

論文 / 著書情報
Article / Book Information

論題(和文)	非構造部材の共振時応答倍率に関する地震動の継続時間を考慮した期待値
Title(English)	Expected Values of Dynamic Amplification Ratio of Nonstructural Components in Resonance Considering Significant Duration of Strong Ground Motions
著者(和文)	金子健作
Authors(English)	Kensaku Kaneko
出典(和文)	日本建築学会構造系論文集, Vol. 83, No. 746, p. 555-563
Citation(English)	Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol. 83, No. 746, p. 555-563
発行日 / Pub. date	2018, 4
権利情報	一般社団法人 日本建築学会

非構造部材の共振時応答倍率に関する地震動の継続時間を考慮した期待値

EXPECTED VALUES OF DYNAMIC AMPLIFICATION RATIO OF NONSTRUCTURAL COMPONENTS IN RESONANCE CONSIDERING SIGNIFICANT DURATION OF STRONG GROUND MOTIONS

金子 健作*

Kensaku KANEKO

Dynamic amplification ratio (DAR) of nonstructural component is important for seismic design of nonstructural components. The objective of this paper is to clarify the effect of duration of excitation on DAR. An equivalent number of cycles for building response are introduced with geometric mean of two damping ratio, natural period of system, and significant duration of ground motion. With these variables, a closed form of DAR is proposed. It is shown that expected DARs calculated by time history analysis are in good agreement with the proposed DARs for short to long excitation.

Keywords : Resonance, Floor response spectrum, Significant duration, Ceiling, Seismic force, Passive control

共振, 床応答スペクトル, 継続時間, 天井, 地震力, 制振

1. はじめに

地震時の建物床応答の周波数帯は狭帯域であるため、建物の架構と共振する非構造部材には、過酷な応答が生じる。天吊り設備や壁とクリアランスを有する吊り天井などの非構造部材では、その固有周期は明確かつ調整可能な設計変数である。それゆえ、これらの水平剛性を適切に調整して、共振を防ぐことが肝要である。それでも、各種の剛性評価には不確実性が残り、共振が生じる可能性がある。また、建物と非構造部材の減衰定数が確定値であるとしても、共振時における非構造部材の動的応答倍率（以下、共振倍率と称す）はばらつきが大きい。このことから、応答スペクトル法に基づく非構造部材の耐震設計手法^{1), 2)}を高度化するには、ばらつきを伴う共振倍率の期待値への理解が重要である。

鋼構建造物など、架構の降伏後の除荷剛性が初期剛性から変化しない振動系では、弾性限を超える応答範囲でも、建物の弾性固有周期と非構造部材の固有周期が一致するときに共振が生じる³⁾。ゆえに、弾性系での共振倍率の特性を明らかにすることは重要である。これまで多くの研究者により、時刻歴解析結果をもとにした、共振倍率の経験式が提案されている^{1), 3)-6)}。ただし、その多くは、建物の減衰定数を 0.05 などに固定し、非構造部材の減衰定数のみを変化させており、検討に用いられた地震動の数も限られている。平成 25 年国土交通省告示第 771 号では、建物と非構造部材の減衰定数とともに 0.05 とした時刻歴解析¹⁾から、共振倍率を一律に 6 と定めている。Li et al.⁶⁾は、数百波の地震動を用い、建物と非構造部材の減衰定数が等しい場合かつ 2 秒以下の共振周期に限定し、共振倍率は地盤種別に依らないことを主張している。これらの経験則に基づく研

究では、共振倍率は建物と非構造部材の減衰定数のみにより説明され、地震動の継続時間の情報は欠落している。一方、振動論に基づく研究として、伝達関数による方法がある⁷⁾⁻⁹⁾。このうち、過渡応答特性の導入が原理的に必要な近藤・笠井の方法⁸⁾は、継続時間を建物の固有周期で除した応答の繰返し数を用いて、定常状態に依拠した共振倍率を経験的に修正している。そのうえで、共振倍率は、継続時間に影響されることを示している。これとは対照的に、著者は、畳み込み積分の理論解をもとにした安井らの研究¹⁰⁾を発展させ、経験則を用いずに地震応答スペクトルと床応答スペクトルを関係づけた¹¹⁾。ただし、この関係式の適用範囲は、継続時間の影響が少ないと考えられる 1 秒以下の固有周期に限定される。それ以上の長周期域では、共振倍率が徐々に低下すると考えるのが自然である。しかし、時刻歴解析結果によれば、ある固有周期以下で共振倍率が概ね一定となる周期帯が存在し、建物と非構造部材の減衰定数の組み合わせや地震動により、この周期帯は複雑に変化する。この規則性を見出すには、従来の経験則にとらわれず共振倍率を理論的に解釈し、それを多数の観測地震動により実証する手順が必要である。

本研究では、弾性振動系に限定し、水平地震動の継続時間が共振倍率の期待値に及ぼす影響を理論的に解釈する。はじめに、共振倍率には理論的な下限値と上限値が存在することを述べる。つぎに、継続時間に関連する無次元量を導入したうえで、共振倍率の閉形式解を示す。最後に、観測地震動を入力とする時刻歴応答解析により、共振倍率の評価式の妥当性を示す。以上の定式化を通して、非構造部材の地震力を評価するにあたり、地震動の継続時間の要否を議論するための材料を提供する。

*東京工業大学環境・社会理工学院建築学系 助教・博士（工学）

Assist. Prof., School of Environment and Society, Department of Architecture and Building Engineering, Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

2. 非構造部材の応答倍率の上限値と下限値

2.1 解析条件

本章では、地震動を単純な数理モデルに置き換え、共振倍率が存在し得る範囲を分析する。この分析を通じて、観測地震動を入力とする場合の共振倍率を統計処理する際に、建物と地震動に対して導入すべき特徴量を明らかにする。

解析条件について説明する。非構造部材の質量 m_a は建物の総質量 m_b に比べて極めて小さいとし、慣性の相互作用は無視できるとする。建物と非構造部材の固有円振動数は等しいとし、その値を ω とする。また、建物および非構造部材の減衰定数をそれぞれ h_b, h_a とする。地盤面からの建物の相対変位を u_b 、建物からの非構造部材の相対変位を u_a とする。建物の基礎に地動加速度 $\ddot{u}_g$ を受ける問題を考える (Fig. 1)。このとき、振動方程式は、以下のようになる。

$$\ddot{u}_b + 2h_b\omega\dot{u}_b + \omega^2 u_b = -\ddot{u}_g \quad (1a)$$

$$\ddot{u}_a + 2h_a\omega\dot{u}_a + \omega^2 u_a = -\ddot{u}_b - \ddot{u}_g \quad (1b)$$

式(1)から得る $\ddot{U}_b (= \ddot{u}_b + \ddot{u}_g)$ を建物の床応答加速度、 $\ddot{U}_a (= \ddot{u}_a + \ddot{U}_b)$ を非構造部材の絶対加速度とする。これらの応答加速度に関して、共振時の動的応答倍率 A (共振倍率) を次式で定義する。

$$A(h_b, h_a, \omega; \theta) = \frac{\max_t |\ddot{U}_a(t)|}{\max_t |\ddot{U}_b(t)|} \quad (2)$$

ここに、 t は時刻であり、地動入力の開始時刻を $t=0$ とする。本論文では、共振倍率 A が地震動の如何なる特性値 θ に支配されるかに関心がある。

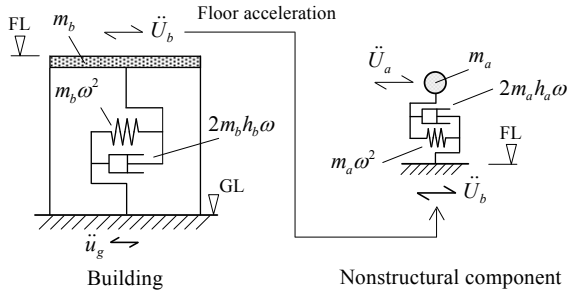


Fig. 1 Nonstructural component attached to building

一般に、地震動特性は、周期特性と経時特性に大別される。このうち、周期特性については、Li et al.⁶⁾は、地盤種別による共振倍率の差異は少ないと述べている。そこで本研究においても、経時特性のみに着目する。特に、本章と第3章では、地震動の周期特性を意図的に排除して、継続時間が共振倍率に及ぼす影響を抽出する。

地震動を広帯域特性の確率的外乱とする。すなわち、地動加速度 $\ddot{u}_g$ を定常確率過程であるホワイトノイズ $w(t)$ と確定的振幅包絡関数 $E_g(t)$ の積により、次のようにモデル化する。

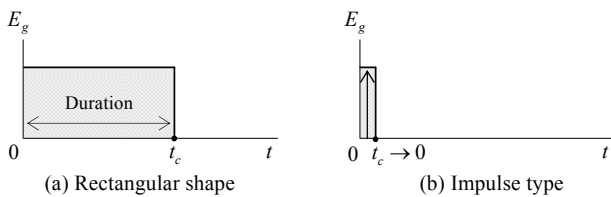


Fig. 2 Idealized envelope function of ground motion amplitude

$$\ddot{u}_g(t) = E_g(t)w(t) \quad (3)$$

本章では、Fig. 2(a)に示すような矩形型の振幅包絡関数 E_g を想定し、次のように数式化する。

$$E_g(t) = U(t) - U(t - t_c) \quad (4)$$

ここに、 U は単位ステップ関数、 t_c は地動の継続時間である。

2.2 応答倍率の上限値

はじめに、共振倍率 A の上限値 $\sup A$ を議論する。これには、地動の継続時間 t_c が無限大であるときの定常応答を考えればよい。すなわち、地震動のパワースペクトル密度を S_0 、加速度応答に関する1自由度系の伝達関数を H として、次式により $\sup A$ が求まる。

$$\sup A = \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega', \omega, h_a) H(\omega', \omega, h_b)|^2 S_0 d\omega'}{\int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega', \omega, h_b)|^2 S_0 d\omega'}} \quad (5)$$

式(5)に対して、Peters⁶⁾は、共振倍率を次式のように導いている。

$$\sup A \approx \frac{1}{2\sqrt{h_a(h_b + h_a)}} \quad (6)$$

式(6)が近似表現である理由は、減衰定数 h_b, h_a が大きくない場合を対象としているためである。著者が確認したところ、 h_b, h_a が 0.1 以下程度であれば、式(6)による評価誤差は小さい。

2.3 応答倍率の下限値

つぎに、共振倍率 A の下限値 $\inf A$ を定式化する。地震動の周波数特性が広帯域であれば、継続時間 t_c が無限小の場合を考えればよい。言い換えれば、建物の基礎にインパルスが入力されたときの共振倍率を求めることになる (Fig. 2(b))。この場合、建物の応答が減少する過程で、非構造部材の応答が成長する (Fig. 3)。

2.3.1 建物と非構造部材の減衰定数が等しい場合

一般化された定式化に先立ち、建物と非構造部材の減衰定数が互いに等しい、特別な場合について述べる。

h を $h_b = h_a$ に等しい減衰定数とし、 $h \ll 1$ とする。絶対加速度のインパルス応答関数 ζ には、次式を用いる。

$$\zeta \approx \omega \exp(-h\omega t) \cdot \sin \omega t \quad (7)$$

式(7)では、減衰固有円振動数 ω_d を ω に近似し、厳密解の ζ における h の2次以上の高次項と位相遅れの項を無視している。式(7)は、建物の絶対加速度応答 $\ddot{U}_b$ そのものである。

最初に迎える建物応答 $\ddot{U}_b (= \zeta)$ の極大値が最大値となる。この時刻 t_b^* は、式(7)の微分係数が0となる条件から、次式となる。

$$t_b^* = \frac{1}{\omega} \arctan\left(\frac{1}{h}\right) \approx \frac{\pi}{2\omega} \quad (8)$$

式(7)の t を t_b^* で置き換えた式に式(8)を代入すれば、 $\ddot{U}_b$ の最大値は次式となる。

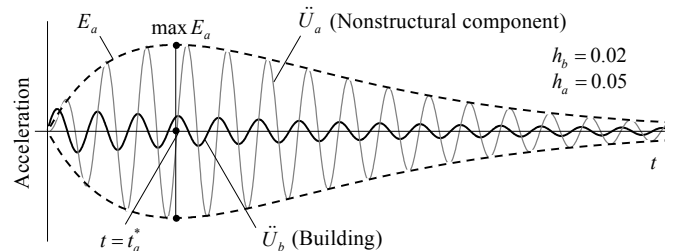


Fig. 3 Acceleration responses to impulse input

$$\max_t \ddot{U}_b(t) \approx \omega \exp\left(-\frac{h\pi}{2}\right) \quad (9)$$

同様に、非構造部材の絶対加速度 $\ddot{U}_a$ を得るには、式(7)のインパルス応答関数の畳み込み積分を2重におこなう。すなわち、

$$\ddot{U}_a(t) = \int_0^t \ddot{\zeta}(t-t_1) \ddot{\zeta}(t_1) dt_1 \quad (10)$$

である。ここで、減衰定数 h に関する2次以上の高次項を無視すれば、非構造部材の絶対加速度 $\ddot{U}_a$ が以下のように誘導される。

$$\ddot{U}_a \approx \frac{1}{2} \omega \exp(-h\omega t) (-\omega t \cos \omega t + \sin \omega t) \quad (11)$$

先の場合と異なり、式(11)の最大値を求めるには、複数の極大値のうち、いずれが最大値であるかの場合分けが必要である。この問題を避けるため、本研究では波形 $\ddot{U}_a$ の振幅包絡関数 E_a の極大値を求め、この値を $\ddot{U}_a$ の最大値の近似値とする。

式(11)の括弧内の第2項を無視すれば、 E_a は次式で近似できる。

$$E_a \approx \frac{1}{2} \omega^2 t \exp(-h\omega t) \quad (12)$$

この関数 E_a の極大値を迎える時刻 t_a^* は、次のようになる。

$$t_a^* = \frac{1}{\omega h} \quad (13)$$

式(12)の t を t_a^* で置き換えた式に式(13)を代入すれば、非構造部材の絶対加速度の最大値は、以下となる。

$$\max_t \ddot{U}_a(t) \approx \max_t E_a(t) \approx \frac{\omega}{2eh} \quad (14)$$

ここに、 e は Napier 数である。最終的に、共振倍率 A の下限値 $\inf A$ は、式(9)と式(14)を式(2)に代入して得られ、次式となる。

$$\inf A \approx \frac{1}{2eh} \exp\left(\frac{\pi}{2} h\right) \quad \text{if } h_a = h_b \quad (15)$$

この値は約 $1/(2eh)$ であり、床応答加速度を正弦波とした場合の共振倍率の近似値 $1/(2h)$ に対して、 $1/e (\approx 0.37)$ 倍小さい。

2.3.2 建物と非構造部材の減衰定数が異なる場合

つぎに、建物と非構造部材の減衰定数が異なる場合の共振倍率の一般解を示す。解の誘導手順は、前項と同様である。

準備として、式の表記を簡易にするため、建物と非構造部材の減衰定数の相加平均 $\bar{h}$ と差分 h_d を導入する。

$$\bar{h} = \frac{h_b + h_a}{2}, \quad h_d = h_a - h_b \quad (16a, b)$$

非構造部材の絶対加速度応答 $\ddot{U}_a$ を求めるには、式(10)を一般化して、減衰定数の異なるインパルス応答関数 $\ddot{\zeta}$ を2重に畳み込み積分すればよい。その結果、次式が導かれる。

$$\ddot{U}_a(t) \approx \frac{\exp(-2\bar{h}\omega t)}{4h_d} (-2\omega c_1 \cos \omega t + c_2 h_d \sin \omega t) \quad (17)$$

ここに、

$$c_1 = \exp(h_b \omega t) - \exp(h_a \omega t) \quad (18a)$$

$$c_2 = \exp(h_a \omega t) + \exp(h_b \omega t) \quad (18b)$$

である。ただし、式(17)では、 h_d の2次以上の高次項を無視している。また、式(17)の振幅包絡関数 E_a は、次式のように近似できる。

$$E_a(t) \approx \frac{\exp(-2\bar{h}\omega t)}{2h_d} \omega c_1(t) \quad (19)$$

極大値を迎える時刻 t_a^* は、 $dE_a(t)/dt = 0$ の条件から、次式となる。

$$t_a^* \approx \frac{1}{\omega h_d} \ln \frac{h_a}{h_b} \quad (20)$$

ここで、 $n_a = \omega t_a^*/(2\pi)$ とすると、 n_a は非構造部材が最大応答を生じるまでの応答の繰返し数を表す。

式(20)は、 $h_a \rightarrow h_b (=h)$ の極限をとれば、式(13)に一致する。式(20)を式(19)に代入すれば、非構造部材の最大絶対加速度が得られる。

$$\max_t \ddot{U}_a(t) \approx \frac{\omega}{2h_a} \left(\frac{h_b}{h_a} \right)^{\frac{h_b}{h_d}} \quad (21)$$

ゆえに、 A の下限値 $\inf A$ は、式(21)を式(9)で除した次式となる。

$$\inf A \approx \frac{1}{2h_a} \exp\left(\frac{\pi}{2} h_b\right) \left(\frac{h_b}{h_a} \right)^{\frac{h_b}{h_d}} \quad \text{if } h_a \neq h_b \quad (22)$$

$h_a \rightarrow h_b$ の場合には、式(22)右辺の最終因子は $1/e$ となるため、式(22)は、前項で誘導した式(15)に還元される。

式(15)と式(22)による共振倍率の下限値 $\inf A$ を Fig. 4 に示す。減衰定数 h_a が大きくなるほど、 h_b に対する $\inf A$ の変化が鈍化する。

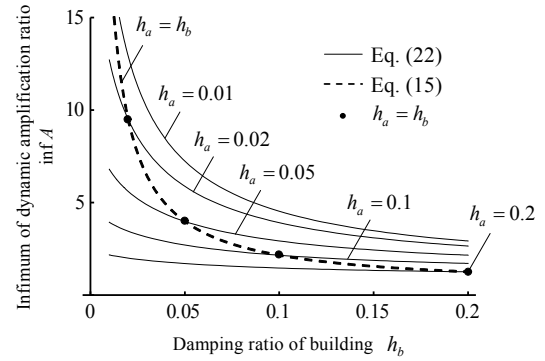


Fig. 4 Infimum of dynamic amplification ratio

3. 不規則振動解析による応答倍率を支配する特徴量の分析

3.1 解析条件

本章では、有限の継続時間の地震動に対し、時刻歴解析により共振倍率を分析する。共分散応答に対する微分方程式から、建物と非構造部材の2乗平均応答の時刻歴を求める。式(2)を2乗平均応答の時刻歴最大値の平方根の比と読み替え、共振倍率を議論する。

確率過程を支配する微分方程式は、以下である¹²⁾。

$$\dot{\mathbf{V}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{V}(t) + \mathbf{V}(t)\mathbf{A}^T + E_g(t)^2 \mathbf{d}(t)\mathbf{d}^T(t) \quad (23)$$

ここに、 $\mathbf{A}, \mathbf{d}$ はそれぞれ系の状態方程式の係数マトリクスおよび外力ベクトルであり、 $\mathbf{V}$ は状態変数の分散共分散マトリクスである。

振幅包絡関数 $E_g(t)$ には、佐藤ら¹³⁾の提案式を用いる。これは、気象庁マグニチュード M_J と震源距離 X (単位: km) から、工学的基盤上の統計的な経時特性を次のように表したものである。

$$\log(t_b - t_a) = 0.229 M_J - 1.112 \quad (\text{立ち上がり部}) \quad (24a)$$

$$\log(t_c - t_b) = 0.433 M_J - 1.936 \quad (\text{強震部}) \quad (24b)$$

$$\log(t_d - t_c) = 0.778 \log X - 0.340 \quad (\text{減衰部}) \quad (24c)$$

ここに、 $\log(\cdot)$ は常用対数である。時刻 t_a, t_b, t_c, t_d (単位: s) の定義は、Fig. 5 のとおりである。

3.2 正規化した応答倍率および応答の繰返し数比

減衰定数 h_b, h_a の組み合わせにより、共振倍率 A は、様々な値を

取り得る。これを合理的に分析するため、第2章での知見をもとに、 A を正規化した ϕ について分析する。継続時間が無限小で $\phi \rightarrow 0$ となり、十分な時間が経過して非構造部材の2乗平均応答が停留すれば $\phi \rightarrow 1$ となることを期待し、次式で A を ϕ に写像する。

$$\phi = \frac{A - \inf A}{\Delta A}, \quad \Delta A = \sup A - \inf A \quad (25a, b)$$

ϕ の説明変数を導入するにあたり、まず、時刻 t_c までに生じる固有周期 T の建物応答の(等価)繰返し数 $n_b(=t_c/T)$ を考える。つぎに、最大値を生じるまでの非構造部材応答の繰返し数 n_a に対し、繰返し数比 n_b/n_a が共振倍率の継続時間依存性を説明すると考える。さらに評価式を簡便にするため、この n_b/n_a を近似したうえで(付録1)、これに正比例する無次元数 τ を次式で定義する。

$$\tau = h_g \frac{t_c}{T} \quad (26)$$

ここに、 h_g は2つの減衰定数の相乗平均 $\sqrt{h_b h_a}$ である。式(26)により、減衰定数の大小に応じて応答振幅の成長速度が異なる影響を除くことが期待できる。

3.3 応答倍率と地震動の継続時間の関係

不規則振動解析から、2つの無次元量 τ, ϕ の間に存在する関係を整理する。まず、パラメータの範囲について説明する。建物の固有周期と減衰定数の範囲は、Table 1のとおりである。対数軸上でこの周期範囲を等間隔に100分割してサンプリングした値を検討に用いる。地動については、Fig. 2(a)の矩形型と式(24)のJennings型の2種類の振幅包絡関数 E_g を対象とする。前者では、 t_c を直接パラメータとし、2~20秒の間で設定する。後者では、マグニチュード M_J を5.0~7.0、等価震源距離 X を10~100kmとする(Table 2)。なお、検討に含める減衰定数として、 h_b を0.2以下、 h_a を0.1以下で打ち切った理由は、これを超える範囲では、減衰定数および継続時間の变化に対する共振倍率の変化が極めて鈍感となるからである。

式(23)の微分方程式を数値積分して、 $\tau-\phi$ 関係を整理した結果をFig. 6に示す。矩形型の E_g の場合、 $\tau \rightarrow 0$ で ϕ が0に漸近している(Fig. 6(a))。Jennings型もこの傾向が認められる(Fig. 6(b), (c))。こ

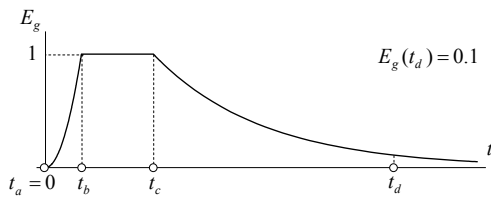


Fig. 5 Envelope function of ground motion amplitude

Table 1 Parameters of building and nonstructural component

Property	Symbol	Value
Damping ratio of building	h_b	0.02~0.2
Damping ratio of nonstructural component	h_a	0.01~0.1
Natural period	T	0.2~2 s

Table 2 Parameters of ground motions

Property	Symbol	Value
JMA magnitude	M_J	5.0~7.0
Hypocentral distance	X	10~100 km

れらの事実、共振倍率 A が式(22)の解 $\inf A$ に漸近していることを意味する。また、地動の振幅包絡関数 E_g 、建物および非構造部材の条件にかかわらず、一つの曲線が見出せる。

以上の議論から、多数の $\tau-\phi$ 関係を記述する曲線形状に可能な限り適合するよう、回帰式を考える。調和地動を受ける1質点系における応答変位の振幅包絡関数の数式表現に倣い、次式を提案する。

$$\phi = 1 - \exp(-p\tau) \quad (27)$$

ここに、 p は回帰係数である。上式は、1つの変曲点を有し、 $\phi=0,1$ を漸近線に持つ関数である。等価震源距離 X が長い場合、減衰定数の相違による ϕ のばらつきが大きくなるため、 $h_b, h_a \leq 0.05$ での条件による組み合わせから得る ϕ を代表値として、 p を回帰した。その結果、Fig. 7(a)の関係を得た。震源距離 X が長いほど p が大きくなる傾向にあるものの、 $\tau-\phi$ 関係でみれば、 X が40km以下での差異は小さい(Fig. 7(b))。そこで、評価式を簡便にすることを目的として、 $X=40$ kmのときの代表値 $p=1.6$ を X の値に拘らずに用いる。

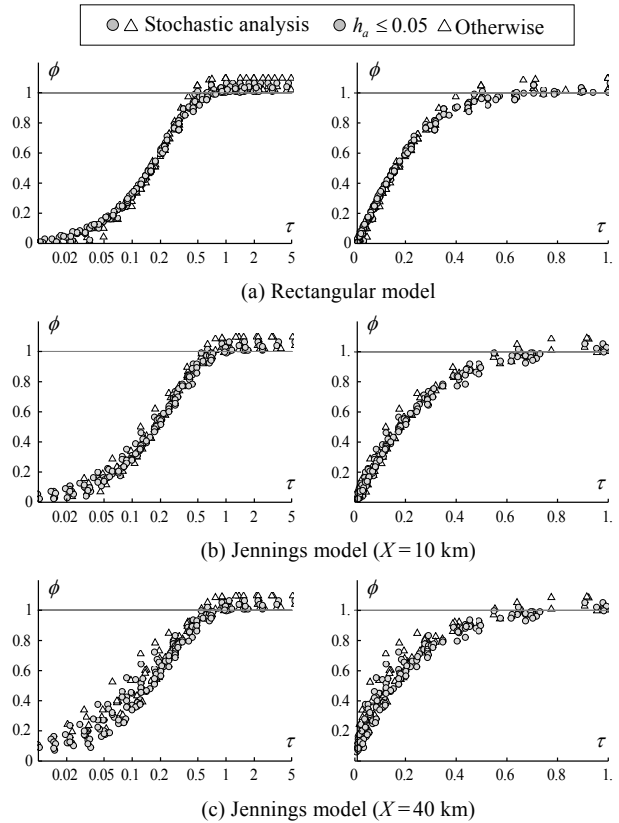


Fig. 6 Dynamic amplification ratio with respect to significant duration through stochastic analysis

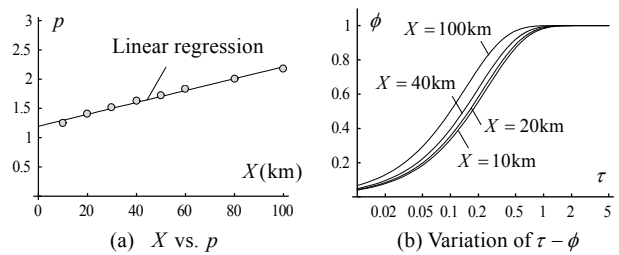


Fig. 7 Influence of hypocentral distance

4. 継続時間の長い地震動に対する応答倍率の期待値

これまでの不規則振動のもと議論した内容を観測地震動に適用するにあたり、式(22)の $\inf A$ を A の下限値とすることは妥当である。しかし、式(6)の $\sup A$ を A の上限値と見做すのは適切ではない。そのため、ここでは、継続時間の長い地震動に対する特別な条件下において、著者が文献 11) で示した共振倍率の評価式を説明する。

まず、加速度応答スペクトルを S_a として、次式で定義される応答スペクトルの低減効果係数 D_h を導入する。

$$D_h(h) = \frac{S_a(\omega, h)}{S_a(\omega, h_0)} \quad (28)$$

式(28)中の h_0 は、基準の減衰定数であり、その値は 0.05 である。

著者は、式(1)について、インパルス応答関数を 2 重に畳み込み積分して求めた非構造部材の絶対加速度をもとに、次式を提案した¹¹⁾。

$$\sup E[A] = \frac{\sqrt{(1+4h_d^2)(1+\overline{D_h^2}) - 2\rho\overline{D_h}}}{2|h_d|} \quad (29a)$$

ここに、

$$\rho = \frac{h_g}{h}, \quad \overline{D_h} = \frac{D_h(h_a)}{D_h(h_b)} \quad (29b, c)$$

である。相加平均 $\bar{h}$ と相乗平均 h_g の関係から、 $\rho \leq 1$ である。式(29b)の ρ は、CQC 法 (Complete quadratic combination) における、モード応答間の相関係数に相当する。

式(29a)は継続時間 120 秒の一樣乱数位相の模擬地震動に対し、高い精度を有する。結論を先に言えば、観測地震動においても、式(29a)は、継続時間が十分長い場合での共振倍率 A の期待値の上限に相当する。このことから、式(29a)の右辺の値を示す表記として、 $\sup E[A]$ をあらかじめ用いたことを断ておく。

さらに、本研究では、減衰定数の差分の高次項が無視できるとして ($h_d^2 \ll 1$)、式(29a)の原式を簡易化した次式を提案する。

$$\sup E[A] \approx \frac{\sqrt{\overline{D_h^2} - 2\rho\overline{D_h} + 1}}{2|h_d|} \quad (30)$$

式(30)と式(6)の相違については、付録 2 を参考にされたい。

式(29)や式(30)に代入すべき D_h には、式(28)の定義そのものではなく、多数の時刻歴解析を経て提案された式を用いる。ここでは、以下の笠井ら¹⁴⁾の式を採用する。

$$D_h(h) = \sqrt{\frac{1+\alpha h_0}{1+\alpha h}} \quad (31)$$

定数 α については、観測地震動による応答低減効果係数の平均値として提案された、 $\alpha = 25$ を用いる。

式(29)あるいは式(30)の注意点として、 $h_a = h_b (= h)$ のとき、これらの分子と分母はともに 0 となる。そのため、解が不定となる。この場合、 $h_a, h_b \rightarrow h$ の極限をとると、以下のように解が定まる。

$$\lim_{h_a, h_b \rightarrow h} \sup E[A] = \frac{1}{2h} \frac{\sqrt{1+2\alpha h(1+\alpha h)}}{2(1+\alpha h)} \quad \text{if } h_a = h_b (= h) \quad (32)$$

5. 観測地震動に対する応答倍率の推定

5.1 検討用地震動

観測地震動を用い、第 3 章および第 4 章で論じた共振倍率を評価する枠組みの妥当性を検証する。

検討用地震動は、Pacific Earthquake Engineering Research (PEER) Center が公開している強震動データベース NGA-West2 から選定する。選定条件として、モーメントマグニチュード M_w を 5.0~7.5 とし、水平成分を対象とする。深さ 30 m までの平均 S 波速度 V_{s30} を 180~760 m/s とし、広範な地盤種別を考慮する (Table 3)。震源距離 X について、地盤種別 C, D では 10~40 km、地盤種別 E では 10~100 km とする。なお、パルス性地震動および長周期地震動は、検討対象から除く。長周期地震動については、記録数が限定されること、共振応答が十分に成長しない短い継続時間の地震動に関心があることの理由を踏まえた。この条件で抽出した地震動の一部を用いる。その数は 842 であり、水平 2 方向を含めての総数は 1,684 である。

建物や非構造部材のパラメータの設定は、前章と同じである。建物の応答は、式(1)の振動方程式を Nigam-Jennings 法により数値積分して算出する。地震動によっては、その記録を超える時間で系の最大応答が生起することがあるため、地震動の波形データに後続の 0 を加え、加振開始から 300 秒経過するまでの応答を計算する。

Table 3 Number of selected ground motions

Site class (NEHRP ¹⁴⁾)	Properties (m/s)	Description	Number of samples
C	$360 < V_{s30} \leq 760$	Very dense soil and soft rock	848
D	$180 \leq V_{s30} \leq 360$	Stiff soil	694
E	$V_{s30} < 180$	Soil	142

5.2 地震動の継続時間

第 3 章では、主要動の継続時間は所与の値であった。一方、観測地震動では、その時刻歴波形から継続時間を評価する必要がある。

地震動の経時特性を表す特徴量として、次式で定義される地動加速度の累積パワー I の比 $\bar{I}$ が良く用いられる。

$$\bar{I}(t) = \frac{I(t)}{I(t_e)}, \quad I(t) = \int_0^t \ddot{u}_g^2(t_1) dt_1 \quad (33a, b)$$

ここに、 t_e は地震動の記録時間である。 $\bar{I}$ の m から $n\%$ の区間を占有する時間を D_{m-n} とする。 D_{5-75} は主要動時間を示すとされ¹⁶⁾、時間 t_e に相当する。そこで、設計における実用的な観点から、 t_e の代わりに D_{5-75} を用い、式(26)の τ を次式で再定義する。

$$\tau = h_g \frac{D_{5-75}}{T} \quad (34)$$

検討用地震動の D_{5-75} と Trifunac¹⁷⁾ の定義 D_{5-95} のそれぞれのヒストグラムを Fig. 8 に示す。地震動の選択条件に依存する分布形状の意味は希薄であるものの、 D_{5-75} の値が D_{5-95} の 0.5 倍程度であることが確認できる。一般に、 D_{5-75} と D_{5-95} の値には高い相関がある。

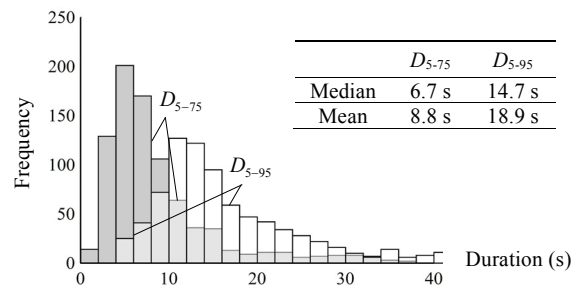


Fig. 8 Significant duration of selected ground motions

正比例関係を仮定した式

$$D_{5-75} = \chi D_{5-95} \quad (35)$$

から回帰係数 χ を推定した結果、 $\chi=0.47$ を得た。一方、能島¹⁶⁾は、1996～2013 年の間に日本列島周辺で発生した主要 35 地震（内陸地殻内、プレート境界およびプレート内地震）の強震記録から、 $\chi=0.544$ を得ている。この値は本研究の値 0.47 よりも 15% 大きい。ただし、継続時間が共振倍率に及ぼす影響は対数関数的であり、 χ にどちらの値を用いても、 $E[A]$ の評価値に大差はないと考えられる。そのため本研究では、能島の値 $\chi=0.544$ を用いる。以降では、 D_{5-95} を所与の条件として、式(35)により D_{5-75} を評価し、結果を整理する。

5.3 応答倍率の期待値の上限

まず、式(34)の τ が十分大きい場合の A の期待値の上限 $\sup E[A]$ を議論する。ここでの $\sup E[A]$ は、時刻歴解析から得られた A を $\tau \in [0.8, 1]$ の範囲で平均した値とする。定義から言えば、十分大きな特定の τ に関する A の標本平均を $\sup E[A]$ とすべきである。そうしない理由は、 τ が 1 を超える継続時間の長い地震動の標本数が少なく（Fig. 8）、 A の標本平均の分散が大きいためである。

数値解の $\sup E[A]$ と式(29)、式(30)の理論解を比較した結果を Fig. 9 に示す。参考までに、 $\inf A$ の値も記載している。式(30)による理論解は、どのような減衰定数においても、時刻歴解析による結果と良く対応している。理論解の誤差は、10%以内である。ただし、 h_b が 0.1 を超えるあたりから誤差が若干大きくなるため、 $h_a^2 \ll 1$ の条件を設けない式(29a)を用いた方が良いと思われる。

5.4 応答倍率と地震動の継続時間の関係

つぎに、地震動の継続時間の多様性を踏まえ、共振倍率を議論する。不規則振動解析で得た式(27)の τ - ϕ 関係を τ - $E[\phi]$ と読み替え、

$$E[\phi] = 1 - \exp(-p\pi\tau) \quad (36)$$

を考える。この式と式(25)から、

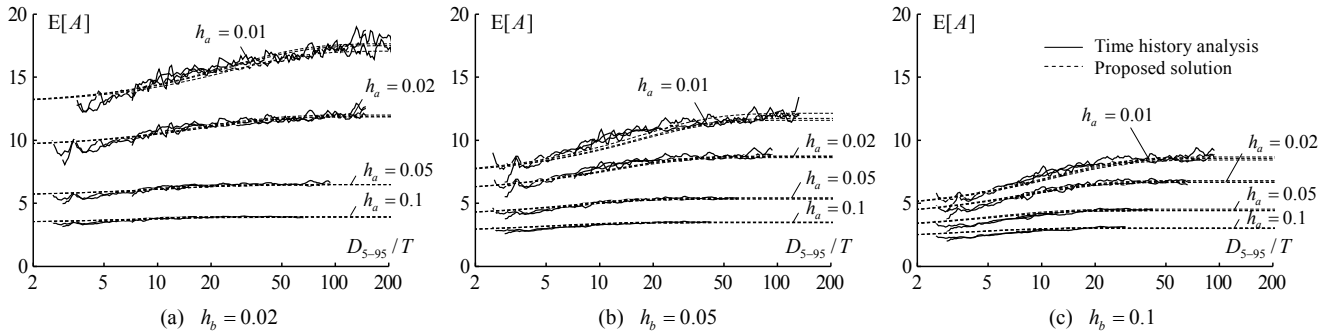


Fig. 10 Variation of dynamic amplification ratio in terms of equivalent cycle of response

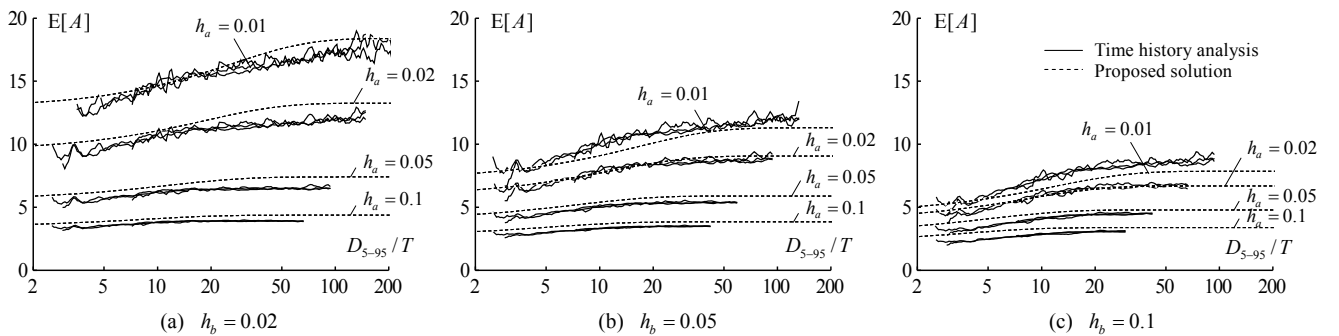


Fig. 11 Accuracy of proposed method of dynamic amplification ratio

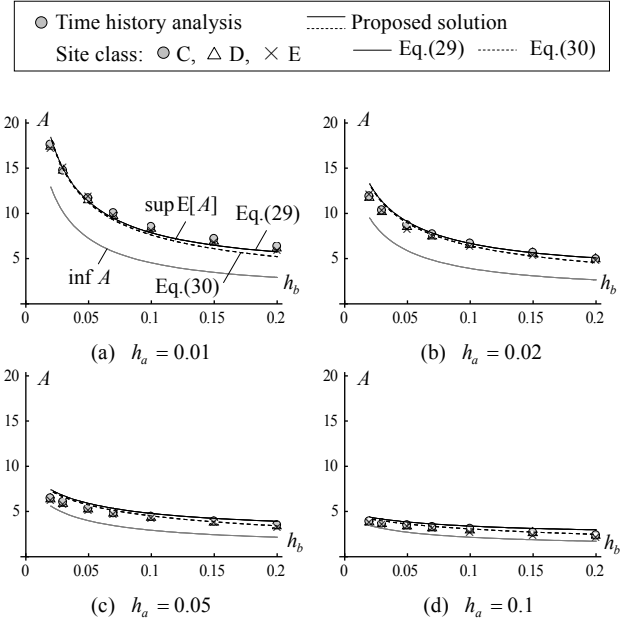


Fig. 9 Expectation of dynamic amplification ratio in resonance

$$E[A] = E[\phi]A + \inf A \quad (37)$$

を算定することにより、共振倍率の期待値の理論値が得られる。この値と時刻歴解析による統計値 $E[A]$ を比較したのが Fig. 10 と Fig. 11 である。両図では、Table 3 に示す地盤種別 C～E を条件とした 3 種の結果を示している。Fig. 10 では $\sup E[A]$ を 5.3 節で得た時刻歴解析結果の値とし、Fig. 11 では式(29a)の理論式を用いた。どちらの図でも、応答の繰返し数 (D_{5-95}/T) が小さい場合、時刻歴解析の結果が $\inf A$ に漸近している。Fig. 10 からは、 D_{5-95}/T の値の減少による

共振倍率の期待値 $E[A]$ の低下を式(36)の提案式が良く再現している。一方、Fig. 11 では、式(29)と式(36)を組み合わせた本評価法による共振倍率の精度を示しており、時刻歴解析結果と概ね対応している。また、結果は割愛するが、検討用地震波群から無作為に 20% の数のデータを抽出し交差検証した場合でも、Fig. 10 や Fig. 11 と同様の傾向にある $D_{5-95}/T - E[A]$ の関係を得た。

以上から、地震動の継続時間、建物と非構造部材に共通の固有周期、減衰定数の 4 つの諸量から、共振倍率の期待値を算定できることを示した。本評価式は、建物への制振部材の付加による非構造部材の応答低減効果を簡易に定量化できる点においても、非構造部材の耐震設計に資するものである。

5.5 応答倍率の特性を定める固有周期の閾値

式(36)から得られる工学的知見は、 $\tau=1$ を概ね閾値にして、 ϕ の傾向が異なることである。 ϕ は $\tau=1$ で概ね 1 に停留し、 $\tau>1$ の領域では、共振倍率に及ぼす継続時間の影響は小さい (Fig. 7(b))。この閾値 τ を τ_{cr} とし、共振倍率 A が継続時間に影響されない固有周期の閾値を T_{cr} とすると、式(26)から次の表現ができる。

$$T_{cr} \leq \frac{\sqrt{h_b h_a}}{\tau_{cr}} \chi D_{5-95} \rightarrow \phi \approx 1 \quad (38)$$

むろん、 τ_{cr} の設定には、任意性が残る。しかし、何らかの値を仮定して式(38)の評価値の例を示すことは、工学的に意義があろう。

ϕ がその上限値から 1%, 10% 減少する場合を考える。

$$\phi = \begin{cases} 0.99 & \text{if } \tau = 1 \\ 0.90 & \text{if } \tau = 0.45 \end{cases} \quad (39)$$

ここで、 $D_{5-95} = 20$ 秒かつ $\tau_{cr} = 1$ の場合、 $h_b, h_a = 0.05$ で $T_{cr} = 0.55$ 秒となる。この条件から τ_{cr} のみを変え、 $\tau_{cr} = 0.45$ とした場合には、 $T_{cr} = 1.2$ 秒である。さらに減衰定数を変えて、 $h_b, h_a = 0.02$ では、 $T_{cr} = 0.49$ 秒である。このことから、弾性応答に限定すれば、平成 25 年国土交通省告示第 771 号で定められた特定天井など、耐震化された吊り天井の固有周期帯や減衰定数を勘案すると、それらの共振倍率に及ぼす継続時間の影響は小さいと考えられる。

このような判断に基づけば、非構造部材の種類に応じて、継続時間を考慮する必要性の有無を類型化することも可能である。この類型化は、本論文の範疇を超えるので、可能性を言及するにとどめる。

6. まとめ

建物と非構造部材が地震時に共振する場合を対象として、床応答加速度に対する非構造部材の絶対加速度の比である動的応答倍率（以下、共振倍率）の期待値を議論した。

得られた結論を以下に要約する。

- 1) 地震動の継続時間が短く、建物の固有周期が長いほど、また建物あるいは非構造部材の減衰定数が小さいほど、共振倍率の期待値は低下する。共振倍率の期待値には下限値が存在し、これはインパルス地動入力に対する共振倍率と概ね一致する。この事実、地動をホワイトノイズ入力とした不規則振動解析と観測地震動に対する時刻歴応答解析の両者から確認された。
- 2) 畳み込み積分から、インパルス入力に対して生じる非構造部材の共振倍率の閉形式解を誘導した。

- 3) 建物と非構造部材の減衰定数の相乗平均と地震動の継続時間を建物の固有周期で除した値を乗じた無次元量（応答の繰返し数比）を導入した。さらに、共振倍率を下限値と上限値で 0~1 になるように正規化した。様々な減衰定数の組み合わせに対して、この無次元量と正規化した共振倍率の期待値を説明する半理論式を提案した。観測地震動に対する時刻歴応答解析から、この提案式の妥当性を示した。
- 4) 建物と非構造部材の減衰定数の組み合わせに応じて、共振倍率の期待値がほぼ一定と見做せる建物の固有周期帯が存在する。このときの共振倍率は上限値であり、減衰付加による応答低減効果係数から算定できる。
- 5) 上記 1)~4) の知見を総合すると、地震動の継続時間、建物と非構造部材に共通の固有周期、減衰定数の 4 つの諸量を用いて、時刻歴解析をすることなく共振倍率の期待値が算定できる。

本報で除外した、パルス性地震動を受ける場合の非構造部材の共振倍率の期待値については、別報で報告する予定である。

今後の課題は、共振倍率のばらつきを分析したうえで、時刻歴解析をすることなく、非超過確率に応じた床応答スペクトルを簡易に評価可能とすることである。この流れにおいて、継続時間を考慮した共振倍率の期待値の閉形式解は、共振倍率のばらつきから偶発的不確実性を抽出する手段として役立つと考えられる。

謝辞

本研究は、JSPS 科研費 JP17K14756（研究代表者：金子健作）の助成を受けたものです。

また、本研究で使用した地震動は、PEER Center が公開している地震動データベース NGA-West2 から得たものです。ここに謝意を示します。

参考文献

- 1) T. Ishihara, S. Motoyui, and Y. Wakiyama: Seismic design force on nonstructural components based on a direct method for floor response spectrum, AIJ Journal of Technology and Design, No. 48, pp. 511-515, 2015. 6
- 石原直, 元結正次郎, 脇山善夫: 床応答スペクトルの略算法に基づく非構造部材等の設計用地震力, 日本建築学会技術報告集, No. 48, pp. 511-515, 2015. 6
- 2) K. Kaneko and S. Motoyui: Seismic coefficient profile in suspended ceiling subjected to non-uniformly distributed acceleration due to roof deformation, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), No. 712, pp. 861-871, 2015. 6
- 金子健作, 元結正次郎: 屋根面変形により非一様加速度分布を受ける吊り天井の水平震度分布, 日本建築学会構造系論文集, No. 712, pp. 861-871, 2015. 6
- 3) V. Vukobratović and P. Fajfar: A method for the direct determination of approximate floor response spectra for SDOF inelastic structures, Bulletin of Earthquake Engineering, Vol. 13, pp. 1405-1424, 2015. 5
- 4) T. Nagase et al.: Hi-kozo buzai no sekkei-kaju ni tsuite: Summaries of Technical Papers of Annual Meeting, Architectural Institute of Japan, pp. 771-772, 1980. 9
- 長瀬正, 対馬義幸, 久徳敏治, 浅井浩一, 安部重孝: 非構造部材の設計荷重について, その 2 設計用床応答スペクトル, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造系分冊, pp. 771-772, 1980. 9
- 5) T. J. Sullivan: Towards improved floor spectra estimates for seismic design, Earthquakes and Structures, pp. 109-132, 2013. 1
- 6) B. Li, W. Jiang, W. Xie and M. D. Pandey: Generate floor response spectra, Part 2: Response spectra for equipment-structure resonance, Nuclear Engineering

and Design, Vol. 293, pp. 547-560, 2015. 11

- 7) K. A. Peters, D. Schmitz and U. Wagner: Determination of floor response spectra on the basis of the response spectrum method, Nuclear Engineering and Design, pp. 255-262, 1977
- 8) S. Kondo and K. Kasai: A study on seismic response prediction for non-structural components, Summaries of Technical Papers of Annual Meeting, Architectural Institute of Japan, B-2, pp. 341-342, 2015. 9
近藤さゆみ, 笠井和彦: 建築非構造部材の地震応答予測に関する研究, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp. 341-342, 2015. 9
- 9) R. H. Scanlan and K. Sachs: Development of compatible secondary spectra without time histories, Proceedings of SMIRT-4 Conference, K4/13, 1977. 8
- 10) Y. Yasui, J. Yoshihara, and T. Miyamoto: A direct method of floor response spectra : part 1 derivation of formula, Summaries of Technical Papers of Annual Meeting, Architectural Institute of Japan, B, pp. 757-758, 1985. 10
安井譲, 吉原醇一, 宮本明倫: 床応答スペクトルの直接計算法について: その1 計算式の誘導, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B, pp. 757-758, 1985. 10
- 11) K. Kaneko: Direct evaluation method of floor response spectra from specified ground response spectra based on spectrum difference rule, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), No. 729, pp. 1789-1797, 2016. 11
金子健作: 差分スペクトル則に基づく地震応答スペクトルを用いた床応答スペクトルの直接計算, 日本建築学会構造系論文集, No. 29, pp. 1789-1797, 2016. 11
- 12) Y. K. Lin: Probabilistic Theory of Structural Dynamics, Krieger, 1976
- 13) T. Satoh, H. Kawase, and T. Sato: Engineering bedrock waves obtained through the identification analysis based on borehole records and their statistical envelope characteristics, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), No. 461, pp. 19-28, 1994. 7
佐藤智美, 川瀬博, 佐藤俊明: ボアホール観測記録を用いた表層地盤同定手法による工学的基盤波の推定及びその統計的経時特性, 日本建築学会構造系論文集, No. 461, pp. 19-28, 1994. 7
- 14) K. Kasai, H. Ito, and A. Watanabe: Peak response prediction rule for a SDOF elasto-plastic system based on equivalent linearization technique, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), No. 571, pp. 53-62, 2003. 9
笠井和彦, 伊藤浩資, 渡辺厚: 等価線形化手法による一質点弾塑性構造の最大応答予測法, 日本建築学会構造系論文集, No. 571, pp. 53-62, 2003. 9
- 15) Building Seismic Safety Council (BSSC): NEHRP Recommended Provisions for New Buildings and Other Structures, Part I Provisions and Part II Commentary (FEMA P-1050-1), 2015
- 16) N. Nojima: Development of empirical equations for prediction of significant duration of strong ground motions, Japan Association for Earthquake Engineering, Vol. 15, No. 6, pp. 25-43, 2015
能島暢呂: 累積パワーに基づく地震動継続時間の経験的予測式の構築, 日本地震工学会論文集, Vol. 15, No. 6, pp. 25-43, 2015
- 17) M. D. Trifunac and A. G. Brady: A study on duration of strong earthquake ground motion, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 65, No. 3, pp. 581-626, 1975. 6

付録1 インパルス入力における非構造部材の応答のサイクル数の近似

2.3.2項では, インパルス入力時において, 非構造部材の最大応答が生起するまでの非構造部材の応答の繰返し数 n_a が次式で表されることを示した。

$$n_a = \frac{\omega t_a^*}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{h_a} \ln \frac{h_a}{h_b} \quad (\text{A-1})$$

式(20)で示したように, 式(A-1)は, 建物と非構造部材の減衰定数が等しいとき, $2\pi n_a = 1/h_b = 1/h_a$ となる。これらの数式表現を参考にして, 減衰定数の相乗平均 $\sqrt{h_b h_a}$ を用いて, 式(A-1)を経験的に次式で近似できるとする。

$$n'_a = \frac{1}{2\pi \sqrt{h_b h_a}} \quad (\text{A-2})$$

基準減衰定数 $h_0 (=0.05)$ のときの n_a を n_{a0} とし, n_a, n'_a を n_{a0} で基準化した値と h_b の関係を Fig. A-1 に示す。この図から, 式(A-2)の n'_a は, n_a を良く近似することがわかる。ゆえに, 応答の繰返し数比 n_b/n_a は,

$$\frac{n_b}{n_a} \approx \frac{n_b}{n'_a} = 2\pi \sqrt{h_b h_a} \frac{t_c}{T} \quad (\text{A-3})$$

と近似できる。

式(26)の τ は, 上記の n_b/n_a から比例定数 2π を除いたものである。

付録2 ホワイトノイズと観測地震動入力での応答倍率の相違

第3章と第4章の内容には連続性があり, その理解を深めるため, 補足を加える。第3章でのホワイトノイズ地動入力の場合, 定常不規則振動論による1自由度系の2乗平均応答の解¹²⁾から, D_h は次式のように誘導される。

$$D_h(h) = \sqrt{\frac{h_0}{h}} \quad \text{for Gaussian noise input} \quad (\text{A-4})$$

式(A-4)を式(30)に代入した式は,

$$\sup E[A] = \frac{1}{2\sqrt{h_a(h_a + h_b)}} \quad (\text{A-5})$$

となる。これは, ホワイトノイズ入力を仮定した式(6)の理論解と一致する。このことから, 式(30)の閉形式解は, 多様な地震動条件に対して成立し得る, 必要条件を満たしている。式(30)に対する式(6)の比は, $h \rightarrow 0$ で $\sqrt{2}$, $h \rightarrow \infty$ で1に漸近する。また, 基準の減衰定数0.05では, この比は1.24である。ゆえに, 地動をホワイトノイズとした場合, 実際の観測地震動よりも, 共振倍率は常に過大評価となる。減衰定数が小さいほど, 過大評価の度合いは大きい。これは, 時刻歴解析を通して, 経験的に得られた Peters の知見と適合する⁷⁾。

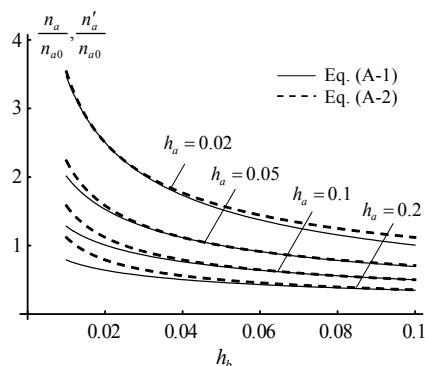


Fig. A-1 Approximation of equivalent cycle

EXPECTED VALUES OF DYNAMIC AMPLIFICATION RATIO OF NONSTRUCTURAL COMPONENTS IN RESONANCE CONSIDERING SIGNIFICANT DURATION OF STRONG GROUND MOTIONS

Kensaku KANEKO

Assist. Prof., Dept. of Built Environment, Interdisciplinary Graduate School of Science and Technology,
Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

Floor response spectrum is useful information in seismic design of nonstructural components such as ceiling and equipment. Its spectral peak, which occurs in resonance, is important in terms of deciding seismic design force of nonstructural components. The peak acceleration normalized by floor acceleration, which is independent of seismic intensity is called dynamic amplification ratio (DAR). The magnitude of DAR is affected by damping ratios of building and nonstructural component. In addition, it is empirically known that the DAR decrease as natural period of nonstructural component is longer, or duration of ground motion is shorter. However, this tendency has not been well clarified. The objective of this paper is to investigate the effect of duration on DAR and propose a closed form of expected DAR denoted by the characteristics of both the system and ground motion.

Both buildings and nonstructural component are modeled as an elastic single degree of freedom (SDOF) system, respectively. Firstly, two idealized excitation are considered to obtain upper bound and lower bound of DAR. One is a stationary response to white noise excitation, which give an upper bound of DAR. Another is a response to white noise with infinitesimal duration, which gives a lower bound. The latter corresponds to response to impulse input. Based on convolutional integral, a closed formula is derived for these conditions.

Subsequently, DAR is discussed in case of excitation with finite duration. Equivalent number of cycles for building response is introduced. The number of cycles is defined by ratio of the duration of ground motion to natural period. This value is incorporated with geometric mean of two damping ratio of system. The proposed variable give a degree of acceleration development associated with lapse of time. Stochastic time history analysis is conducted to verify the non-dimensional variable. It is clarified that this variable comprehensively explains the effect of short excitation on decrease of DAR.

Next, effectiveness of the explanatory variable is shown for historical earthquakes. A total of 1,684 historical records are selected from the PEER ground motion database. The DARs calculated by time history analysis are normalized with the predetermined lower and upper bounds previously discussed. As a result, the DARs are mapped into a space with numeric between 0 and 1. Statistical relationship between the mapped DAR and the explanatory variable approximately trace a single curve for wide variety of structural characteristics and earthquakes. In order to express this curve, a regression formula is proposed for practical engineering. The proposed formula has four variables including natural period, two damping ratio, and significant duration of ground motion.

Finally, it is confirmed that the DARs evaluated from the formula are in good agreement with expected DARs. The formula also implies that DAR dramatically decreases over certain threshold period.