

論文 / 著書情報
Article / Book Information

論題(和文)	半正定値計画緩和に基づく擬似ステッチを用いたTPLのためのレイアウト分割手法
Title(English)	Layout Decomposition Method by Positive Semidefinite Relaxation with Pseudo Stitch Edge for TPL
著者(和文)	半田昌平, 高橋篤司, 中田和秀, 松井知己
Authors(English)	Shouhei Handa, Atsushi Takahashi, Kazuhide Nakata, Tomomi Matsui
出典(和文)	第29回 回路とシステムワークショップ 論文集, , , pp. 214-219
Citation(English)	Proc. the 29th Workshop on Circuits and Systems, , , pp. 214-219
発行日 / Pub. date	2016, 5
URL	http://search.ieice.org/
権利情報 / Copyright	本著作物の著作権は電子情報通信学会に帰属します。 Copyright (c) 2016 Institute of Electronics, Information and Communication Engineers.

半正定値計画緩和に基づく擬似スティッチを用いた TPL のための レイアウト分割手法

Layout Decomposition Method by Positive Semidefinite Relaxation with Pseudo Stitch Edge for TPL

半田昌平[†] 高橋篤司[‡] 中田和秀^{††} 松井知己^{††}

[†] 東京工業大学 大学院 理工学研究科 通信情報工学専攻

[‡] 東京工業大学 工学院 情報通信系

^{††} 東京工業大学 工学院 経営工学系

Shohei Handa[†] Atsushi Takahashi[‡] Kazuhide Nakata^{††} Tomomi Matsui^{††}

[†] Department of Communications and Computer Engineering, Tokyo Institute of Technology

[‡] Department of Information and Communications Engineering, Tokyo Institute of Technology

^{††} Department of Industrial Engineering and Economics, Tokyo Institute of Technology

1 はじめに

今日まで集積回路の微細化はムーアの法則に沿って進んできた。今後、超微細な集積回路製造において Extreme Ultra-Violet Lithography (EUVL) [1] や Electric Beam Lithography (EBL) [2] などの次世代リソグラフィー技術が期待されているが、これらには未だ課題が残っており、量産で用いるには至っていない。そのため現在の光リソグラフィー技術で集積回路の微細化を実現させるために、回路のレイアウトパターンを複数回に分けてウエハ上に形成するマルチパターンニング技術が注目されている。

マルチパターンニング技術の中で、側壁プロセスを利用する Self-Aligned Double-Patterning (SADP) や Self-Aligned Quadruple-Patterning (SAQP) などは、露光工程を用いてウエハ上に形成した芯材を加工してレイアウトパターンを形成する。効率よく SADP や SAQP で製造可能なレイアウトパターンを生成する手法は提案されているが、SADP や SAQP で任意の2次元パターンを実現できるわけではない [3, 4, 5, 6, 7]。

一方、複数回の露光工程でレイアウトパターンを逐次的にウエハ上に形成する Litho-Etch Litho-Etch (LELE) などは、微細化の実現のために各露光工程で形成するパターン間の位置合わせの精度を向上させる必要があるものの、より複雑な2次元パターンを実現可能である。本稿では、14 nm/10 nm ノードのプロセス作成において最も有力視されている技術の

1つである露光工程を3回繰り返しレイアウトパターンを形成するトリプルパターンニングリソグラフィー (Triple Patterning Lithography (TPL)) に着目する。TPL には、最後の露光工程をパターンの除去に用いる LELE CUT [8, 9, 10] と呼ばれる方法もあるが、本稿では、パターンを逐次的に形成する、より一般的な Litho-Etch Litho-Etch Litho-Etch (LELELE) を対象とする。

本稿では、ウエハ上に形成したいレイアウトパターンがポリゴン集合として与えられたとき、各露光工程で形成するレイアウトに対応するように、ポリゴン集合を3分割するレイアウト分割問題を考える。本稿で扱うレイアウト分割では、レイアウト分割によって解決した違反数と不採用のスティッチ数の重み付き和を分割の品質を表す目的関数とし、その最大化を目指す。この分割問題は一般に NP 困難である [11]。

このレイアウト分割問題を、Yu らはベクトル計画法で定式化し、その半正定値計画 (SDP) 緩和により得られるポリゴンの超球面上へ配置からレイアウト分割を得る発見的手法を提案した [11]。松井らは、超球面を確率的丸め法 (Randomized Rounding (RR)) で分割することでポリゴンの超球面上へ配置からレイアウト分割を得る近似比 7/9 の近似手法を提案した [12]。しかし、一般的な SDP ソルバでは、違反を持たないポリゴン対は超球面上で離れて配置され、違反が十分少ない分割が、確率的丸め法 (RR) で得ら

れない傾向があった。

そこで、我々は、違反を持たない対の超球面上での距離を減少させる補正項を、擬似的なスティッチとしてSDP緩和の目的関数に加える方法を提案した[13]。しかし、擬似的なスティッチを用いた緩和問題に確率的丸め法 (RR) を適用したのちに残る未解決の違反やスティッチの数は依然として多い。

そこで、本稿では、初期分割を擬似的なスティッチを用いた緩和問題に確率的丸め法 (RR) を適用して得たのち、初期分割に含まれる未解決の違反や採用されているスティッチを減少させるために、FMアルゴリズム [14] をベースとした逐次改善手法を追加したレイアウト分割手法を提案する。

本稿の構成は以下のとおりである。まず2節で準備として必要な語句や記号を定義する。3節で半正定値計画緩和による問題の定式化と確率的丸め法 (RR) について説明する。4節で緩和問題に擬似スティッチを加える手法について説明し、続く5節で疑似スティッチ辺を用いた場合の効果を示す。6節では得られた分割の緩和問題最適解との乖離度を定義する。7節で評価値改善のための提案手法について説明し、続く8節で計算機実験の結果を示す。最後に9節でまとめる。

2 準備

ウエハ上に形成したいレイアウトパターンがポリゴン集合として与えられ、各露光工程で形成するレイアウトに対応するようにポリゴン集合を分割するとき、近接するポリゴン対が同一分割に割り当てられると、その分割は1回の露光工程で形成できない可能性がある。そのため、ポリゴン分割は、1回の露光工程では形成できない近接するポリゴン対を含んではならない。

以下では、1回の露光工程では形成できないポリゴン対を**違反**と呼び、ポリゴンが異なる分割に割り当てられたとき、違反を含まない、解決した、という。また、あるポリゴンをスティッチで分割し複数回に分けて形成することもできる。ただし、スティッチによるポリゴン分割は、露光工程間の合わせズレの影響による歩留り低下の大きな要因となるため、違反を解決するために用いることはできるが、できるかぎり用いないほうが好ましい。以下では、スティッチ候補で分割されているポリゴンを考え、レイアウト上でスティッチ候補で接するポリゴン対を**スティッチ**と呼び、ポリゴンが同じ分割に割り当てられたとき、スティッチを含まない、不採用という。

レイアウト設計段階では、すべての違反が解決可能なレイアウトパターンが与えられるとは限らない。違反を含まないレイアウト分割や質の良いレイアウト分割が得られなかった場合には、レイアウト修正を行うことになる。レイアウト修正を最小限に抑えるために、できる限り違反とスティッチが少ない分割を得ることが求められる。

本稿では、ポリゴン集合を3分割するレイアウト分割問題を考える。レイアウトパターンを構成するポリゴンの集合を $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 、違反の集合を $C (\subseteq V \times V)$ スティッチの集合を $S (\subseteq V \times V)$ とする。ポリゴン集合 V の3分割は、 $c: V \rightarrow \{1, 2, 3\}$ で表す。分割を彩色で表すこととすると、3分割 c において、ポリゴン v の色が i のとき、 $c(v) = i$ となる。

3分割 c において、ポリゴン $u \in V$ とポリゴン $v \in V$ は、 $\{u, v\} \in C$ かつ $c(u) = c(v)$ とのきかつそのときに限り違反するといひ、 u と v が異なる分割に割り当てられたとき、違反 $\{u, v\}$ を含まない、解決した、という。同様に、 $\{u, v\} \in S$ かつ $c(u) \neq c(v)$ とのきかつそのときに限りスティッチ $\{u, v\}$ は採用されているといひ、 u と v が同じ分割に割り当てられたとき、スティッチ $\{u, v\}$ を含まない、不採用、という。

ポリゴン集合 V を点集合、違反集合 C を辺集合とするグラフ $G = (V, C)$ を**違反グラフ**と呼ぶ。

3 半正定値計画緩和による問題定式化

3分割 c で解決した違反と不採用のスティッチは、それぞれ

$$\overline{\mathbf{CE}}(c) \stackrel{\text{def}}{=} \{\{u, v\} \in C \mid c(u) \neq c(v)\},$$

$$\overline{\mathbf{SE}}(c) \stackrel{\text{def}}{=} \{\{u, v\} \in S \mid c(u) = c(v)\}$$

となる。レイアウト分割問題は、 α を定数としたとき、解決した違反と不採用のスティッチの最大化問題として、以下のように問題 **P1** と定式化できる。

$$\begin{aligned} \mathbf{P1} : \text{maximize} \quad & |\overline{\mathbf{CE}}(c)| + \alpha |\overline{\mathbf{SE}}(c)| \\ \text{subject to} \quad & c(v) \in \{0, 1, 2\} (\forall v \in V). \end{aligned}$$

また、3分割 c に対し、ベクトル \mathbf{x} を

$$\mathbf{x}(v) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} (1, 0)^\top & (c(v) = 0), \\ \left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^\top & (c(v) = 1), \\ \left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^\top & (c(v) = 2) \end{cases}$$

とすると、任意の $u, v \in V$ に対して、

$$c(u) \neq c(v) \leftrightarrow \mathbf{x}(u)^\top \mathbf{x}(v) = -\frac{1}{2},$$

$$c(u) = c(v) \leftrightarrow \mathbf{x}(u)^\top \mathbf{x}(v) = 1$$

となる。したがって、レイアウト分割問題は、以下のようにベクトル計画法で問題 **P2** と定式化できる。

$$\begin{aligned} \mathbf{P2}: \max. \quad & \sum_{\{u,v\} \in C} \left(\frac{-2\mathbf{x}(u)^\top \mathbf{x}(v)}{3} + \frac{2}{3} \right) \\ & + \alpha \sum_{\{u,v\} \in S} \left(\frac{2\mathbf{x}(u)^\top \mathbf{x}(v)}{3} + \frac{1}{3} \right) \\ \text{s.t. } \mathbf{x}(v) \rightarrow & \left\{ (1, 0)^\top, \left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^\top, \left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^\top \right\}. \end{aligned}$$

行列 X は、 (u, v) 要素 X_{uv} が $\mathbf{x}(u)^\top \mathbf{x}(v)$ であるとき半正定値行列となることを利用して、上記の問題 **P2** は半正定値計画問題として定式化できる。この半正定値計画問題において \mathbf{x} の値域を緩和することで、レイアウト分割問題は以下のように半正定値計画緩和問題 **SDP** と定式化できる。

$$\begin{aligned} \mathbf{SDP}: \max. \quad & \sum_{\{u,v\} \in C} \left(\frac{-2X_{uv}}{3} + \frac{2}{3} \right) \\ & + \alpha \sum_{\{u,v\} \in S} \left(\frac{2X_{uv}}{3} + \frac{1}{3} \right) \\ \text{s.t. } \quad & X_{uv} \geq -\frac{1}{2} \quad (\forall (u, v) \in V^2), \\ & X_{vv} = 1 \quad (\forall v \in V), \\ & X \in S_+^n. \end{aligned}$$

ただし、 S_+^n は、すべての対称半正定値 $n \times n$ 行列の集合である。レイアウト分割問題は、NP 困難であるが、その半正定値計画緩和問題 **SDP** は、多項式時間で解くことができる [11, 12]。

問題 **SDP** の最適解として得られる半正定値行列 X^* を $(M^*)^\top M^*$ とコレスキー分解し、行列 M^* の各列成分をポリゴン v と対応したベクトル $\mathbf{x}^*(v)$ とする。ベクトル $\mathbf{x}^*(v)$ は単位 d 次元超球面上に分布するが、問題 **P2** の制約条件を必ずしも満たさないため、ベクトル \mathbf{x} をそのまま 3 分割とすることはできない。ベクトル \mathbf{x} から、Yu ら [11] は発見的手法を用いて、松井ら [12] は確率的丸め法 (RR) を用いて、それぞれ 3 分割を得た。

確率的丸め法 (RR) では、単位ベクトルをランダムに生成し、生成したベクトルと直行する超平面で超球を分割することで、超球の表面に分布するベクトルを分割する。単位ベクトルの生成、および、生成した単位ベクトルによる超球面分割は、問題 **SDP** の解を得るための時間に比べ短い。確率的丸め法 (RR) では、一般に超球面分割を繰り返し、得られた最良解を出力する。

松井らは、2つの超平面を利用して、超球面を 4 分割したのち、2つの分割を縮退することで 3 分割を得た。縮退の方法は 4 通りあるが、その中で評価が最大の縮退を選んだ。また、超球面分割を複数

回繰り返し、得られた最良解を出力した。このとき、得られる解の評価の期待値は最適解の 7/9 以上となる [12]。

4 擬似スティッチ辺による超球面配置の改善

松井らの手法では、問題 **SDP** の最適解に対して、確率的丸め法 (RR) を適用したときの解の評価の期待値は、最適解の 7/9 以上となる [12]。しかし、確率的丸め法 (RR) を適用したとき期待値が大きい超球面上の配置と、最大値が大きい超球面上の配置は異なる可能性があり、期待値を増大させることは、最大値の増大につながらないかもしれない。

主双対内点法に基づく一般的な SDP ソルバは、最適解集合の解析的中心を解として出力する [15]。違反を持たないポリゴン対の超球面上での大円距離は、SDP 緩和の目的関数に直接は影響しない。したがって最適解集合の解析的中心では超球面上で、違反を持たないポリゴン対は一般には離れている。

そのため、ある 2 辺 $\{u, w\}, \{y, z\} \in C$ を考えたとき、 $u \neq y$ で $\{u, y\} \notin C$ であるならば、 u と y の超球面上での大円距離は大きくなる傾向にある。すなわち 2 辺 $\{u, w\}, \{y, z\}$ の超球面上での最大大円距離は大きくなる傾向にある。このとき、 u と y は確率的丸め法 (RR) で異なる分割に属す可能性が高くなり、2 辺 $\{u, w\}, \{y, z\}$ が同時に解決される可能性は低くなる。他の点対、例えば、 w と z についても同様の議論ができる。

2 辺の超球面上での最大距離を減少させれば、その 2 辺に対応する違反が同時に解決され、分割の評価の最大値を増加させる可能性がある。しかし、2 辺を接近させる操作が、他の辺に関する評価を悪化させる可能性もあるので、大域的に良い評価を得るためには、最大距離を減少させる 2 辺を適切に選ぶ必要がある。

そこで、我々は、違反グラフ上で距離が 2 である点対間に重みの小さい擬似的なスティッチ辺を、目的関数の補正項として加える手法を提案した [13]。すなわち、 $\{u, w\}, \{u, z\} \in C$ 、 $\{w, z\} \notin C$ の関係にある異なる 3 点 u, w, z に着目し、隣接しない 2 点 w, z の大円距離を減少させることで、2 辺 $\{u, w\}, \{u, z\}$ が、確率的丸め法 (RR) で同時に解決される確率を増大させる。

レイアウト分割問題は提案の擬似スティッチ辺を用いた半正定値計画緩和問題 **SDP-m** は以下のよう

表 1: 星形グラフによる評価

グラフ	C	内積		CE	
		SDP	SDP-m	SDP	SDP-m
S_{50}	49	0.254	1	7	0
S_{100}	99	0.269	1	13	0
S_{200}	199	0.264	1	25	0
S_{300}	299	0.257	1	39	0

に定式化される.

$$\begin{aligned}
 \text{SDP-m: max. } & \sum_{\{u,v\} \in C} \left(\frac{-2X_{uv}}{3} + \frac{2}{3} \right) \\
 & + \alpha \sum_{\{u,v\} \in S} \left(\frac{2X_{uv}}{3} + \frac{1}{3} \right) \\
 & + \varepsilon \sum_{\{u,v\} \in P} \left(\frac{2X_{uv}}{3} + \frac{1}{3} \right) \\
 \text{s.t. } & X_{uv} \geq -\frac{1}{2} \quad (\forall (u,v) \in V^2), \\
 & X_{vv} = 1 \quad (\forall v \in V), \\
 & X \in S_+^n.
 \end{aligned}$$

ただし, P は違反グラフ上で距離が 2 である点対の集合を表し, ε は, 擬似スティッチの重みを表す. α と ε は, ともに違反の解決を阻害しないよう十分小さな値とする.

5 擬似スティッチ辺の効果

中心点 v_1 と葉からなる n 点の木, すなわち, 点集合 $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, 辺集合 $\{\{v_1, v_j\} \mid 2 \leq j \leq n\}$ からなるグラフを星形グラフ S_n と呼ぶ. 違反グラフが, 星形グラフの場合には, 中心点と他の点に分割すれば, すべての違反は解決できる.

スティッチ集合 $S = \emptyset$ で違反グラフが星形グラフの場合に, 既存の定式化 **SDP** および, 提案の定式化 **SDP-m** によりポリゴンを超球面上に配置したとき, 任意の 2 辺のなす内積はそれぞれすべて一致した. 表 1 に超球上で違反グラフの 2 辺のなす内積, および, 確率的丸め法 (RR) で 10 回分割した場合の未解決の違反数を示す. **SDP-m** では, 擬似スティッチの重みは $\varepsilon = 0.04$ とした.

従来の定式化 **SDP** では, 10 回の分割では最適分割が得られないのに対し, 提案の定式化 **SDP-m** では, すべての葉が超球面上の同一点に配置され, 2 辺の内積が 1, すなわち, 最大距離が 0 となり, 確率的丸め法 (RR) で最適な分割が得られた.

6 分割の緩和問題最適解からの乖離度

擬似的なスティッチを用いた定式化 **SDP-m** に確率的丸め法 (RR) を適用することで, 既存定式化 **SDP** による手法よりも良いレイアウト分割を得ることができる. しかし, 未解決の違反やスティッチの数は依然として多い. そのため, よりよい 3 分割を得るために, 緩和問題の最適解をもとに, 解を探索することを考える. このとき緩和問題の最適解の性質を受け継いだ解を中心に探索することで, よりよいレイアウト分割を得られる可能性が高くなると考えるのは自然であろう. そこで, 3 分割 c の緩和問題の最適解 X^* からの乖離度を定義し, 解の探索に利用する.

まず, 3 分割 c により定義される行列 X^c を以下のように定義する.

$$X_{uv}^c = \begin{cases} 1 & \text{if } \{u,v\} \in C \text{ and } c(u) = c(v), \\ -0.5 & \text{if } \{u,v\} \in C \text{ and } c(u) \neq c(v), \\ 0 & \text{if } \{u,v\} \notin C. \end{cases}$$

次に, 行列 X^c と緩和問題の最適解 X^* の差行列 D^c を以下のように定義する.

$$D_{uv}^c = \begin{cases} |X_{uv}^* - X_{uv}^c| & \text{if } \{u,v\} \in C, \\ 0 & \text{if } \{u,v\} \notin C. \end{cases}$$

3 分割 c の緩和問題の最適解 X^* からの乖離度を $D(c) = \sum_{V \times V} D_{uv}^c$ とする.

SDP の最適解 X^* は必ずしも一意に定まらないが, 本稿では **SDP** ソルバとして **SDPA**[16] を用いて求められた解を X^* としている.

7 提案手法

擬似的なスティッチを用いた緩和問題に確率的丸め法 (RR) を適用したのちに残る未解決の違反や採用されているスティッチ数を減少させるために, **FM** アルゴリズム [14] をベースとした逐次改善手法を提案する.

提案手法 **SDP-m-FM** では, 擬似的なスティッチを用いた緩和問題 **SDP-m** により, 超球面上にポリゴンを配置し, 確率的丸め法 (RR) で得られるポリゴン分割の中から, 乖離度 $D(c)$ が最小の 3 分割 c を初期解とし, 乖離度を考慮しながら **FM** アルゴリズムをベースとした逐次改善を施す. 提案手法を図?? に示す.

8 実験結果

本節では, 計算機実験を通して提案手法の評価を行う. プログラムは C++ で記述し **SDP** ソルバは **SDPA**

Algorithm 1 SDP-m-FM

- 1: **SDP-m** を解き, X^* を求める.
 - 2: 確率的丸め法 (RR) を適用し, 評価値と関係なく乖離度 $D(c)$ が最小の分割を解 c とする.
 - 3: 解 c を「現在までの最良解」として記録する.
 - 4: **while** 「現在までの最良解」が更新される **do**
 - 5: D^c の行と列に対応する点がともに固定されている成分を除く最大の成分を D_{uv} とする.
 - 6: u と v の一方の点が固定されていたら, 他方の点を k とする. 両方とも固定されていないならば, 対応する D の列の L1 ノルムが他方に比べ小さくない点を k とする.
 - 7: $c(k)$ を $c(k)+1 \bmod 3$ もしくは, $c(k)+2 \bmod 3$ に変更し, D を更新する. ただし, 評価が他方に比べ低くならない変更を選択する.
 - 8: k を固定する.
 - 9: 「現在までの最良解」よりも良い解が得られたら「現在までの最良解」を更新する.
 - 10: **end while**
 - 11: 「現在までの最良解」を出力する.
-

[16] を用いた. 計算機は 2.40 GHz の CPU×2, メモリ容量 16 GB の Linux マシンを用いた. 実験データは, ISCAS85 ベンチマークをもとに作成されたレイアウトパターンに対応する違反グラフを用いた. ステッチ候補は定義されていないため, 評価には不採用のステッチ数は含まない. 確率的丸め法 (RR) によるレイアウト分割は各手法ですべて 10 回とした. **SDP-m** では, 擬似ステッチの重みは $\varepsilon = 0.04$ とした. 実験結果を表 2 に示す.

SDP, **SDP-m**, **SDP-m-FM** はそれぞれ, 既存の定式化 **SDP** 確率的丸め法 (RR) を適用した手法, 提案の定式化 **SDP-m** に確率的丸め法 (RR) を適用した手法, 提案の定式化 **SDP-m** に確率的丸め法 (RR) を適用しさらに逐次改善を行った手法を示す. $|C|$ と $|CE|$ はそれぞれ違反数と未解決の違反数を示す. 表 2 より, **SDP** に比べ, **SDP-m** は未解決の違反数が平均 85.6% に減少し, 逐次改善まで行った **SDP-m-FM** は平均 0.01% 以下に減少していることが分かる. 実行時間は, **SDP** に比べ, **SDP-m** は平均 21.6% の増加し, 逐次改善まで行った **SDP-m-FM** は平均 204% ほど増加している.

次に, 確率的丸め法 (RR) で得た初期分割 c の選択に乖離度 $D(c)$ を用いることの効果を確認するために, ISCAS-85 ベンチマークの c432 を用いて乖離度

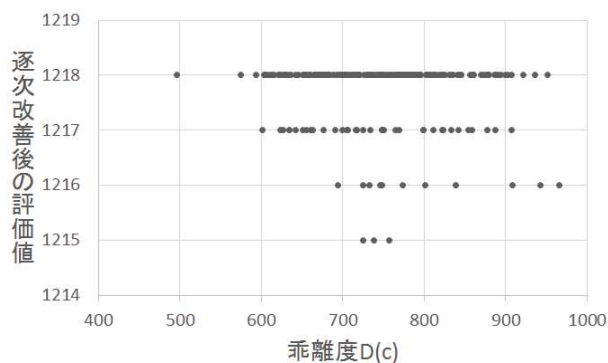


図 1: 初期解 c の乖離度 D と逐次改善の効果の関係

$D(c)$ と逐次改善後の評価の関係調べた. 図 1 に, その関係を示す. 図の横軸は確率的丸め法 (RR) で得た 3 分割の乖離度, 縦軸は逐次改善後の評価値である. 乖離度が小さいとき, よりよい 3 分割が逐次改善により得られる傾向にあることがわかる. 乖離度 $D(c)$ が小さい分割を初期解としたとき, よりよい 3 分割が逐次改善により得られる可能性が増大することを実験的に示している.

9 まとめ

本稿では, 既存の半正定値計画緩和を用いたレイアウト分割手法に対し, 擬似的なステッチ辺を加えることで確率的丸め法 (RR) で得るレイアウトの初期分割を改善し, 緩和問題の最適解からの乖離度を考慮して初期分割を逐次改善する手法を提案した. 今後の課題としては, ステッチ候補を含むレイアウトパターンを用いた実験と評価とともに, 大きなレイアウトパターンに対して, 効率的にレイアウト分割を得る手法の考案があげられる.

謝辞

本研究は JSPS 科学研究費補助金基盤研究 (B)25280013 の助成を受けたものである.

参考文献

- [1] Y. Du, H. Zhang, M.D.F. Wong, and R.O. Topaloglu, “EUV mask preparation considering blank defects mitigation,” Proc. SPIE, Photomask Technology 2011, 2011.
- [2] Y. Du, H. Zhang, M.D.F. Wong, and K.Y. Chao, “Hybrid lithography optimization with E-beam and immersion processes for 16nm 1D gridded design,” Proc. Asia and South Pacific Design Automation Conference (ASP-DAC), pp.707–712, 2012.

表 2: 実験結果

グラフ	C	CE			実行時間 (秒)		
		SDP	SDP-m	SDP-m-FM	SDP	SDP-m	SDP-m-FM
c432	1222	252	179	4	81.1	94.7	121.6
c499	2817	583	562	0	329.8	403.3	646.5
c880	2686	577	521	7	382.9	499.2	1153.6
c1355	3326	746	615	5	860.6	1026.7	5101.3
c1908	5597	1225	1074	3	2843.7	3393.5	10598.3

- [3] C. Kodama, H. Ichikawa, K. Nakayama, T. Kotani, S. Nojima, S. Mimotogi, S. Miyamoto, and A. Takahashi, "Self-aligned double and quadruple patterning aware grid routing with hotspots control," Proc. Asia and South Pacific Design Automation Conference (ASP-DAC), pp.267–272, 2013.
- [4] C. Kodama, H. Ichikawa, K. Nakayama, F. Nakajima, S. Nojima, T. Kotani, T. Ihara, and A. Takahashi, "Self-aligned double and quadruple patterning aware grid routing method," IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems (TCAD), vol.34, no.5, pp.753–765, 2015.
- [5] T. Ihara, A. Takahashi, and C. Kodama, "Rip-up and reroute based routing algorithm for self-aligned double patterning," Proc. the 19th Workshop on Synthesis And System Integration of Mixed Information technologies (SASIMI), pp.83–88, 2015.
- [6] T. Ihara, A. Takahashi, and C. Kodama, "Effective two-dimensional pattern generation for self-aligned double patterning," Proc. IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS), pp.2141–2144, 2015.
- [7] T. Ihara, T. Hongo, A. Takahashi, and C. Kodama, "Grid-based self-aligned quadruple patterning aware two dimensional routing pattern," Proc. Design, Automation and Test in Europe (DATE), pp.241–244, 2016.
- [8] Y. Kohira, T. Matsui, Y. Yokoyama, C. Kodama, A. Takahashi, S. Nojima, and S. Tanaka, "Fast mask assignment using positive semidefinite relaxation in LELECUT triple patterning lithography," Proc. Asia and South Pacific Design Automation Conference (ASP-DAC), pp.665–670, 2015.
- [9] Y. Kohira, C. Kodama, T. Matsui, A. Takahashi, S. Nojima, and S. Tanaka, "Yield-aware mask assignment using positive semidefinite relaxation in LELECUT triple patterning," Proc. SPIE, Design-Process-Technology Co-optimization for Manufacturability IX, pp.1–9, 2015.
- [10] Y. Kohira, C. Kodama, T. Matsui, A. Takahashi, S. Nojima, and S. Tanaka, "Yield-aware mask assignment by positive semidefinite relaxation in triple patterning using cut process," Journal of Micro/Nanolithography, MEMS, and MOEMS (JM3), vol.15, no.2, 021207, 2016.
- [11] B. Yu, K. Yuan, B. Zhang, D. Ding, and D.Z. Pan, "Layout decomposition for triple patterning lithography," Proc. IEEE/ACM International Conference on Computer Aided Design (ICCAD), pp.1–8, 2011.
- [12] T. Matsui, Y. Kohira, C. Kodama, and A. Takahashi, "Positive semidefinite relaxation and approximation algorithm for triple patterning lithography," Proc. the 25th International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC), LNCS 8889, pp.365–375, 2014.
- [13] 半田昌平, 高橋篤司, 中田和秀, 松井知己, "半正定値計画緩和に基づく MPL レイアウト分割のための補正項," 電子情報通信学会 総合大会 講演論文集 (A-6-12), p.86, 2016.
- [14] C.M. Fiduccia and R.M. Mattheyses, "A linear-time heuristic for improving network partitions," Proc. Design Automation Conference (DAC), pp.175–181, 1982.
- [15] 寒野善博, 大崎純, 室田一雄, 加藤直樹, "半正定値計画法に対する主双対内点法の群対称性," 数理解析研究所講義録, pp.214–222, 2001.
- [16] M. Yamashita, K. Fujisawa, K. Nakata, M. Nakata, M. Fukuda, K. Kobayashi, and K. Goto, "A high-performance software package for semidefinite programs: SDPA 7," Department of Mathematical and Computing Sciences, Tokyo Institute of Technology, SERIES B: Operations Research, 2010.