T2R2 東京工業大学リサーチリポジトリ
Tokyo Tech Research Repository

論文 / 著書情報
Article / Book Information

論題	ニールス・ボーア(1885-1962)の功績
Title	A meritorious deed of Niels Bohr (1885-1962)
著者	村上陽一
Authors	Yoichi Murakami
出典	伝熱, Vol. 49, No. 206, pp. 25-29
Citation	Journal of the Heat Transfer Society of Japan, Vol. 49, No. 206, pp. 25-29
発行日 / Pub. date	2010, 1

Powered by T2R2 (Tokyo Institute Research Repository)

ニールス・ボーア(1885~1962)の功績

A meritorious deed of Niels Bohr (1885-1962)

村上　陽一（東京工業大学）
Yoichi MURAKAMI (Tokyo Institute of Technology)
e-mail: murakami.y.af@m.titech.ac.jp



ニールス・ボーア（1885~1962）

1. はじめに

19 世紀後半から, 1900 年のプランク法則の発表[1]を経て，ハイゼンベルクとシュレディンガーによってそれぞれ 1925 年と 26 年に量子力学が発見されるまでの時代は，古典力学では説明がつかない実験的観察がかつてないスピードで積み重ねられていった刺激と困惑に満ちた時代だったと言えます.

本稿が焦点を当てるニールス・ボーアが 1913 年に発表した一連の論文は，これらの謎の幾つかに対して首尾一貫した一定の説明を与え，前期量子論の分野に本格的な研究ラッシュを引き起こした転回点となるものでした．公私に交流の深かったアブラハム・パイス博士の言葉を借りれば，ボーアは「原子がどのようにできているかを理解した最初の人物」であり，「量子現象を理解するのに不可欠な物理学の哲学的基礎に修正を迫った中心人物」[2]でした.

2. 原子スペクトル

2.1 分光分析学のおこり

19 世紀後半，新しい実験物理学の分野として分析分光学が誕生しました．この分野の誕生に大きく貢献したのが，実験演習などでお馴染みのブンゼン･バーナーの発明でした. その炎は不輝炎で，物質を熱しても炎が分光の妨げにならないという利点があったからです.

キルヒホフとブンゼン（ともにハイデルベルク大学の教授）は共同して元素とスペクトルとの間に一定の関係があることを見出し，分光学が新しい元素の発見に欠く事のできないものになると洞察します．実際，19 世紀の終わり頃までに，彼ら自身による発見も含め，分光スペクトルに基づいて多くの元素が発見されてゆきます．天文学の領域においても 1869 年に太陽光スペクトル中にヘリウムが発見されるなど，分光スペクトルは元素の存在を示す指紋としての役割を担い始めます.

2.2 バルマー公式

ヨハン・ヤコブ・バルマー（1825 - 1898）はバーゼルの女学校の教師でした. 彼は, アンデルス・オングストローム（1814 - 1874）が発見した 4 本の水素スペクトル線の振動数だけを恣意的に用い，それらに合うような数式を作るという試みを行います．彼が得た式は，a, b を自然数として

$$\nu_{ab} = R\left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}\right), \quad a > b \qquad (1)$$

というものでした[3]．彼は 1885 年，$b = 2$ に対して $a = 3, 4, 5, 6$ とし，$R = 3.2916 \times 10^{15}$ [s^{-1}]とすると，オングストロームの観測した 4 本の線にぴったり重なることを発見します．奇妙な事に，その後さまざまなスペクトル線が報告されても，式(1)の形式はその正しさに微塵の揺るぎも見せませんでした．なお，現在 R の正しい値は 3.2898×10^{15} [s^{-1}]と知られています.

3. 発見にいたるまで

3.1 ボーアの経歴 ― デンマーク帰国まで

ボーアはデンマークに生まれ，1911 年にコペンハーゲン大学において博士号を取得しました．博士論文の題目は「金属電子論の研究」でした．博士課程を終えてすぐ，ボーアはケンブリッジの J. J. トムソンのもとにポストクの研究を始めるべく旅発ちます．トムソンは電子の発見によって 1906 年にノーベル賞を受賞しており，当時キャベンディッシュ研究所の所長をしていました．しかしケンブリッジ時代のボーアは，トムソンとの関係も含めあまりうまく行かなかったようです．（「ケンブリッジは全体的に大変面白いところでしたが，まったく有益なところではありませんでした」[2].）

続いてボーアは，原子核を発見したばかりのラザフォード[4]と出会います．ボーアは放射能実験の技法を身につけることを願い，ラザフォードのいるマンチェスター大学に移ることを決意します．ボーアは実験を始めますが，2, 3 週間たつとラザフォードに実験を続けてもうまく行かないと思うと告げ，理論面に集中すべく家に篭もってしまいます[2]．しかし，ラザフォード研究室の研究員であったゲオルグ・フォン・ヘヴェシー（1943 年にノーベル化学賞受賞）とチャールズ・ゴルトン・ダーウィン（進化論のダーウィンの孫）との交流から新しい物理学を学び，これがその後の発見に繋がる重要なインスピレーションとなります．

ボーアのマンチェスター滞在は短いものでしたが，ラザフォードとの交流および議論はその後も長く続き，この出会いがボーアの人生を大きく開いてゆきます．ボーアはデンマークに帰国し，コペンハーゲン大学に職を得ることになります．

3.2 原子構造研究の開始

帰国後のボーアは，伝熱分野でもお馴染みのマルティン・クヌーセン（1871-1949）の助手として希薄流の実験を行っていました．しかしボーアはこれがとても負担に感じられたため，クヌーセンのところに行って自分の時間がどうしても欲しいと告げ，妻をつれて田舎に引き篭もってしまいます[2]．そしてボーアは本格的に原子構造の研究に取り組み始めます．

ボーアを始めとする当時の原子構造研究者の苦闘は，言葉（量子力学）がまだ発見されていない時代に，それをどうにか説明しようとした点にあったと言えます．ボーアが辿り着いた原子の描像は，「原子核の周りを公転運動する n 個の電子のリングを軌道として考える」というものでした．（日本の長岡半太郎が，原子核が発見される以前に同様な原子構造（土星型原子モデル）を検討していた事[5]は言及しておくべきでしょう．）しかし，このような描像には「周回する電荷は電磁波を放射し運動エネルギーを失うため，電荷は安定して円軌道に留まれない」というやっかいな問題（不安定性）がつきまといます．これは当時の原子構造に取り組む研究者を悩ませていた主要な問題の一つでした．

1913 年 2 月，ボーアは知人から水素スペクトルに関するバルマー公式（式 1）のことを耳にします．ボーアは後年，「この式を知るやいなや，あらゆるものがおさまる所におさまった」と語っています[2]．こうして，3 月にはこの年発表される三部作の最初の論文[6]が完成したのでした．

4. ボーアの原子モデル

4.1 原子模型と振動数条件

図 1 にボーアの原子模型を示します．原子核を中心として同心円状に安定な電子軌道が不連続に存在し，ボーアはこれらを「定常状態」と名付けました．それらの軌道のエネルギーは増加順に E_n (n = 1,2,3 …) と表され，特に n = 1 の軌道を「基底状態」と呼び，最低エネルギーE_1 を持つとしました．前述の円軌道の不安定性については，ボーアは大胆にもそれまで知られていた電磁輻射に関する知識を反古にし，単に「基底状態は安定である」

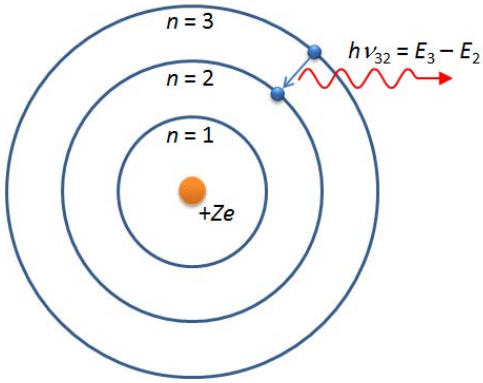


図 1　ボーアの原子模型. 電子の状態遷移に伴って放出される光子の振動数はボーアの振動数条件に従う．

と言明して破綻を回避します．一方，$n \geq 2$ の定常状態は準安定であり，電子はそこからどこかそれより低い状態へと降りてゆく．すなわち E_a から E_b $(a > b)$ に降りるような遷移があった場合には，プランク定数 h を用いて

$$E_a - E_b = h\nu_{ab} \qquad (2)$$

で与えらえる振動数 ν_{ab} を持った光子が一個放出されるとしました(ボーアの振動数条件)．そして，原子が光子を 1 個吸収した場合には，その逆向きの遷移が起こるとします．これは「スペクトル線は系が 2 つの定常状態間を遷移する際に放出される輻射に対応する」という，今日まで変わらず分光学の根幹をなしている概念です．

4.2 量子条件と水素スペクトル

ボーアは，このような定常状態が満たすべき制約として，n 番目の定常軌道（半径 r_n）の電子（質量 m）は

$$mV_n r_n = \frac{nh}{2\pi} \qquad (3)$$

という条件（ボーアの量子条件）を満たさなければならないと仮定しました．ここで V_n は電子の周回速度であり，これは電子の取りうる角運動量を量子化した事に対応します [7]．これにより，電子のエネルギーは式(3)によって決まる離散的な値のみを取ることになります．これは主量子数 n の最初の例となりました．

ボーアはさらに理論の展開を行います．今，n 番目の軌道の電子が原子核（電荷 Z）からのクーロン引力と釣り合いながら定常運動をしていると考えます．力の釣り合い条件は

$$m\frac{V_n^2}{r_n} = \frac{Ze^2}{r_n^2} \qquad (4)$$

となります（e: 電荷素量）．式(3)を用いて式(4)の V_n を消去すると，直ちに

$$r_n = \frac{h^2 n^2}{4\pi^2 Zme^2} \qquad (5)$$

が得られます．特に水素原子（$Z = 1$）の基底状態半径

$$a_B \equiv \frac{h^2}{4\pi^2 me^2} \qquad (6)$$

はボーア半径と呼ばれ，これは $a_B \sim 0.55$ Å と計算されました．これは，当時原子の大きさとして知られていた値と一致するものでした．

一方，軌道 n にある電子のエネルギー E_n は

$$E_n = \frac{mV_n^2}{2} - \frac{Ze^2}{r_n} \qquad (7)$$

なので，これに量子条件（式 3）を適用すると E_n の具体的な形が得られます．さらに振動数条件(式 2）に適用すると，状態が a から b（$a > b$）に遷移する際に放出される光子の振動数 ν_{ab} は

$$\nu_{ab} = \frac{E_a - E_b}{h} = \frac{2\pi^2 mZ^2 e^4}{h^3}\left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}\right) \qquad (8)$$

と導かれます．これは式(1)そのものであり，すなわちボーアはそれまで単に実験式と考えられていたバルマー公式の導出に成功したのでした[8]．図 2 に，ボーアがこのモデルを発表した当時知られていた b = 1, 2, 3 に対応する水素スペクトルの 3 つの系列（それぞれライマン，バルマー，パッシェン系列）の遷移を原子模型上に示します．

式(1)と式(8)との比較から，直ちに

$$R = \frac{2\pi^2 mZ^2 e^4}{h^3} \qquad (9)$$

が導かれます．ボーアは，当時得られた最も信頼できる m, e, h の実験値を用いて，$R = 3.1 \times 10^{15}$ という値を得ました．式(9)は，ボーアが人生の中で

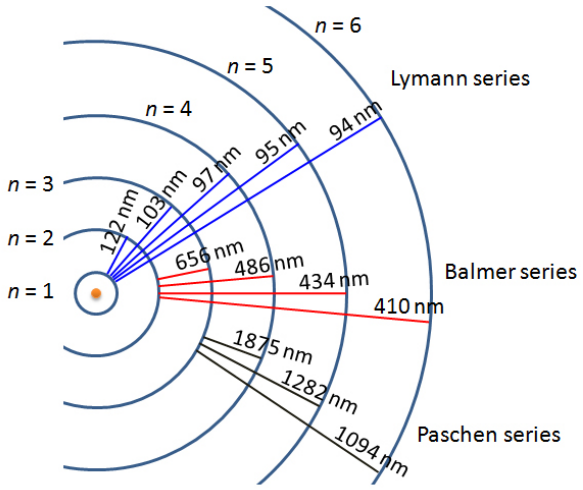


図 2　ボーアの原子模型上に示した，水素原子スペクトルのライマン，バルマー，およびパッシェン系列に対応する状態遷移．

導いた最も重要な式と言われています.

これによりボーアの名は知れわたりましたが，周囲から肯定的な反応を受けつつも，ボーアは自分の導いたモデルが暫定的で不完全なものである事を認識しており，モデルには決して満足していなかったと伝えられています.

4.3 ピカリング線

1913 年当時，恒星光のスペクトルにピカリング線と呼ばれる未知のスペクトル系列がありました. ボーアは，この系列が式(9)において $R' = 4R$ とするとバルマー公式に合致することから，これを $Z = 2$ の 1 電子系，すなわちヘリウムの 1 価陽イオンと帰着します.

しかし，ある著名な天文学者から，データと一致させるためには $4R$ ではなく $4.0016R$ でなくてはならないと指摘されます. これに対してボーアは，自分の行った定式化は原子核が電子に比べて無限に重いと仮定したものであり，実際の原子核質量の値を用いて計算すると $4.00163R$ になると発表しました．このような，理論と実験値の 5 桁の精度での一致は大変な快挙でした．アインシュタインはこの一致を聞いたとたん，ボーアの理論の正しさを確信したといいます[2].

4.4 物質波の観点から見たボーアモデル

ボーアが用いた描像は，電子が粒子として円軌道を周回するもの（図 1）でしたが，後にド・ブロイ（1892 - 1987）が提唱した粒子を波として扱う解釈に基づくと，異なる描像が見えてきます. 1923 年，ド・ブロイは「運動量 p を持つ粒子は $\lambda = h/p$ の波長を持つ波（物質波）と捉える事ができる」という考えを示します. ボーアの量子条件（式 3）を物質波の考えを用いて表すと

$$\frac{nh}{2\pi} = \frac{hr_n}{\lambda} \Leftrightarrow 2\pi r_n = n\lambda \qquad (10)$$

となります．すなわちボーアの量子条件は，物質波の観点からは図 3 のような「軌道の一周長さが電子波の波長の整数倍である軌道のみが，定常状態として許される」と（前期量子論の範囲内で）理解する事ができます.

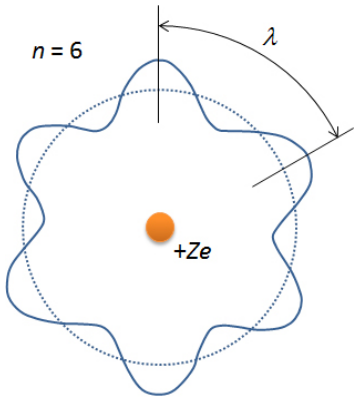


図 3　電子を物質波と捉えたときのボーアの量子条件を満たす定常軌道の図示（$n = 6$）.

4.5 ボーアモデルの描像と量子力学の差異

ボーアのモデルには，その後見出された方位量子数，磁気量子数，およびスピン量子数が含まれていません．それでもボーアモデルにより導かれた結果がこれらの発見後も妥当で有り続けたのは，これらの量子数によるエネルギー準位は通常縮退しているため，ボーアがこれらの量子数の存在を知らなくても，モデルから導かれた結果には影響が無かったという一種の幸運のためでした[9].

何より，ボーアが図 1 のような（円運動による遠心力とクーロン引力の釣り合いを考える，といったような）量子力学から導かれる電子軌道とはかけ離れた描像に立脚しながら，現在でも成り立つ一般的な概念と関係式を導いた事は驚くべき事と言えます．例えば，ボーア半径（式 6）や R の表式（式 9）などは量子力学からも導かれるため，今日でもその意義を保っています．なお，ボーアのモデルにおいては角運動量は主量子数（原子のエネルギー）に関連するものとして扱われていましたが，量子力学において「軌道角運動量」という言葉は方位量子数に関連して電子波動関数の形状を決める因子として用いられています.

5. 対応原理

ボーアは量子現象が古典論によっては根本的に説明出来ないものである事を確信しましたが，彼は古典論を棄て去ったのではなく，古典論は量子論の一つの極限であるはずだという，両者を結ぶ重要な概念を提案します．この考えはボーアの対応原理(correspondence principle)と呼ばれ，「量子数 n が十分大きい極限では，古典力学による記述が可能となる」と表現されるものです．この原理の適用範囲は広いのですが，以下，一つの例を考

えてみましょう．今，質量 m = 1 g の玉が振幅 X_0 = 1 cm，周波数ν = 1 Hz で線上を単振動しているとします．その運動エネルギーE は

$$E_n = \frac{1}{2} m \left(\frac{\nu}{2\pi} \right)^2 {X_0}^2 \approx 2.0 \times 10^{-6} \text{ J}. \quad (11)$$

一方，エネルギーの量子的なはしごの間隔ΔE は

$$\Delta E = h\nu \approx 6.6 \times 10^{-34} \text{ J} \quad (12)$$

となります．このような場合では E はΔE に比べて十分大きいために，実際上その E はほとんど連続であるとみなす事ができます．（室温とすると，この玉のもつ熱振動による並進エネルギーだけでも 1/2 $k_B T$ ~ 4 × 10^{-21} J になります.）言い換えると，この玉は量子数 n ≈ 3 × 10^{27} の状態にあります．我々は直感的に物体が大きい場合は古典力学で記述できる事を知っていますが，量子数 n は物体の大きさ（量子性の強さ）を計る尺度と考えられるのです．

6．ボーアの影響

ボーアの水素原子とヘリウムイオンに対する目を見張る成功は，それ以前の 50 年間にスペクトルを指紋として蓄積してきた分光学の分野を一変させただけでなく，前期量子論の分野に多くの参入者を呼びこみ，本格的な研究ラッシュを巻き起こしました．

ボーアは 1916 年にデンマーク初の理論物理学教授に就任した後，コペンハーゲン大学に理論物理学研究所を設立します．そして，ここに世界中から多くの若い研究者が訪れ，コペンハーゲン学派が形成されてゆきます．ボーアの研究所には，まだ 20 代だったハイゼンベルク，パウリ，ディラック，ランダウ，30 代だった仁科芳雄[10]など多くの若者が集いました．ボーアは彼らとの積極的な議論を通じて，量子物理学の形成段階において重要な指導的役割を果たしてゆきます．

前期量子論の時代，出現順にミュンヘン，コペンハーゲン，ゲッティンゲンの三つの学派が現れましたが，いずれの学派も直接的・間接的にボーアの影響を受けていました．そしてそれらの学派から，次の量子力学の時代の研究者が育ってゆくことになります．

参考文献

[1] 花村克悟, マックス･プランクの功績, 伝熱, **48-205** (2009) 32.

[2] ニールス・ボーアの時代 1，アブラハム・パイス著，みすず書房 (2007).

[3] 式(1)は便宜上リュードベリ形式で示しています．実際のバルマー公式は，後にリュードベリにより一般化されたリュードベリ公式の特別な場合です. 式中の R はリュードベリ定数 × 光速度となります.

[4] ラザフォードは放射性元素に関する業績で 1908 年にノーベル賞を受賞した後で原子核の発見（1911 年）という大業績を成しています.

[5] H. Nagaoka, Nature **69** (1904) 392.

[6] N. Bohr, Philosophical Magazine **26** (1913) 1.

[7] 但し，角運動量の量子化は原子構造を研究していた J. W. Nicholson の論文（1912 年発表）においても検討されており，ボーアはその影響を受けていたと考えられています.

[8] ボーアは 1913 年の間に三通りの方法でバルマー公式を導出しています．本稿に示したのは，今日教科書等で最も一般的に知られている方法です.

[9] これらの量子数が量子力学に基づき確立されると状態間の遷移選択則が明らかになりましたが，主量子数しか含まれないボーアモデルにはこのような概念はありません.

[10] 仁科は 5 年半（1923 - 1928）滞在し，クライン-仁科公式の導出など重要な仕事を行います．仁科は帰国後，理化学研究所に研究室を立ち上げ，朝永振一郎，湯川秀樹を始めとする多くの若手物理学者を育ててゆきます.