

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	シューベルト多様体の Newton-Okounkov 多面体と結晶基底
Title(English)	Newton-Okounkov polytopes of Schubert varieties and crystal bases
著者(和文)	藤田直樹
Author(English)	Naoki Fujita
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第10757号, 授与年月日:2018年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:内藤 聡,加藤 文元,田口 雄一郎,鈴木 正俊,KALMAN TAMAS,斉藤 義久
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第10757号, Conferred date:2018/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

論文審査の要旨及び審査員

報告番号	甲第	号	学位申請者氏名	藤田 直樹	
論文審査 審査員		氏名	職名	氏名	職名
	主査	内藤 聡	教授	カールマン タマシユ	准教授
	審査員	加藤 文元	教授	斉藤 義久	教授
		田口 雄一郎	教授		
鈴木 正俊		准教授			

論文審査の要旨 (2000 字程度)

Newton-Okounkov 多面体はトーリック多様体の理論の拡張として近年注目を集める研究対象であり、トーリック退化や可積分系の研究などへの応用から代数幾何学およびシンプレクティック幾何学において活発な研究が行われている。複素半単純リー環の既約表現のストリング多面体をシューベルト多様体の Newton-Okounkov 多面体として実現した Kaveh の結果を皮切りに表現論との繋がりが見出され、表現論由来の多面体と Newton-Okounkov 多面体との関係に注目が集まっている。本論文は「Newton-Okounkov polytopes of Schubert varieties and crystal bases」と題し、序章の他にシューベルト多様体の Newton-Okounkov 多面体の表現論的側面に関する研究をまとめた四つの章から構成されている。

第 1 章「Newton-Okounkov polytopes and crystal bases」では、本論文の主な対象である Newton-Okounkov 多面体および結晶基底の定義および諸性質について解説している。またストリング多面体に関する Kaveh の研究の概要を記している。

第 2 章「Newton-Okounkov polytopes and polyhedral realizations of crystal bases」では、既約表現の結晶基底の中島-Zelevinsky による多面体表示と Newton-Okounkov 多面体との関係について考察している。多面体表示は有理凸多面体の格子点集合を用いた結晶基底の実現であり、柏原作用素の明示的な計算を可能とするものである。本章では多面体表示に用いられる結晶基底のパラメトリゼーション(柏原理め込み)をシューベルト多様体の関数体上の付値の言葉により記述し、結晶基底の多面体表示をシューベルト多様体の Newton-Okounkov 多面体として実現している。ここでの議論は中島-Zelevinsky の研究における技術的な仮定を外した一般的な設定の下で行われており、多面体表示の理論に対しても新たな知見をもたらすものである。一般に Newton-Okounkov 多面体を定義から計算することは困難であり、本章の主結果は明示的に計算できる Newton-Okounkov 多面体の貴重な例を与えるものとなっている。

第 3 章「Geometrically natural valuations and perfect bases with positivity properties」では、シューベルト多様体の部分多様体の列に沿って零点の位数を測っていくことで得られる幾何学的に自然な付値との関係を与えている。Kaveh の研究および前章で登場した付値たちは代数的に定義されており、このような幾何学的に自然な付値とは別種のものである。本章では籠へっけ代数という非可換代数を用いた量子包絡環の圏化に由来する基底がある種の正值性を持っていることに着目し、そのような正值性を持つ基底の上では上記 2 種の付値が一致していることを示している。またこの結果を応用し、これらの付置に対応する Newton-Okounkov 多面体が一致していることを証明している。本章の主結果は Newton-Okounkov 多面体に対する幾何学的なアプローチと表現論的なアプローチを結び付けるものであり、ストリング多面体および結晶基底の多面体表示に対して新たな幾何学的解釈を与えるものとなっている。

第 4 章「Folding procedure for Newton-Okounkov polytopes of Schubert varieties」では、folding と呼ばれる異なる種類のディンキン図形との関係が、対応するシューベルト多様体の Newton-Okounkov 多面体にどのように反映されるのかを考察し、これらの多面体間の明示的な関係を導出している。本章の議論は前章までで考察した多面体の Newton-Okounkov 多面体としての幾何学的側面と結晶基底由来の表現論的側面を組み合わせるものであり、明解かつ鮮やかなものである。

以上、本論文は表現論由来の多面体と結び付けることにより、シューベルト多様体の Newton-Okounkov 多面体の諸性質を明らかにしている。これらの研究結果は代数幾何学及び表現論、特に Newton-Okounkov 多面体と結晶基底の研究に新たな知見をもたらしたものであり、理学上の貢献は大である。よって本論文は博士(理学)の学位論文として十分価値があるものと認める。