES とフィルター操作を施した DNS データから得られた  $S = 1.2$  の場合の温度変動の RMS 値  $T''$  (a,b) ,  $x$  方向速度変動の RMS 値  $u''$  (c,d) ,  $y$  方向速度変動の RMS 値  $v''$  (e) , 及び  $z$  方向速度変動の RMS 値  $w''$  (f) の  $z = 0$  断面上の  $y$  方向分布 (a,c,e,f)  $x = (2/16)L_x$  , (b,d)  $x = (3/16)L_x$

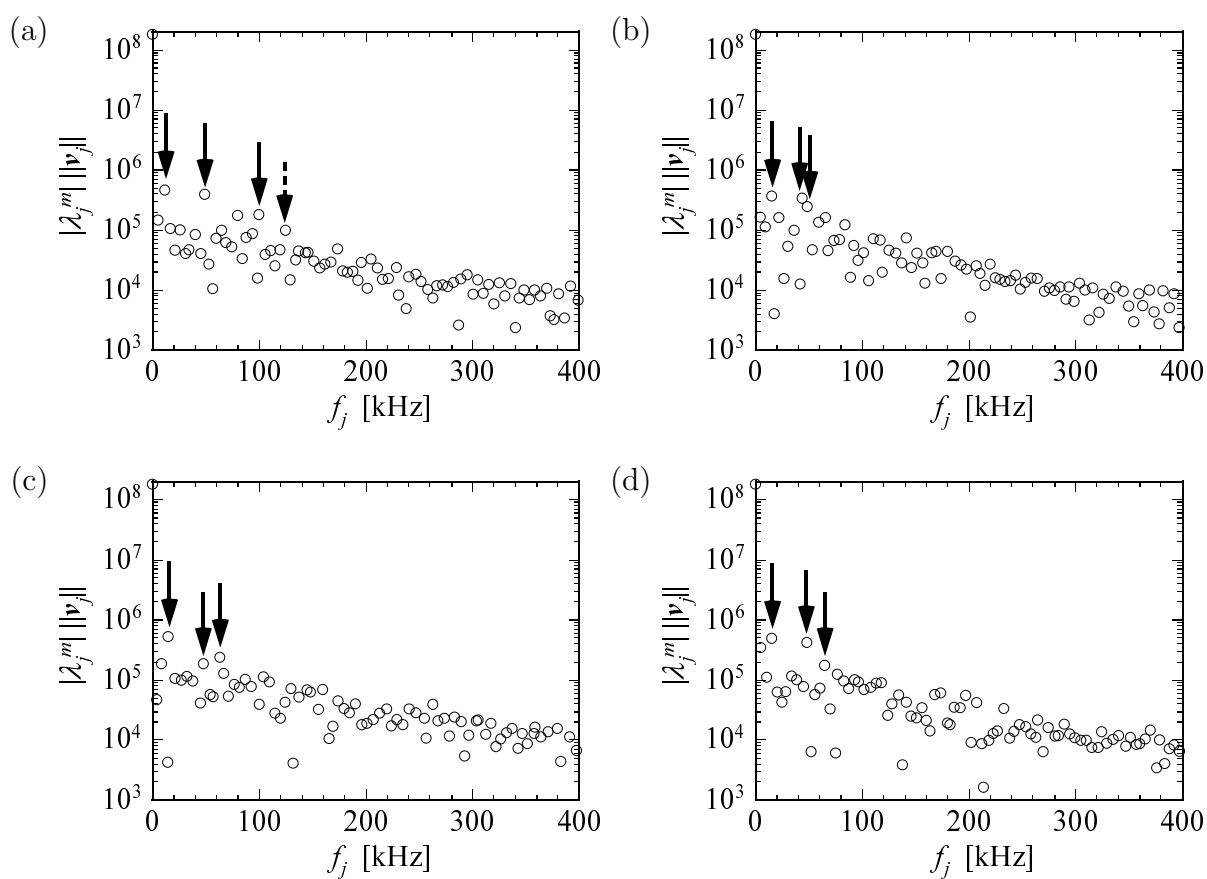


図 5.10: スワール数が 0.6 の場合の LES から得られた圧力場の DMD スペクトル (a,b) SSRGS 燃焼モデル, (c,d) FDSGS 燃焼モデル, (a,c) CV size =  $(4\Delta)^3$ , (b,d) CV size =  $(8\Delta)^3$

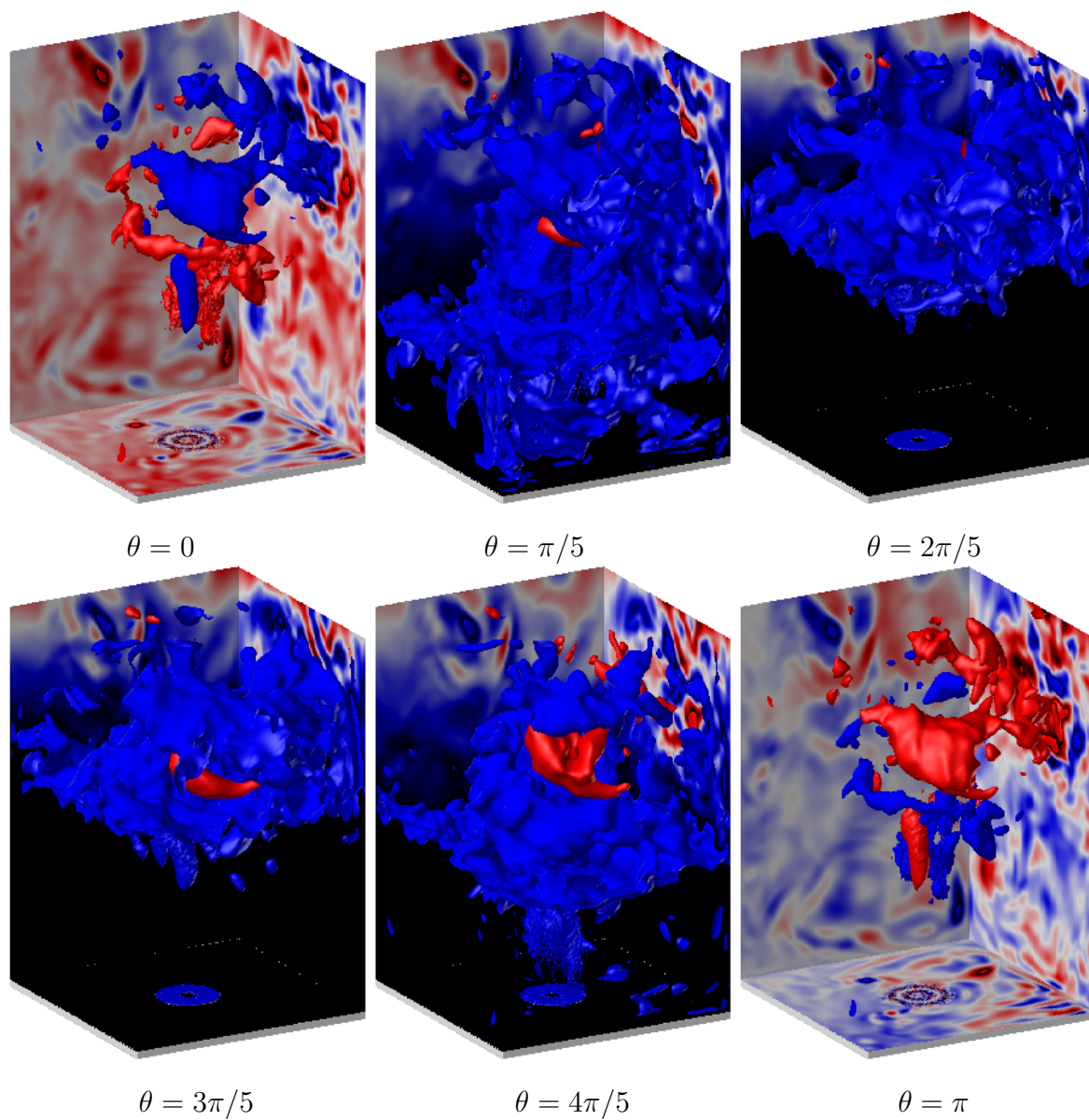


図 5.11: 検査体積が  $8\Delta$  の SSRSGS 燃焼モデルを用いた LES から得られた  $S = 0.6$  の場合の圧力場の DMD モード: 14.9kHz

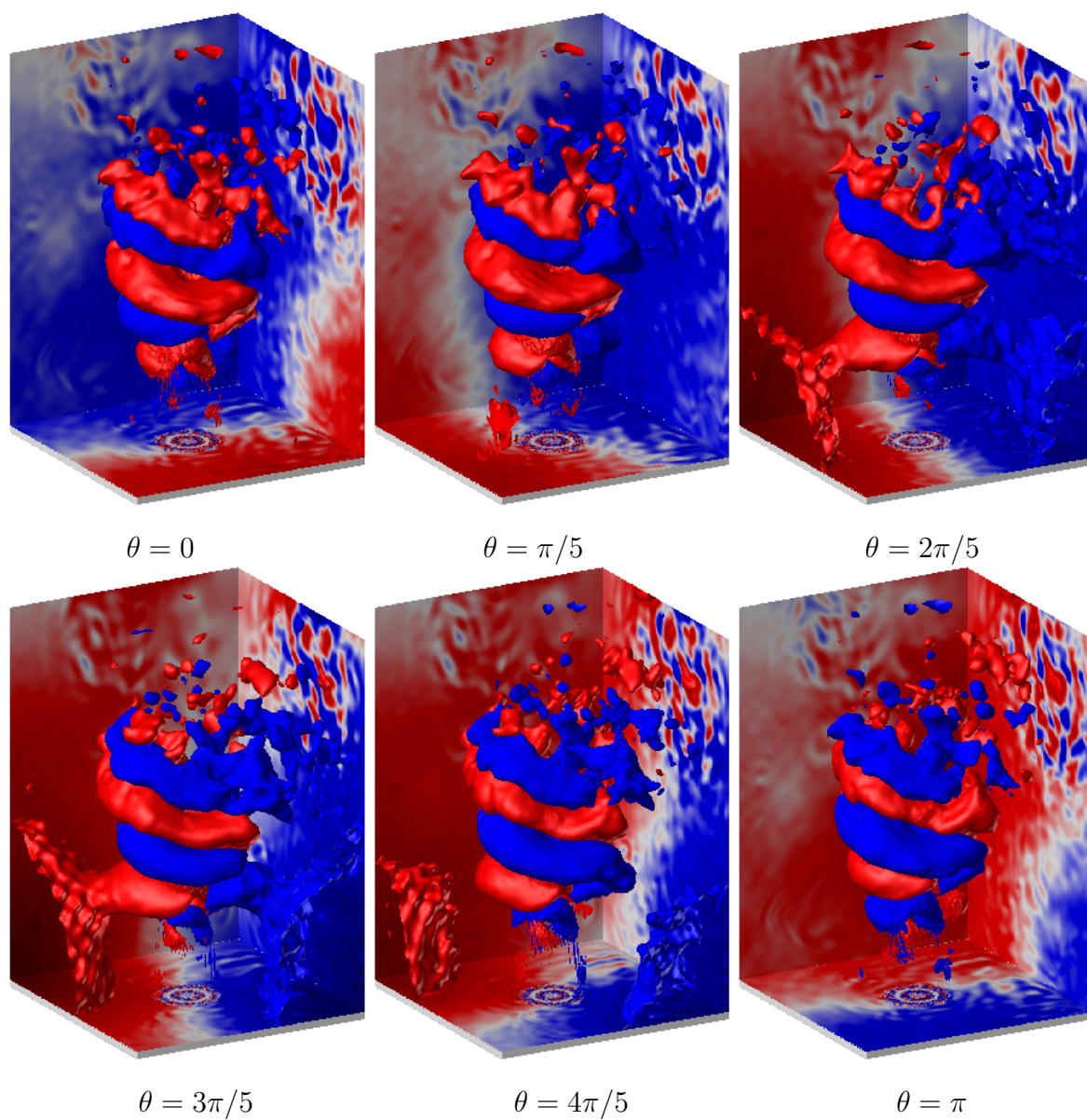


図 5.12: 検査体積が  $8\Delta$  の SSRSGS 燃焼モデルを用いた LES から得られた  $S = 0.6$  の場合の圧力場の DMD モード: 48.3kHz

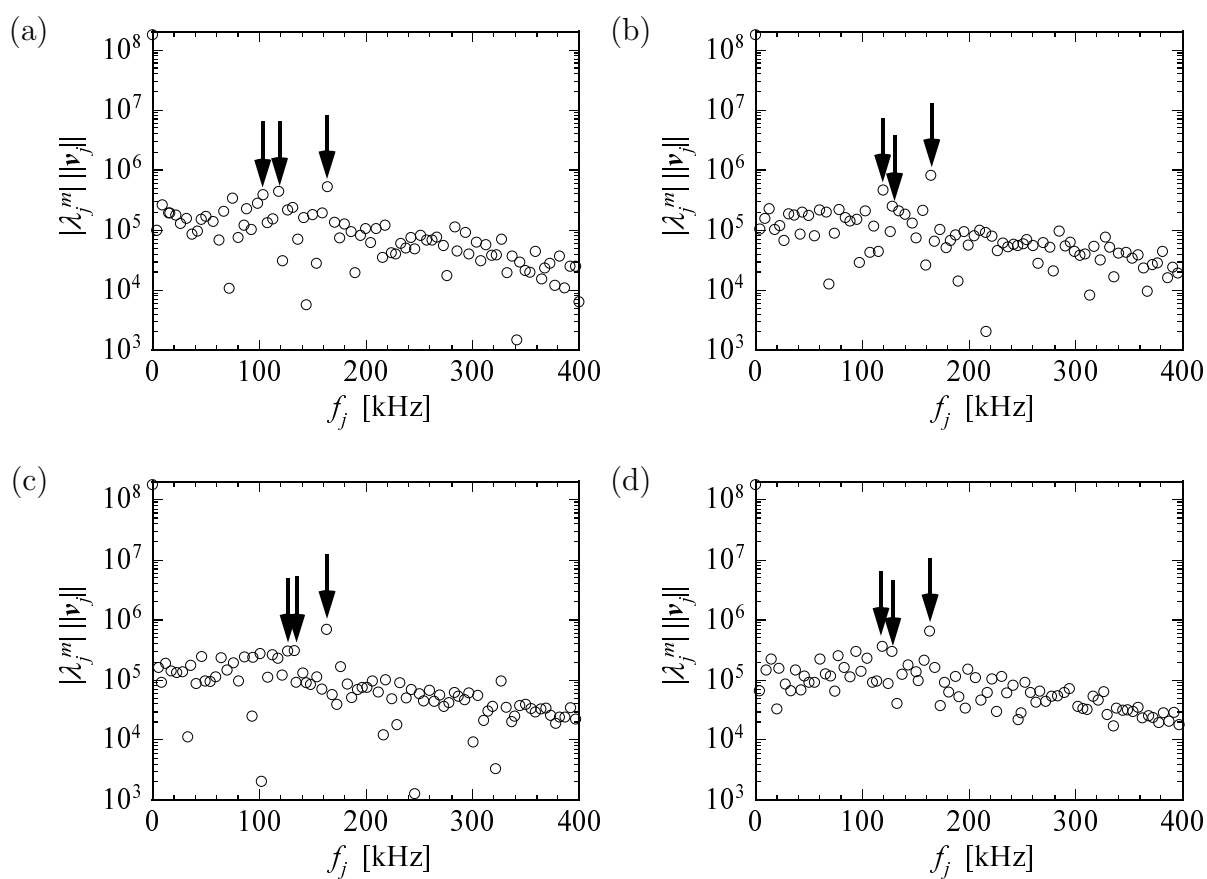


図 5.13: スワール数が 1.2 の場合の LES から得られた圧力場の DMD スペクトル (a,b) SSRSGS 燃焼モデル, (c,d) FDSGS 燃焼モデル, (a,c) CV size =  $(4\Delta)^3$ , (b,d) CV size =  $(8\Delta)^3$

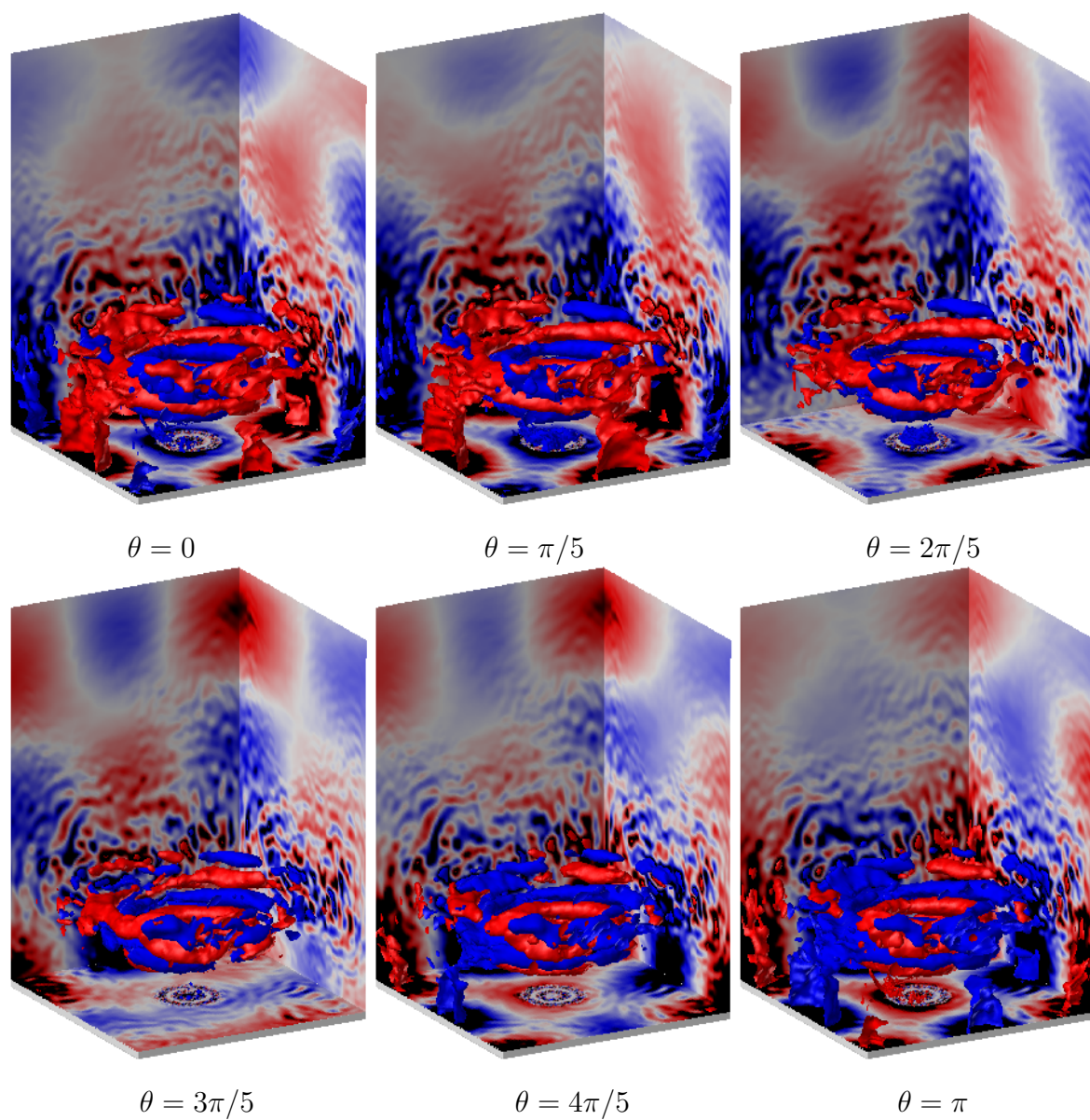


図 5.14: 検査体積が  $8\Delta$  の SSRSGS 燃焼モデルを用いた LES から得られた  $S = 1.2$  の場合の圧力場の DMD モード: 128kHz

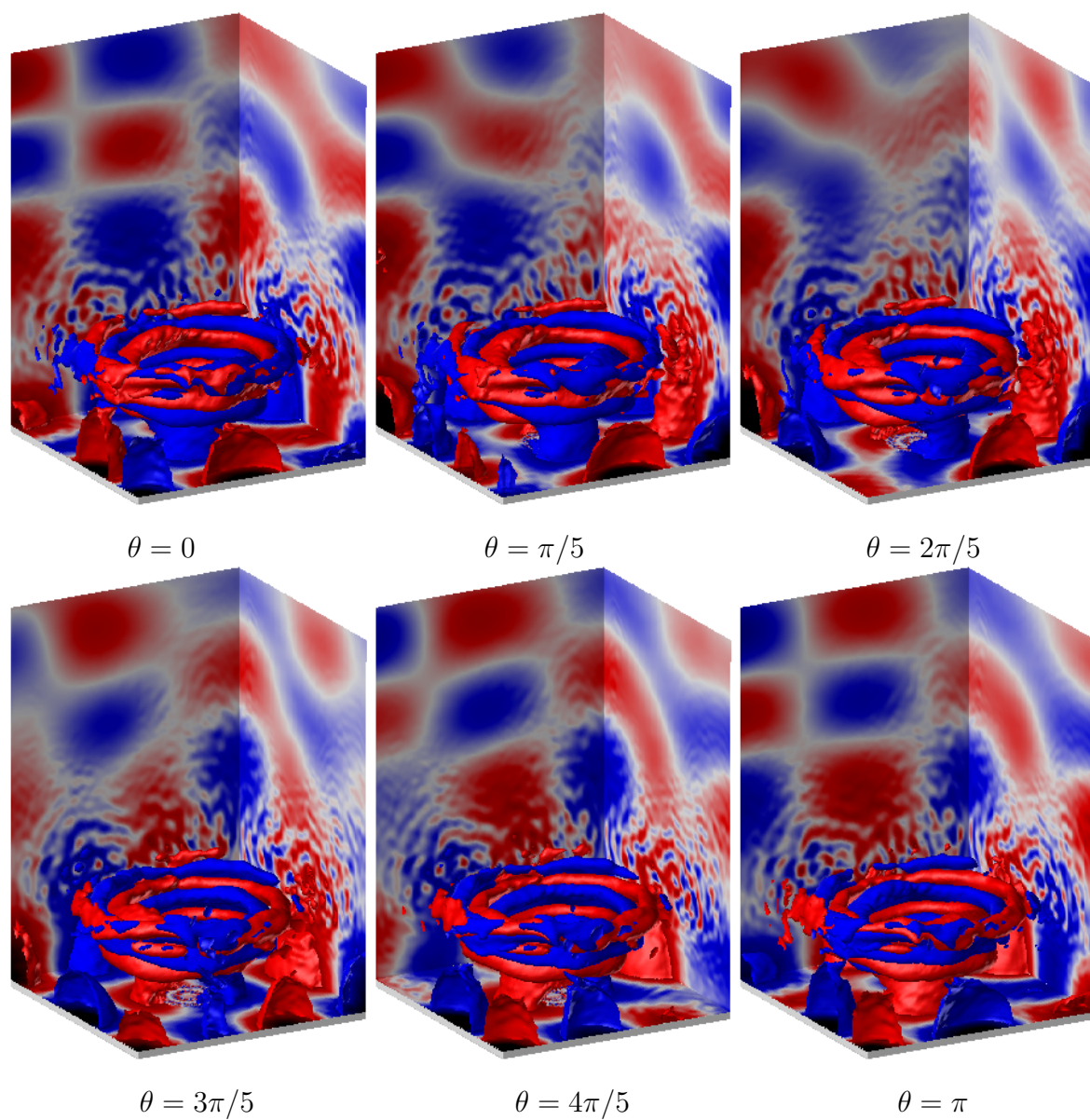


図 5.15: 検査体積が  $8\Delta$  の SSRSGS 燃焼モデルを用いた LES から得られた  $S = 1.2$  の場合の圧力場の DMD モード: 164kHz

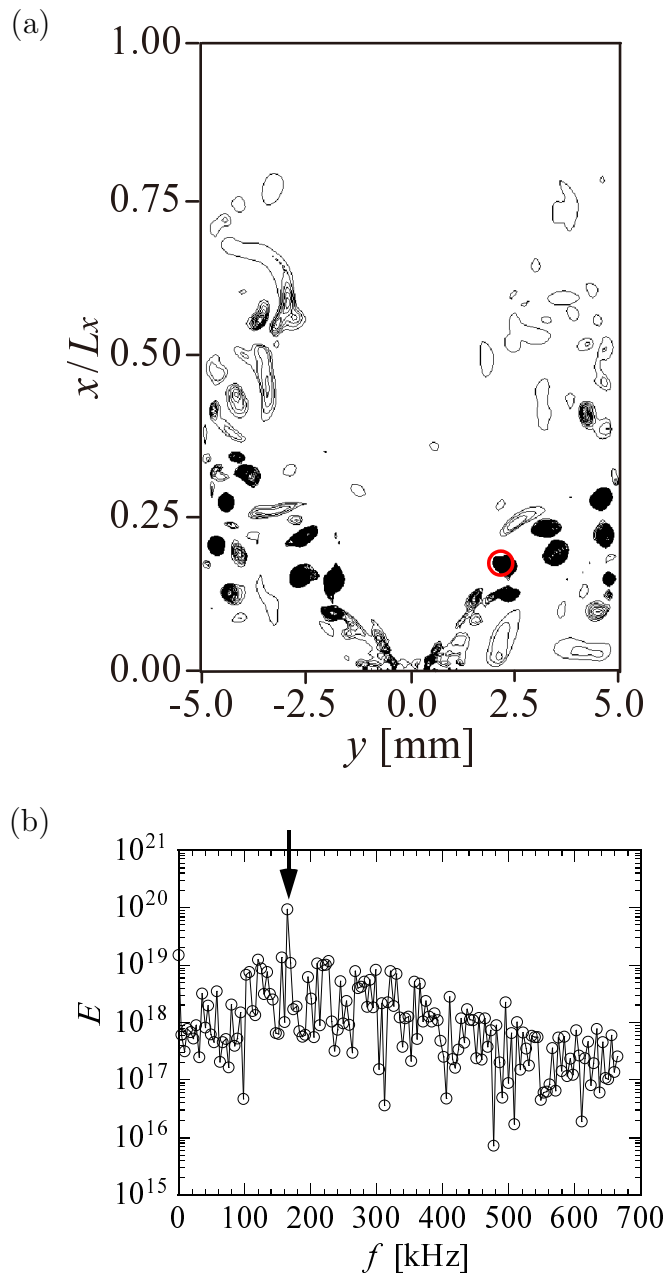


図 5.16: 検査体積が  $8\Delta$  の SSRSGS 燃焼モデルを用いた LES から得られた  $S = 1.2$  の場合の  $z = 0$  断面上の速度勾配テンソルの第二不変量  $Q$  の等値線 (a), 及び赤丸で示した位置 ( $x = 0.167L_x, y = 0.219L_y$ ) において算出した  $Q$  のパワースペクトル (b)

## 第 6 章

### 結論

本論文では、乱流予混合火炎の large eddy simulation のための高精度 SGS 燃焼モデルを開発することを目的とし、自由せん断流中に形成される乱流予混合火炎等を対象として直接数値計算結果を用いた SGS モデルの静的テストと動的テストを行い、それらの結果に基づいて格子幅自己認識型 SGS 燃焼モデルの開発を行った。各章で得られた結果を総括すると以下の通りである。

第2章では、水素・空気乱流噴流予混合火炎及び V 型乱流予混合火炎の DNS データを用いてフラクタル解析を行うことで、自由せん断流中の乱流予混合火炎の火炎面のフラクタル特性を検討し、以下の結論を得た。

1. 乱流噴流予混合火炎及び V 型乱流予混合火炎の火炎面のフラクタル次元は下流方向に増大し、噴流火炎では大規模渦構造が巻き上がる位置で、V 型火炎ではカルマン渦が形成される位置でピークを示す。
2. 乱流が十分に発達した下流域で、火炎面のフラクタル次元は 2.52 ~ 2.57 に達する。
3. Shim *et al.* [49] が提案したコヒーレント微細渦の最頻直径に基づく inner cutoff の相関式は、乱流が十分に発達した領域で自由せん断流中の乱流予混合火炎の火炎面の inner cutoff を予測可能である。

第3章では、水素・空気乱流噴流予混合火炎を対象として DNS データを用いた静的テストと LES による動的テストを行うことで、フラクタル・ダイナミック SGS 燃焼モデル、格子幅自己認識混合型 SGS 応力モデル及び SGS スカラー流束モデルの予測精度の評価を行い、以下の結論を得た。

1. フラクタル・ダイナミック SGS 燃焼モデルに導入されているフラクタル次元の動的決定手法は、自由せん断流中の乱流予混合火炎の火炎面のフラクタル次元を高精度に予測可能である。
2. フラクタル・ダイナミック SGS 燃焼モデルは、乱流が十分に発達した領域でコルモゴロフ・スケールと火炎面面積を高い精度で予測可能である。
3. フラクタル・ダイナミック SGS 燃焼モデルを用いた LES は、既存のモデルの場合と比較して平均温度分布と反応進行変数変動の二乗平均値分布を高精度に予測可能である。
4. Clark *et al.* [21] が提案した SGS スカラー流束モデルは勾配拡散輸送と逆勾配輸送を適切に予測可能であり、Clark *et al.* [21] のモデルを採用することで、勾配拡散型モデルの場合と比べて、LES による反応進行変数変動の予測精度を向上できる。
5. 格子幅自己認識混合型 SGS 応力モデル [13] を用いた LES は、Smagorinsky モデル

の場合より高精度に速度変動の二乗平均値分布を予測可能である。

6. 高い精度を有する SGS 応力モデル，SGS スカラー流束モデルとフラクタル・ダイナミック SGS 燃焼モデルを組み合わせることで，LES の予測精度は総合的に向上する。

第4章では，格子幅自己認識混合型 SGS 応力モデルに採用されている grid scale の物理量からコルモゴロフ・スケールを予測する手法をフラクタル・ダイナミック SGS 燃焼モデルに導入することで，格子幅自己認識型 SGS 燃焼モデルを提案した。一様等方性乱流中の自由伝播予混合火炎と乱流噴流予混合火炎の DNS データを用いた静的テストと，噴流火炎を対象とした LES による動的テストを行うことでモデルの評価を行い，以下の結論を得た。

1. 格子幅自己認識型 SGS 燃焼モデルは，乱流が十分に発達した領域でコルモゴロフ・スケールと火炎面面積を高精度に予測可能である。
2. 格子幅自己認識型 SGS 燃焼モデルを用いた LES は，平均温度分布と反応進行変数変動の二乗平均値分布の予測において十分に高い精度を有する。

第5章では，ガスタービン燃焼器を模擬した矩形燃焼器内に形成される水素・空気旋回流予混合火炎の LES を行った。LES 結果を DNS データと比較することで格子幅自己認識型 SGS 燃焼モデルとフラクタル・ダイナミック SGS 燃焼モデルの動的テストを行うとともに，LES 結果に対して DMD 解析を適用することで LES による圧力変動の動的特性の予測能力を検討し，以下の結論を得た。

1. 格子幅自己認識型 SGS 燃焼モデルあるいはフラクタル・ダイナミック SGS 燃焼モデルを用いた LES は，旋回流や壁面と火炎の干渉等を伴う複雑な乱流燃焼場であっても，反応進行変数の平均値と変動の二乗平均値，平均温度及び平均速度の分布を定性的に予測可能である。
2. 格子幅自己認識型 SGS 燃焼モデルまたはフラクタル・ダイナミック SGS 燃焼モデルによる LES は，低スワール数条件下では，燃焼器形状に起因する主要な圧力変動 DMD モードを予測可能であり，高スワール数条件下でも，最も支配的な DMD モードに対応する固有モードを比較的振幅が大きい DMD モードとして予測可能である。

## 参考文献

- [1] 経済産業省. エネルギー白書 2016, 2016.
- [2] International Energy Agency. *Energy Balance 2015*, 2015.
- [3] L. Y. M. Gicquel, G. Staffelbach, and T. Poinso. Large eddy simulation of gaseous flames in gas turbine combustion chambers. *Prog. Energy Combust. Sci.*, Vol. 38, pp. 782–817, 2012.
- [4] S. Richard, O. Colin, O. Vermorel, A. Benkenida, C. Angelberger, and D. Veynante. Towards large eddy simulation of combustion in spark ignition engines. *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 31, pp. 3059–3066, 2007.
- [5] V. Moureau, P. Domingo, and L. Vervisch. From large-eddy simulation to direct numerical simulation of a lean premixed swirl flame: Filtered laminar flame-PDF modeling. *Combust. Flame*, Vol. 158, pp. 1340–1357, 2011.
- [6] A. Robert, S. Richard, O. Colin, L. Martinez, and L. De Francqueville. LES prediction and analysis of knocking combustion in a spark ignition engine. *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 35, pp. 2941–2948, 2015.
- [7] G. Staffelbach, L.Y.M. Gicquel, G. Boudier, and T. Poinso. Large eddy simulation of self excited azimuthal modes in annular combustors. *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 32, No. 2, pp. 2909–2916, 2009.
- [8] J. Smagorinsky. General circulation experiments with the primitive equations. *Monthly Weather Review*, Vol. 91, pp. 99–164, 1963.
- [9] M. Germano, U. Piomelli, P. Moin, and W. H. Cabot. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Phys. Fluids*, Vol. 3, No. 7, pp. 1760–1765, 1991.

- [10] D. K. Lilly. A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method. *Phys. Fluids*, Vol. 4, No. 3, pp. 633–635, 1992.
- [11] F. Nicoud and F. Ducros. Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor. *Flow Turbulence Combust.*, Vol. 62, pp. 183–200, 1999.
- [12] J. Bardina, J. Ferziger, and W. Reynolds. Improved subgrid-scale models for large-eddy simulation. *AIAA Journal*, Vol. 80, No. 1357, 1980.
- [13] N. Fukushima, Y. Naka, K. Hiraoka, M. Shimura, M. Tanahashi, and T. Miyauchi. A scale self-recognition mixed SGS model based on the universal representation of Kolmogorov length by GS variables. *Proc. 9th Turbulence and Shear Flow Phenomena*, 1B-2, 2015.
- [14] H. Kobayashi. The subgrid-scale models based on coherent structures for rotating homogeneous turbulence and turbulent channel flow. *Phys. Fluids*, Vol. 17, p. 045104, 2005.
- [15] M. Boger, D. Veynante, H. Boughanem, and A. Trouvé. Direct numerical simulation analysis of flame surface density concept for large eddy simulation of turbulent premixed combustion. *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 27, No. 1, pp. 917–925, 1998.
- [16] S. Pfadler, J. Kerl, F. Beyrau, A. Leipertz, A. Sadiki, J. Scheuerlein, and F. Dinkelacker. Direct evaluation of the subgrid scale scalar flux in turbulent premixed flames with conditioned dual-plane stereo PIV. *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 32, pp. 1723–1730, 2009.
- [17] Y. Gao, N. Chakraborty, and M. Klein. Assessment of the performances of subgrid scalar flux models for premixed flames with different global Lewis numbers: A direct numerical simulation analysis. *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol. 52, pp. 28–39, 2015.
- [18] H. G. Weller, G. Tabor, A. D. Gosman, and C. Fureby. Application of a flame-wrinkling LES combustion model to a turbulent mixing layer. *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 27, pp. 899–907, 1998.

- [19] S. Tullis and R. S. Cant. Scalar transport modeling in large eddy simulation of turbulent premixed flames. *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 29, pp. 2097–2104, 2002.
- [20] Y. Huai, A. Sadiki, S. Pfadler, M. Löffler, F. Beyrau, A. Leipertz, and F. Dinkelacker. Experimental assessment of scalar flux models for large eddy simulations of non-reacting flows. *Proc. 5th Turbulence, Heat and Mass Transfer*, pp. 263–266, 2006.
- [21] R. A. Clark, J. H. Ferziger, and W. C. Reynolds. Evaluation of subgrid-scale models using an accurately simulated turbulent flow. *J. Fluid Mech.*, Vol. 91, No. 1, pp. 1–16, 1979.
- [22] A. R. Kerstein, W. T. Ashurst, and F. A. Williams. Field equation for interface propagation in an unsteady homogeneous flow field. *Phys. Rev. A*, Vol. 37, No. 7, pp. 2728–2731, 1988.
- [23] N. Peters. *Turbulent Combustion*, Cambridge University Press, 2000.
- [24] H. Pitsch. A consistent level set formulation for large-eddy simulation of premixed turbulent combustion. *Combust. Flame*, Vol. 143, No. 4, pp. 587–598, 2005.
- [25] B. Thornber, R. W. Bilger, A. R. Masri, and E. R. Hawkes. An algorithm for LES of premixed compressible flows using the conditional moment closure model. *J. Comput. Phys.*, Vol. 230, pp. 7687–7705, 2011.
- [26] J. Kim and S. B. Pope. Effects of combined dimension reduction and tabulation on the simulations of a turbulent premixed flame using a large-eddy simulation/probability density function method. *Combust. Theory Model.*, Vol. 18, No. 3, pp. 388–413, 2014.
- [27] S.B. Pope. Computations of turbulent combustion: Progress and challenges. *In: Twenty-Third Symposium (International) on Combustion*, No. 1, pp. 591–612, 1991.
- [28] F. Charlette, C. Meneveau, and D. Veynante. A power-law flame wrinkling model for LES of premixed turbulent combustion part I: Non-dynamic formulation and initial tests. *Combust. Flame*, Vol. 131, pp. 159–180, 2002.

- [29] O. Colin, F. Ducros, D. Veynante, and T. Poinso. A thickened flame model for large eddy simulation of turbulent premixed combustion. *Phys. Fluids*, Vol. 12, No. 7, pp. 1843–1863, 2000.
- [30] F. Charlette, C. Meneveau, and D. Veynante. A power-law flame wrinkling model for LES of premixed turbulent combustion part II: dynamic formulation. *Combust. Flame*, Vol. 131, pp. 181–197, 2002.
- [31] D. Veynante and L. Vervisch. Turbulent combustion modeling. *Prog. Energy Combust. Sci.*, Vol. 28, pp. 193–266, 2002.
- [32] R. W. Bilger. Conditional moment closure for turbulent reacting flow. *Phys. Fluids*, Vol. 5, No. 2, pp. 436–444, 1993.
- [33] H. Pitsch. Large eddy simulation of turbulent combustion. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 38, pp. 453–482, 2006.
- [34] D. C. Haworth. Progress in probability density function methods for turbulent reacting flows. *Prog. Energy Combust. Sci.*, Vol. 36, pp. 168–259, 2010.
- [35] H. Pitsch. A G-equation formulation for large-eddy simulation of premixed turbulent combustion. *Center for Turbulence Research Annual Research Briefs*, pp. 3–14, 2002.
- [36] T. D. Dunstan, Y. Minamoto, N. Chakraborty, and N. Swaminathan. Scalar dissipation rate modelling for large eddy simulation of turbulent premixed flames. *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 34, pp. 1193–1201, 2013.
- [37] N. Chakraborty and M. Klein. *A priori* direct numerical simulation assessment of algebraic flame surface density models for turbulent premixed flames in the context of large eddy simulation. *Phys. Fluids*, Vol. 20, p. 085108, 2008.
- [38] N. Chakraborty and R. S. Cant. *A priori* analysis of the curvature and propagation terms of the flame surface density transport equation for large eddy simulation. *Phys. Fluids*, Vol. 19, p. 105101, 2007.
- [39] N. Chakraborty and R. S. Cant. Direct numerical simulation analysis of the flame surface density transport equation in the context of large eddy simulation. *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 32, pp. 1445–1453, 2009.

- [40] E. Knudsen, H. Kolla, E. R. Hawkes, and H. Pitsch. LES of a premixed jet flame DNS using a strained flamelet model. *Combust. Flame*, Vol. 160, pp. 2911–2927, 2013.
- [41] G. Damköhler. Der einfluss der turbulenz auf die flammengeschwindigkeit in gasgemischen. *Z. Elektrochem.*, Vol. 46, No. 11, pp. 601–626, 1940.
- [42] H. Pitsch and L. Duchamp De Lageneste. Large-eddy simulation of premixed turbulent combustion using a level-set approach. *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 29, pp. 2009–2015, 2002.
- [43] P. Flohr and H. Pitsch. A turbulent flame speed closure model for LES of industrial burner flows. *Proc. Center for Turbulence Research Summer Program*, pp. 169–179, 2000.
- [44] I. Yoshikawa, Y. S. Shim, Y. Nada, M. Tanahashi, and T. Miyauchi. A dynamic SGS combustion model based on fractal characteristics of turbulent premixed flames. *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 34, pp. 1373–1381, 2013.
- [45] R. Knikker, D. Veynante, and C. Meneveau. A dynamic flame surface density model for large eddy simulation of turbulent premixed combustion. *Phys. Fluids*, Vol. 16, No. 11, pp. 91–94, 2004.
- [46] O. Chatakonda, E. R. Hawkes, M. J. Brear, J. H. Chen, E. Knudsen, and H. Pitsch. Modeling of the wrinkling of premixed turbulent flames in the thin reaction zones regime for large eddy simulation. *Proc. Center for Turbulence Research Summer Program*, pp. 271–280, 2010.
- [47] C. Fureby. A fractal flame-wrinkling large eddy simulation model for premixed turbulent combustion. *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 30, pp. 593–601, 2005.
- [48] C. Meneveau and T. Poinso. Stretching and quenching of flamelets in premixed turbulent combustion. *Combust. Flame*, Vol. 86, pp. 311–332, 1991.
- [49] Y-S. Shim, S. Tanaka, M. Tanahashi, and T. Miyauchi. Local structure and fractal characteristics of H<sub>2</sub>-air turbulent premixed flame. *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 33, pp. 1455–1462, 2011.

- [50] Ö. L. Gülder and G. J. Smallwood. Inner cutoff scale of flame surface wrinkling in turbulent premixed flames. *Combust. Flame*, Vol. 103, pp. 107–114, 1995.
- [51] J. Mantzaras. Geometrical properties of turbulent premixed flames: Comparison between computed and measured quantities. *Comb. Sci. Technol.*, Vol. 86, pp. 135–162, 1992.
- [52] N. Peters. Laminar flamelet concepts in turbulent combustion. *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 21, pp. 1231–1250, 1986.
- [53] T. Poinso, D. Veynante, and S. Candel. Diagrams of premixed turbulent combustion based on direct simulation. *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 23, pp. 613–619, 1990.
- [54] W. L. Roberts, J. F. Driscoll, M. C. Drake, and L. P. Goss. Images of the quenching of a flame by a vortex – to quantify regimes of turbulent combustion. *Combust. Flame*, Vol. 94, pp. 58–69, 1993.
- [55] F. Battista, G. Troiani, and F. Picano. Fractal scaling of turbulent premixed flame fronts: Application to LES. *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol. 51, pp. 78–87, 2015.
- [56] O. Chatakonda, E. R. Hawkes, A. J. Aspden, A. R. Kerstein, H. Kolla, and J. H. Chen. On the fractal characteristics of low Damköhler number flames. *Combust. Flame*, Vol. 160, pp. 2422–2433, 2013.
- [57] E. Cintosun, G. J. Smallwood, and Ö. L. Gülder. Flame surface fractal characteristics in premixed turbulent combustion at high turbulence intensities. *AIAA Journal*, Vol. 45, pp. 2785–2789, 2007.
- [58] C. Cohé, F. Halter, C. Chauveau, I. Gökalp, and Ö. L. Gülder. Fractal characterisation of high-pressure and hydrogen-enriched CH<sub>4</sub>-air turbulent premixed flames. *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 31, pp. 1345–1352, 2007.
- [59] P. J. Goix and I. G. Shepherd. Lewis number effects on turbulent premixed flame structure. *Comb. Sci. Technol.*, Vol. 91, pp. 191–206, 1993.

- [60] A. Ü. A. Gorgen and S. Gökalp. A planar laser induced fluorescence study of turbulent flame kernel growth and fractal characteristics. *Comb. Sci. Technol.*, Vol. 92, pp. 265–290, 1993.
- [61] Ö. L. Gülder, G. J. Smallwood, R. Wong, D. R. Snelling, R. Smith, B. M. Deschamps, and G. C. Sautet. Flame front surface characteristics in turbulent premixed propane/air combustion. *Combust. Flame*, Vol. 120, pp. 407–416, 2000.
- [62] A. R. Kerstein. Fractal dimension of turbulent premixed flames. *Comb. Sci. Technol.*, Vol. 60, pp. 441–445, 1988.
- [63] H. Kobayashi and H. Kawazoe. Flame instability effects on the smallest wrinkling scale and burning velocity of high-pressure turbulent premixed flames. *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 28, pp. 375–382, 2000.
- [64] H. Kobayashi. Experimental study of high-pressure turbulent premixed flames. *Exp. Therm. Fluid Sci.*, Vol. 26, pp. 375–387, 2002.
- [65] H. Kobayashi, T. Kawahata, K. Seyama, T. Fujimari, and J.-S. Kim. Relationship between the smallest scale of flame wrinkles and turbulence characteristics of high-pressure, high-temperature turbulent premixed flames. *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 29, pp. 1793–1800, 2002.
- [66] H. Kobayashi, K. Seyama, H. Hagiwara, and Y. Ogami. Burning velocity correlation of methane/air turbulent premixed flames at high pressure and high temperature. *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 30, pp. 827–834, 2005.
- [67] H. Kobayashi, S. Yata, Y. Ichikawa, and Y. Ogami. Dilution effects of superheated water vapor on turbulent premixed flames at high pressure and high temperature. *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 32, pp. 2607–2614, 2009.
- [68] J. Mantzaras, P. G. Felton, and F. V. Bracco. Fractals and turbulent premixed engine flames. *Combust. Flame*, Vol. 77, pp. 295–310, 1989.
- [69] K. Mukaiyama, S. Shibayama, and K. Kuwana. Fractal structures of hydrodynamically unstable and diffusive-thermally unstable flames. *Combust. Flame*, Vol. 160, pp. 2471–2475, 2013.

- [70] G. J. Smallwood, Ö. L. Gülder, D. R. Snelling, B. M. Deschamps, and I. Gökalp. Characterization of flame front surfaces in turbulent premixed methane/air combustion. *Combust. Flame*, Vol. 101, pp. 461–470, 1995.
- [71] B. Yenerdag, N. Fukushima, M. Shimura, M. Tanahashi, and T. Miyauchi. Turbulence-flame interaction and fractal characteristics of H<sub>2</sub>-air premixed flame under pressure rising condition. *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 35, pp. 1277–1285, 2015.
- [72] B. Yenerdag. Investigation on global and local flame structures of turbulent premixed combustion by direct numerical simulation. 東京工業大学学位論文, 2015.
- [73] T. Miyauchi, M. Tanahashi, and F. Gao. Fractal characteristics of turbulent diffusion flames. *Comb. Sci. Technol.*, Vol. 96, pp. 135–154, 1994.
- [74] F. C. Gouldin. An application of fractals to modeling premixed turbulent flames. *Combust. Flame*, Vol. 68, pp. 249–266, 1987.
- [75] Ö. L. Gülder. Turbulent premixed combustion modelling using fractal geometry. *Proc. Combust. Inst.*, pp. 835–842, 1990.
- [76] M. Shimura, K. Yamawaki, N. Fukushima, Y. S. Shim, Y. Nada, M. Tanahashi, and T. Miyauchi. Flame and eddy structures in hydrogen-air turbulent jet premixed flame. *J. Turbulence*, Vol. 13, No. 42, pp. 1–17, 2012.
- [77] Y. Minamoto, N. Fukushima, M. Tanahashi, T. Miyauchi, T. D. Dunstan, and N. Swaminathan. Effect of flow-geometry on turbulence-scalar interaction in premixed flames. *Phys. Fluids*, Vol. 23, No. 12, p. 125107, 2011.
- [78] N. Fukushima, H. Shiono, M. Shimura, M. Tanahashi, and T. Miyauchi. Pressure effects on flame structure in turbulent V-flame. *Proc. 4th Asian Symposium on Computational Heat Transfer and Fluid Flow*, ASCHT0255-T03-1-P, 2013.
- [79] K. Matsui, Y. Naka, N. Fukushima, M. Shimura, M. Tanahashi, and T. Miyauchi. Static and dynamic tests of the grid-width self recognizing SGS model in a turbulent plane jet. *Proc. ASME-JSME-KSME Joint Fluids Engineering Conference 2015*, p. 08642, 2015.

- [80] S. Tanaka, M. Shimura, N. Fukushima, M. Tanahashi, and T. Miyauchi. DNS of turbulent swirling premixed flame in a micro gas turbine combustor. *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 33, No. 2, pp. 3293–3300, 2011.
- [81] K. Aoki, M. Shimura, S. Ogawa, N. Fukushima, Y. Naka, Y. Nada, M. Tanahashi, and T. Miyauchi. Short- and long-term dynamic modes of turbulent swirling premixed flame in a cuboid combustor. *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 35, pp. 3209–3217, 2015.
- [82] Y. Minamoto, K. Aoki, M. Tanahashi, and N. Swaminathan. DNS of swirling hydrogen-air premixed flames. *Int. J. Hydrogen Energy*, Vol. 23, No. 40, pp. 13604–13620, 2015.
- [83] K. Aoki, M. Shimura, Y. Naka, and M. Tanahashi. Disturbance energy budget of turbulent swirling premixed flame in a cuboid combustor. *Proc. Combust. Inst.*, *in press*, 2016.
- [84] K. K. Chen, J. H. Tu, and C. W. Rowley. Variants of dynamic mode decomposition: connections between Koopman and Fourier analyses. *J. Nonlinear Sci.*, Vol. 22, No. 6, pp. 887–915, 2011.
- [85] C. W. Rowley, I. Mezić, P. Schlatter S. Bagheri, and D. S. Henningson. Spectral analysis of nonlinear flows. *J. Fluid Mech.*, Vol. 641, pp. 115–127, 2009.
- [86] H. Kobayashi, H. Hagiwara, H. Kaneko, and Y. Ogami. Effects of CO<sub>2</sub> dilution on turbulent premixed flames at high pressure and high temperature. *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 31, pp. 1451–1458, 2007.
- [87] M. Tanahashi, S. Iwase, and T. Miyauchi. Appearance and alignment with strain rate of coherent fine scale eddies in turbulent mixing layer. *J. Turbulence*, Vol. 2, No. 6, pp. 1–18, 2001.
- [88] 店橋 護. DNSによる反応性乱流の基礎的研究. 東京工業大学学位論文, 1996.
- [89] R. J. Kee, F. M. Rupley, and J. A. Miller. A Fortran chemical kinetics package for the analysis of gas phase chemical kinetics. *Report No. SAND89-8009B*, 1989.

- [90] R. J. Kee, G. Dixon-Lewis, J. Warnatz, M. E. Coltrin, and J. A. Miller. A Fortran computer code package for the evaluation of gas-phase multicomponent transport properties. *Report No. SAND86-8246*, 1986.
- [91] S. K. Lele. Compact finite difference schemes with spectral-like resolution. *J. Comput. Phys.*, Vol. 103, pp. 16–42, 1992.
- [92] P.N. Brown, G.D. Byrne, and A.C. Hindmarsh. VODE: A variable-coefficient ODE solver. *SIAM J. Sci. Statist. Comput.*, Vol. 10, pp. 1038–1051, 1989.
- [93] A. Michalke. On the inviscid instability of the hyperbolic-tangent velocity profile. *J. Fluid Mech.*, Vol. 19, No. 4, pp. 543–556, 1964.
- [94] T. J. Poinsot and S. K. Lele. Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. *J. Comput. Phys.*, Vol. 101, pp. 104–129, 1992.
- [95] M. Baum, T. Poinsot, and D. Thevenin. Accurate boundary conditions for multicomponent reactive flows. *J. Comput. Phys.*, Vol. 106, pp. 247–261, 1994.
- [96] J. A. Miller and C. T. Bowman. Mechanism and modeling of nitrogen chemistry in combustion. *Prog. Energy Combust. Sci.*, Vol. 15, pp. 287–338, 1989.
- [97] M. D. Smooke and V. Giovangigli. Formulation of the premixed and nonpremixed test problems. In *Reduced kinetic mechanisms and asymptotic approximations for methane-air flames*, Vol. 384, pp. 1–28. Springer Verlag, 1991.
- [98] M. Tanahashi, Y. Wang, T. Fujisawa, M. Sato, K. Chinda, and T. Miyauchi. Fractal geometry and mixing transition in turbulent mixing layer. *Proc. 5th Turbulence and Shear Flow Phenomena*, pp. 1187–1192, 2007.
- [99] P. Domingo, L. Vervisch, S. Payet, and Hauguel R. DNS of a premixed turbulent V flame and LES of a ducted flame using a FSD-PDF subgrid scale closure with FPI-tabulated chemistry. *Combust. Flame*, Vol. 143, pp. 566–586, 2005.
- [100] A. N. Lipatnikov and J. Chomiak. Effects of premixed flames on turbulence and turbulent scalar transport. *Prog. Energy Combust. Sci.*, Vol. 36, pp. 1–102, 2010.

- [101] L. Duchamp de Lageneste and H. Pitsch. A numerical scheme for the large-eddy simulation of turbulent combustion using a level-set method. *Center for Turbulence Research Annual Research Briefs*, pp. 15–26, 2002.
- [102] X.-D. Liu, S. Osher, and T. Chan. Weighted essentially non-oscillatory schemes. *J. Comput. Phys.*, Vol. 115, pp. 200–212, 1994.
- [103] G.-S. Jiang and D. Peng. Weighted ENO schemes for Hamilton-Jacobi equations. *SIAM J. Sci. Comput.*, Vol. 21, pp. 2126–2143, 2000.
- [104] M. Klein, C. Kasten, Y. Gao, and N. Chakraborty. *A-priori* direct numerical simulation assessment of sub-grid scale stress tensor closures for turbulent premixed combustion. *Comput. Fluids*, Vol. 122, pp. 1–11, 2015.
- [105] D. Veynante, A. Trouvé, K. N. C. Bray, and T. Mantel. Gradient and counter-gradient scalar transport in turbulent premixed flames. *J. Fluid Mech.*, Vol. 332, pp. 263–293, 1997.
- [106] R. J. Kee, J. F. Gracar, M. D. Smooke, and J. A. Miller. A Fortran program for modelling steady laminar one-dimensional premixed flames. *Report No. SAND85-8240*, 1985.
- [107] J. Rayleigh. *The Theory of Sound*, Dover Publications, 1878.
- [108] Y. Wang, M. Tanahashi, and T. Miyauchi. Coherent fine scale eddies in turbulence transition of spatially-developing mixing layer. *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol. 28, pp. 1280–1290, 2007.
- [109] P. J. Schmid. Application of the dynamic mode decomposition to experimental data. *Exp. Fluids*, Vol. 50, pp. 1123–1130, 2011.

# 謝辞

本論文を締めくくるにあたりまして、大学院入学以降5年間の長きにわたり、懇切丁寧な御指導と御助言を賜りました店橋護教授に深く感謝致します。

修士課程の二年間、及びその後も貴重な御意見と御助言を賜りました、宮内敏雄教授に深く感謝致します。

研究遂行及び研究生生活において数多くの御指導及び御助言を頂きました、志村祐康准教授に心より感謝致します。

本研究を通じて有意義な御討論、御助言を頂きました、福島直哉嘱託准教授に心より感謝致します。

常に親身になって御指導を頂きました、中吉嗣専任講師に心より感謝いたします。

厳しく的確な御指導を頂きました、源勇氣助教に心より感謝致します。

事務の面でお世話になりました、香川渚秘書、川村尚子秘書に感謝致します。

共に研究生生活を送り数々の御助言を頂きました、由川格氏、Basmil Yenerdag 氏、城地文音氏、Bossard Pierre-Edouard 氏、大倉康裕氏、原田雄司氏、青木虹造氏、大沢耕介氏、JoonHwi Park 氏に感謝致します。

共に研究生生活を送った先輩方である堅田佑樹氏、朽木孝太郎氏、富田健一氏、同期の小川真一氏、大林努氏、徳丸千彰氏、村山大樹氏に感謝致します。

共に研究生生活を送り苦楽を共にしました、伊藤将吾氏、河尻翔太氏、塩野寛明氏、松井孝太郎氏、宮田英里子氏、Popovici Alexandru 氏、笠井美希氏、栗原大樹氏、八坂尚明氏、木下祐輝氏、木原瑞希氏、小松謙治朗氏、齋藤尚幸氏、吉田真悟氏、Maneerat Ekawuth 氏、伊藤宗嵩氏、前田つぐみ氏、藪田晃司氏、山田理恵氏、Jaewon Son 氏、Sujoy Chakraborty 氏、安藤友香氏、伊藤優子氏、近藤悠太氏、平澤弘毅氏、Siddhartha Kumar 氏、Mohamed Shamma 氏に感謝します。

最後に、これまで私を支えてくれた家族と友人に心から感謝致します。