

論文 / 著書情報  
Article / Book Information

論題	面内柔軟拘束を有する回転対偶
Title	Revolvute Pair with In-plane Flexible Constraint
著者	木村直人, 岩附信行, 池田生馬
Author	Naoto Kimura, NOBUYUKI IWATSUKI, Ikuma Ikeda
掲載誌/書名	ロボティクス・メカトロニクス講演会2017 講演論文集, , , 2P1-B06
Journal/Book name	, , , 2P1-B06
発行日 / Issue date	2017, 5
URL	<a href="http://www.jsme.or.jp/publish/transact/index.html">http://www.jsme.or.jp/publish/transact/index.html</a>
権利情報 / Copyright	本著作物の著作権は日本機械学会に帰属します。
Note	このファイルは著者（最終）版です。 This file is author (final) version.

# 面内柔軟拘束を有する回転対偶

## Revolute Pair with In-plane Flexible Constraint

○学 木村直人 (東工大) 正 岩附信行 (東工大) 正 池田生馬 (東工大)

Naoto KIMURA, Graduate student, Tokyo Institute of Technology, kimura.n.ac@m.titech.ac.jp

Nobuyuki IWATSUKI, Tokyo Institute of Technology

Ikuma IKEDA, Tokyo Institute of Technology

Flexible mechanisms are required for machines used in the place where people live. In this paper, the revolute pair with in-plane flexible constraint is proposed. This kinematic pair is composed of elastically constrained two curves, and has zero rotational stiffness and non-linear translational stiffness. To use it as a conventional 1 DOF revolute pair, a simple flexible link mechanism can be synthesized. The method to derive the curve of the pairing element to generate the specified translational stiffness is proposed. The stiffness characteristic of the prototype is measured and compared with the specified one. A link mechanism with the proposed pair is analyzed as an underactuated mechanism, and it is shown that the mechanism has flexibility and can generate the specified motion with an adequate accuracy.

**Key Words:** Link mechanism, Kinematic pair, Passive compliance, Non-linear stiffness, Underactuated mechanism

### 1 緒言

一般に、作業用ロボットは、工場などにおける高精度なタスクを実行するための高い剛性を有している。しかし、剛な機構をもつ機械を人と共存する環境で用いた場合、人と接触して負傷させたり、自損したりする恐れがある。そのため、人の住む環境で作業する機械には、機構に柔軟性を導入し、外部との接触時における負荷を軽減することが求められる。だが、機構がただ柔軟なだけでは、駆動力を確実に伝達できず、必要な運動精度が得られない。そのため、柔軟さと硬さの兼ね合いをいかにしてとるかが重要となる。

その方法として、回転対偶に組み込まれた弾性要素の長さを能動的に調節する [1][2]、もしくは非線形ばねを用いた腱駆動系の内力を調整する [3] ことにより、タスクに応じた回転剛性を得る手法が提案されている。だが、これらの手法では剛性調整用のアクチュエータが必要なため、機構が複雑化し、重くなる。このような重量の増加は、外部との接触時に慣性力の増加を招くことが懸念される。

一方で、非線形剛性を有する受動回転対偶を用いて劣駆動機構を構成する手法が提案されている。この手法では、変位に応じた剛性の変化により、安全のために必要な柔軟さを持たせつつ、駆動力を確実に伝達するために必要な硬さを持たせることができる。受動回転対偶に非線形剛性を持たせる方法として、ばねとカムを用いる方法 [4] や機構の構造的特異性を利用する方法 [5] がある。しかし、これらの機構もまた単純かつ軽量であるとは言い難い。

そこで、図 1 に示す、円 (ローラ) と曲線をもつ 2 つの対偶素を接触させ、弾性要素で拘束した構造を持つ 2 自由度対偶を提案する。この対偶は、回転方向に零剛性、並進方向に剛性を持つため、回転方向にのみ動きやすい性質を持つ。これを並進方向にのみ剛性を持つ 1 自由度の回転対偶とみなしてリンク機構に用いることにより、柔軟なリンク機構を単純な構造で総合できる。本稿では、まず、対偶素間に所望の並進剛性特性を実現する曲線形状の導出手法を提案する。次に、対偶を設計・試作し、その並進剛性を計測することにより、理論の妥当性を検証する。さらに、提案する対偶を用いた閉リンク機構の一例をあげ、その出力点剛性および外力印加時の運動精度を数値解析により調べる。

### 2 所望の剛性特性を持つ対偶素曲線の導出

本節では、まず図 1 における対偶素 1 の曲線形状と対偶素間剛性の関係式を静力学モデルを用いて導出する。次に、得られた

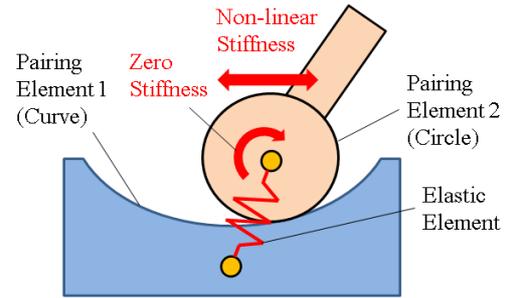


Fig.1 Conceptual diagram of the revolute pair with in-plane flexible constraint

関係式に対偶素間剛性を与え、それを満たす曲線形状を得るための数値解法を述べる。

#### 2.1 対偶素間並進剛性と対偶素の曲線形状の関係

図 2 のように、対偶素 1 に  $x-y$  座標系を固定する。また、対偶素 2 の円は常に対偶素 1 の曲線  $y = g(x)$  に接しているとし、弾性要素の端点是对偶素 1 上の任意の点と対偶素 2 の円の中心に固定されるとする。ここで、対偶素 2 の並進方向に外力  $f_e = [f_e \ 0]^T$  を与えたとき、対偶素 2 に作用する力を図 2 に示す。ここに、弾性要素による拘束力を  $w = [w_x \ w_y]^T$ 、対偶素 1 から対偶素 2 に作用する垂直抗力を  $f_n$  とし、接点における摩擦力は無視している。 $x, y$  方向に対する基底ベクトルをそれぞれ  $e_x, e_y$ 、接点  $p = [x \ g(x)]^T$  における単位法線ベクトルを  $n(x)$  とすると、各基底方向に対する静力学方程式は、

$$e_x^T [f_e + w] = -[e_x^T n(x)] \|f_n\| \quad (1)$$

$$e_y^T [f_e + w] = -[e_y^T n(x)] \|f_n\| \quad (2)$$

となる。これらの辺々を割って整理すると、次式を得る。

$$w_y(x) \frac{dg(x)}{dx} = -[f_e + w_x(x)] \quad (3)$$

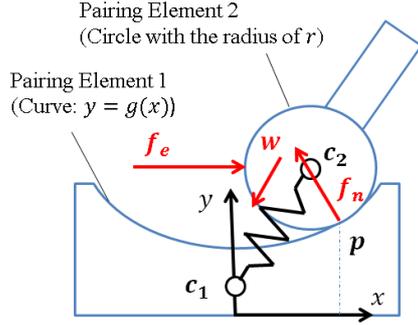
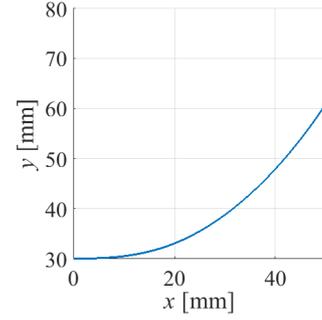
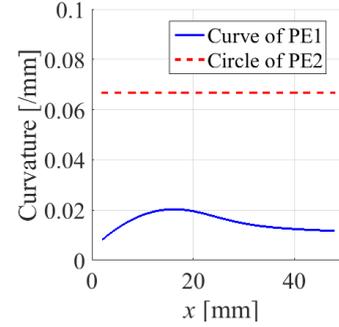


Fig.2 Statics model of the proposed pair



(a) Curve of PE1



(b) Curvature of PEs

ここで、弾性拘束力は次式のように計算される。

$$\mathbf{w}(x) = \begin{bmatrix} w_x(x) \\ w_y(x) \end{bmatrix} = -\{k(\|\mathbf{d}(x)\| - l_0) + w_{off}\} \frac{\mathbf{d}(x)}{\|\mathbf{d}(x)\|} \quad (4)$$

ここに、 $k$  はばね定数、 $l_0$  は自然長、 $w_{off}$  は初張力、 $r$  は対偶素2の円の半径である。また、弾性要素の端点の位置ベクトルを  $\mathbf{c}_1$ 、 $\mathbf{c}_2$  とすれば、それらの相対位置ベクトルは次式で表せる。

$$\begin{aligned} \mathbf{d}(x) &= \mathbf{c}_2(x) - \mathbf{c}_1 \\ &= [\mathbf{p}(x) + r\mathbf{n}(x)] - \mathbf{c}_1 \\ &= \begin{bmatrix} x \\ g(x) \end{bmatrix} + \frac{r}{\sqrt{1 + \left(\frac{dg}{dx}\right)^2}} \begin{bmatrix} -\frac{dg}{dx} \\ 1 \end{bmatrix} - \mathbf{c}_1 \end{aligned} \quad (5)$$

式 (3)～式 (5) で表される微分方程式に、任意の力-変位特性  $f_e = f_d(x)$  を代入して  $g(x)$  について解けば、所望の剛性特性を実現する対偶素1の曲線形状が得られる。

## 2.2 導関数を陰に含む非線形微分方程式の数値解法

式 (3)～式 (5) で表される微分方程式は、導関数  $\frac{dg(x)}{dx}$  を陰に含む非線形微分方程式である。そのため、Runge-Kutta 法などの数値計算法をそのまま適用して解くことができない。そこで、上記のような微分方程式に対応できるよう、Runge-Kutta 法を拡張する。

式 (3)～式 (5) の微分方程式を  $F(x, g(x), \frac{dg(x)}{dx}) = 0$  と表記する。いま、 $x = x_n$  における  $g_n = g(x_n)$  が既知であるとし、 $s_n = \frac{dg(x_n)}{dx}$  が未知であるとする。ステップ幅を  $h$  としたとき、次の計算を行う。

- (1)  $F(x_n, g_n, s_n) = 0$  を Newton 法で解き、得られた解を  $s_{n,1}$  とする。
- (2)  $F(x_n + \frac{h}{2}, g_n + \frac{h}{2}s_1, s_n) = 0$  を Newton 法で解き、得られた解を  $s_{n,2}$  とする。
- (3)  $F(x_n + \frac{h}{2}, g_n + \frac{h}{2}s_2, s_n) = 0$  を Newton 法で解き、得られた解を  $s_{n,3}$  とする。
- (4)  $F(x_n + h, g_n + hs_3, s_n) = 0$  を Newton 法で解き、得られた解を  $s_{n,4}$  とする。

これらを用いて、 $x_n, g_n$  を次のように更新する。

$$x_{n+1} = x_n + h, \quad g_{n+1} = g_n + h s_n \quad (6)$$

ただし

$$s_n = \frac{1}{6}(s_{n,1} + 2s_{n,2} + 2s_{n,3} + s_{n,4}) \quad (7)$$

なお、Newton 法において、各初期値には前回のステップにおける傾き  $s_{n-1}$  を用いる。実際、非線形方程式の解が複数存在する場合があるが、これにより連続な曲線  $y = g(x)$  が得られやすくなる。

## 3 対偶の試作と評価

上記の理論の妥当性を検証するため、実際に対偶を試作し、その並進方向に対する力-変位特性を計測して理論値と比較する。

Fig.3 Calculated curve profile of the pairing element (PE) 1

## 3.1 対偶の設計

例として、対偶素間に非線形剛性特性：

$$f_d(x) = 0.8[\exp(0.05x) - 1] \quad (8)$$

を与える。このとき、弾性要素として用いる引張コイルばねは、 $k = 0.0494[\text{N}/\text{mm}]$ 、 $w_{off} = 0.440[\text{N}]$ 、 $l_0 = 37.5[\text{mm}]$  のものを2本用いることとし、対偶素2の半径を  $r = 15[\text{mm}]$ 、対偶素1に固定する弾性要素の端点位置を  $\mathbf{c}_1 = [0 \ 0]^T$ 、微分方程式の初期値を  $(x_0, g(x_0)) = (0, 30)$  とする。

上記のパラメータで導出した対偶素1の曲線形状を図3(a)に示す。また、対偶素1の曲線に対し対偶素2の円が干渉しない、すなわち、接点以外の点で交点を持たないことを確認するために、得られた曲線と円の曲率を比較した。その結果を同図(b)に示す。可動範囲において対偶素1における曲線の曲率は対偶素2における円の曲率よりも常に小さいことから、2対偶素は常に1点で接触することがわかる。

## 3.2 試作した対偶の剛性計測

上記で得られた曲線形状を持つ対偶を FDM により試作した。試作した対偶を図4に示す。理論上は平面問題を仮定しているが、実際には奥行を持つため、各対偶素は柱面で線接触している。また、同図に写る対偶の表側と裏側にそれぞれ引張コイルばねが取り付けられており、モーメントの釣り合いを保っている。

対偶素1を同図のように台に固定し、対偶素2をフォースゲージで水平方向に押すことによって、並進方向の力-変位特性を調べた。対偶素1には、水平方向に対して5[mm]間隔に目盛がついている。この目盛の各位置で2つの対偶素が接するように、対偶素2を設置した後、フォースゲージの先端を当てる。このとき、対偶素間には摩擦力が働くため、対偶素を押して滑り始めたときのピーク値を記録する。これを各接点に対し複数回行い、平均値を算出した。

上記の実験で得られた剛性特性を図5に示す。青色の実線が設計時に与えた式(8)の特性であり、赤い点が計測した値である。

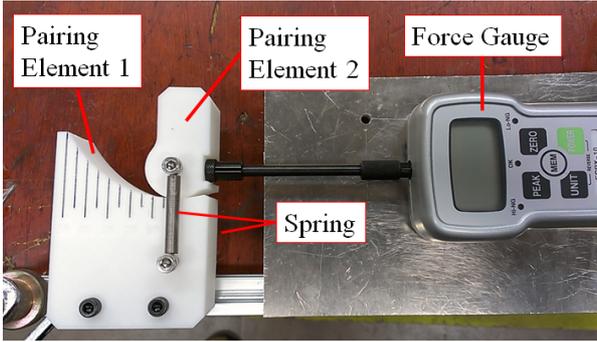


Fig.4 Measuring stiffness profile of the manufactured pair

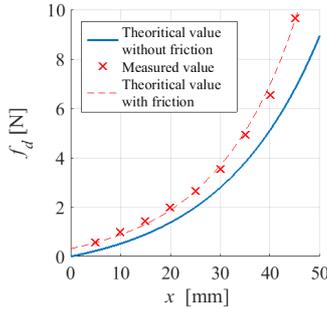


Fig.5 Comparison between theoretical stiffness characteristic and measured one

設計値より値が大きくなっているが、これは摩擦力の影響によるものと考えられる。そこで、次に静止摩擦力の存在を仮定して理論式の補正を行う。対偶素の接線方向に Coulomb-Amontons の法則に従う、大きさ  $\mu \|f_n(x)\|$  の最大静止摩擦力が生じると仮定すると、理論曲線は、

$$f_d(x) = -[w_x(x) + w_y(x) \frac{dg(x)}{1 - \mu \frac{dg(x)}{dx}}] \quad (9)$$

となる。この式に、事前に求めた静止摩擦係数  $\mu = 0.197$  と、設計時に導出した  $s = \frac{dg(x)}{dx}$  を代入した結果が同図の赤の破線である。理論曲線と実験値がほぼ一致していることがわかる。このことから、第 2 節で述べた理論の妥当性が検証できた。

#### 4 柔軟拘束される回転対偶を用いたリンク機構の性能

本稿で提案する対偶は、回転方向に零剛性、並進方向に非線形剛性を持つため、並進方向にのみ動きにくい。そのため、この対偶は 1 自由度の回転対偶とみなすことができる。ゆえに、この対偶を通常の回転対偶としてリンク機構に組み込み、機構の自由度と能動対偶数を一致させた場合、入力により機構の姿勢が一意に定まる。だが、実際は、外力により対偶素が並進方向に変位するため、劣駆動機構となっている。本節では、この機構の例として、図 6 に示す平面 5 節機構を対象とし、劣駆動機構として解析することで、その柔軟性と運動精度を調べる。

##### 4.1 弾性拘束される劣駆動機構の運動学解析

図 6 の平面 5 節機構は、静止節に固定された能動回転対偶 P1, P5, 柔軟拘束された回転対偶 P2, P4, 受動回転対偶 P3 により構成される劣駆動機構である。この機構に外力を加えると機構の姿勢が変化する。そのため、機構全体の力の釣り合いの条件を満たすように機構の姿勢を決定する必要がある。このような、弾性拘束される劣駆動機構の運動学解析を寺島ら [6] の方法を用いて行う。本機構の解析手順は以下のとおりである。

- (1) 機構に加える外力、および P3 の位置または P1, P5 の角度を与える。

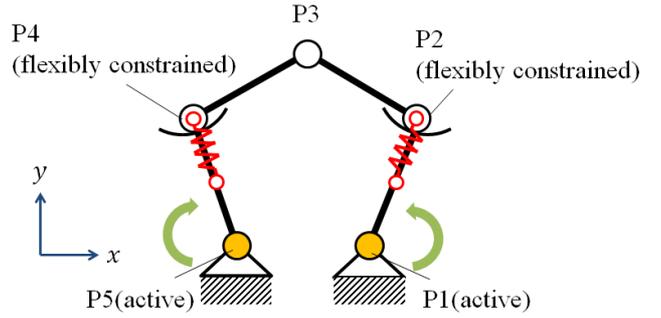


Fig.6 Schematic diagram of the planar 5-bar mechanism with the proposed pair

- (2) P2, P4 を通常の 1 自由度回転対偶とみなして順または逆運動学解析を行い、機構の初期姿勢を決定する。
- (3) P2, P4 の弾性要素による拘束力をそれぞれ計算する。
- (4) P2, P4 の対偶素間について、接点における曲線の接線方向に仮想外力  $f_v$  が働くことと仮定したうえで、静力学解析を行い、各対偶に作用する力を求める。この機構では、各節における並進と回転に関する静力学方程式が 12 本であり、未知数が各対偶作用力と外力の計 12 個であるから、解析結果が一意に定まる。
- (5) 対偶素間の摩擦が零であると仮定すると、仮想外力  $f_v$  は零になるはずである。ゆえに、 $f_v = 0$  を満たすように、Newton-Raphson 法を用いて P2, P4 の接点位置を更新する。
- (6) 運動学解析により機構全体の姿勢を更新する。

以上の (3)~(6) の操作を仮想外力  $f_v$  が零付近に収束するまで繰り返す。

##### 4.2 出力点の柔軟性

出力点の鉛直下向き方向に対する剛性特性を調べる。図 6 の機構について、出力点 P3 の鉛直下向き ( $y$  軸の負方向) に外力を加えたときの変位と力の関係を求める。外力は 0[N] から 5[N] まで作用させるとし、それぞれの外力について第 4.1 節で述べた解析手順を適用して釣り合いの姿勢を求める。この際、原動節 P1-P2 の角度は、 $x$  軸方向の正の向きから測って  $\pi/3$ [rad]、P4-P5 の角度は  $2\pi/3$ [rad] のまま変わらないとする。また、機構定数は表 1 のとおりであるとする。

解析によって得られた出力点の力と変位の関係を図 7 に示す。 $x = 0$ [mm] 付近の位置では低剛性であり、変位が大きくなると剛性が増加する非線形剛性特性が実現できていることがわかる。また、出力点に 5[N] の外力を加えたときの機構の挙動を図 8 に示す。同図 (a) が外力負荷前であり、同図 (b) が外力負荷後である。外力の負荷により出力点が変位する様子が確認できる。以上の性能により、出力点に加わった負荷を軽減しつつ、ある程度の運動伝達ができることが期待される。

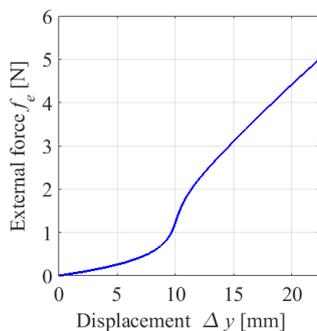
##### 4.3 外力印加時の運動精度

前節の機構の出力点 P3 に外力が加わるとき、出力軌道が目標軌道からどの程度ずれるのかを評価する。まず、P2,P4 を通常の回転対偶とみなし、出力点 P3 に  $(x, y) = (-100, 200)$  を始点、 $(100, 200)$  を終点とする直線軌道を描かせるときの入力角変化を逆運動学解析により求める。次に、P2,P4 を柔軟拘束された回転対偶とみなし、出力点の鉛直下向きに外力を負荷した状態で、同様の入力角変化を与えたときの出力点の軌道を第 4.1 節で示した方法により計算する。

各外力の大きさに対して出力軌道を計算した結果を図 9 に示す。出力点に外力を加えないとき、出力軌道は目標軌道と一致している。すなわち、無負荷時の柔軟回転対偶の挙動は通常の回転対偶と一致する。また、出力点に外力が加わっているとき、出力軌道は外力を加えた方向にずれる。目標軌道から誤差平均は、1[N] 印加時で 10.2[mm]、2[N] 印加時で 14.7[mm] である。しかし、無

**Table 1** Mechanical constant of the tested underactuated mechanism

Position of fixed pairs	P1	(100,0)[mm]
	P5	(-100,0)[mm]
Length of Links	P1-P2	100[mm]
	P2-P3	200[mm]
	P3-P4	200[mm]
	P4-P5	100[mm]
Parameter of proposed pairs	$f_d$	$0.5[\exp(0.1x) - 1][N]$
	$k$	$0.069 \times 2[N/mm]$
	$w_{off}$	$0.686 \times 2[N]$
	$l_0$	26.9[mm]
	$r$	12.5[mm]
	$c_1$	$[0 \ 0]^T[mm]$
	$(x_0, g(x_0))$	(0,15)[mm]



**Fig.7** Stiffness characteristics of the tested underactuated mechanism

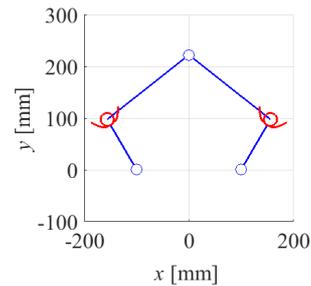
負荷時と 1[N] 印加時の軌道の差よりも、1[N] 印加時と 2[N] 印加時の軌道の差の方が小さくなっていることから、出力軌道が目標軌道から大きく離れにくくなっていることが伺える。これは、図 7 の  $0[N] \leq f_e \leq 2[N]$  における、出力点の剛性が増加していく特性によるものである。

以上から、この機構は非線形剛性特性により、目標の運動をある程度創成できることがわかる。

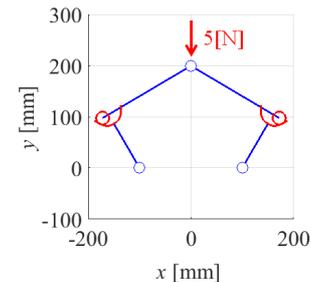
## 5 結言

本稿では、面内で高次対偶をなす 2 つの対偶素を弾性要素で拘束し、並進方向に柔軟に拘束された回転対偶を提案した。そして、対偶の設計手法を示し、試作してその妥当性を実験的に検証した。さらに、それを用いた多節機構を劣駆動機構として解析し、その性能を調べた。得られた主な成果は以下のとおりである。

- (1) 静力学モデルを用いて、対偶素間の並進に対する剛性特性と対偶素の曲線形状に関する非線形微分方程式を定式化した。
- (2) 導関数を陰に含む微分方程式の数値計算法を提案し、上記の微分方程式から所望の並進剛性特性を実現する曲線形状を導出することを可能とした。
- (3) 実際に対偶を試作し、その並進方向剛性を計測したところ、計測値と理論値が一致したことから、前項の設計論の妥当性が示された。
- (4) 提案する対偶を組み込んだリンク機構を劣駆動機構として解析した結果、機構の出力点が非線形剛性特性を有し、外力印加時に目標の運動をある程度創成できることから、柔軟さと硬さの両立が実現できていることが示された。

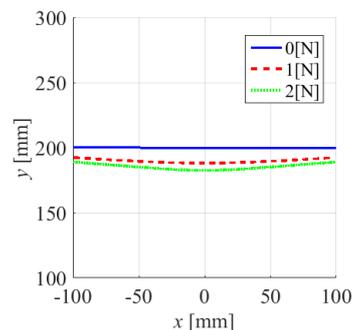


(a) No external force is applied.



(b) External force is applied.

**Fig.8** Behavior of the mechanism when external force is applied



**Fig.9** Output trajectory when external force is applied at the output point

## 参考文献

- [1] 森田寿郎ら, “関節の機械インピーダンスを調節可能な力制御ロボットアームの開発,” 日本ロボット学会誌, Vol.16, No.7, (1998), pp.1001-1006.
- [2] 船川幸寛, 近野敦, 内山勝, “可変剛性を有する関節機構,” 日本機械学会論文集 C 編, Vol.74, No.744, (2008), pp.2045-2051.
- [3] 兵頭和人, 小林博明, “非線形バネ要素を持つけん制御手首機構の研究,” 日本ロボット学会誌, Vol.11, No.8, (1993), pp.1244-1251.
- [4] Lim, H.O., Maenisi, K. and Sunagawa, M., “Development of collision force suppression mechanism,” Proceedings of the IEEE International Conference on Control, Automation and Systems (2008), pp.2032-2037.
- [5] 岡田昌史, 紀晋太郎, 菅谷侑司, “構造的特異性を利用した零極高剛性を実現するトルク伝達機構とロボット関節への応用,” 日本ロボット学会誌, Vol.27, No.4, (2009), pp.442-448.
- [6] 寺嶋延浩, 岩附信行, “弾性要素を有する冗長閉ループ機構の出力柔軟性の制御,” 日本機械学会第 10 回要素潤滑設計部門講演会講演論文集, (2010), pp.173-176.