

論文 / 著書情報
Article / Book Information

論題(和文)	カーブフィット法を用いた屋根面モード同定の基礎的研究 5質点系モデルを用いた伝達関数の同定
Title(English)	
著者(和文)	和田穂月, 佐藤大樹, 鈴木理恵, 佐々木智大, 青井淳, 梶原浩一
Authors(English)	Hotsuki Wada, Daiki Sato, Rie Suzuki, Tomohiro Sasaki, Atsushi Aoi, Koichi Kajiwara
出典 / Citation	日本建築学会関東支部研究報告集, , , pp. 297-300
Citation(English)	, , , pp. 297-300
発行日 / Pub. date	2017, 3

カーブフィット法を用いた屋根面モード同定の基礎的研究 5 質点系モデルを用いた伝達関数の同定

構造—振動

5 質点系モデル モード同定 伝達関数
カーブフィット法 固有振動数 減衰定数

正会員 ○ 和田穂月^{*1}
" 鈴木理恵^{*1}
" 青井淳^{*4}

正会員 佐藤大樹^{*2}
" 佐々木智大^{*3}
" 梶原浩一^{*5}

1. はじめに

災害時に避難拠点となる学校体育館は、大地震発生後も余震に耐え使用可能なことが求められるが、天井脱落を代表とする非構造部材の落下被害が発生し、避難拠点としての機能を満たさない事例が報告されている¹⁾。大地震動における天井の耐震性を向上させるためには、天井に作用する荷重を検討する必要がある。地震時の屋根面の挙動は天井に直接伝達するため、天井に作用する荷重を解明するうえで屋根面の振動特性を分析することは非常に重要である。

本研究では、E-ディフェンスを用いた実大鉄骨造体育館試験体の振動実験から屋根面の応答を解明するために学校施設の体育館をモデル化し、振動特性の1つであるモード形状に着目し、大地震動による屋根面のモード形状の変化を検討することを目的としている。モード同定方法の1つとして、伝達関数のカーブフィット法があげられる。カーブフィット法は理論が明快で比較的簡便に同定を行うことが可能なため用いることが多い²⁾が、同定範囲、フィルター処理、初期値の設定などによって結果にばらつきが生じることが知られている。本報では、両端部固定の5質点系の解析モデルを用いて、カーブフィット法を用いた伝達関数同定を行う際の同定範囲、フィルター処理、初期値の設定が同定結果に与える影響に関して検討する。

2. 質点系モデルの概要

本報で用いた質点系モデルを図1に示す。質点系モデルは両端部固定の5質点系モデルとした。全ての質点の質量は $m_i=1.0\text{ kg}$ とし、剛性 k_x は1次固有振動数を $f=2.4\text{ Hz}$ となるよう調整し、 $k_x=850\text{ N/m}$ とした。また、減衰は1次の減衰定数 $h=0.02$ となる剛性比例型減衰とた。固有値解析より得られた3次モードの固有振動数、減衰定数、刺激関数を表1に示す。表1より2次の刺激関数の値が小さいモデルであることがわかる。

表1 固有値解析結果

	固有振動数(Hz) f	減衰定数 h	刺激関数 $s\beta$				
			質点1	質点2	質点3	質点4	質点5
1次	2.4	0.02	0.622	1.077	1.244	1.077	0.622
2次	4.7	0.038	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3次	6.7	0.054	0.333	0.000	-0.333	0.000	0.333

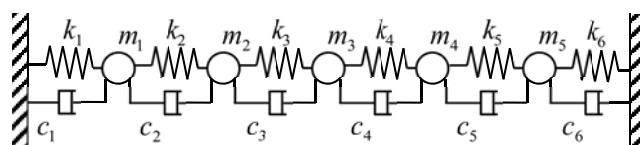


図1 5質点系モデル

3. 同定手法の概要

3.1 剰余剛性を考慮した伝達関数の算出方法

伝達関数を算出し、カーブフィット法から同定を行う。1次から3次までを対象とし、それより高次のモードの影響を近似的に導入し、伝達関数に生じる誤差をできるだけ小さくするために剰余剛性を考慮した伝達関数の式³⁾を以下に示す。

$$\left\{ \frac{\ddot{Y}}{\ddot{z}_0} \right\} = \left\{ H e^{i\theta} \right\} + \frac{1}{z} = \sum_{s=1}^3 s\beta \{ \phi \} \left[\frac{1 + 2s h \left(\frac{p}{s\omega} \right) i}{1 - \left(\frac{p}{s\omega} \right)^2 + 2s h \left(\frac{p}{s\omega} \right) i} \right] + \frac{1}{z} \quad (1)$$

ここで $\{ \ddot{Y} \}$: 絶対加速度, $\ddot{z}_0$: 地動加速度,
 $s\beta$: 刺激関数, $\{ \phi \}$: モードとし,

$$\begin{aligned} \{ H \} &= \sum_{s=1}^3 s\beta \{ \phi \} s H \\ \{ \theta \} &= \sum_{s=1}^3 s\beta \{ \phi \} s \theta \end{aligned} \quad (2-a,b)$$

である。ただし

$$\sum_{s=1}^3 s\beta \{ \phi \} + \left\{ \frac{1}{z} \right\} = \{ 1 \} \quad (3)$$

ここで z : 剰余剛性である。

3.2 伝達関数のカーブフィット法によるシステム同定

式(1)より算出した伝達関数と入力波の伝達関数の二乗和の誤差 R (式(4)) が最小となるような $s\omega$, $s h$, $s\beta_s \phi (=s\beta')$ ($s=1\sim 3$) および $1/z$ を、非線形最小二乗法を解く手法の一つとしてカーブフィット法を用いて同定を行う。

$$R = \sum_j \left[\left| H(s\omega) - H \left(s\omega, s h, s\beta', \frac{1}{z} \right) \right|^2 \right] \quad s=1\sim 3 \quad (4)$$

ただし、以下の条件を設ける。

$$\sum_{j=1}^3 s \beta' + \frac{1}{z} = 1$$

$$0 <_1 \omega <_2 \omega <_3 \omega, \quad 0 <_s h \quad (5a-c)$$

例として非線形最小 2 乗法を用いた伝達関数同定の同定結果を図 2(a), (b)に示す。(a)は伝達関数の同定結果, (b)は位相の同定結果である。入力波はランダム波とし, 最大加速度が 0.6m/s^2 程度となるよう調整した波を固有周期 0.399s の試験体に入力した基礎中央部の応答波形である。

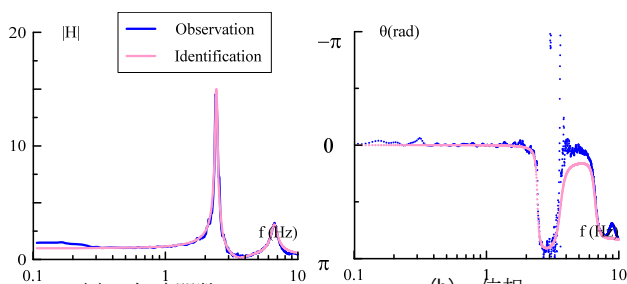


図 2 同定結果

4. カーブフィット法による伝達関数の同定

4.1 スムージングのバンド幅による影響

スムージングのバンド幅による同定値の影響を確認する。伝達関数を算出する際にピークを明確にするためスペクトル・ウィンドウによる平滑化を行う。平滑化では Parzen のウィンドウ⁴⁾を使用し, バンド幅による同定値の影響を検討する。以下に平滑化を行う際のバンド幅の式を示す。

$$b = \frac{8}{3} \sqrt{n} \cdot \Delta f \quad (6)$$

ここで, b : バンド幅 (Hz), n : サイクル数, Δf : 振動数間隔 (Hz) とする。

検討に用いたバンド幅は, 0 (スムージングなし) および $0.03 \sim 0.10\text{Hz}$ の 0.01 刻みとする。固有値を基準とした同定値の固有振動数の比率を図 3 に減衰定数の比率を図 4 に示す。ここでは質点 1~3 を示す。

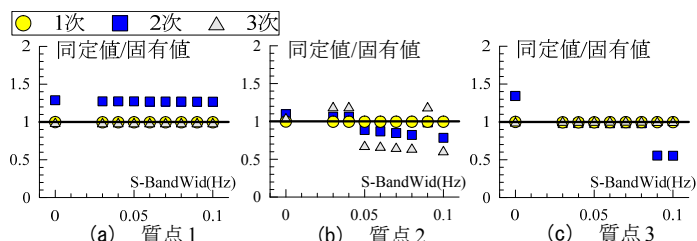


図 3 スムージングによる同定値比率 (固有振動数)

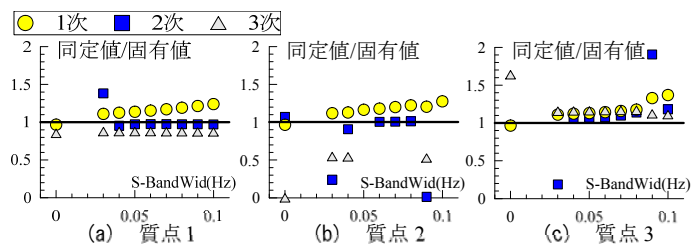


図 4 スムージングによる同定値比率 (減衰定数)

図 3(a)~(c)の固有振動数に着目すると, 1 次では全ての質点でバンド幅によらず誤差が少ないことがわかる。図 3(a), (c)より質点 1, 3 の 3 次は, 1 次と同様に誤差が小さいことが確認できる。図 3(b)より質点 2 の 3 次は, 他のバンド幅に比べてバンド幅 $0.03, 0.04, 0.09\text{Hz}$ において誤差が小さくなり 2 割程度であることがわかる。

図 4(a)~(c)の減衰定数に着目すると, 1 次では全ての質点でバンド幅が大きくなるほど誤差も大きくなり, バンド幅 0.07Hz で誤差が 2 割であることがわかる。図 4(a), (c) 質点 1, 3 の 3 次は, 2 割程度の誤差であることが確認できる。図 4(b)より質点 2 の 3 次は, 全てのバンド幅で誤差が大きいことがわかる。

以上より, 本報では 1, 3 次の固有振動数, 減衰定数が 2 割程度の誤差となるバンド幅 $0.04 \sim 0.07\text{Hz}$ を許容範囲とし, 中でもバンド幅が一番小さい 0.04Hz が最適値として平滑化を行い, 以降の検討を進める。

4.2 同定範囲による影響

同定範囲を変化させることによる同定値の影響を検討する。その際, 4.1 節で求めたスムージングバンド幅 0.04Hz を用いる。同定範囲の最小値は 1 次の固有振動数を 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9 倍し, 最大値は 3 次の固有振動数を 2, 3, 4 倍とした。同定範囲の条件を表 2 に示す。4.1 節と同様に固有振動数の比率を図 5 に減衰定数の比率を図 6 に示す。

表 2 同定範囲の条件

	同定範囲(Hz)					同定範囲(Hz)			
	倍率	最小値	倍率	最大値		倍率	最小値	倍率	最大値
case1	0.1	0.24	2.0	13.32	case9	0.5	1.22	4.0	26.63
case2	0.1	0.24	3.0	19.97	case10	0.7	1.71	2.0	13.32
case3	0.1	0.24	4.0	26.63	case11	0.7	1.71	3.0	19.97
case4	0.3	0.73	2.0	13.32	case12	0.7	1.71	4.0	26.63
case5	0.3	0.73	3.0	19.97	case13	0.9	2.19	2.0	13.32
case6	0.3	0.73	4.0	26.63	case14	0.9	2.19	3.0	19.97
case7	0.5	1.22	2.0	13.32	case15	0.9	2.19	4.0	26.63
case8	0.5	1.22	3.0	19.97					

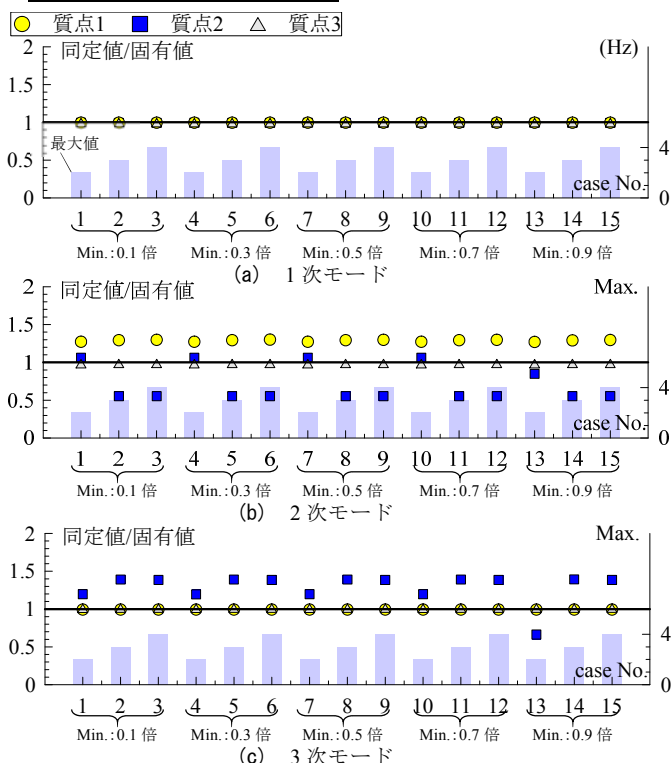


図 5 同定範囲による同定値比率 (固有振動数)

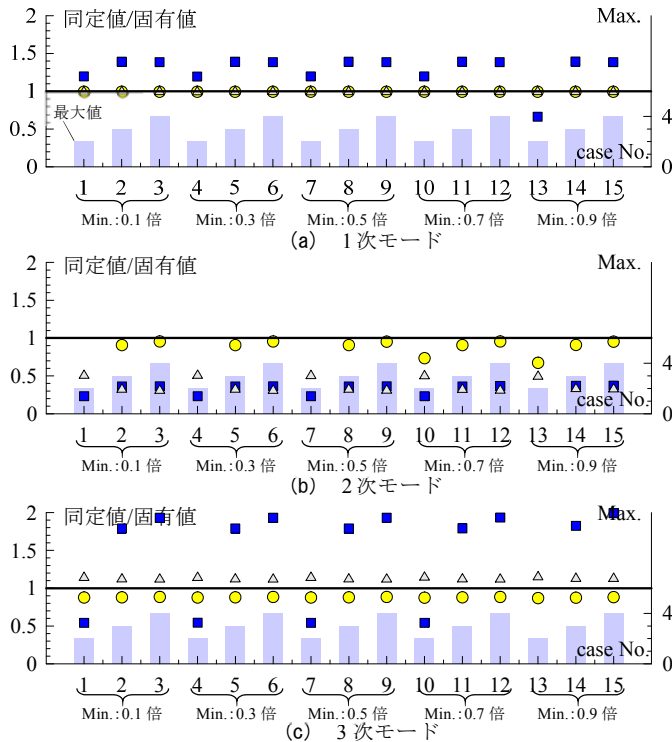


図6 同定範囲による同定値比率(減衰定数)

図5(a)~(c)および図6(a)~(c)より、全ての質点において固有振動数、減衰定数ともに、最大値による違いはみられるが、最小値による違いはみられないため、最小値より最大値の影響が大きい。ただし、最小値0.1~0.7倍は誤差が同じであるが、最小値0.9倍はばらつきが生じるため、最小値は1次の固有振動数の0.7倍以下とする。図5(a)より1次において最大値による影響はみられず、全ての質点において誤差が1割程度であり、精度よく同定できる。図5(c)、図6(c)より3次において、質点1、3では最大値による影響はみられず、誤差が2割未満であり精度よく同定できる。質点2では、最大値による影響が顕著にみられるが、Case No.1, 4, 7, 10, 13の最大値13.32Hzのときに誤差が最小となる。よって、最大値は3次の固有振動数の2倍、最小値は1次の固有振動数の0.7倍を同定範囲とし、本報では最大値13.32Hz、最小値1.71Hzを同定範囲とする。

4.3 初期値による影響

4.1, 2節で求めたスムージング幅と同定範囲を用いて、初期値を変化させることによる同定値の影響を検討する。初期値は、固有値(表1)の固有振動数、減衰定数をそれぞれ0.5~2.0倍とした。初期値の条件を表3に示す。なお、刺激関数は固有値を初期値としている。4.1節と同様に固有振動数の比率を図7に減衰定数の比率を図8に示す。

表3 初期値の条件

初期値	固有振動数(Hz)				減衰定数					固有振動数(Hz)				減衰定数			
	倍率	1次	2次	3次	倍率	1次	2次	3次		倍率	1次	2次	3次	倍率	1次	2次	3次
case1	0.5	1.2	2.4	3.3	0.5	0.010	0.019	0.027	case9	1.5	3.7	7.1	10.0	0.5	0.010	0.019	0.027
case2	0.5	1.2	2.4	3.3	1.0	0.020	0.039	0.055	case10	1.5	3.7	7.1	10.0	1.0	0.020	0.039	0.055
case3	0.5	1.2	2.4	3.3	1.5	0.030	0.058	0.082	case11	1.5	3.7	7.1	10.0	1.5	0.030	0.058	0.082
case4	0.5	1.2	2.4	3.3	2.0	0.040	0.077	0.109	case12	1.5	3.7	7.1	10.0	2.0	0.040	0.077	0.109
case5	1.0	2.4	4.7	6.7	0.5	0.010	0.019	0.027	case13	2.0	4.9	9.4	13.3	0.5	0.010	0.019	0.027
case6	1.0	2.4	4.7	6.7	1.0	0.020	0.039	0.055	case14	2.0	4.9	9.4	13.3	1.0	0.020	0.039	0.055
case7	1.0	2.4	4.7	6.7	1.5	0.030	0.058	0.082	case15	2.0	4.9	9.4	13.3	1.5	0.030	0.058	0.082
case8	1.0	2.4	4.7	6.7	2.0	0.040	0.077	0.109	case16	2.0	4.9	9.4	13.3	2.0	0.040	0.077	0.109

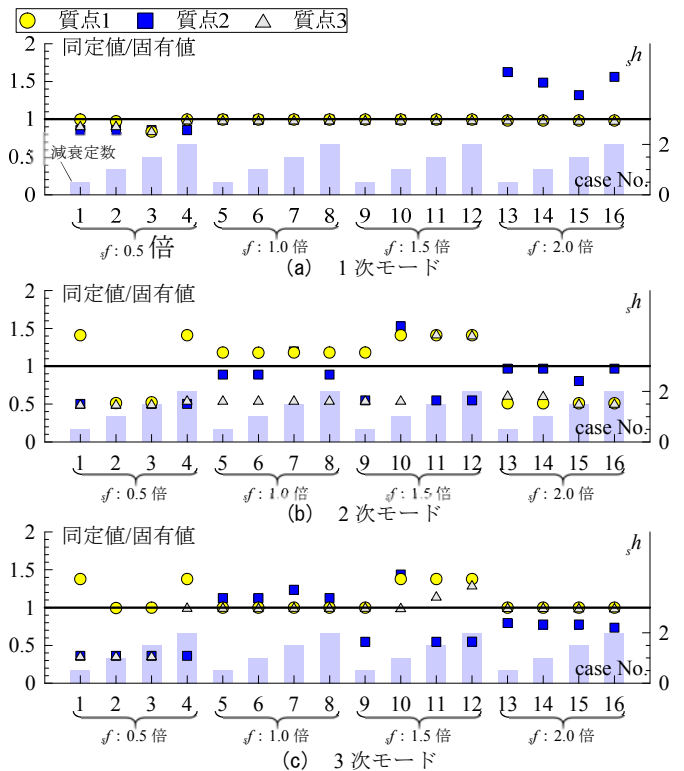


図7 初期値による同定値比率(固有振動数)

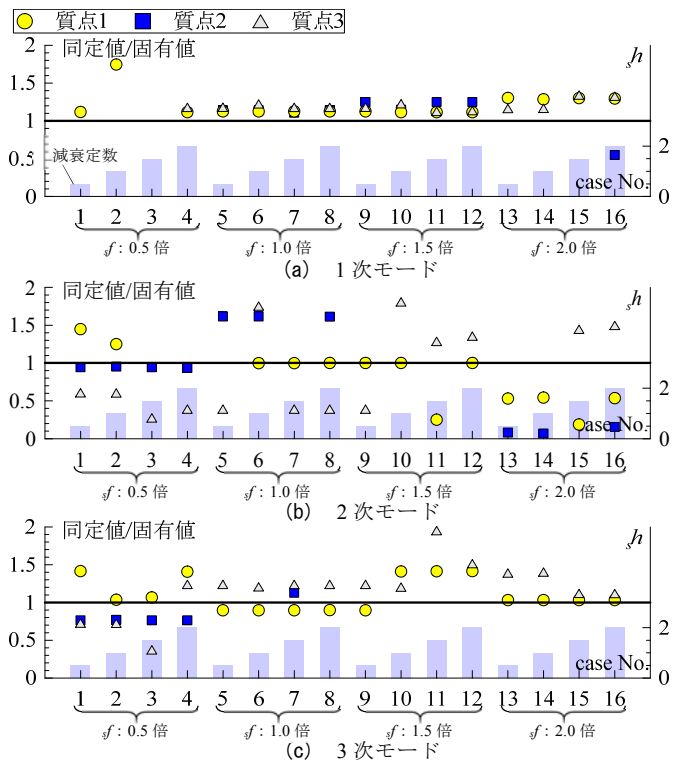


図8 初期値による同定値比率(減衰定数)

図 7(a)～(c)および図 8(a)～(c)より、全ての質点において固有振動数、減衰定数ともに、初期値の減衰定数の影響よりも固有振動数の影響が大きいことがわかる。

図 7(a)より 1 次の固有振動数に着目すると、質点 1, 3 では初期値による影響はほとんどみられず、誤差が 2 割未満であり精度よく同定できることがわかる。質点 2 では Case No.13～16 の初期値の固有振動数が 2.0 倍のとき、誤差が大きくなるが、それ以外の倍率では誤差が 2 割程度である。図 7(c)より 3 次の固有振動数は、全ての質点において初期値の影響がみらる。質点 1, 3 では Case No.5～8, 13～16 の初期値の固有振動数が 1.0, 2.0 倍のとき、誤差が 1 割未満となり、同定精度が高い。質点 2 も同様の Case No.で、誤差が 2 割程度である。

図 8(a)のより 1 次の減衰定数に着目すると、全ての質点において Case No.5～12 の初期値の固有振動数が 1.0, 1.5 倍のとき、誤差が 2 割程度となり、比較的精度よく同定できている。図 8(c)の 3 次の減衰定数に着目すると、質点 1 では Case No.5～8, 13～16 の初期値の固有振動数が 1.0, 2.0 倍のとき、誤差が 1 割程度となり、同定精度が高い。質点 2 では Case No.1～4 の初期値の固有振動数が 0.5 倍のとき、誤差が最小となり 2.5 割程度である。質点 3 では Case No.5～8 の初期値の固有振動数が 1.0 倍のとき、誤差が 2.5 割程度である。また Case No.1～4 で初期値の減衰定数による影響がみられ、質点 1 では初期値が固有値から離れるほど誤差が大きい。

以上より、1 次の同定値は初期値の固有振動数の 1.0～1.5 倍、3 次の同定値は、質点 1, 3 では初期値の固有振動数の 1.0, 2.0 倍、質点 2 では初期値の固有振動数の 0.5～1.0 倍を初期値とすることが妥当だと思われる。

5. まとめ

両端部固定の 5 質点系の解析モデルを用いて、カーブフィット法を用いた伝達関数の同定を行う際の同定範囲、フィルター処理、初期値の設定が同定結果に与える影響に関して検討した。以下に本報でのまとめを示す。

- (1) 1 次の同定値は条件に影響されにくく、同定値の誤差が小さいため、高い精度で同定が行えることを確認した。
- 2 次は本報のモデルによる固有値の刺激関数の値が小さいため、いずれにしても同定の精度は低かった。3 次は条件による影響が大きいことを確認した。
- (2) スムージングバンド幅による影響は、バンド幅 0.04～0.07Hz において 1, 3 次の固有振動数、減衰定数が 2 割程度の誤差となり、良い傾向がみられた。
- (3) 同定範囲の影響は最小値よりも最大値による影響が大きい。最大値は 3 次の固有振動数の 2 倍以下を同定範囲とし、最小値の影響は小さいが、1 次の固有振動数の 0.9 倍以下とすることが妥当であると判断した。
- (4) 初期値による影響は、1 次の初期値は初期値の固有振動数の 1.0～1.5 倍が望ましい。3 次の初期値は、質点によって影響が異なる。

参考文献

- 1) 山田哲、松本由香、伊山潤、五十子幸樹、吉敷祥一、池永昌容、島田侑子、小山毅、見波進、浅田勇人：東北地方太平洋沖地震等で被災した鉄骨構造文教施設の調査—調査の概要—、日本建築学会技術報告集、第 18 巻、第 40 号、2012 年、pp.935-940
- 2) 笠井和彦、村田真一郎、加藤史人、引野剛、大木洋司：震動台の回転を加味した建物試験体の周期・減衰・モード形の同定法、日本建築学会構造系論文集、第 670 号、pp.2031–2040,2011.12
- 3) 長松昭男：モード解析、培風館、1985.7
- 4) 大崎順彦：新・地震動のスペクトル解析入門、鹿島出版会、1994.5.25

*1 東京工業大学大学院生

*2 東京工業大学大学院准教授・博士（工学）

*3 防災科学技術研究所研究員・博士（工学）

*4 株式会社竹中工務店研究員・修士（工学）

*5 防災科学技術研究所部門長・博士（工学）