

論文 / 著書情報  
Article / Book Information

題目(和文)	外国為替市場における個別トレーダの戦略分類と価格形成メカニズムの解明
Title(English)	
著者(和文)	末重拓己
Author(English)	Takumi Sueshige
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第11338号, 授与年月日:2019年12月31日, 学位の種別:課程博士, 審査員:高安 美佐子,樺島 祥介,山村 雅幸,青西 亨,小野 功
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第11338号, Conferred date:2019/12/31, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

外国為替市場における個別トレーダの戦略分類と  
価格形成メカニズムの解明

知能情報コース

末重 拓己

## 目次

1	序論	3
1.1	導入	3
1.1.1	ブラウン運動を基礎とする金融理論の勃興とその限界	3
1.1.2	金融理論の修正：ブラウン運動の修正と板モデル	4
1.1.3	板モデルの問題点：トレーダの注文戦略のデータ解析	4
1.1.4	トレーダの注文戦略の実証分析に基づく理論モデル構築の必要性	4
1.2	先行研究のレビュー	5
1.3	まとめ	9
2	外国為替市場概要と使用データ	10
2.1	外国為替市場概要	10
2.1.1	外国為替市場と株式市場の特徴比較	10
2.1.2	注文方式：指値注文と成行注文	12
2.2	データセット	13
2.2.1	データセット I	13
2.2.2	データセット II	13
2.3	EBS 市場における詳細ルール	14
2.3.1	指値注文の取消条件について	14
2.3.2	成行注文の取引可能価格	14
2.4	まとめ	14
3	指値注文のトレンドフォロー戦略を用いた板・価格分布のメカニズム解明	15
3.1	導入	15
3.2	解析手法	16
3.3	データ解析結果	19
3.4	理論モデル	20
3.4.1	トレーダの注文行動のミクロモデル	20
3.4.2	“重心” とそこからの相対価格距離の導入	22
3.4.3	二体問題 ( $N = 2$ ) における BBGKY 階層構造方程式	22

3.4.4	$N \gg 1$ のときの BBGKY 階層構造方程式 . . . . .	25
3.4.5	金融市場のボルツマン方程式 . . . . .	26
3.4.6	金融市場の Langevin 方程式 . . . . .	28
3.5	データ解析と理論解の整合性チェック . . . . .	29
3.6	まとめと今後の課題 . . . . .	32
4	指値注文板の釣り合いに関する統計則 . . . . .	34
4.1	導入 . . . . .	34
4.2	解析手法定義 . . . . .	34
4.2.1	指値注文板変化の統計則 . . . . .	34
4.3	Main Result . . . . .	35
4.3.1	指値注文板の確率分布の時間変化 . . . . .	35
4.3.2	正規分布によるフィッティング . . . . .	38
4.4	まとめと今後の課題 . . . . .	40
5	指値注文・成行注文戦略分類 . . . . .	43
5.1	導入 . . . . .	43
5.2	データ解析手法 . . . . .	44
5.2.1	価格時系列と解析対象となるトレーダの定義 . . . . .	44
5.2.2	指値注文分析 . . . . .	44
5.2.3	式 (42,43) におけるトレンドフォロワーの強さ $c_i$ と最大タイムラグ $K_i$ の 測定方法 . . . . .	48
5.2.4	成行注文分析 . . . . .	49
5.3	結果 . . . . .	51
5.3.1	指値注文のクラスタリング . . . . .	51
5.3.2	成行注文のクラスタリング . . . . .	53
5.3.3	戦略マトリックス分析 . . . . .	55
5.4	まとめと今後の課題 . . . . .	58
6	ポジション管理手法を用いた将来価格形成メカニズムの解明 . . . . .	60
6.1	背景 . . . . .	60
6.2	データセットの概要 . . . . .	60

6.3	解析手法定義 . . . . .	61
6.3.1	ポジション管理の特徴付け変数 . . . . .	61
6.3.2	outlier 検知 . . . . .	63
6.4	解析結果 . . . . .	67
6.4.1	ポジション管理分類 . . . . .	68
6.4.2	ポジション管理分類と将来価格予測 . . . . .	71
6.4.3	ポジション管理で条件付けしたときの取引時価格挙動 . . . . .	73
6.4.4	outlier 取引のマーケットインパクト . . . . .	75
6.5	まとめとディスカッション . . . . .	76
7	まとめと課題 . . . . .	82
7.1	本論文のまとめ . . . . .	82
7.2	今後の課題 . . . . .	83
付録 A		93
A.1	bootstrap 法を用いたトレンドフォロ関数形の検証 . . . . .	93
A.2	ジャンプ壁で囲まれているときのブラウン運動 . . . . .	95
A.3	取引時間間隔の分布 . . . . .	96
付録 B		97
B.1	成行注文の失敗確率の計算方法 . . . . .	97
B.2	失敗確率の大きいトレンドフォロワーの戦略考察: Hidden order との取引 を狙った注文行動 . . . . .	97
B.3	Sharpe ratio の計算方法 . . . . .	97
付録 C		99
C.1	取引量の分布 . . . . .	99
C.2	取引回数の頻度 . . . . .	99
C.3	$\kappa$ が十分に大きいとき, ポジションに働くポテンシャルの推定が失敗する例	100
C.4	EDD と大量注文についての関係性 . . . . .	100
C.5	EDD を適用する前のデータ前処理について . . . . .	101
C.6	ポジション差分を用いた将来価格予測 . . . . .	101
C.7	2015 年 9 月 13 日週のデータを用いたポテンシャル推定および将来価格予測	102

C.8 outlier 取引後の指値注文板の形状 . . . . .	104
------------------------------------	-----

## 概要

本論文では、金融市場における価格変動のメカニズムを個々のトレーダの戦略から説明するため、外国為替市場ドル円マーケットの匿名化されたトレーダ ID 付き高頻度データを用いて個別トレーダの戦略を分類し、分類した戦略が将来の取引価格や市場の需給を表す指値注文板の変動にどのような寄与をもたらすかを解明した。

第1章では、金融市場研究の背景を述べ、個々のトレーダの取引戦略分布から金融市場を理解しようという研究の流れが盛んになっている状況を紹介し、解明されつつあるトレーダの戦略について先行研究を交えて解説した。

第2章では、本論文で用いたトレーダ ID 付き高頻度データの概要と、外国為替市場における取引ルールや用語の定義を行った。

第3章では、トレーダの戦略分類を行うにあたり、まずはトレンドフォローと呼ばれる実務的に広く知られている戦略に着目した。トレンドフォローとは、指値注文と呼ばれる注文希望価格を過去の取引価格変化と正の相関を持つように時々刻々と指値注文価格を修正していく戦略である。個々のトレーダの指値注文価格変化を分析すると、過去1回の取引価格変化との間に双曲線正接関数を用いた近似が成立することを発見した。この統計則をもとに、売りと買いの指値注文の対称性を仮定し、個々のトレーダの注文行動をシミュレーションおよび理論解析を行い、金融市場の需給を表す指値注文板、および取引価格差の分布を数値的・解析的に導出した。そして、実際のデータから指値注文板と取引価格の分布を計算し、理論解と無矛盾であることを示した。

第4章では、理論解を導出するにあたり仮定した売り注文と買い注文の対称性が、実データではどの程度成立しているのかを検証するため、売り注文と買い注文の釣り合いについて、1日を6時間ごとに4分割し、各時間帯において売り注文と買い注文の釣り合いの程度について同時確率密度分布を用いて解析した。qq plot を用いて近似関数を検証した結果、概ねすべての時間帯において売り注文、買い注文の分布が正規分布で近似でき、外国為替市場においては売り注文と買い注文の釣り合いは安定的に保たれていることを明らかにした。

第5章では、トレンドフォローの解析において、過去1回分の取引価格との相関関係だけでなく、さらに過去の取引まで含めた大局的なトレンドに対する応答に着目し、即座に取引を行うタイプの注文である成行注文も含め、トレーダがトレンドを定義するにあたり参照しているトレンドの時間スケールから戦略のクラスタリングを行った。時間スケールから定義されたクラスタリングに基づき、各クラスタの指値注文板の形状に特有の構造があ

ること、そして成行注文の失敗確率が応答パターンと強い相関を持つことを明らかにした。さらに、市場に高頻度で注文を出しているクラスタに属するトレーダは少数であること、そして、多くのトレーダは指値注文もしくは成行注文のどちらか一方に特化した戦略を持っていることを示した。

第6章では、トレンドフォロワー以外の戦略として、ポジション管理と呼ばれる、過去の取引量に対するリスク管理手法に着目し、ポジション管理と将来価格ダイナミクスの関係について解析を行った。ポジション量で条件付けして次の時刻の取引量を解析したところ、過去の取引量の偏りと将来の取引量の間には正・負の2種類の線形相関があることをデータから見出した。線形相関の符号から戦略クラスタリングを行い、クラスタ内でポジションの偏りが大きくなった場合を調べたところ、将来価格が予測可能になるほどポジション管理の影響が市場の価格形成に強いインパクトを与えることを明らかにした。

第7章では、第1章から第6章までの内容をまとめ、本論文の学術的意義について論じた。

## 1 序論

本章では、金融市場の研究の背景として、その研究対象が取引価格時系列から取引参加者であるトレーダの注文行動の多様性へと移り変わりつつあることを説明し、その流れの中で本論文がどのような位置づけであるのかを述べる。

本論文の構成は次の通りである。まず、1章では先行研究のレビューと本論文の位置づけを行う。2章では使用したデータの概要を述べる。3章ではトレンドフォローと呼ばれる、トレーダの発注する注文が過去の取引価格変化と相関をもって推移する戦略の統計則を解析し、この統計則を用いて指値注文板と取引価格の統計則との関係を示す。4章では、3章で調べた指値注文板の均衡・不均衡の近似関数を明らかにする。5章では、3章の内容を発展させ、トレンドフォロー戦略の類似性からトレーダの戦略クラスタリングを行い、各クラスに固有の指値注文板の形状があることを示す。6章ではポジション管理と呼ばれる、累積の取引量を銀行がどのようにリスク管理しているかという統計則を解析し、指値注文板と将来取引価格の統計則とのつながりを明らかにする。7章では3章から6章までの内容をまとめ、本論文の学術的な意義と今後の課題を述べる。

### 1.1 導入

#### 1.1.1 ブラウン運動を基礎とする金融理論の勃興とその限界

金融市場モデリングの最も古い研究は1900年のBachelierの博士論文 [1] までさかのぼる。Bachelierは、ブラウン運動という予測不可能なランダム性を記述する数学的手法を用いて金融市場の市場価格変化を初めてモデル化し、これにより株式オプションの評価を行った [2]。このブラウン運動に立脚し、特に理論面から金融市場のモデル化が急速に整備された一方 [3–14]、金融市場の市場価格をブラウン運動で記述することの限界も徐々に明らかになってきた。例えば、Mandelbrotは、1890年から1937年までの羊毛の月次価格推移の分布をみると、正規分布で仮定されている価格変化よりも大きな価格変動が観測されていたため、実データの分布はむしろべき分布に近いことを示した [15]。さらに、同論文で、現在ではボラティリティクラスタリングと呼ばれる、価格変化の絶対値の大きさに相関がある性質も指摘している。これは、ブラウン運動（より正確にはウィーナー過程 [16]）の主要な仮定である、価格差が正規分布に従うことや、価格変化の絶対値の大きさ（ボラティリティ）が無相関であるという仮定と大きく矛盾するものであった。

### 1.1.2 金融理論の修正：ブラウン運動の修正と板モデル

ブラウン運動を前提とする理論モデルと実証データの矛盾を克服するため、修正方針として大きく次の2つの方法がとられた。一つ目の方針は、市場価格モデルの修正である。Merton, Cox らは [17–19], ブラウン運動の他, 急激な市場価格変動を表すファクターとしてジャンプを導入した。また, 計量経済学の研究分野では, ブラウン運動のボラティリティを過去の値と相関を持つよう修正し, ボラティリティクラスタリングを再現できるモデルが開発されている [20, 21]。もう一つの方針は, 研究対象の粒度を上げ, 市場価格を作り出している“板”をモデル化の対象とする方法である。金融市場の多くはダブルオークション制と呼ばれる, トレーダが売値と買値を提示し, これらが一致したときに取引が行われるシステムを採用している (詳細は 2.1 参照)。この売値, 買値を提示する注文を指値注文と呼び, トレーダから指値注文を合算したものを指値注文板 (もしくは単に板) と呼ぶ。概ね 2000 年頃からこの板のデータが解析可能となったため [22], 一部の研究者はモデルの対象を市場価格時系列から板のダイナミクスへと移していった。例えば, 板のダイナミクスをモデル化し価格時系列をシミュレーションで発生させることで, 価格差のべき分布やボラティリティクラスタリングを再現している研究や [23, 24], 実データの拡散過程でみられる異常拡散などを板モデルから再現している研究がある [25, 26]。

### 1.1.3 板モデルの問題点：トレーダの注文戦略のデータ解析

先行研究の成功から, 板モデルの研究は市場価格の様々な性質を再現する有望な方針であると考えられたものの, トレーダの注文戦略を実証的に示す必要があるという新しい問題点が生じていた [27]。板モデルでは, 注文の発注・取消により板の形状が時間発展し, その板の形状から様々な市場価格の統計則が再現されるため, 注文がどのように発注され取り消されるかという仮定が極めて重要であった。板モデルの研究が始められた 2000 年頃には, この重要な仮定をサポートできるような個々のトレーダの注文戦略を検証できるデータが十分存在しなかったため, 再現したい性質に応じて注文戦略を仮定する論文が散見された [23–26]。

### 1.1.4 トレーダの注文戦略の実証分析に基づく理論モデル構築の必要性

トレーダの注文戦略の詳細解析が行われ始めたのは 2010 年頃からである。この時期からフィンランドの株式市場のデータを中心として, 個々のトレーダごとの取引履歴をトラッキングできるデータが解析可能となり [27–30], 様々な注文戦略が明らかになり始めてきた

(詳細は 1.2 参照). しかし, 先行研究ではトレーダの注文戦略の詳細解析にとどまっており, 前述の金融市場の研究を統一的にまとめるような研究, つまり, トレーダの注文戦略が板や市場価格の統計則を説明するうえでどのようなメカニズムを有しているのかという研究はほとんどなされていない. そこで, 本研究では, 金融市場の市場価格をマクロ, 板をメゾ, トレーダの注文戦略をマイクロと定義したうえで, ミクロレベルの統計則が, メゾ, マクロレベルの統計則にどのように寄与しているのかというメカニズムの解明を行う.

## 1.2 先行研究のレビュー

先行研究で明らかになってきたトレーダの戦略多様性を表 1 にまとめた. 表の縦の項目は, 戦略多様性に関する代表的な研究トピックを大まかにグルーピングしたものである. 具体的には板モデルの構築に不可欠な (i) 注文発注・取消に関する統計則, トレーディング戦略として実務的に知られている (ii) トレンドフォロワーに関する統計則, (iii) ボラティリティへのトレーダの応答の統計則がある. また, 経済学で長らく研究されてきた金融市場の需給の詳細解析として, (iv) 需給を表す注文の不均衡に対するトレーダの応答解析も行われている. リスク管理面では, (v) ニュース, および (vi) トレーディング利益・損失へのトレーダの応答や (vii) トレーダのポジション管理方法を挙げている. 表の横軸には, 先に定義したマイクロ, メゾ, そしてマクロのどのレベルの統計則を明らかにした研究であるのかの組み合わせを示した. なお, 本論文で研究対象としているものは表に該当する章を示している.

表 1: 先行研究で解析対象となっているトレーダの注文行動と, その注文行動から明らかになった統計則の階層レベル. ここで階層とは, 金融市場の市場価格をマクロ, 指値注文板をメゾ, トレーダの注文戦略をマイクロと定義している.

解析対象	マイクロ：注文戦略	メゾ：板	マクロ：市場価格
(i) 注文発注・取消	[31]	[22, 31, 32]	[23, 32]
(ii) トレンド	[28, 29], 3 章, 5 章	[24, 33, 34], 3 章, 5 章	[33, 34], 3 章
(iii) ボラティリティ	[29, 30]	[35, 36]	[36-39]
(vi) 注文量の不均衡	[27, 30]	[40], 4 章	[40]
(v) ニュース	[29]	[41]	[42]
(vi) 利益・損失	[43]	-	[44]
(vii) ポジション	6 章	6 章	6 章

以下, 表 1 で挙げた先行研究のレビューを行う.

## 1. 注文発注・取消

2011年3月、11月の外国為替市場におけるEBSデータを用いて、トレーダの注文発注・取消の関数形が、市場の最良価格近傍では指数関数で近似できることを発見した [31]. そしてこの近似関数を用いて数値的に指値注文板の平均形状を再現できることを示している. Bouchaudらは、2001年のParis Bourseで取引された流動性の高い3銘柄の株式データを用いて、zero-intelligenceモデルが指値注文板の形状と精度よく近似できることを示した [22]. Challetらは、NASDAQで取引されているCisco, Dell, Microsoft, そしてWorldcomの銘柄について注文量のサイズや生存時間、注文分布などの統計量を計算し、その統計則を考慮したモデルから価格差のべき分布やボラティリティクラスターリングなどの統計則を再現した [32]. Maslovは、指値注文板のエージェントベースモデルを導入した [23]. 具体的には、トレーダは、確率 $p_{lo}$ で指値注文、確率 $1 - p_{lo}$ で成行注文を発注し、指値注文価格はその時の市場の最良価格から乱数を差し引きすることで与え、指値注文、成行注文を発注するサイドはランダムに決定するモデルを考えた. このルールからわかる通り、トレーダの戦略のほとんどがランダムに決まるシンプルなモデルであっても価格差のべき分布を再現できることを示した.

## 2. トレンド

Lilloらは、2003年から2008年のデータを用いて、(i) 価格リターン、(ii) ボラティリティ、(iii) ニュースやセンチメントと取引量がどのような相関を持っているかを線形回帰分析と偏相関分析を用いて調べた [29]. 政府部門と非営利部門の投資家は(i)-(iii)の情報に弱い相関を持つにとどまったが、家計部門の投資家は強く(i)-(iii)、特に(i,ii)の情報に反応していることが分かった. Grinblattらは、投資家が当該株式を購入もしくは売却するときに、株式の過去のリターンとどのような相関を持っているかを解析し、(フィンランドからみて) 国外投資家は過去のリターンが正の銘柄を購入する傾向が強いのに対して、国内投資家(特に家計部門)は逆張りの戦略をする傾向が高いことがわかった [28]. Yuraらは、2011年3月13日週における外国為替市場の指値注文板を用いて、取引価格変化と指値注文板の変動が、最良価格からの距離により相反する相関をもつことを示し、この統計則から出発し取引価格のダイナミクスを指値注文板の変動からモデルを構築した [33, 34].

## 3. ボラティリティ

Musciottoらは、先行研究 [27] の結果を発展させ、過去12年分(1997年から2009年)

のデータから戦略クラスタリングがどのように時間発展してきたかを解析した [30].  
そこでは、例えば政府部門の投資家は 10 年以上にわたり同様の戦略を用いていることや、戦略の多様性と市場の価格変動の大きさ（ボラティリティ）に正の相関があることを報告した。Zovko らは、1998 年 8 月から 2000 年 4 月までの London Stock Exchange のデータを用いて、市場のボラティリティが高まると、現在の市場価格から離れた価格帯にトレーダが注文を発注する傾向があることを示し、このプロセスがボラティリティクラスタリングを形成しうるとの考察をしている [35]. Takayasu らは、トレーダ固有の確定的なトレンドフォロ戦略を考慮した戦略をもつトレーダを複数用意してシミュレーションすることで、モデルより実データで観測される  $f^{-2}$  揺らぎを再現できることを示した [37]. Takayasu らは、外国為替市場の取引価格に、ブラウン運動する過去移動平均価格の周りで駆動力ないし散逸力が働くことで、ボラティリティが高まる期間と戻りのように穏やかな期間が生じることを明らかにした [38]. そこでは、駆動力・散逸力を用いてポテンシャルを見積もり、ポテンシャルに従い価格が時間発展してくモデルを potentials of unbalanced complex kinetics (PUCK) と名付けた。さらに、Watanabe らは PUCK モデルについて、先行研究で発見されていた二次のポテンシャルだけでなく、より高次の三次のポテンシャルを発見し、価格が一方に急激に暴落していくメカニズムを解明した [39]. Alfaraano らは、ファンダメンタリストとノイズトレーダという 2 種類の戦略状態を考え、(i) 各トレーダに固有の項と (ii) 各戦略を採用しているトレーダの人数に比例する項を用いて戦略を遷移させることで、価格差のべき分布やボラティリティクラスタリングを再現している [36].

#### 4. 注文の不均衡

Tumminello らは、statistical validated network [45] というクラスタリング手法を用いて投資家の売買量の連動性についてクラスタリングを行い、政府部門や非営利部門に属する投資家は似通った注文戦略を用いていることを明らかにした [27]. Chordia らは 1988 年から 1998 年の NYSE における S&P を対象として、取引において買い注文と売り注文の非対称性が過去のリターンと相関を持っていることを示した [40]. 特に、価格上昇時には売り注文、価格下落時には買い注文を発注する傾向にあり、トレーダは逆張り戦略を採用している可能性を指摘している。注文量の非対称性についてはこのほかにも数多く先行研究があり、Sias らは、クローズエンド型（途中解約ができない条件付き）の投資信託について、機関投資家の売買の偏りを分析した [46]. Lauterbach らは、1987 年 10 月の株式市場の暴落時（いわゆるブラックマンデー）に

おける取引注文の非対称性を解析した [47,48]. Lee らは決算発表時に焦点をあて同様の解析を行っている [49].

## 5. ニュース

Chan らは, Center for Research in Security Price に登録されている株式銘柄からランダムに 4 分の 1 を選定し, Dow Jones Interactive Publications Library に登録されている 1980 年から 2000 年までのニュースが株式リターンに与える影響について分析した [42]. 分析の結果, ニュースのあとには価格が方向性をもって変動し, 特に悪いニュースの場合には最大 12 カ月にわたって負のドリフトが発生していた. このようなドリフトはニュースがない銘柄については観測されず, またニュースがないにもかかわらず大きな価格変動があった場合には, その後価格の揺り戻しが観測された. Erenburg らは, 2002 年 1 月から 9 月までの Island ECN で取引されている銘柄のうち Nasdaq-100 TrustShares を用いて, 事前にスケジュールされているニュースの前後で, 指値注文板の性質のうち, (i) 市場のスプレッドと (ii) 板の見える深さの性質について調べている [41]. (i) について, 平均的には, ニュースの 1 分前から市場のスプレッドが広がり, ニュースの 3,4 分後には概ね元の水準に戻ることに, また, (ii) についてニュース発表時には最良価格近傍の注文が取り消されるため平常時より指値注文板のうち見えている範囲が狭まることが報告されている.

## 6. 利益・損失

Odean は, 1987 年から 1993 年までの大手の証券売買委託業者における 10,000 口座の月次データを用いて, 利益確定と損切のタイミングの非対称性を明らかにした [43]. 具体的には, 同額の利益と損失が出ている場合であっても, 投資家は利益の確定は速やかに行うものの, 損失の確定は時間をかけることを実証研究により明らかにした. Frazzini らは, 株式の価格データを CRSP/COMPUSTAT, 取引量のデータを New York Stock Exchange Trades (NYSE) and Quotations database, 投資信託の持ち高を Thomson Financial CDA/Spectrum Mutual Funds database といった複数のデータセットを用いて, 株式の評価益・評価損で条件づけることでニュースがもたらす株価への影響を分類できることを示した [44]. 具体的には, (i) 株式から評価益が出ている場合, 良いニュース時は時間をかけて株価が調整されるのに対し悪いニュース時には即座に株価が調整され, (ii) 株式から評価損が出ている場合, 良いニュース時は即座に株価が調整されるのに対し良いニュース時には時間をかけて株価が調整されることを示した.

### 1.3 まとめ

本章では、金融市場の研究の背景として、研究対象が取引価格時系列からトレーダの注文行動へと移行しつつあることを説明し、その研究の流れの中で本研究の位置づけを述べた。また、トレーダの戦略多様性に関する先行研究を研究トピックごとにまとめたうえでレビューを行った。

## 2 外国為替市場概要と使用データ

### 2.1 外国為替市場概要

#### 2.1.1 外国為替市場と株式市場の特徴比較

ここではまず、外国為替市場の全般的な特徴について説明する。外国為替市場の特徴を説明するにあたり、外国為替市場と並び巨大な市場として知られている株式市場との比較が有用であると考えたため、表 2 に外国為替市場と株式市場の特徴の違いをまとめた。

表 2: 株式市場と外国為替市場の制度面の違い。

解析対象	株式市場	外国為替市場
取引形態	取引所取引	店頭取引
市場の種類	少数	多数
価格決定方式	注文駆動型	呼値駆動型 + 注文駆動型

#### 1. 取引形態

日本の株式市場における取引は原則、東京証券取引所などの証券取引所を介して行う必要がある。証券取引所を通して株式と取引が行われた場合、株式の売り手と買い手の間に清算機関（日本証券クリアリング機構）が入り、資金決済や株式の授受は清算機関を相手として行われる。つまり、売り手と買い手が直接資金決済や株式の授受をすることはない。この取引形態を取引所取引という。

一方、店頭取引とは、取引所取引以外の取引形態を指す。例えば、外国為替市場で取引が行われた場合、通貨ペアの売り手側と買い手側が直接資金決済を行うことになり、市場提供者は 2 者間の取引に原則関与することはない。

#### 2. 市場の種類

日本の証券取引所は、東京証券取引所、札幌証券取引所、名古屋証券取引所、福岡証券取引所の 4 つが存在する（2019 年 7 月 18 日時点）が、取引所を介した売買高の 99% 以上は東京証券取引所で賄われている [50–53]。また、証券取引所とは別に、proprietary trading system(PTS) と呼ばれる私設取引システムがある。私設取引システムでは、証券取引所で取引できない時間帯においても取引を行うことができる。日本で私設取引システムを提供している会社は、SBI ジャパンネクスト証券とチャイ

エックス・ジャパンの2社である(2019年7月18日時点)。但し、日本における私設取引システムを利用した取引は、2019年5月において証券市場全体の5.8%であり[54]、ほとんどが証券取引所を介した取引であるといえる。

外国為替市場では、株式市場のように巨大な取引所は存在せず、Electronic Communication Network(ECN、日本ではPTSと呼ばれる)と呼ばれる私設取引システムで通貨取引することが多く、多種多様なECNが存在する。銀行やヘッジファンドなどの専門家が参加するインターバンク市場では、EBS, CURNNEX, HOTSPOT, FXCM Pro, FASTMATCH, Bloomberg, FLEXTRADE, FXallなどがあげられ、一般投資家を対象としたリテール市場では、SBI証券、カブドットコム証券、GMOクリック証券、DMM.com証券、野村證券、楽天証券などがある。これらの市場は、注文量の大きさ、スプレッドの大きさなど様々な取引目的に応じて使い分けられている。なお、例外的にクリック365が外国為替市場における取引所を提供しているが、その規模は大きくない。

### 3. 価格決定方式

日本の株式市場では、注文駆動型と呼ばれる方式で価格が決定される。注文駆動型とは、株式を売買したいという動機に基づき投資家が売り注文、買い注文を発注し、この売り注文・買い注文に基づき価格が決定される方式である。注文駆動型の価格決定方式の場合、市場に発注されている注文は取引動機に基づき発注されるため、売り優勢なのか買い優勢なのかという株式の需給動向が見て取れる。しかし、注文が売りもしくは買いに強く偏る場合があり、そのような場合には取引したいタイミングで取引できないという流動性に関する問題点が存在する。

一方、外国為替市場は価格決定において、注文駆動型の他、気配駆動型と呼ばれる方式を併せて採用しており、ハイブリッド型の市場と呼ばれる。気配駆動型とは、マーケット・メーカーと呼ばれる流動性提供義務を負っているトレーダが、実際の通貨需要に基づかずに注文を連続的に提供し、通貨需要から取引したい投資家が適宜取引することで価格が決定される方式である。この方式では、マーケット・メーカーの存在により、著しい市場のクラッシュ時を除き、どの時点でも安定した流動性を提供できるメリットがある。しかし、通貨の需給に関係なくマーケット・メーカーは注文を発注するため、売り優勢・買い優勢といった通貨の需給動向を注文状況から見て取ることができない。

## 2.1.2 注文方式：指値注文と成行注文

外国為替市場においては、指値注文と成行注文という2種類の注文発注方法を用いて取引を行う。以下順に指値注文と成行注文について説明する。

指値注文とは、通貨売買において (i) 売り (Ask)・買い (Bid) のタイプ、(ii) 取引希望注引量、そして (iii) 取引希望価格を指定し発注するタイプの注文である。指値注文が発注されると、図 1 に示すような、指値注文板と呼ばれるトレーダからの指値注文発注情報を集計しているブックが更新される。指値注文は原則自由に取消することができ、取消した場合も指値注文板が更新されることになる。例外的な条件については 2.3.1 参照。指値注文はその発注方式から即座に取引に至らないこともあり、発注後指値注文板に蓄積された注文は、発注された Ask・Bid と反対のタイプで、かつ Ask (Bid) 側に発注した場合には指定された取引希望価格以上 (以下) の指値注文もしくは成行注文が発注されたときに取引が行われる。なお、指値注文板のうち Bid 側の最も高い取引希望価格と Ask 側の最も低い取引希望価格を最良価格と呼び、その平均価格をミッドプライス、その差をスプレッドと呼ぶ。

成行注文とは、通貨売買において (i) 売り (Ask)・買い (Bid) のタイプと (ii) 取引希望注引量を指定し発注するタイプの注文である。成行注文が発注されると、原則発注時点における取引可能な最良価格と即座に取引を行う。例外的な条件については 2.3.2 参照。

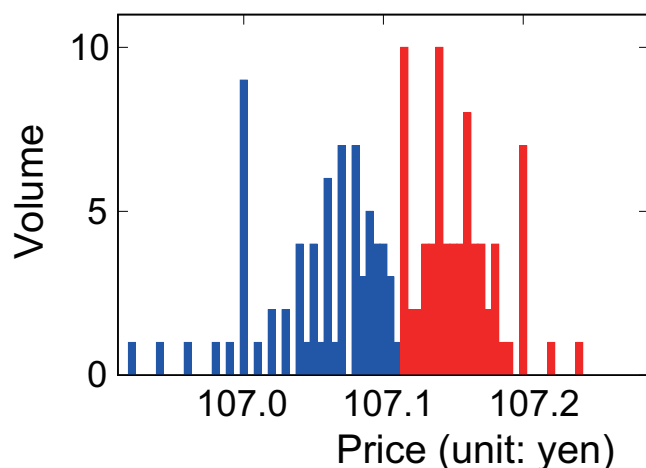


図 1. 2016 年 6 月 6 日午前 0 時 (グリニッジ標準時間) の指値注文板のスナップショット。横軸が取引希望価格、縦軸が横軸の取引希望価格に発注された全注文を合算したときの注引量を表している。青色が Bid サイド、赤色が Ask サイドの指値注文である。

## 2.2 データセット

本論文では EBS より提供された次の 2 つのデータセットを用いて解析を行った。両データセットとも、ドル円スポット市場と呼ばれる、米ドルと日本円を取引時刻の価格で交換する取引についてのデータである。

### 2.2.1 データセット I

2011 年 3 月 13 日週をカバーするデータセットである。このデータセットには、指値注文・成行注文のミリ秒単位の発注時刻、注文量、発注サイド、取引時刻、取引時刻が記録されている。指値注文に関してはそのほか、発注注文の価格と、取引に至らず取り消された場合にはその取消時刻が記録されているため、発注から約定ないし取消までの履歴を追跡することができる。2011 年 3 月 13 日週においては、指値注文価格は 0.001 円刻みで注文することができ、また最小注文発注単位は百万ドルからである。この週では、指値注文の発注件数が 273 万件、成行注文の発注件数が 34 万件であり、取引総額は 3580 億ドルである。なお、本論文における解析では、価格単位 0.001 円を最小単位として扱い 1tpip と定義し、注文量は百万ドルを 1 単位として定義する。この定義はデータセット II を用いた解析でも同様である。

### 2.2.2 データセット II

2016 年 6 月 5 日週をカバーするデータセットである。このデータセットには、データセット I と同様、指値注文・成行注文のミリ秒単位の発注時刻、注文量、発注サイド、取引時刻、取引時刻が記録されている。その他、指値注文・成行注文について匿名化されたトレーダ ID + 銀行 ID が含まれており、トレーダの人数は 1015 名であり、銀行の数は 335 行であった。これらの ID は一週間の間に変更されることがないため、1 週間の間にどのトレーダがいつ・どの程度の注文を取引したかという履歴を追跡することができる。2016 年 6 月 5 日週においては、指値注文価格は 0.005 円刻みで注文することができ、また最小注文発注単位は百万ドルからである。この週では、指値注文の発注が 137 万件、成行注文の発注が 19 万件であり、最終的に取引に至り取引総額は 670 億ドルである。

## 2.3 EBS 市場における詳細ルール

### 2.3.1 指値注文の取消条件について

ここでは、指値注文を高頻度に取り消すための条件である key liquidity provider の制度について説明する [55]。呼値駆動型の価格決定方式を採用している外国為替市場では、市場に流動性を提供するため市場参加者たる銀行にマーケット・メーカーとして指値注文を連続的に発注してもらう必要があり、マーケット・メーカーが頻繁に指値注文を取り消すことで流動性が低下することを避けたいというモチベーションが存在する。そのため、EBS 市場では、quote fill ratio (QFR) と呼ばれる、取引量と指値注文取引量の比率に対して一定の制限を設けている。QFR が低い銀行に対しては、EBS から原則何らかのペナルティが課されることになる。例外条件として、key liquidity hour と呼ばれる時間帯において、Bid と Ask 側の両方に指値注文を出し続けることで QFR の条件を緩和することができる。

### 2.3.2 成行注文の取引可能価格

成行注文は原則、発注時刻で取引可能な指値注文と約定する。しかし、EBS 市場においては、トレーダは成行注文が取引する価格を指定することができる。そのため、成行注文発注時の最良価格が成行注文に設定された価格よりも悪い価格である場合、成行注文は約定せず失敗することになる。

## 2.4 まとめ

本章では、株式市場との比較から外国為替市場の全般的な特徴を説明し、以降の章で用いるデータセットの概要や基本的な用語の定義をおこなった。

### 3 指値注文のトレンドフォロー戦略を用いた板・価格分布のメカニズム 解明

#### 3.1 導入

1章で示した通り，トレーダの戦略多様性に関する研究は様々行われている．しかし，ミクロ階層のトレーダの注文行動からマクロレベルの取引価格のダイナミクスまで一貫して説明した研究はほとんど行われていない．実際，先行研究で提示されているミクロ階層モデル [24, 37, 56–58] は，ミクロ階層での実験的事実に基づいておらず，メゾ階層やマクロ階層の統計則を再現可能な理論モデルの一つでしかない．金融市場のモデリングを経験科学とするために，

1. トレーダの注文戦略を直接観測することでデータに基づくミクロ階層モデルを確立する，
2. 確立したミクロ階層モデルを出発点としてメゾ階層やマクロ階層の統計則を再現する，

の2つの問題点を克服する必要がある．

上記の問題点を克服するために，統計物理の分野でミクロ階層から出発してメゾ・マクロ階層の統計則を明らかにする理論手法である運動論を本章で示す金融市場の研究に用いる．運動論の歴史はコロイド粒子のブラウン運動の起源について研究した Einstein の有名な論文 [60] まで遡る．コロイド粒子のブラウン運動の研究の流れのなかで，ブラウン運動のメカニズムは運動論から体系的に理解が進められており [61, 62]，その理解の要となったのが，

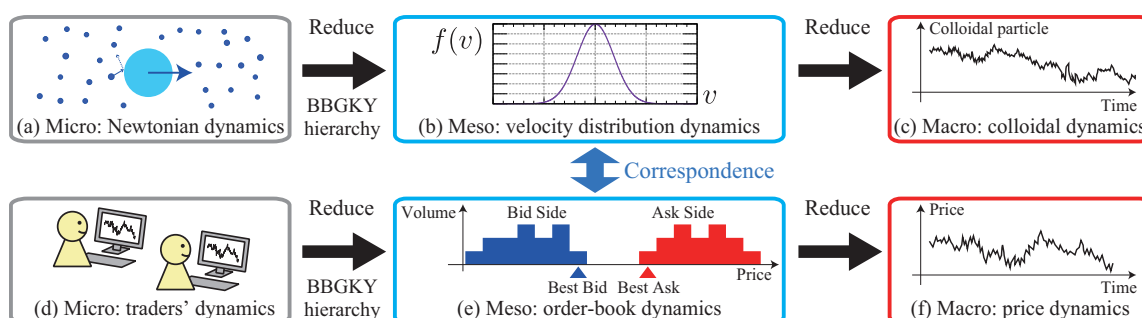


図 1. コロイド粒子 (a-c) と金融市場 (d-f) のブラウン運動それぞれの，ミクロ階層，メゾ階層，そしてマクロ階層におけるダイナミクスの階層構造の類似性 [59]．メゾ階層とマクロ階層のダイナミクスは，ミクロ階層のダイナミクスをシステムティックに縮約していくことで得られる．

メゾ系とマクロ系を記述するボルツマン方程式とランジュバン方程式である (図 1(a-c)). これらはミクロ系のニュートン力学を縮約することで体系的に導出が可能であり, その手法は様々な非平衡現象 (例えばアクティブマター, 粉体気体, ファインマンラチェット, そして交通流 [63–69]) を理解するための数学的・物理的基礎となっている.

実際, 統計物理で用いられる運動論の階層構造のアナロジーが金融市場においても成立することを示す. トレーダのミクロ動力学は指値注文の発注に該当し, 通貨をある価格で買うもしくは売るといった注文行動である [24,37,57,58] (図 1(d)). メゾ階層のダイナミクスは, 個々のトレーダが発注した指値注文を合算した指値注文板変化である [22,23,25,26,33,70] (図 1(e)). マクロ階層なダイナミクスは, 指値注文板同士のインタラクションから生成される取引価格変化である [38,58,71–75] (図 1(f)). この金融市場におけるトレーダ, 指値注文板, そして取引価格という階層構造は, そのまま運動論における分子, 速度分布, そしてブラウン粒子という階層構造に対応することがわかる.

本章では, 外国為替市場のデータを用いてトレーダの注文行動を直接観測し, 特に運動論と呼ばれる統計力学の分野で発達した手法を用いて前述の 2 点について解析結果を示す. 解析においては, 個々のトレーダの注文履歴をトラッキングできる匿名化された ID 付きの外国為替市場におけるデータを用いた. トレンドフォローと呼ばれる, 過去の取引価格に追従するよう将来の指値注文価格を変化させる戦略について 2 つの統計則を発見し, これらを反映させたミクロ階層モデルを構築した. さらに, 個々のトレーダの注文行動を記述したミクロ階層モデルから出発し, 指値注文板 (メゾ階層に対応) を記述する “金融市場のボルツマン方程式” や, 価格変化 (マクロ階層に対応) を記述する “金融市場のランジュバン方程式” をそれぞれ導出する. 最後に, 指値注文板と価格変化の統計則について, 導出した結果から予言される性質と実データで観測される統計則に矛盾がないことを確認する.

### 3.2 解析手法

ここでは, 2.2.1 で示したデータセット II を用いて, 特に高頻度に注文発注・キャンセルをくりかえす High-frequency trader (HFT) の注文行動のダイナミクスを解析するための手法の定義を行う. 本章では, HFT を 1 日に平均 500 回以上 (1 週間に 2500 回以上) 注文の発注を行うトレーダと HFT と定義する. この定義は, 先行研究 [76] で用いられたものと同様である. 何人かのトレーダは, 指値注文を大量に出すものの, 注文発注からキャンセルまでの時間が著しく短く, 実際の取引には極めて消極的であるトレーダがある. 今回の解析ではこのようなトレーダを, 取引回数が発注された指値注文の 0.5% 以下であるトレーダと

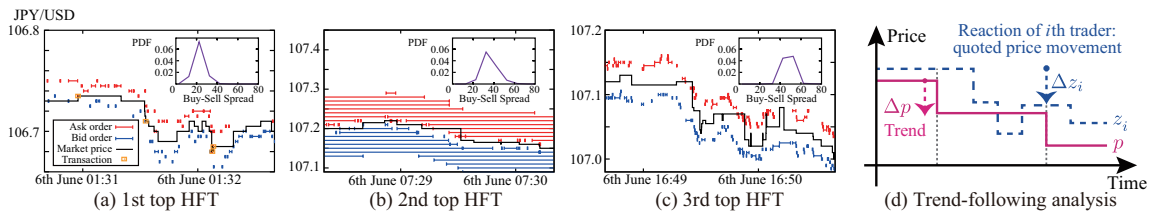


図 2. (a-c) HFT と分類されたトップ 3 名までのトレーダの、指値注文価格の生存時間のトラジェクトリ [59]. 赤が Ask, 青が Bid サイドに発注された指値注文を意味している. 上位 3 名については, 注文を Bid と Ask の両サイドに注文を出しており, この Bid と Ask の最良価格の差 (Bid-Ask スプレッド) はトレーダ固有の定数周りで揺らいでいる様子が見て取れる. HFT が両サイドに注文を出している割合は 48.4% である (Appendix 3-1 参照). (d) トレーダのトレンドフォロ戦略についての定量化手法.  $\Delta p$  と  $\Delta z_i$  はそれぞれ取引価格変化と, トレーダ  $i$  の指値注文価格変化を意味している.

定義し, 解析対象から除いた. この定義から, 解析対象週である 2016 年 6 月 5 日週の全トレーダ 105 名中, HFT の人数は 134 名であった. なお, 全トレーダの中には指値注文・成行注文のいずれかしか発注しないトレーダおり, 少なくとも一度は指値注文を発注したトレーダの人数は 922 名であり, 93 名のトレーダは成行注文しか発注していなかった. ここで定義した HFT は解析対象週における全注文の 87.8% を占めており, [77] で示されているように HFT が金融市場における主要なプレーヤーとなっていることがわかる.

先に定義した HFT の上位 3 名について, Bid と Ask に発注された指値注文のトラジェクトリを図 2(a-c) に示した. 各線は注文の生存時間を意味している. 図より, HFT は Bid と Ask の両サイドに注文を出しており, 先行研究で示された通り, 流動性の供給者としての役割を果たしていることがわかる [78,79]. 各トレーダの発注している最良価格の Bid と Ask の指値注文の差である Buy-sell スプレッドをみると, 上位 3 名のトレーダについては定数周りで揺らいでいることが見て取れる. 実際, Buy-sell スプレッドの分布を解析してみると, 市場の最良価格近傍に分布のピークが観測されることがわかる. (図 2(a-c) のインセット参照).

次に, 個々トレーダのマイクロ戦略であるについてトレンドフォロの統計則を示す. トレーダ  $i$  の Bid, Ask の最良指値注文を  $b_i, a_i$  とし,  $z_i$  をその平均値, つまり  $z_i \equiv (b_i + a_i)/2$  とする. このとき, 過去の取引価格差  $\Delta p$  (以下トレンド) が将来の指値注文価格差  $\Delta z_i$  の間の関係性を調べるための概略図を (図 2(d)) に示した.

ここで, トレンドフォロ解析のために, HFT の発注する Bid ないし Ask の指値注文の詳細な定義について述べておく. トレーダが Bid サイドと Ask サイドに一つずつの指値注

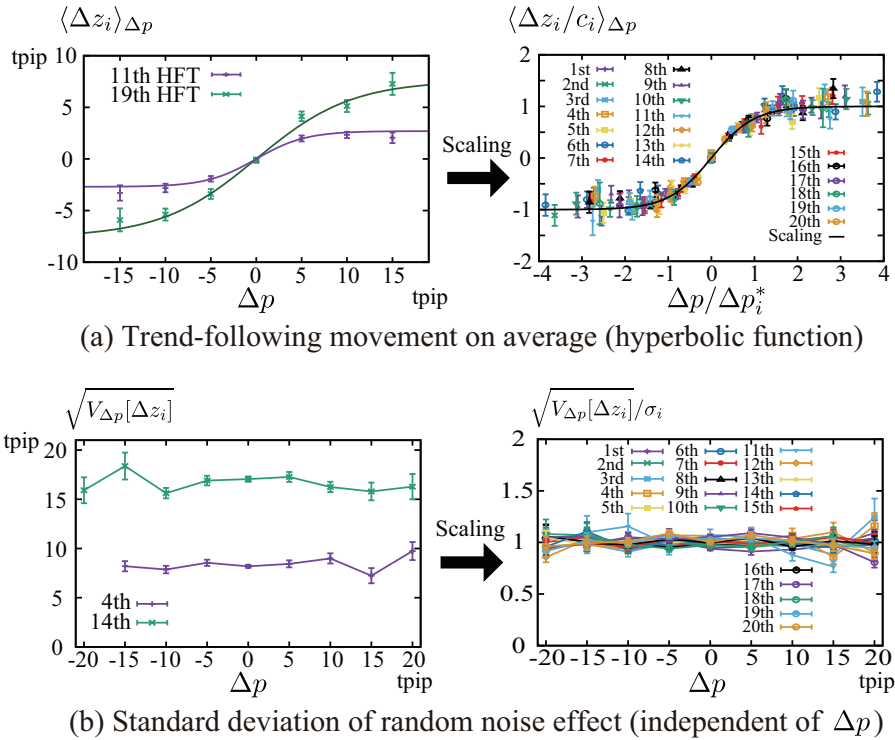
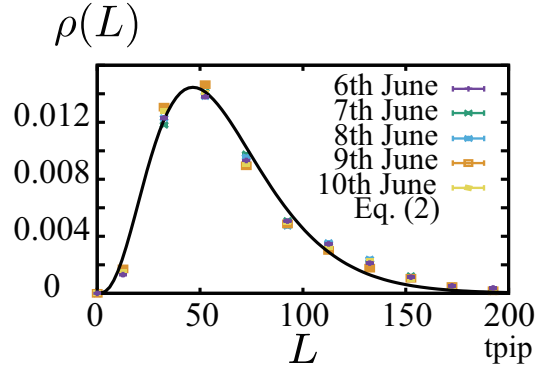


図 3. 指値注文価格変化と取引価格変化の関係式 [59]. (a) 過去の  $\Delta p$  の大きさに条件付けしたときの、平均的な  $\Delta z_i$ .  $\Delta z_i \neq 0$  は平均をとるにあたり除いている. この統計則は, スケーリングパラメータ  $\Delta p_i^*$  と  $c_i$  を用いることで, HFT 上位 20 名を対象として, 式 (1) で示す関数形がよい近似を与えていることがわかる. (b) トレンド  $\Delta p$  の大きさに条件付けしたときの, 指値注文価格の標準誤差. 標準誤差は取引価格の大きさによらず一定であることが見て取れる.

文しか出していない場合, Buy-sell スプレッドは文字通りそれぞれの Bid と Ask の指値注文注文価格の差として計算される. しかし, トレーダが Bid もしくは Ask サイドに複数の指値注文を発注しているとき, そのうちの最良価格を  $b_i$  もしくは  $a_i$  とした. Bid もしくは Ask サイドに指値注文が存在しない場合, 直近に発注された指値注文価格で代替した.

指値注文価格のダイナミクスを分析するにあたり, 注文を出したまま一定時間放置しているケース (つまり,  $z_i = 0$ ) が散見される. そのため, 以下のトレンドと指値注文価格の関係性の解析においては,  $z_i = 0$  のサンプルを除いた. また, Bid ないし Ask に出された注文価格が, そのときの市場価格よりも 0.1 円以上離れている注文 (全注文の 0.02%) も解析対象から除いた.



(a) Daily buy-sell spread dist.

図 4. 1日ごとの HFT 全体の Buy-Sell スプレッドの分布 [59].

### 3.3 データ解析結果

図 3 に，注文発注数上位 20 名の HFT を対象として，トレンドの大きさに条件付けしたときの指値注文価格の平均値と標準誤差を示した．図より，これらの統計則は

$$\langle \Delta z_i \rangle_{\Delta p} \approx c_i \tanh \frac{\Delta p}{\Delta p_i^*}, \quad V_{\Delta p}[\Delta z_i] \approx \sigma_i^2, \quad (1)$$

と近似できることがわかる．この近似関数の精度については Appendix A.1 参照．ここで， $\langle \dots \rangle_{\Delta p}$  は 1tick 前の  $\Delta p$  の大きさに条件付けしたときの平均値を表しており，トレンドの大きさに条件付けした分散は， $V_{\Delta p}[\Delta z_i] \equiv \langle (\Delta z_i - \langle \Delta z_i \rangle_{\Delta p})^2 \rangle_{\Delta p}$  より計算した． $c_i$ ， $\Delta p_i^*$ ，そして  $\sigma_i^2$  はそれぞれトレーダ固有かつトレンドの大きさと無関係な定数である．これらの典型的な大きさは， $c_i \sim 6.0$  tpip， $\Delta p_i^* \sim 7.5$  tpip，そして  $\sigma_i \sim 14.5$  tpip であった．

式 (1) はトレーダのトレンドへの応答は，トレンドが小さいときは線形比例で，トレンドが大きくなると定数で応答することを示唆している．同様の性質が月次ごとのデータを用いた時間スケールの長い解析でも報告されていることは注目すべき事実である [80].

なお，図 3(a) の解析において，少なくとも 100 個のサンプルサイズが存在するようビンを区切った．平均値のエラーバーは標準誤差を意味している．また，注文発注回数トップ 20 位の HFT について，スケーリングパラメータの中央値はそれぞれ， $c_i \sim 6.0$  tpip/tick と  $\Delta p_i^* \sim 7.5$  tpip，指値注文価格変化の標準誤差の中央値は  $\sigma_i \sim 14.5$  tpip/tick であった．これにより，式 (1) でトレンドフォローの項のみ過去のトレンドに依存し，その他の項はトレンドと無相関であると仮定した．

最後に，HFT 全体の Buy-sell スプレッドの分布を解析する．図 4 に，一日ごとに観測さ

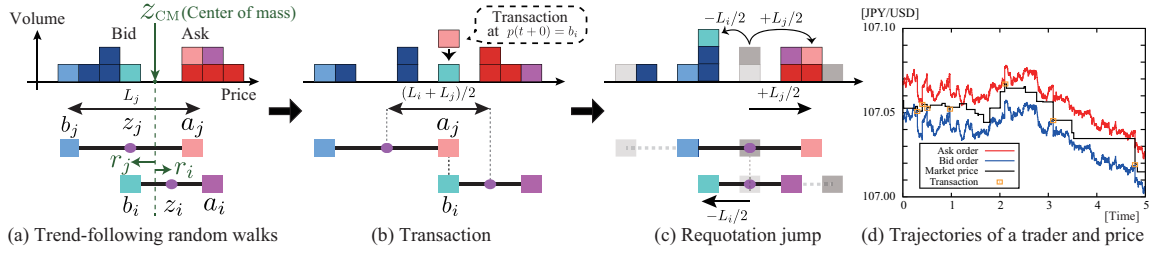


図 5. 式 (3) で示されるマイクロモデルのダイナミクスの概念図 [59]. (a) トレーダの指値注文価格の平均値はトレンドをフォローしつつランダムに時間発展する. (b) トレーダ  $i$  と  $j$  ( $i \neq j$ ) の Bid と Ask の指値注文価格が一致したとき、(つまり  $b_i = a_j$ )、取引が価格  $p = b_i = a_j$  で行われ、トレンドが更新される. (c) 取引後、トレーダはそれぞれの指値注文価格を、指値注文価格の平均値が直近の取引価格と一致するように指値注文を差し替える. (d) 式 (3) に基づき生成した、指値注文価格 (赤が Ask サイド、青が Bid サイドを意味している) と、取引価格のトラジェクトリ.

れたの HFT 全体の Buy-Sell スプレッドの分布と、その近似曲線

$$\rho(L) = \frac{L^3}{6L^{*4}} e^{-L/L^*}, \quad (2)$$

を示した. 分布作成においては、1 秒間隔で各トレーダ (HFT) の Bid と Ask の指値注文価格の差をサンプルしている. なお、Bid と Ask サイドの両方に注文を出している場合のみ Buy-Sell スプレッドを計算し、片側しか指値注文を発注していない場合はサンプルから除いた.

### 3.4 理論モデル

#### 3.4.1 トレーダの注文行動のマイクロモデル

ここで、式 (1) に基づくマイクロモデルを導入するために、以下の 4 つの仮定を置く.

1. トレーダの人数は十分多い
2. トレーダは常時 Bid と Ask の両サイドに 1 単位の注文を出している
3. Buy-sell スプレッドはトレーダ固有の  $\rho(L)$  で分布する定数である
4. 図 5(a-c) に示すようなトレンドフォロー型のランダムウォークで次のように時間発展する.

$$\frac{dz_i(t)}{dt} = c \tanh \frac{\Delta p(t)}{\Delta p^*} + \sigma \eta_i^R(t). \quad (3)$$

ここで、 $c$  はトレンドフォローの強さ、 $\Delta p$  はトレンド (1tick 前の取引価格変化)、 $\sigma \eta_i^R$  は分散  $\sigma^2$  をもつホワイトガウスノイズである. ここで簡単のため、 $c$ 、 $\Delta p^*$ 、そして

$\sigma$  についてはトレーダで共通とした。

このモデルでは，HFT は断続的に指値注文を発注してはキャンセルし，指値注文価格を更新していくことになる．図 5(b) のように， $a_j(t) = b_i(t)$  の条件を満たし取引が行われた場合，

$$p(t+0) = b_i(t), \quad \Delta p(t+0) = b_i(t) - p(t), \quad (4)$$

に従い市場価格とトレンドを更新し，図 5(c) で示すように，

$$z_i(t+0) = z_i(t) - \frac{L_i}{2}, \quad z_j(t+0) = z_j(t) + \frac{L_j}{2}, \quad (5)$$

と指値注文価格を更新する．ここで  $t+0$  は取引がおこなわれた直後の時刻を意味している．図 5(d) にこのモデルから生成した典型的な指値注文価格と取引価格のトラジェクトリを示した．

式 (3) のトレンドフォロー型のランダムウォーク，式 (4) の取引時のジャンプ項，そして式 (5) の差し替えの項のダイナミクスは， $\delta$  関数を用いてマルコフ確率過程の枠組みとして記述することができる．具体的には，

$$\begin{aligned} \frac{dz_i}{dt} &= c \tanh \frac{\Delta p}{\Delta p^*} + \sigma \eta_i^R + \eta_i^T, & \eta_i^T &\equiv \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{j \neq i} \Delta z_{ij} \delta(t - \tau_{k;ij}), \\ \frac{dp}{dt} &= \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i,j}^{i < j} (p^{\text{post}} - p) \delta(t - \tau_{k;ij}), & \frac{d\Delta p}{dt} &= \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i,j}^{i < j} (\Delta p^{\text{post}} - \Delta p) \delta(t - \tau_{k;ij}), \end{aligned} \quad (6)$$

と記述することができ，ここでは伊藤の記法に倣った． $\tau_{k;ij}$  は  $k$  番目の取引（衝突）時間， $\Delta z_{ij}$  はトレーダ  $i$  と  $j$  の間のジャンプサイズ， $p^{\text{post}}$  は取引（衝突）後の取引価格，そして  $\Delta p^{\text{post}}$  は平均価格変化であり，それぞれ

$$\begin{aligned} |z_i(\tau_{k;ij}) - z_j(\tau_{k;ij})| &= \frac{L_i + L_j}{2} \\ \implies \Delta z_{ij} &= -\frac{L_i}{2} \text{sgn}(z_i - z_j), p^{\text{post}} = z_i + \Delta z_{ij}, \Delta p^{\text{post}} \equiv p^{\text{post}} - p \end{aligned} \quad (7)$$

と定義される．ここで  $\text{sgn}(x)$  は， $x \neq 0$  と  $\text{sgn}(0) = 0$  としたときに  $\text{sgn}(x) = x/|x|$  として定義される符号関数である．式 (7) のジャンプルールは，従来の運動論における衝突条件と運動量の交換の式に対応している．以下では，この式からメゾ階層レベルの指値注文板の平均形状と，マクロ階層レベルの取引価格変化の分布について導出していく．

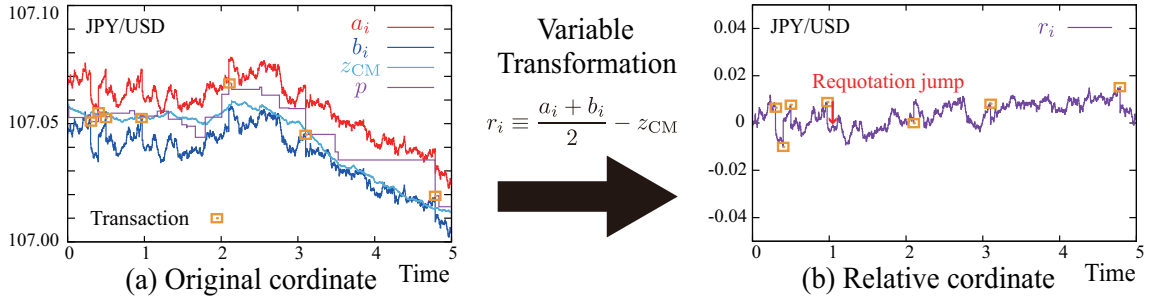


図 6. 重心 (CM) からの相対価格距離  $r_i \equiv z_i - z_{\text{CM}}$  [59]. (a) トレーダ  $i$  の Bid と Ask サイドに発注された指値注文価格  $b_i, a_i$ , 重心  $z_{\text{CM}}$ , そして取引価格  $p$  のトラジェクトリ. (b) 相対価格距離  $r_i$  に注目することでトレンドフォロの影響を  $r_i$  のダイナミクスから排除することができる.

### 3.4.2 “重心” とそこからの相対価格距離の導入

ここでは, “重心”(CM) とそれに対応する相対価格距離を以下のように導入する (図 6).

$$z_{\text{CM}} \equiv \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i, \quad r_i \equiv z_i - z_{\text{CM}}. \quad (8)$$

重心 CM と相対価格距離  $r_i$  のダイナミクスは,

$$\frac{dz_{\text{CM}}}{dt} = c \tanh \frac{\Delta p}{\Delta p^*} + \xi, \quad \frac{dr_i}{dt} = \sigma \eta_i^{\text{R}} + \eta_i^{\text{T}} - \xi, \quad \xi \equiv \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (\sigma \eta_j^{\text{R}} + \eta_j^{\text{T}}). \quad (9)$$

と記述される. 式 (9) より, トレンドフォロの影響は重心 CM のダイナミクスにのみ現れ, 相対価格距離のダイナミクスからは取り除かれていることがわかる. これは, トレンドフォロはトレーダの集団運動をもたらし, その集団運動の影響はすべて重心に織り込まれてしまうことによる. さらに,  $N \rightarrow \infty$  においては,  $\xi$  の大きさは  $\sigma \eta_i^{\text{R}}$  と  $\eta_i^{\text{T}}$  の大きさよりもずっと小さく, つまり,  $|\xi| \ll |\sigma \eta_i^{\text{R}} + \eta_i^{\text{T}}|$  となる. これより, 重心の運動系からみると, 相対価格距離  $r_i$  のダイナミクスは以下のように近似可能である.

$$\frac{dr_i}{dt} \approx \sigma \eta_i^{\text{R}} + \eta_i^{\text{T}}. \quad (10)$$

### 3.4.3 二体問題 ( $N = 2$ ) における BBGKY 階層構造方程式

$N \gg 1$  の Bogoliubov–Born–Green–Kirkwood–Yvon (BBGKY) 階層構造方程式を求める前に, まずは二体の系 (トレーダが二人のみ) において, 衝突項の持つ意味について考え, 多体系への拡張は次の項で議論することとする. まずはトレーダ 1 と 2 の相対価格距

離を  $r_1$  と  $r_2$  とし、それぞれの Buy-sell スプレッドを  $L_1$  と  $L_2$  とする。これらのダイナミクスは、

$$\frac{dr_1}{dt} = \sigma\eta_{1;\varepsilon}^R + \sum_{k=1}^{\infty} \Delta r_1 \delta(t - \tau_k), \quad \frac{dr_2}{dt} = \sigma\eta_{2;\varepsilon}^R + \sum_{k=1}^{\infty} \Delta r_2 \delta(t - \tau_k), \quad (11)$$

で与えられる。ここで、 $\Delta r_1, \Delta r_2$  はそれぞれのトレーダのジャンプサイズ、 $\tau_k$  は  $k$  番目の取引時間である。 $\eta_{i;\varepsilon}$  は  $i, j = 1, 2$  について  $\langle \eta_{i;\varepsilon}^R(t) \eta_{j;\varepsilon}^R(s) \rangle = \delta_{ij} e^{-|t-s|/\varepsilon} / 2\varepsilon$  を満たすカラードノイズである。後に、 $\varepsilon \rightarrow 0$  という極限をとるが、これによりカラードノイズ  $\eta_{i;\varepsilon}^R$  は  $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \langle \eta_{i;\varepsilon}^R(t) \eta_{j;\varepsilon}^R(s) \rangle = \delta_{ij} \delta(t - s)$  からホワイトノイズに収束することになる。 $k$  番目の取引時間  $\tau_k$  とジャンプサイズ  $\Delta r_1, \Delta r_2$  はそれぞれ衝突ルールを用いて導出される。

$$|r_1(\tau_k) - r_2(\tau_k)| = \frac{L_1 + L_2}{2} \implies \Delta r_1 = -\frac{L_1}{2} \text{sgn}(r_1 - r_2), \quad \Delta r_2 = -\frac{L_2}{2} \text{sgn}(r_2 - r_1). \quad (12)$$

まずはこの系のマスター方程式から導出する。二体確率分布 (PDF)  $P_{12}(r_1, r_2)$  について、時間発展方程式の厳密解として以下を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{12}}{\partial t} &= \sum_{i=1,2} \frac{\sigma^2}{2} \frac{\partial^2 P_{12}}{\partial r_i^2} + \\ &\sum_{s=\pm 1} \frac{\sigma^2}{2} \left[ \delta(r_1 - r_2) |\partial_{12}| P_{12} \left( r_1 + \frac{sL_1}{2}, r_2 - \frac{sL_2}{2} \right) - \delta \left( r_1 - r_2 - s \frac{L_1 + L_2}{2} \right) |\partial_{12}| P_{12} \right], \end{aligned} \quad (13)$$

ここで  $|\partial_{12}|g(r_1, r_2) \equiv |\partial g(r_1, r_2)/\partial r_1| + |\partial g(r_1, r_2)/\partial r_2|$  は任意の  $g(r_1, r_2)$  についての偏微分の絶対値の和を意味している。この方程式は以下のように求めることができる。

任意の関数  $f(r_1, r_2)$  について以下の恒等式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{df(r_1, r_2)}{dt} &= \sum_{i=1,2} \sigma \eta_{i;\varepsilon}^R \frac{\partial f(r_1, r_2)}{\partial r_i} + \sum_{k=1}^{\infty} [f(r_1 + \Delta r_1, r_2 + \Delta r_2) - f(r_1, r_2)] \delta(t - \tau_k) \\ &= \sum_{i=1,2} \sigma \eta_{i;\varepsilon}^R \frac{\partial f(r_1, r_2)}{\partial r_i} + \\ &\sigma [f(r_1 + \Delta r_1, r_2 + \Delta r_2) - f(r_1, r_2)] \delta \left( |r_1 - r_2| - \frac{L_1 + L_2}{2} \right) |\eta_{1;\varepsilon}^R - \eta_{2;\varepsilon}^R|. \end{aligned}$$

ここでは、 $\delta$  関数の展開、つまり、 $k$  番目の零点について、 $g(\tau_k) = 0$  かつ  $\tau_k < \tau_{k+1}$  となるように  $\delta(g(t)) = \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t - \tau_k) / |g'(\tau_k)|$  と展開した。次に、衝突の方向について考えると、 $r_1 - r_2 = (L_1 + L_2)/2$  の条件を満たしたトレーダの取引直後（粒子の衝突直後）では、 $\eta_{1;\varepsilon} - \eta_{2;\varepsilon}$  は必ず正の値をとる必要がある。逆に、 $r_1 - r_2 = -(L_1 + L_2)/2$  の条件を満たし

た取引直後（衝突直後）は、 $\eta_{1;\varepsilon} - \eta_{2;\varepsilon}$  は必ず負の値をとる必要がある。そのため、

$$\begin{aligned} \frac{df}{dt} = & \sum_{i=1,2} \sigma \eta_{i;\varepsilon}^R \frac{\partial f}{\partial r_i} + \\ & \sum_{s=\pm 1} s\sigma \left[ f\left(r_1 - \frac{sL_1}{2}, r_2 + \frac{sL_2}{2}\right) - f \right] \delta\left(r_1 - r_2 - s\frac{L_1 + L_2}{2}\right) (\eta_{1;\varepsilon}^R - \eta_{2;\varepsilon}^R). \end{aligned} \quad (14)$$

と展開できる。両辺のアンサンブル平均をとると以下の式を得る。

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{df}{dt} \right\rangle = & \sum_{i=1,2} \sigma \left\langle \eta_{i;\varepsilon}^R \frac{\partial f}{\partial r_i} \right\rangle + \\ & \sum_{s=\pm 1} s\sigma \left\langle \left[ f\left(r_1 - \frac{sL_1}{2}, r_2 + \frac{sL_2}{2}\right) - f \right] \delta\left(r_1 - r_2 - s\frac{L_1 + L_2}{2}\right) (\eta_{1;\varepsilon}^R - \eta_{2;\varepsilon}^R) \right\rangle. \end{aligned} \quad (15)$$

この式では、二体確率分布  $P_{12}(x_1, x_2)$  は  $P_{12}(x_1, x_2)dx_1dx_2$  のように、 $r_1 \in [x_1, x_1 + dx_1]$  と  $r_2 \in [x_2, x_2 + dx_2]$  の確率で特徴づけられている。  $f(r_1, r_2) = \delta(r_1 - x_1)\delta(r_1 - x_2)$  を代入することで、以下のマスター方程式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{12}}{\partial t} = & \sum_{i=1,2} \frac{\sigma^2}{2} \frac{\partial^2 P_{12}}{\partial x_i^2} + \\ & \sum_{s=\pm 1} \frac{s\sigma^2}{2} \left[ -\delta(x_1 - x_2) \partial_{12} P_{12}\left(x_1 + \frac{sL_1}{2}, x_2 - \frac{sL_2}{2}\right) + \delta\left(x_1 - x_2 - s\frac{L_1 + L_2}{2}\right) \partial_{12} P_{12} \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

ここで、微分についての記号  ${}^*1 \partial_{12} \equiv \partial/\partial x_1 - \partial/\partial x_2$  と定義される。これを導出するにあたり、任意の関数  $g(r_1, r_2)$  について Novikov の定理 [81–83] の定理より、

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \langle \eta_{i;\varepsilon}^R(t) g(r_1(t), r_2(t)) \rangle = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^t ds \langle \eta_{i;\varepsilon}^R(t) \eta_{i;\varepsilon}^R(s) \rangle \left\langle \frac{\delta g(r_1(t), r_2(t))}{\delta \eta_{i;\varepsilon}^R(s)} \right\rangle = \frac{\sigma}{2} \left\langle \frac{\partial g(r_1, r_2)}{\partial r_i} \right\rangle. \quad (17)$$

となることを用いた。ここで、微分の符号について注記しておく。すべての  $x_1, x_2$  について  $P_{12}(x_1, x_2) \geq 0$  であり、かつ  $x_1 - x_2 > (L_1 + L_2)/2$  の条件の時に  $P_{12}(x_1, x_2) = 0$  であることを踏まえると、 $(\partial P_{12}(x_1, x_2)/\partial x_1)|_{x_1 - x_2 = (L_1 + L_2)/2} \leq 0$  および、 $(\partial P_{12}(x_1, x_2)/\partial x_2)|_{x_1 - x_2 = (L_1 + L_2)/2} \geq 0$  を得る。同様に、 $(\partial P_{12}(x_1, x_2)/\partial x_1)|_{x_1 - x_2 = -(L_1 + L_2)/2} \geq 0$  および、 $(\partial P_{12}(x_1, x_2)/\partial x_2)|_{x_1 - x_2 = -(L_1 + L_2)/2} \leq 0$  となる。つまり、

$$s \partial_{12} P_{12}(x_1, x_2) \Big|_{x_1 - x_2 = s(L_1 + L_2)/2} = -|\partial_{12} P_{12}(x_1, x_2) \Big|_{x_1 - x_2 = s(L_1 + L_2)/2}, \quad (18)$$

<sup>\*1</sup>  $\partial_{12}$  は、 $|\partial_{12}|$  とは符号が少し異なっている点に注意（これらの関係については式 (18) を見よ）。

を導出できる． $x_1 \rightarrow r_1$ ,  $x_2 \rightarrow r_2$  と記号を変更することにより，式 (13) を得た．

最後に，両辺を  $r_2$  について積分すると，一体確率分布  $P_1(r_1) \equiv \int dr_2 P_{12}(r_1, r_2)$  についての階層構造方程式を次のように得る．

$$\frac{\partial P_1(r_1)}{\partial t} = \frac{\sigma^2}{2} \frac{\partial^2 P_1(r_1)}{\partial r_1^2} + \sum_{s=\pm 1} [J_{12}^s(r_1 + sL_1/2) - J_{12}^s(r_1)], \quad J_{12}^s(r) \equiv \frac{\sigma^2}{2} |\partial_{12}| P_{12}(r_1, r_2) \Big|_{r_1 - r_2 = s(L_1 + L_2)/2}. \quad (19)$$

ここで， $J_{12}^s(r_1)$  は単位時間当たりの Bid サイド ( $s = +1$ ) もしくは Ask サイド ( $s = -1$ ) の取引確率である．右辺一番目と二番目の項はそれぞれ自己拡散と衝突項に対応する．これは  $N = 2$  のときの BBGKY 階層構造方程式における最下層の方程式にあたる．この衝突項は，従来のボルツマン方程式の衝突項と極めて似た関数形となっていることは注記するに値する結果であろう．

#### 3.4.4 $N \gg 1$ のときの BBGKY 階層構造方程式

3.4.3 では， $N = 2$  のときの一体の確率分布についての階層構造方程式を求めた．ここでは， $N \gg 1$  のときの多体系への拡張を行う．まず，Buy-sell スプレッド  $\rho(L)$  が連続関数であると仮定できるほどにトレーダの人数  $N$  は大きいものとする．Buy-sell スプレッド  $L$  と  $L'$  で条件付けしたときの一体と二体の確率分布を，それぞれ  $\phi_L(r)$  と  $\phi_{LL'}(r, r')$  とする．なお，トレーダ間の対称性を考慮し， $P_i(r_i) = \phi_{L_i}(r_i)$  と  $P_{ij}(r_i, r_j) = \phi_{L_i L_j}(r_i, r_j)$  の関係式が，トレーダ  $i$  と  $j$  についての一体分布  $P_i(r_i)$  と二体分布  $P_{ij}(r_i, r_j)$  について成立している．従来のボルツマン方程式の計算方法をまねて，一体分布  $\phi_L(r)$  のダイナミクスは以下の二つの式に分解できる．

$$\frac{\partial \phi_L(r)}{\partial t} = \frac{\sigma^2}{2} \frac{\partial^2 \phi_L(r)}{\partial r^2} + C(\phi_{LL'}) \quad (20)$$

ここで， $(\sigma^2/2)(\partial^2 \phi_L / \partial r^2)$  は自己拡散，そして  $C(\phi_{LL'})$  は衝突項である．

式 (19) の衝突項を  $N \gg 1$  について展開すると以下のようなになる．

$$C(\phi_{LL'}) = N \sum_{s=\pm 1} \int dL' \rho(L') [J_{LL'}^s(r + sL/2) - J_{LL'}^s(r)], \quad (21)$$

$$J_{LL'}^s(r) = \frac{\sigma^{*2}}{2} |\partial_{rr'}| \phi_{LL'}(r, r') \Big|_{r - r' = s(L + L')/2}$$

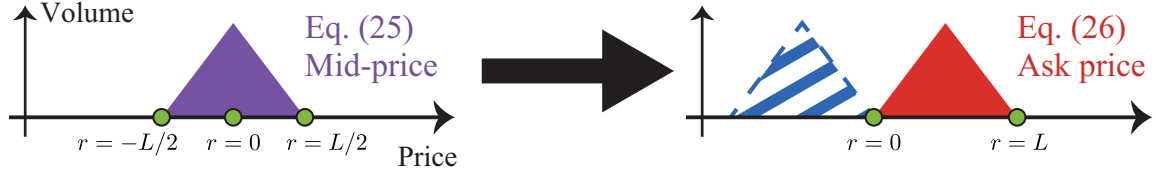


図 7. トレーダの指値注文から計算されるミッドプライスから構築した板と、実際の Ask サイドの指値注文から計算される指値注文の関係 [59]. ミッドプライスから計算される指値注文板を  $L/2$  右にずらすことで Ask サイドの指値注文板となる.

ここで、 $J_{LL'}^s(r)$  はトレーダの Buy-Sell スプレッドの大きさが  $L'$  のときの、単位時間当たりの Bid サイド ( $s = +1$ ) もしくは Ask サイド ( $s = -1$ ) での取引確率である.

なお、この BBGKY 階層構造方程式は擬 Liouville 方程式より体系的に導出されたことを注記しておく. 計算のさらなる詳細については [84] を参照されたい.

### 3.4.5 金融市場のボルツマン方程式

次に、平均場近似を用いることで、一体の確率分布  $\phi_L$  について閉じた解を導出する. まず、運動論でいうところの分子カオスを仮定し、二体の相関を次のように打ち切る.

$$\phi_{LL'}(r, r') \approx \phi_L(r)\phi_{L'}(r'). \quad (22)$$

これにより、一体の確率分布  $\phi_L$  の閉じた解は、

$$\frac{\partial \phi_L(r)}{\partial t} = \frac{\sigma^2}{2} \frac{\partial^2 \phi_L(r)}{\partial r^2} + N \sum_{s=\pm 1} \int dL' \rho(L') \left[ \tilde{J}_{LL'}^s(r + sL/2) - \tilde{J}_{LL'}^s(r) \right], \quad (23)$$

とかける. なお、平均場における単位時間あたりの衝突確率は、Bid サイドでの取引を  $s = +1$ , Ask サイドでの取引を  $s = -1$  とし、

$$\tilde{J}_{LL'}^s(r) = \frac{\sigma^2}{2} \left| \partial_{rr'} \{ \phi_L(r)\phi_{L'}(r') \} \right|_{r-r'=s(L+L')/2}, \quad (24)$$

とかける. 式 (23) は一体の確率分布について閉じた解であり、分子運動論のボルツマン方程式に対応するものである.

式 (23) は  $N \rightarrow \infty$  について解析的に解くことができ、Buy-sell スプレッド  $L$  をもつトレーダの定常状態  $\psi_L(r)$  は次のテント関数で与えられる.

$$\psi_L(r) \equiv \lim_{t \rightarrow \infty} \lim_{N \rightarrow 0} \phi_L(r; t) = \frac{4}{L^2} \max \left\{ \frac{L}{2} - |r|, 0 \right\}. \quad (25)$$

なお、トレーダの指値注文価格のミッドプライスを用いた板の形状がテント関数 (25) であるということは、Bid と Ask 自体の指値注文分布も同様にテント関数として記述できる.

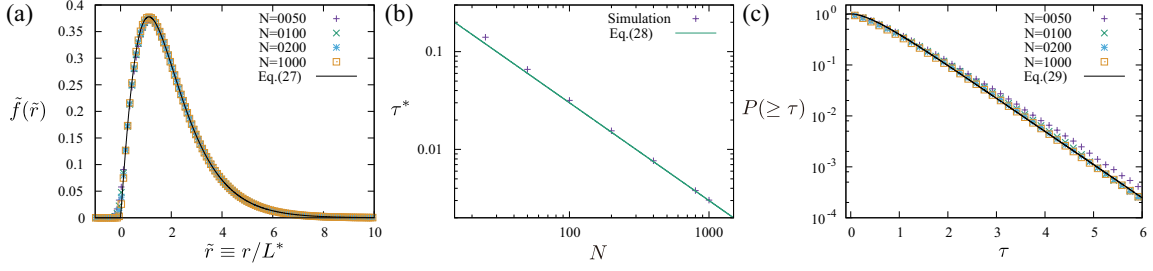


図 8. 式 (6) で記述されるマイクロモデルを用いてモンテカルロ・シミュレーションにより数値計算したときの指値注文板の平均形状 (a), 取引時間間隔 (b), およびその相補累積分布関数 (c) である [59]. モデルで使用したパラメータは,  $(\Delta t, L^*, \Delta p^*, \Delta z^*) = (1.0 \times 10^{-2} L^{*2}/N\sigma^2, 15\text{tpip}, 4.5\text{tpip}, 3.15\text{tpip})$  である.  $N$  はコントロールパラメータとした.

(図 7). そのため, 平均的な Ask サイドの指値注文板  $f_A(r)$  は Buy-sell スプレッドの分布  $\rho(L)$  に関してテント関数の畳み込みで与えられる.

$$f_A(r) = \int dL \rho(L) \psi_L(r - L/2). \quad (26)$$

ここで, 平均場近似で求めた解 (26) の直感的な解釈について論じる. 平均場近似解 (26) は  $\psi_L(+L/2) = \psi_L(-L/2) = 0$  より  $r = \pm L/2$  において厳密に 0 である. これは, 端点  $r = \pm L/2$  に達すると  $r = 0$  に戻るようなジャンプ壁の役割を果たしていることを意味している. 実際, 式 (25) は, Appendix A.2 で取り扱った, ブラウン運動がジャンプ壁で囲まれている問題と厳密に同様の解を与える. この一致は, ほとんどの取引が  $r = \pm L/2$  近傍で生じる状況である  $N \rightarrow \infty$  の極限をとったときの解としては妥当なものである.

以下では, 平均場近似を用いて (i) 指値注文板の平均形状, (ii) 平均的な取引時間間隔, の二つの統計則を与える.

### 1. 指値注文板の平均形状

データ解析より示したように, トレーダ全体の Buy-sell スプレッドが  $\gamma$  分布に従い分布しているとき, 平均的な指値注文板の形状は次の式で与えられる.

$$\rho(L) = \frac{L^3 e^{-L/L^*}}{6L^{*4}} \implies f_A(r) = \frac{1}{L^*} \tilde{f}\left(\frac{r}{L^*}\right), \quad (27)$$

$$\tilde{f}(\tilde{r}) \equiv \frac{4}{3} e^{-\frac{3\tilde{r}}{2}} \left[ (2 + \tilde{r}) \sinh \frac{\tilde{r}}{2} - \frac{\tilde{r}}{2} e^{-\frac{\tilde{r}}{2}} \right].$$

この式の妥当性を調べるため, 様々な  $N$  について, ミクロモデルの式 (6) (図 8(a)) のモンテカルロ・シミュレーションから数値的に計算した指値注文板の平均形状と理

論解 (27) との整合性を確認した.

## 2. 平均的な取引時間間隔

ここでは取引時間間隔  $\tau$  についての統計則を述べる. 平均場近似において, 平均的な取引時間間隔は次のように与えられる.

$$\tau^* \equiv \langle \tau \rangle \approx \frac{1}{2N\sigma^2 \int L^{-2} \rho(L) dL} + O(N^{-2}) = \frac{3L^{*2}}{N\sigma^2} + O(N^{-2}). \quad (28)$$

これは, Appendix A.2 において現象論的に与えられ, 図 8(b) で示すように数値的に妥当性が確認されている. なお, この式を体系的に導出する方法は [84] を参照. 平均的な取引時間間隔に基づき (28), 取引時間間隔の CDF である  $P(\geq \tau)$  は現象論的に次の近似解が得られる.

$$P(\geq \tau) \equiv \int_{\tau}^{\infty} d\tau' P(\tau') \approx 1 - (1 - e^{-3\tau/2\tau^*})^2 \quad (29)$$

ここで, 取引時間間隔の PDF を  $P(\tau)$  とした. この式は Appendix A.3 で導出しており, 図 8(c) で数値的に妥当性を検証した. 特に  $|\Delta p| \rightarrow \infty$  の極限では, 分布の裾を

$$P(\geq |\Delta p|; \kappa) \approx e^{-|\Delta p|/\kappa} \quad (|\Delta p| \rightarrow \infty), \quad (30)$$

と近似できる.

### 3.4.6 金融市場の Langevin 方程式

現象論的に金融市場のブラウン運動について, 物理現象でいうところのランジュバン方程式に対応するような基礎方程式を導出する. まず,  $T$  番目の取引価格を  $p(T)$  とし, その時の価格変化を  $\Delta p(T) \equiv p(T+1) - p(T)$  とする. 特に, ミクロ階層のダイナミクスに集団運動のような慣性をもたらす式 (9) で示したトレンドフォロワーの効果に着目する. 価格変化のダイナミクスを記述する方程式は,

$$\Delta p(T+1) = c^* \tau(T) \tanh \frac{\Delta p(T)}{\Delta p^*} + \zeta(T), \quad (31)$$

であり,  $\tau(T)$  は  $T$  番目と  $(T+1)$  番目の取引時刻の時間差を意味する. 一番目と二番目の項はトレンドフォロワーとランダムノイズをそれぞれ表している. なお,  $\tau(T)$  の統計則は, 式 (28) と (29) で表される, メゾ階層レベルのモデル (23) から与えられたことを注記しておく. 式 (31) は金融市場のブラウン運動のマクロ階層レベルのダイナミクスを特徴づけており, 従来の Langevin 方程式に対応している.  $|\Delta p| \ll \Delta p^*$  を満たすような十分小さなト

レンド時については、従来の Langevin 方程式と同様の式が得られる。

$$\frac{\Delta^2 p(T)}{\Delta T^2} \approx -\tilde{\gamma}(T) \frac{\Delta p(T)}{\Delta T} + \tilde{\zeta}(T) \quad (32)$$

ここで、 $\tilde{\gamma}(T) \equiv (1 - c\tau(T))/\Delta T$ ,  $\tilde{\zeta}(T) \equiv \zeta(T)/(\Delta T)^2$ , そして  $\Delta^2 p(T) \equiv \Delta p(T+1) - \Delta p(T)$  である。

次に、金融市場の Langevin 方程式 (31) を用いて、価格変化の分布について解析する。ここで注意すべきことは、この式は確率差分方程式であり、厳密に解くことができないものの、定量的な振る舞いに限って言えば、以下の 2 点を仮定することで検証することができる。

- (i) トレンドフォロワーの効果がランダムノイズと比較して十分大きい。つまり、 $|c^*\tau(T)| \gg |\zeta(T)|$ .
- (ii) トレンドフォロワーによる平均的な価格変化の大きさ  $\Delta z^* \equiv c\tau^*$  はサチレーションの閾値よりも十分大きい。つまり、 $\Delta z^* \gg \Delta p^*$ .

条件 (i) から、定量的な振る舞いは取引の時間間隔  $\tau(T)$  により決定される。さらに条件 (ii) から、トレンドフォロワーの関数形である hyperbolic tangent(1) は、大きな価格変化のときに限り  $\tanh(\Delta p/\Delta p^*) \approx \text{sgn}(\Delta p)$  と近似でき、 $\zeta(T)$  の項はテールイベントには無関係である、式 (29) の取引時間間隔  $\tau$  に基づき、価格差の分布  $P(\geq |\Delta p|)$  は  $|\Delta p| \rightarrow \infty$  について近似的に以下のように求めることができる。

$$P(\geq |\Delta p|) \approx e^{-3|\Delta p|/2\Delta z^*} = e^{-|\Delta p|/\kappa}, \quad (33)$$

ここで、 $\kappa \approx 2\Delta z^*/3$  は見積もられた減衰長である。この解の妥当性検証は、図 9 で数値的に行った。

### 3.5 データ解析と理論解の整合性チェック

ここでは、先にマイクロモデルから導出した指値注文板の形状 (式 (27)) と価格差の分布 (式 (28)) の理論解がデータ解析と整合的であるか解析する。

まず、図 10 の通り、HFT の最良指値注文価格から計算した Ask サイドの指値注文板の平均形状  $f_A(r)$  についてのデータ解析を行った。式 (27) で示したマイクロモデルから導出した理論解とデータ解析の結果が、フィッティングなしで整合的な形状となっており、我々の理論モデルの妥当性を強く支持する結果になっている。

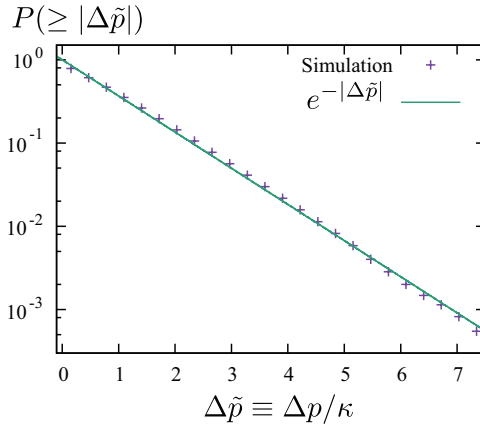
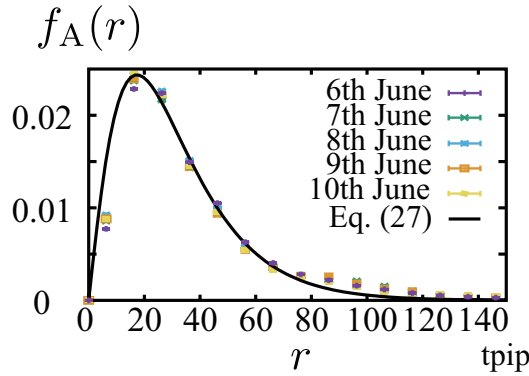


図 9. ミクロモデル (6) に基づき、モンテカルロ・シミュレーションより数値的に価格差の分布を計算した結果 [59]. パラメータは、 $(N, \Delta t, L^*, \Delta p^*, \Delta z^*) = (100, 1.0 \times 10^{-4} L^{*2} / \sigma^2, 15 \text{tpip}, 3.0 \text{tpip}, 7.2 \text{tpip})$  である.



(a) Daily order-book profile

図 10. HFT の最良指値注文価格と市場のミッドプライスから計算した一日ごとの指値注文板の形状と、ミクロモデルから導出したフィッティングなしの指値注文板の理論解 (式 (27)) [59].

次に、2 時間を一区切りとして、1tick ごとに計算した取引価格差の CDF  $P^{2h}(\geq |\Delta p|; \kappa)$  (図 11(a)) は指数分布に従っており、これもミクロモデルから導出した理論解 (式 (30)) と定量的に一致している. 指数分布の減衰長の値  $\kappa$  は一週間を通して揺らぎが大きいため、価格差の分布を  $\kappa$  と  $Z$  でスケーリングした分布  $\tilde{P}^{2h}(\geq |\Delta \tilde{p}|) \equiv P^{2h}(\geq \kappa |\Delta \tilde{p}|; \kappa) / Z$  を示した (図 11(b)). この図から、スケーリング後の価格差の分布は一週間を通して指数分布に従うことがわかる. なお、減衰長  $\kappa$  のフィッティングにあたり、2 時間ごとに区切ったサンプルの中で最大値のみ outlier として除いたのち、gnuplot に実装されている最小二乗法を用いて減衰長とそのエラーバーを求めた.

前述の通り、価格差は短い時間スケールでは指数分布に従うものの、長い時間スケールで

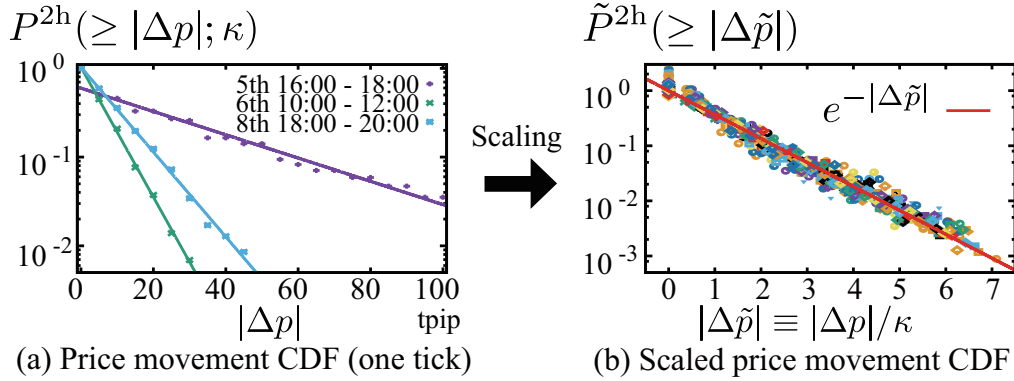


図 11. 2 時間ごとの取引価格差の統計則 [59]. (a)2 時間ごとに計算した, 1tick の価格差についての相補累積分布関数. 分布関数の指数は理論解である式 (30) と一致している. (b) 図 (a) を指数関数でスケーリングした価格差に関する相補累積分布関数, 1 週間分のデータ (62) を同時プロットしている..

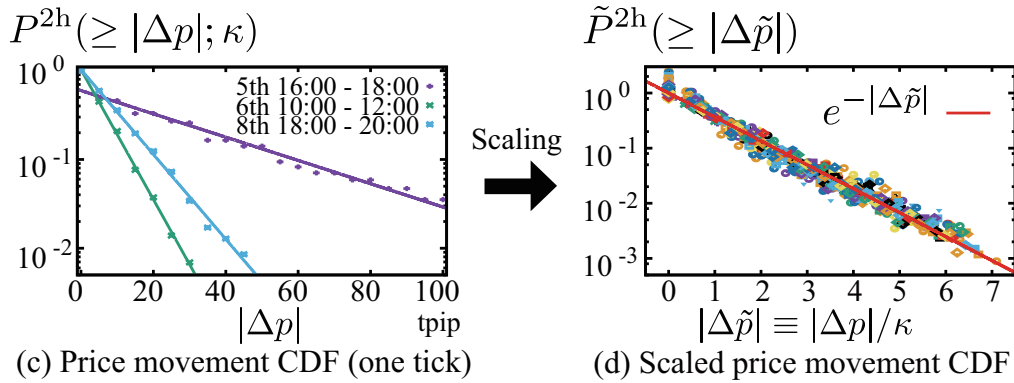


図 12. 取引価格差のべき則 [59]. (a) べき指数  $\alpha$  をもつ価格差のべき分布. (b)  $\kappa \rightarrow \infty$  のとき減衰長  $\kappa$  をもつべき分布  $Q(\geq \kappa) \sim \kappa^{-m}$ . 理論解からは, 価格差の分布は指数  $m$  のべき分布に従うことが示唆され, データから見積もられたべき指数  $\alpha \approx m$  と整合的である.

はべき指数  $\alpha = 3.6 \pm 0.13$  のべき分布に従う. (図 12(a)). 一見矛盾しているように見えるこの性質は, 短い時間スケールで観測される指数分布の指数  $\kappa$  の揺らぎの大きさから説明できる.  $\kappa$  自体の分布を解析してみると, その CDF はべき指数  $m = 3.5 \pm 0.13$  のべき分布  $Q(\geq \kappa) \sim \kappa^{-m}$  におおむね従っている (図 12(b)). そのため, 長い時間スケール (一週間) の価格差のべき分布  $P^w(\geq |\Delta p|)$  は, 短い時間スケール (二時間) の価格差の指数分布の重ね合わせとして漸近的に以下のように再現される.

$$P^w(\geq |\Delta p|) = \int_0^\infty d\kappa Q(\kappa) P^{2h}(\geq |\Delta p|; \kappa) \propto |\Delta p|^{-m} \quad (34)$$

ここで,  $Q(\kappa) \equiv -dQ(\geq \kappa)/d\kappa$  である.

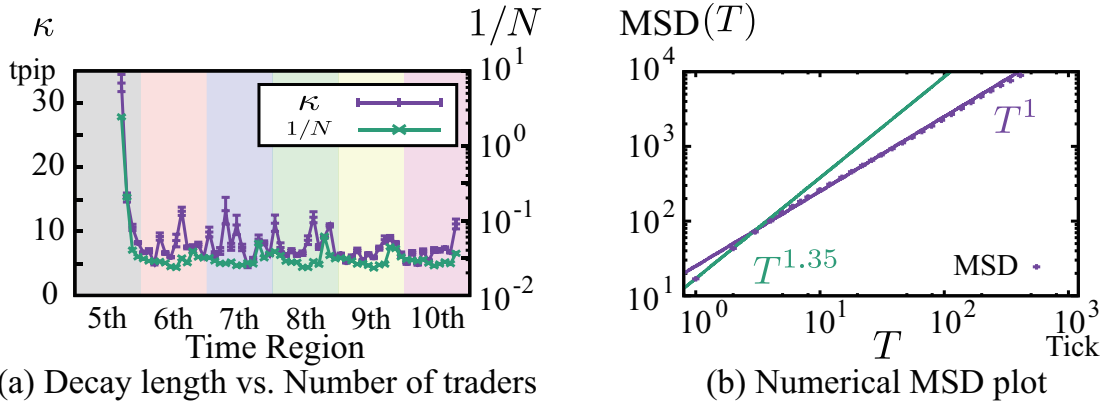


図 13. 価格揺らぎの大きさについての統計則 [59]. (a) 価格差の分布の減衰長  $\kappa$  と HFT の人数  $N$  の相関. Spearman の順位相関は  $\rho = 0.3$ . 減衰長  $\kappa$  は金融市場が活発でない時間帯 (つまり GMT で 6 月 5 日 日曜日の 16:00~18:00) で最も大きな値をとっており, この時間帯の価格変動がべき分布の裾形成に大きく貢献している. (b) 平均二乗変位  $\text{MSD}(T)$  のプロット. 短い時間スケール (緑線でフィッティングした箇所) では拡散が通常のブラウン運動 (紫線) よりも速くなる異常拡散が観測される. 用いたパラメータは,  $(N, \Delta t, L^*, \Delta p^*, \Delta z^*) = (50, 2.0 \times 10^{-4} L^{*2}/\sigma^2, 15\text{tpip}, 4.5\text{tpip}, 3.15\text{tpip})$  である.

図 13(a) に示すように, 短い時間スケールでの価格差の指数  $\kappa$  は HFT の人数が少ないような金融市場が活発でない時間帯に大きな値を取り, その後一週間を通して非定常な振る舞いをしている. これは, 先行研究でも指摘されているべき分布を生成するメカニズムと整合するものである [73–75, 85]. HFT の人数の計算では, 取引ごとに Bid もしくは Ask サイドに指値注文を出していた場合は重みを 0.5, 両サイドに指値注文を出していた場合は重みを 1 とした.

なお, 図 13(b) に示したように, 短い時間スケールでは  $\text{MSD}(T) \propto T^{2H}$  で  $H = 0.67 > 1/2$  となっており, 式 (3) は以上拡散も再現することができ, この統計則についても先行研究 [86] との一致が見られる. 平均二乗変位は, tick  $T$  について  $\text{MSD}(T) \equiv \langle (p(T) - \langle p(T) \rangle)^2 \rangle$  とした ( $\langle \dots \rangle$  はアンサンブル平均).

### 3.6 まとめと今後の課題

本章では, HFT の注文行動を直接データ解析することで, 外国為替市場におけるトレーダのミクロモデルと運動論の確立を行った. 我々の理論は, 最小の仮定のもと定量的に様々な金融市場でよく知られている統計的性質との一致が見られた. 我々が用いたモデル (式 (3)) は, 経済物理の研究の流れのなかで, 初めてトレーダの詳細な振る舞いを直接観測し定式化

されたもので、かつメゾ階層レベルの指値注文板の平均形状や、マクロ階層レベルの価格差の分布との整合性を満たしたモデルである、この研究に端を発し、トレーダの詳細な注文行動から金融市場の数多くの統計的性質を再現できるような統一理論を確立するような新しい理論解析の流れができることを期待したい。今回の研究で用いた理論解の更なる詳細は、[84]を参照されたい。

注記しておくべきは、指値注文板のモデルを提案している先行研究の多くは、価格差のべき分布を再現する方向に研究が進んでおり、短い時間スケールでの指数分布を再現することはほとんど行われていない [86]。今回の式 (30) は、その意味で指値注文板のモデリングの部分的な修正を示唆している。

今回の解析では、主に短時間のトレンドについて焦点を当ててたが、長時間のトレンドとの関係性は興味深いテーマであり [22]、今後の課題として取り組む予定である。また、外生的な金融ショック（例えばリーマンショックやフラッシュクラッシュなど）時のような不安定な金融市場で、今回解析した統計則がどのように破れているかも解析していきたい。マイクロモデルとして提案した式 (1) の Hyperbolic tangent がどのような経済的なモチベーションから創発されるかも解析を試みる価値のある研究課題である。

## 4 指値注文板の釣り合いに関する統計則

### 4.1 導入

3章では、トレーダのトレンドフォロワー戦略から指値注文分布の平均形状を分析した。しかし、ここでは Bid サイドと Ask サイドの時間帯ごとの釣り合いや、釣り合いに関する分布形状については議論していなかった。そこで、本章では、1日を6分割したうえで、各時間帯における Bid サイドと Ask サイドの指値注文の釣り合いとその近似分布を議論する。

本章の構成は次の通りである。4.2 では時間帯ごとの指値注文の釣り合いを検証するための手法を定義し、4.3 では、定義した時間帯ごとの指値注文の釣り合いの統計則と、正規分布による近似精度を議論する。最後に、4.4 で本章のまとめと今後の課題について述べる。

### 4.2 解析手法定義

以下では、2.2.1 で示したデータセット I を解析するときの手法について述べる。

#### 4.2.1 指値注文板変化の統計則

ここでは、先行研究 [33,34] で示された、指値注文板の板の層構造について説明し、1週間を通して層構造の揺らぎの統計則を示す。先行研究 [33,34] では、指値注文板は次の2つの層、つまり (i)inner layer と (ii)outer layer において、市場価格変化について異なるふるまいをすることが明らかにされた。(図 14 参照)。Inner layer とは、市場価格変化に対して Ask (Bid) サイドの指値注文板が正の相関をもって増加する範囲を指し、outer layer とは、市場価格変化に対して Bid (Ask) サイドの指値注文板が負の相関をもって増加する範囲を指す。例えば、Ask サイドの指値注文板の inner (outer) layer の注文量もしくは注文個数は、市場価格が上昇しているときに新規注文 (キャンセル) によって増加 (現象) し、市場価格が下降しているときにはちょうど反対の相関を示す。

次に、各時間帯ごとの Bid サイドと Ask サイドの指値注文の釣り合いを議論するため、1日の時間を以下の時間帯に分割する。

1. TR1: 00:00-04:00 (GMT)
2. TR2: 04:00-08:00 (GMT)
3. TR3: 08:00-12:00 (GMT)
4. TR4: 12:00-16:00 (GMT)

5. TR5: 16:00-20:00 (GMT)

6. TR6: 20:00-24:00 (GMT)

ここで、GMT はグリニッジ標準時間を意味している。

最後に、指値注文の釣り合い解析に用いる inner layer と outer layer の範囲を定める  $\gamma_C$  の決定方法について述べる。図 15 は、先に述べた一日を 4 時間ごとに区切った時に、各時間帯ごとに市場価格のミッドプライスと板の変化の相関が入れ替わる位置、つまり  $\gamma_C$  を横軸の各時間帯ごとに示したものである。図からわかる通り、時間帯ごとに揺らぎはあるものの、平均的には  $\gamma_C \approx 18\text{tpips}$  あたりで推移しており、この水準は先行研究 [33] で示されたものと同水準である。そのため、以下で指値注文の均衡・不均衡を調べるにあたり、簡便的に  $\gamma_C = 18\text{tpips}$  までを innerlayer, それを超える範囲を outer layer として定義し、それぞれの範囲における指値注文量の変化を解析していく。

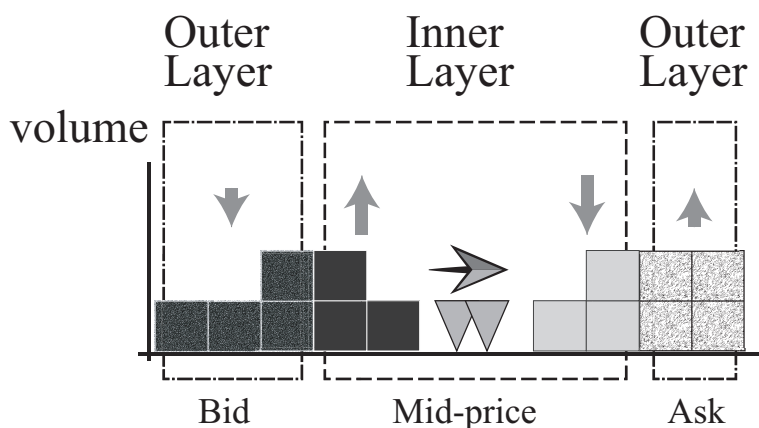


図 14. 先行研究 [33,34] で示された指値注文板の層構造の概略図 [87]. 縦軸と横軸はそれぞれ注文量と注文価格を意味している。真ん中の三角形はミッドプライスを表している。ミッドプライスが上昇したとき、指値注文板 Ask 側のミッドプライス近傍は注文量が減少し、遠方は注文量が増加する。一方で、指値注文板 Bid 側のミッドプライス近傍は注文量が増加し、遠方は注文量が増加する。

### 4.3 Main Result

#### 4.3.1 指値注文板の確率分布の時間変化

ここでは、Bid サイドと Ask サイドの指値注文の個数の釣り合いを解析する。inner layer もしくは outer layer における指値注文の個数を、Bid サイドは  $v^b(t)$ , Ask サイドは  $v^a(t)$  とする。これらの量を用いて、時刻  $t$  における  $(v^b(t), v^a(t))$  の組み合わせで指値注文板を特

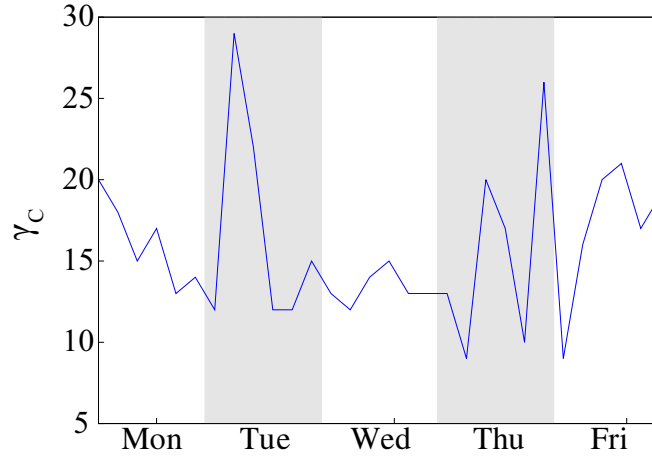


図 15. 解析対象週である 2011 年 3 月 13 日週における，Inner layer と outer layer の境目である  $\gamma_C$  の位置の揺らぎ．一日を 4 時間ごとに 6 分割したうえで，分割した範囲における市場のミッドプライスの変化と指値注文板の変化の相関を [87] 計算し，相関の正負が入れ替わる位置を  $\gamma_C$  とした．横軸に 4 時間ごとに区切った曜日ごとの時間，縦軸に  $\gamma_C$  の大きさを示した．なお，サンプルサイズを十分に確保するため，Ask 側の新規注文による増加をプラス，キャンセルをマイナス，Bid 側の新規注文による増加をマイナス，キャンセルをプラスとし，Ask サイドと Bid サイドの指値注文板の変化を合算して相関を計算した．

徴づけ，上記の 6 つの時間帯ごとに ( $K \in \{\text{TR1, TR2, TR3, TR4, TR5, TR6}\}$ ) その二次元確率分布  $P_K(i, j)$  から指値注文板の釣り合いを測定した．図 16 は，指値注文の釣り合いを (a)inner layer, (b)outer layer を対象として解析したものである．図より，inner layer においては，TR6 を除いて板の不均衡状態はほとんど観測されず，1 日の中で不均衡な状態はほとんど観測されないことが見て取れる．一方で，outer layer についてはどの時間帯においても個数の揺らぎが大きく，有意な統計則を観測することは難しい．そのため，以下では inner layer を対象として，指値注文板の釣り合いの関数形について詳細解析を行い，outer layer は解析の対象外とする．

ここでデータ解析の手法について以下の点を注記しておく．エルゴート性を仮定した場合，定常分布は  $\delta$  関数について時間平均をとることで以下のように与えられる．

$$P_K(i, j) = \lim_{t \rightarrow \infty} \langle \delta(i - v^b(t)) \delta(j - v^a(t)) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T dt \delta(i - v^b(t)) \delta(j - v^a(t)). \quad (35)$$

ここで， $\delta(\cdot)$  は  $\delta$  関数， $i$  と  $j$  は Bid サイドと Ask サイドのインデックスである．この式

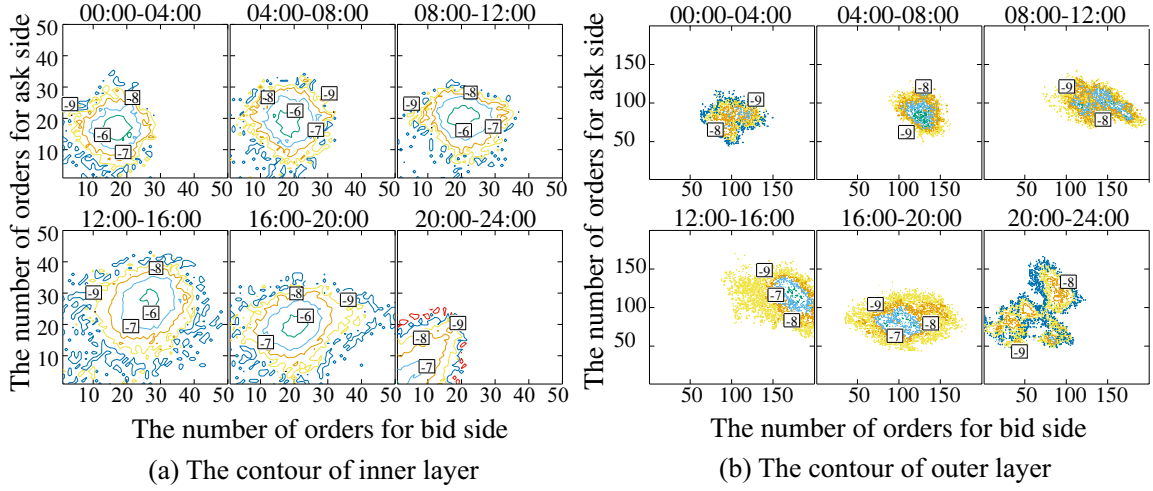


図 16. 2011 年 3 月 16 日 (GMT) における (a)inner layer と (b)outer layer に存在する指値注文の個数に関する二次元確率分布 [87]. 横軸が Bid サイド, 縦軸が Ask サイドを意味している. 図の色は等高線の値を示しており, 図中の四角で囲まれた数字は各点における確率の常用対数をとったものである.

は, 定常分布はデータ解析として次のように計算できる.

$$P_K(i, j) \simeq \frac{\Delta t}{T} \sum_{t \in T^K} \delta(i - v^b(t)) \delta(j - v^a(t)), \quad T = \sum_{t \in T^K} \Delta t. \quad (36)$$

ここで,  $\Delta t = 100$  ミリセカンドとした.

図 16 における釣り合いの程度を調べるため, まずは 2 次元平面上の平均値と分散を計算し, 表 3 に時間帯ごとの統計量をまとめた. ここで 2 次元平面上の分散は次のように計算した.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t \in T^K} [(v_b(t) - m_K^b)^2 + (v_a(t) - m_K^a)^2]}{T/\Delta t}} \quad (37)$$

ここで,  $m_K^b, m_K^a$  は Bid サイドと Ask サイドの指値注文の個数の平均値である (詳細は表 3 参照).

図 16 と表 3 から見て取れるように, 各時間帯ごとの平均値と分散には時間帯依存性があることがわかる. 例えば, TR1 から TR4 にかけて平均値, 分散ともに増加していき, その後は減少傾向にある. これは日本時間の 9 時ごろからニューヨーク時間の 11 時ごろまでは金融市場が徐々に活発になっていくものの, ニューヨーク時間の 12 時を過ぎると市場が徐々に閑散していくことを示唆している.

表 3: 2011 年 3 月 16 日における各時間帯ごとの指値注文の平均値と分散.

Time Range	Inner layer			Outer layer		
	Average (Bid)	Average (Ask)	Standard Deviation	Average (Bid)	Average (Ask)	Standard Deviation
TR1	16.9	16.8	11.3	103.7	81.7	39.9
TR2	18.6	19.2	12.0	127.6	85.9	28.8
TR3	20.7	20.2	9.5	142.1	99.1	34.7
TR4	26.4	26.8	11.8	175.1	114.3	36.0
TR5	20.2	20.2	9.5	102.8	81.0	32.9
TR6	6.5	6.8	12.1	66.9	91.0	46.0

表 4: クロスセクション 1 とクロスセクション 2 で分断した確率分布を正規分布でフィッティングしたときのパラメータ.

Time Range	Cross-section 1			Cross-section 2		
	$\mu$	$\sigma$	C	$\mu$	$\sigma$	C
TR1	17.0	4.0	0.30	16.4	3.2	0.31
TR2	19.0	3.5	0.31	17.8	3.8	0.40
TR3	20.0	3.0	0.31	20.5	4.2	0.37
TR4	24.9	8.9	0.32	26.1	5.0	0.27
TR5	19.3	5.6	0.40	18.9	4.3	0.24
TR6	0.7	8.9	3.3	6.1	3.3	0.23

#### 4.3.2 正規分布によるフィッティング

次に, 確率分布の近似関数を示す. ここでは, 以下で示す, Bid と Ask サイドで注文が最も釣り合っている状態と, 最も不均衡である状態の 2 つの断面図に焦点を当てる.

$$\bar{P}_K^+(i) = \frac{\Delta t}{T} \sum_{t \in T^K} \delta(i - (v^b(t) - \hat{m}_K^b)) \delta(i - (v^a(t) - \hat{m}_K^a)), \quad (38)$$

$$\bar{P}_K^-(i) = \frac{\Delta t}{T} \sum_{t \in T^K} \delta(i - (v^b(t) - \hat{m}_K^b)) \delta(i + (v^a(t) - \hat{m}_K^a)), \quad (39)$$

$$K \in \{\text{TR1}, \text{TR2}, \text{TR3}, \text{TR4}, \text{TR5}, \text{TR6}\}, \quad (40)$$

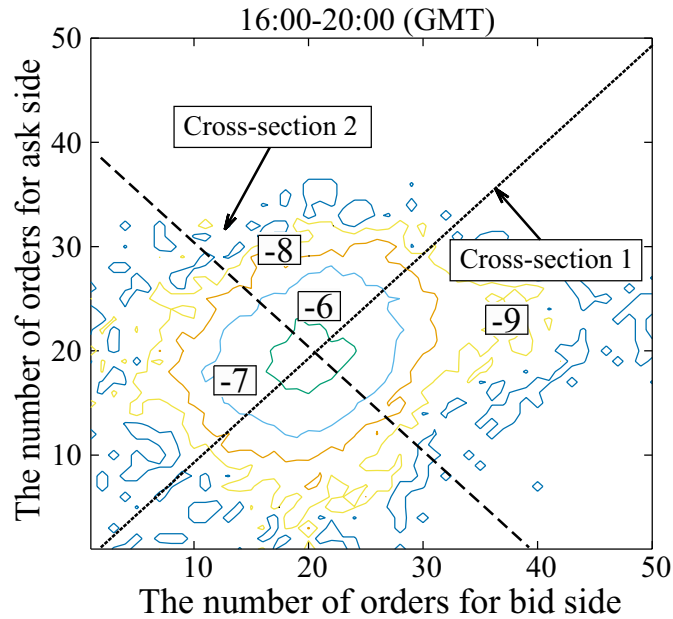


図 17. 2011 年 3 月 16 日の TR4 の時間帯の 2 次元確率分布を、二次元確率分布の平均値を通るような斜めの線で分断するときの概略図 [87]. 横軸と縦軸はそれぞれ inner layer における Bid サイドと Ask サイドの注文量を意味している. 図中の四角で囲まれた数字は各点で観測された確率の常用対数を意味している. ここで, 斜め 45 度に引いた線をクロスセクション 1, 斜め 135 度に引いた線をクロスセクション 2 と定義した.

ここで,  $\hat{m}_K^b, \hat{m}_K^a$  はそれぞれ  $m_K^b, m_K^a$  を四捨五入した値である.

図 17 に 3 月 16 日の TR4 の時間帯における 2 つの断面図を示した. 45 度の断面図をクロスセクション 1 と呼び  $\bar{P}_K^+(i)$ , 135 度の断面図をクロスセクション 2 と呼び  $\bar{P}_K^-(i)$  と表すこととする. 図 18 に, 前述した 2 つの断面図について, 正規分布  $f(x) = \frac{C}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp(-\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2})$  によるフィッティングと, そのフィッティング精度を判定する qq プロットを示した. 正規分布のパラメータ値  $\mu, \sigma$  は表 4 を参照されたい. 観測時間が 1 秒以下であるデータは例外値としてフィッティング対象から除いた. なお, qq プロットは, 2 つのデータが同一の分布に従っているか図面で確認するための統計手法であり, qq プロットが直線に近いほど 2 つのデータが似通った分布に従っていることを意味する.

図 17 に示した qq プロットより, クロスセクション 1 は TR1 から TR5 までの時間帯で, クロスセクション 2 は全ての時間帯で直線からの大きな逸脱がなく, 正規分布による近似に一定の妥当性が認められた. 図では, 横軸に選択した近似関数である正規分布の分位数, 縦軸にクロスセクション 1 とクロスセクション 2 で分断したときの指値注文分布の分位数をプロットしている.

なお、クロスセクション 1 の TR6 については直線からの逸脱が大きかった。その理由の一つとして、TR6 は 1 日の中で市場が最も活発でないときに対応しており、板の厚みが十分でないことが考えられる。実際、表 4 を見てわかる通り、TR6 における平均的な注文量は他の時間帯と比較して著しく低いため、板が薄いことがわかる。

ここで、qq プロットを採用した理由を述べる。一般に正規分布の検定には KS 検定が用いられることが多い。しかしながら、KS 検定ではサンプルの数が多くなるほど、連続関数としての正規分布に収束していくことを仮定しているため、本章で対象とする注文量などの離散数値の検定には不向きである。実際、標準正規乱数からサンプリングしたものを整数で丸めて KS 検定を適用するとほぼ確実に棄却される (詳細は appendix 参照)。このような離散数値をとるデータに対しては qq プロットが向いていると先行研究 [88] でも指摘されているため、本章ではこの方法を採用した。

それでは、どのような統計量がこのような板の釣り合いと関係しているのだろうか。一つの例として、図 19 に 1 週間の取引量と表 4 に示した正規分布によるフィッティングパラメータを示した。これらの間の相関を統計量をピアソンの積率相関を用いて計算したところ、クロスセクション 1 を正規分布でフィッティングしたときの  $\mu, \sigma$  と取引量では -0.35 と 0.19、クロスセクション 2 を正規分布でフィッティングしたときの  $\mu, \sigma$  と取引量では -0.21 と 0.12 であった。

#### 4.4 まとめと今後の課題

本章では、外国為替市場における指値注文量の不均衡の時間帯依存性について解析した。最初に Bid サイドと Ask サイドの指値注文の不均衡を定量化する範囲  $\gamma_C$  を導入し、inner layer と outer layer を定義した。その上で、各 layer について指値注文量の平均値と標準偏差の時間帯依存性を分析した。次に、指値注文量の不均衡度合いを定量化するために同時確率分布を求め、その形状が inner layer と outer layer で大きく異なることを示した。さらに、分布に平均形状があると考えられる inner layer を対象として、同時確率分布の断面図について正規分布によるフィッティングを行い、qq プロットにより正規分布によるフィッティングに一定の妥当性があることを確かめた。これにより指値注文の不均衡は正規分布で記述できるほどしか揺らいでおらず、外国為替市場のトレーダは指値注文量を Bid サイドと Ask サイドで大きな不均衡が生じないように戦略を組んでいることが読み取れる。最後に、正規分布のフィッティングパラメータと取引量の相関について分析した。ピアソンの積率相関を用いて計算したところ、正規分布きの平均値とおおむね 0.15 の相関、分散とおお

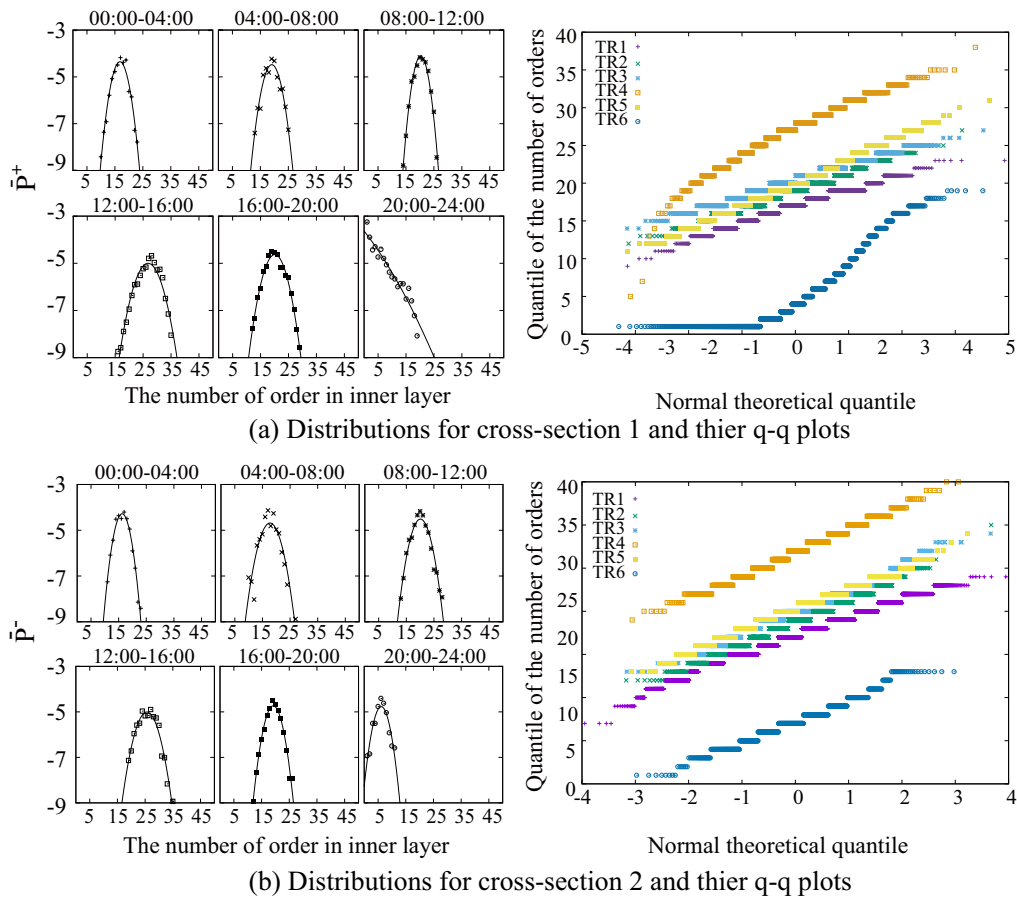


図 18. 左図は、2016 年 3 月 16 日の午前 0 時から午後 24 時まで (GMT) を 4 時間ごとに区切り、各時間帯で求めた指値注文量の同時確率分布の対数プロットを、(a) クロスセクション 1、(b) クロスセクション 2 の断面図で切り取ったときの分布である [87]。縦軸が確率の対数、横軸が指値注文量を表している。右図は、(a) クロスセクション 1、(b) クロスセクション 2 の断面図で切り取ったときの分布を正規分布でフィッティングしたときの qq プロットである。

むね-0.25 の相関が認められた。相関の符号により、指値注文板に厚みがある時かつ Bid サイドと Ask サイドで指値注文板に大きな偏りが無いときに大量注文が行われる傾向にあることが示唆された。

本章では、inner layer に焦点をあてて指値注文の均衡を解析したが、例えば市場が不安定になっているときの outer layer の不均衡を解析することも、市場の不安定を理解するうえで重要であると考えられる。そのため、今後の課題として、平常時と不安定時で outer layer の指値注文量がどのように異なるのかを解析する予定である。

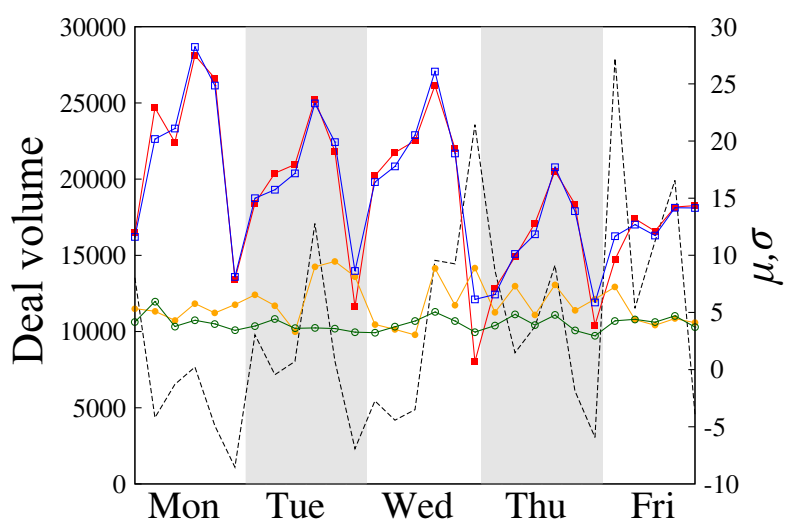


図 19. 注文量と、4 時間ごとの指値注文の同時確率分布をクロスセクション 1,2 で区切った分布を正規分布でフィッティングしたときのパラメータ推移の同時プロット [87]. 黒線が注文量, 赤線と黄線がクロスセクション 1 の  $\mu$  と  $\sigma$ , 青線と緑線がクロスセクション 2 の  $\mu$  と  $\sigma$  である. 水曜日の深夜 (GMT) にはいわゆる USD/JPY 市場におけるフラッシュクラッシュが観測され, また金曜日の午前 0 時 (GMT) には日本銀行による為替介入が行われた. そのため, これらの時間帯における取引量は他の時間帯と比較して顕著になっている.

## 5 指値注文・成行注文戦略分類

### 5.1 導入

3章では、近年利用可能となった個々のトレーダのトレーディングログを用いて、トレーダの平均的なトレンドフォロー戦略を解析し、板の形状のメカニズムを解明した。4章では、指値注文の釣り合いに関する統計則と、その近似関数を求めた。しかし、トレーダの注文戦略と板の形状の間にどのような関係があるかといった、トレーダの注文戦略の異質性に関する研究はなされていない。

このようなトレーダの注文戦略の異質性の解析は、近年 *market ecology* として注目されている分野である。*market ecology* では、トレーダの注文戦略の多様性を解明することで、その戦略の相性、戦略の消滅や新規生成プロセスから金融市場における価格変動をより深く理解しようというモチベーションで、Farmer らにより提案された [90,91]。このアイディアに触発され、トレーダの注文戦略の多様性に関する研究が金融市場の研究として重要視され始めている [92,93]。しかし、多くの研究は実証的なサポートのないシミュレーションモデルであったり、実証研究だとしても一日ごとの取引高を用いた時間に関する粒度の粗い研究であり、ミリ秒単位で取引意思決定に用いられる指値注文・成行注文の戦略に関する研究はほとんどない。そこで、本章では、指値注文と成行注文の注文戦略について、特にトレンドに焦点をあてこれらの戦略多様性を解明する。

本章の構成は次の通りである。5.2 で指値注文・成行注文がトレンドにどのように応答し

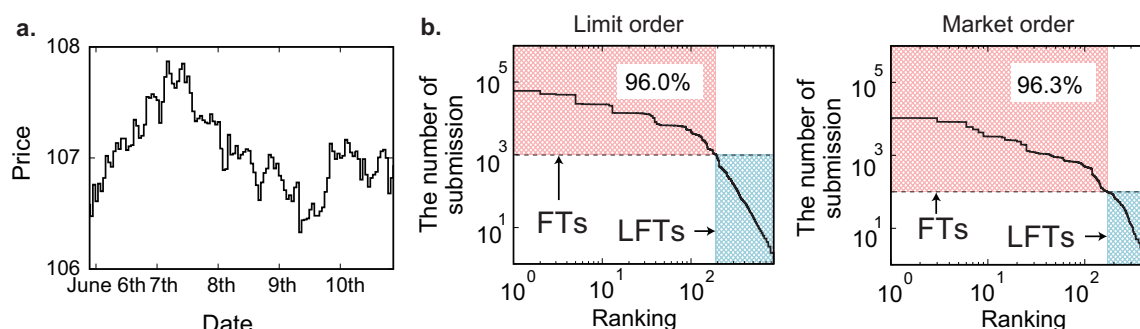


図 20. HFT と LFT の定義 [89]. (a) 2016 年 6 月 5 日週の 1 時間ごとの取引価格推移 [89]. (b) トレーダごとに計算した指値注文と成行注文の総注文回数。トレーダのランキング（横軸）は発注回数の多い順に定義した。本章では、1 週間の中に指値（成行）注文を 1000(100) 回以上発注したトレーダを HFT とし、それ以外を LFT と定義した。図では HFT が赤線、LFT が青線でハイライトされている。

ているかを定義する手法を述べる。5.3 で、指値注文・成行注文のトレンドへの応答の類似性からクラスタを作成し、各クラスタで条件づけた指値注文板や、成行注文の失敗確率からミクロ戦略に考察を与える。5.4 では、本章のまとめを行い、指値注文・成行注文のトレンドへの応答手法が金融市場理解を促しうることを述べる。

## 5.2 データ解析手法

トレーディング戦略を特定するため、トレーダが指値注文、成行注文を発注するにあたり、取引価格変化から測定される市場トレンドにどのように応答しているかに着目した。まず、(i) 価格差を計算するときの時間スケールの粗視化と、(ii) 粗視化した時間スケールでどの程度過去までの取引価格変化を参照しているかという二つのパラメータを導入しトレンドを定義する。これら二つのパラメータを最適に設定するため、5.2.2 では指値注文の分析に多変量線形回帰分析、5.2.4 では成行注文の解析に多変量解析ロジスティック回帰分析をそれぞれ用いた。以下では、2.2.2 で示したデータセット II を用いて、最初に解析対象週の時系列の性質と解析対象となるトレーダを述べたうえで、上記性質を解析するときの手法詳細を述べる。

### 5.2.1 価格時系列と解析対象となるトレーダの定義

図 20(a) に 2016 年 6 月 5 日週の 1 時間ごとの取引価格時系列を示した。図より、1 週間を通して一方向に価格が動き続けることのない典型的な市場価格の変動であり、暴騰・暴落などの急変動もない期間であることが見て取れる。この週の解析対象とするトレーダは、1 週間の間に指値注文を 1000 以上、成行注文を 100 回以上発注するトレーダとし、これを frequency traders (FTs) と呼ぶこととする。注文発注回数を FT の定義に用いたのは、EBS 市場の先行研究 [76] で同様の方法を用いていたためである。図 20(b) に、指値注文、成行注文の発注回数の多い順にランキング付けしたときの、各トレーダの注文発注回数を示した。指値注文を 1000 以上発注した FTs は、全指値注文発注回数の約 96.0% をカバーしており、また成行注文を 100 回以上発注した FTs は、全成行注文発注回数の約 96.3% をカバーしている。図中の LFT は、FTs 以外のトレーダ以外である low frequency traders を意味している。

### 5.2.2 指値注文分析

まず、市場の過去のトレンドと各トレーダの指値注文価格の将来価格変化の相関を調べることで、各トレーダについてトレンドフォロワーの時間スケールを定量化する。図 21(a) に、

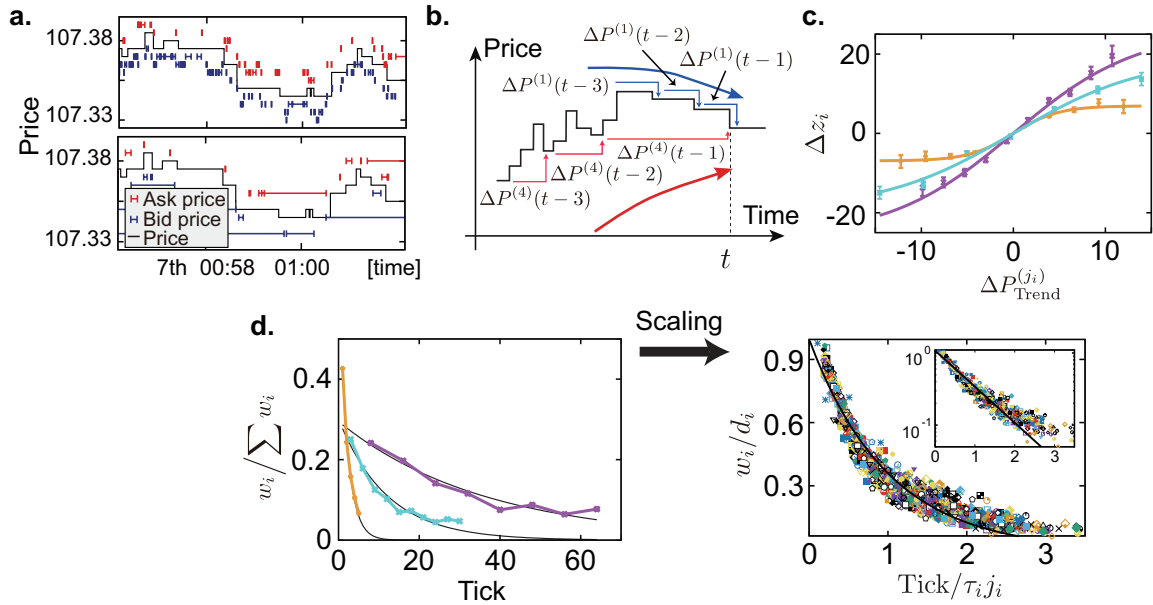


図 21. トレーダが参照しているトレンドの時間スケール定義 [89]. (a) 二名の FT により六分間の間に発注された指値注文価格のトラジェクトリ. ここでは, Ask と Bid サイドに発注された指値注文をそれぞれ赤線と青線で示し, 取引価格は黒線で示している. (b) 同一の取引価格推移から異なるトレンドの解釈が生じる例. もしトレーダが直近の価格推移を重要視している場合, 青線で示したように取引価格 (黒線) は下方トレンドとみなされる. 一方で, トレーダがある程度過去の取引価格変化まで参照している場合, 赤線で示したように取引価格は上方トレンドとみなされる. このように, 同一の取引価格推移を参照している場合であっても, 参照する時間スケールの違いによりトレンドの解釈が異なりうる. (c) トレンドの大きさで条件付けたときの指値注文価格変化の大きさ. トレンドを定義するにあたり, 1tick (橙色), 3tick (水色), そして 8tick (紫色) ごとの取引価格変化を用いた. 1tick 前の取引価格差と次の指値注文価格変化の関係を Hyperbolic tangent で近似できるという [59, 84] の結果は, 過去 1tick だけでなく, 複数 tick の場合でも同様に成立することがわかる. (d) 三名のトレーダについて, 式 (42) の線形回帰分析から得られた規格化済みの重み (左) と, 161 名の FT についてスケーリングした重み (右). 三名の FT の重みは指数関数でよく近似されているため, FT 全体についても  $d_i \exp(-k/\tau_i)$  の関数形でスケーリングを行った. 右図より, 約 85% (191 名のトレーダ中 161 名) の FT が指数移動平均でトレンドを測定していることが示唆される. インセットは, スケーリングした重みを片対数プロットしたものである. 裾部分にやや外れ値があるものの, 全体としては指数関数でよく近似されている.

二名のトレーダの指値注文のトラジェクトリを示した. この図より取引価格変化への指値注文の応答速度に違いがあることが見て取れる. このような応答の時間スケールの違いを定量化するため, (i) 価格差を計算するときの時間スケールの粗視化と, (ii) 粗視化した時間

スケールでどの程度過去までの取引価格変化を参照しているかという二つのパラメータを導入しトレンドを定義する。

トレンドを定義するために、この二つのパラメータが必要であることを図 21(b) で示した赤と青の線を用いて説明する。青線は取引ごとにその価格差を計算して過去最大三つ分の取引価格差を参照しているトレーダを表しており、このトレーダは下方トレンドであると判断する。一方の赤線は、四取引ごとにその価格差を計算して、過去最大三つ分の取引価格差を参照しているトレーダを表しており、このトレーダは上方トレンドであると判断する。図のとおり、(i) 価格差を計算するときの時間スケールの粗視化と、(ii) 粗視化した時間スケールでどの程度過去までの取引価格変化を参照しているかという二つのパラメータにより、同じ取引価格時系列を与えたとしても正反対のトレンドが検出されうるため、各トレーダについてこれら (i) と (ii) を見積もる必要がある。

本章では、これら二つのパラメータを、トレンドと指値注文価格変化の相関が最大になるよう設定する。 $j_i$  tick ごとに取引価格差を計算したときの  $k$  番目のラグをもつ取引価格差を、

$$\Delta P_{\text{Trend}}^{(j_i)}(t-k) \equiv P(t-j_i(k-1)) - P(t-j_ik), \quad (41)$$

と表し、トレーダ  $i$  の指値注文価格変化は、 $\Delta z_i(t) \equiv z_i(t+1) - z_i(t)$ 、とした。ここで  $z_i(t) \equiv \frac{1}{2}(z_i^+(t) + z_i^-(t))$  はトレーダ  $i$  が発注した Ask サイドの指値注文価格  $z_i^+(t)$  と Bid サイドの指値注文価格  $z_i^-(t)$  の平均値である。 $P(t)$  は時刻  $t$  における取引価格である。なお、もし Bid (Ask) サイドに指値注文が発注されていない場合は、 $z_i^-(t)$  ( $z_i^+(t)$ ) は直近の指値注文価格で代用した。なお、指値注文価格差を計算するにあたり、100tpip を超えるような大きな価格変化は解析から除いた。

図 21(c) に、トレンドの大きさ  $\Delta P_{\text{Trend}}^{(j_i)}(t)$  で条件付けしたときの取引価格の平均的な大きさを示した。この図の指値注文価格差には、指値注文発注回数 6 位のトレーダ (橙色)、65 位のトレーダ (水色)、そして 180 位のトレーダ (紫色) を代表例として示している。これらのトレーダが参照しているトレンドはそれぞれ、1tick ごとに取引価格差を計算した過去 5 回分の取引価格推移 (橙色)、3tick ごとに取引価格差を計算した過去 8 回分の取引価格推移 (水色)、そして 8tick ごとに取引価格差を計算した過去 8 回分の取引価格推移 (紫色) で定義した。これら三名のトレーダについて、トレンドの大きさを条件付けしたときの将来の指値注文価格変化は Hyperbolic tangent でよく近似されていることが見て取れる。なお、この関係式は 3 章で明らかになった統計則の一般系となっていることを触れておく。具体的には、3 章では  $j_i = 1$  と固定し 1tick 前の取引価格差のみを用いて、

$\Delta z_i(t) = c_i \tanh(\Delta P_{\text{Trend}}^{(1)}(t)/p_i^*)$  という関係式を示した。ここで、 $c_i, p_i^*$  は定数である。

この結果を所与として、 $\Delta z_i(t)$  と  $\Delta P_{\text{Trend}}^{(j_i)}(t)$  の関係式の一般系は、

$$\Delta z_i(t) = c_i \tanh \left( \Delta P_{\text{Trend}}^{(j_i)}(t) + \alpha_i \right), \quad (42)$$

$$\Delta P_{\text{Trend}}^{(j_i)}(t) \equiv \sum_{k=1}^{K_i} w_i(k) \Delta P^{(j_i)}(t-k) + \sigma \epsilon_i(t), \quad (43)$$

と記述できる。ここで、 $K_i$  はトレーダ  $i$  のラグの個数、 $w_i(k)$  は  $k$  番目の取引価格差のラグに対する重み、 $\epsilon_i(t)$  はホワイトノイズ、そして  $\alpha_i, \sigma$  は定数である。

この関係式に基づき、トレンドと将来の指値注文価格変化の相関を最大にするよう、遡及的にラグの個数と取引価格差を計算する祖視化の時間スケールの最適なパラメータを見積もる。 $\alpha_i$  と  $w_i(k)$  は多変量線形回帰分析により測定されるパラメータであり、トレンドフォローの強さ  $c_i$  と最大のラグの個数  $K_i$  は別のプロセス 5.2.3 で見積もられる。多変量線形回帰分析は  $\Delta z_i(t) \neq 0$  の時のサンプルを対象として行い、回帰分析のまえに非線形な関係式 (43) を Hyperbolic tangent で逆数をとることで線形な関係式に置きなおした。詳細は 5.2.3 参照。

次に、係数  $w_i(k)$  が近似的に指数減衰することを示し、トレンドフォローの時間スケールが図 21(d) の時定数で特徴づけられることを示す。5.2.3 にて調整済み決定係数 ( $R_{i,\text{adj}}^2 \equiv 1 - (1 - R_i^2)(N_i - 1)/(N_i - K_i - 1)$ ) を最大化するように価格差を計算する祖視化の時間スケールとタイムラグの範囲を決定したときに得られる、三名のトレーダの説明変数 (トレンド) の係数を Fig. 21(d) に示した。近似関数として指数関数を併せてプロットしている。ここで、 $R_i^2$  は決定係数、 $N_i$  はトレーダ  $i$  について回帰分析を行うにあたり用いたサンプルサイズである。これら三名 (注文発注回数でランキングつけしたときの 6 位, 65 位, そして 180 位) のトレーダについては、多変量線形回帰分析で得られた重みは指数関数

$$w_i(k) = d_i \exp \left( -\frac{k}{\tau_i} \right), \quad (44)$$

として全体的によく近似できることがわかる。なお、 $\tau_i$  は時定数  $d_i$  は規格化項である。この関係式はこれら三名のトレーダのみについて成立するだけでなく、図 21(d) に示した  $w_i/d_i$  でのスケーリング済みの重みの形状より、161 名の FT についても同様に指数関数での近似が成立することがわかる。ここで、スケーリング後の図では、係数の頭の部分は全体的によい近似となっているものの、裾の部分に若干の外れ値がある。しかし、典型的なラグの数は 5 であり裾を構成するサンプルサイズ自体がすくなく、裾の関数形、例えばべき分布

に従うかどうか、を特定することは難しい。さらに、本章では、トレンドを測定するにあたり重要な役割を果たす係数は、裾よりもむしろ係数の大きい頭の部分であるため、裾の関数形について厳密な測定をする必要性が小さいといえる。そのため本章では全体として指数関数で近似できるものとして議論を進めていく。

この結果により、先行研究 [94] などで金融実務としてトレンド測定に EMA が使用されていると指摘されていたものを、データを用いて直接裏付けたことになる。なお、指数関数を用いたフィッティングでは、 $d_i$  で規格化された残差平方和が 0.1 の閾値を超えた場合は指数関数ではフィッティングできないものとし、non-EMA クラスタに分類した。11 名のトレーダがこの例外処理に該当した。トレーダのトレンドを測定する重みが指数関数で近似できることから、指数関数の特徴的な時間スケールである時定数  $\tau_i$  と、価格差を祖視化する時間スケール  $j_i$  の積をリファレンス時間と呼び、これをもってトレーダのトレンドの時間スケールを定義する。時定数  $\tau_i$  の測定時に、もし 5.2.3 で得られた重みが一つしかない場合、指数関数でのフィッティングをせずに  $\tau_i = 1$  としている。

### 5.2.3 式 (42,43) におけるトレンドフォロワーの強さ $c_i$ と最大タイムラグ $K_i$ の測定方法

ここでは、式 (42,43) に基づくトレンドの時間スケールを決定するために必要なパラメータである (i) トレンドフォロワーの強さ  $c_i$  と (ii) 最大タイムラグ  $K_i$  の見積もり方法を説明する。

- P1. 初期値として  $c_i = 5, \tilde{K}_i = 1$  を与える。ここで、 $\tilde{K}_i$  は  $K_i$  の候補となる値である。
- P2.  $\Delta \tilde{z}(t) \equiv \tanh^{-1}(\Delta z_i(t)/c_i)$  を計算する。
- P3.  $\Delta \tilde{z}(t)$  の時系列を被説明変数、ラグ  $\tilde{K}_i$  分の  $\Delta P_{\text{Trend}}^{(j_i)}(t)$  の時系列を説明変数として多変量線形回帰分析を行い、 $R_{i,\text{adj}}^2$  を計算する。
- P4. もし P3 で得られた  $\tilde{K}_i$  の係数の  $p$  値が事前に定めた閾値以下であるならば、得られた係数が有意であると見做し、 $\tilde{K}_i$  の値を  $K_i \leq 20$  の範囲で一つ大きくする。 $p$  値の計算については [95] 参照。指値注文分析においては、 $p$  値の閾値を 0.001 と設定した。なお、この水準は [96] でも用いられている値である。
- P5. 得られた  $\tilde{K}_i$  の係数の  $p$  値が閾値を超えた場合、このプロセスを終了し、 $K_i = \tilde{K}_i - 1$  とする。
- P6. 先に求めた  $w_i$  と  $\tilde{K}_i$  を用いて、トレンドの大きさに条件付けしたときの指値注文価格変化を hyperbolic tangent でフィッティングし、 $c_i$  を計算する。
- P7. もし前回と今回あらたに得られた  $c_i$  の差が 1% 以上である場合、上記手続きを P2 から繰り返す。そうでなければ、 $j_i$  についての反復プロセスを終了し、 $j_i$  をインクリメ

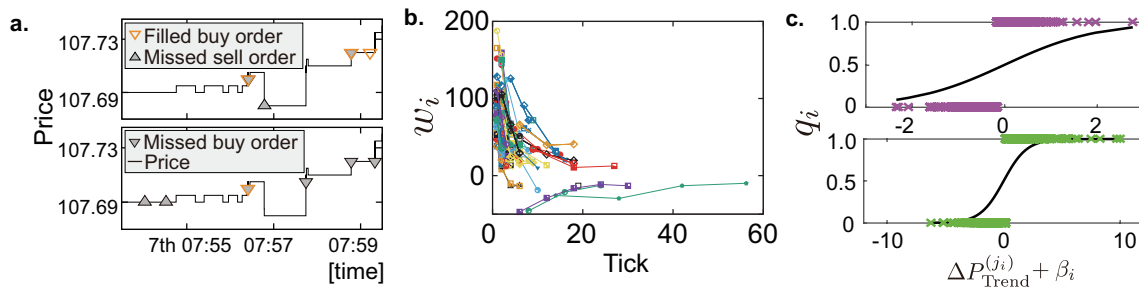


図 22. 成行注文を発注するにあたりトレーダが参照している時間スケールの定義 [89]. (a) 二名の FT により六分間の間に発注された成行注文の履歴. 上 (下) 向きの三角は売り (買い) 注文を表している. 成行注文が約定もしくは失敗した場合にはそれぞれ橙色と灰色で色分けしている. 黒線は取引価格推移を表している. (b) 式 (45) から得られたトレーダ 131 名の式 (43) の係数  $w_i$ . 各トレーダの係数は横軸  $j_{ik}$  にプロットした.  $w_i$  を求めるにあたり,  $R_{i,adj}^2$  の最大化ではなく, 誤差二乗和の最小化を評価関数とした点以外は, 指値注文解析と同様の手法に従った. (c) 横軸と縦軸はそれぞれトレンドの大きさと成行注文の出すサイドの確率 (1 が買い注文, 0 が売り注文) を意味している. 黒線はロジスティック関数である. これらの図に, 式 (45) から得られた二名のトレーダについてのトレンドの大きさと, トレンドの大きさに対応する成行注文のサイドをクロスマークで重ねてプロットした. ここでも同様に 1 が買い注文, 0 が売り注文を意味している.

ントしたうえで P1 から再度プロセス始める. 前回と新しく得られた  $c_i$  の比較は上限を 100 回とし, トレーダ  $i$  について, すべての  $j_i$  で 100 回反復プロセスを繰り返しても値が収束しない場合, non-EMA クラスタへと分類する.

上記手順を価格差の祖視化の時間スケール  $j_i$  について,  $1 \leq j_i \leq 20$  tick の範囲で繰り返し, 20 通りの  $j_i$  の中で最も調整済み決定係数が大きくなったパラメータを最終的に採用する.

#### 5.2.4 成行注文分析

ここでは成行注文を発注するにあたりトレーダが参照しているトレンドの時間スケールを測定する. 二名のトレーダについて成行注文の発注例を図 22(a) に示した. 図より, 指値注文の解析を行った時と同様, 成行注文を発注するにあたり, トレンドについて異なる反応をしていることが見て取れる. そこで, 指値注文解析と同じモチベーションで, 成行注文について多変量ロジスティック回帰分析を行う. なお, 2.3.2 で触れた通り, EBS マーケットでは成行注文に約定可能な取引価格を設定することができる. 成行注文発注時の市場の最良価格が成行注文に設定された価格よりも悪い価格である場合, 成行注文は約定せず失敗する.

取引価格差を計算するにあたり粗視化の時間スケールを決定するため、指値注文解析と同様のアイデアを用いる。ただし、ここでは非説明変数が指値注文価格のような連続変数ではなく、成行注文を発注するか、しないか、という二値変数である。そのため、指値注文解析で用いた多変量線形回帰分析ではなく、以下で示す多変量ロジスティック回帰分析を用いる。

$$\log \left( \frac{q_i(t+1)}{1 - q_i(t+1)} \right) = \Delta P_{\text{Trend}}^{(j_i)}(t) + \beta_i + \epsilon_i(t) \quad (45)$$

ここで、 $q_i(t+1)$  と  $1 - q_i(t+1)$  はそれぞれ成行注文を発注するにあたり買い注文か売り注文かの確率、 $\beta_i$  は定数である。その他の記法については指値注文解析と同様である。取引価格差の有意水準は 0.05 とした。成行注文解析で用いる  $p$  値は指値注文解析で用いた値よりも大きくなっている。その理由は、図に示したように、成行注文の発注回数は指値注文の発注回数の十分の一程度であり、サンプル数が少ないことを  $p$  値の設定で考慮したからである。なお、この  $p$  値の水準は統計学の分野で非常によく用いられることを注記しておく [95]。

取引価格差を計算する粗視化の時間スケールと最大時間ラグを前述の手法により決定したときの、131 名の FT の重みを図 22(b) に示した。正の重みをもつトレーダが多い一方で、負の重みをもつトレーダも少数存在する。成行注文戦略を分類するにあたり、本章では重みの平均値、つまり  $\bar{w}_i \equiv \sum_{k=1}^{K_i} w_i(k) / K_i$ 、の符号を用いた。

最後に、ロジスティック解析によるデータ点のフィッティング結果を図 22(c) に示した。横軸と縦軸はそれぞれトレンドの大きさと、トレンドの大きさに条件付けたときの成行注文の発注されるサイド（買い注文、もしくは売り注文）の確率を表している。黒線はロジスティック関数である。加えて、式により計算された、トレーダが成行注文を発注するしたときの重み付きのトレンドの大きさをクロスマークで示した。買い（売り）の成行注文が発注された場合、バツ印を 1(0) に示している。縦軸がトレンドの大きさに条件付けられた成行注文の発注されるサイドの確率であることを考慮すると、上のトレーダはトレンドに対して緩やかに反応しており、下のトレーダはトレンドに対して強く反応している。

## 5.3 結果

### 5.3.1 指値注文のクラスタリング

金融市場をマーケットエコロジーとして理解するために、指値注文の詳細戦略よりもその典型的な違いから金融市場の性質を特徴づける方向に興味がある。そのため、トレンドフォ

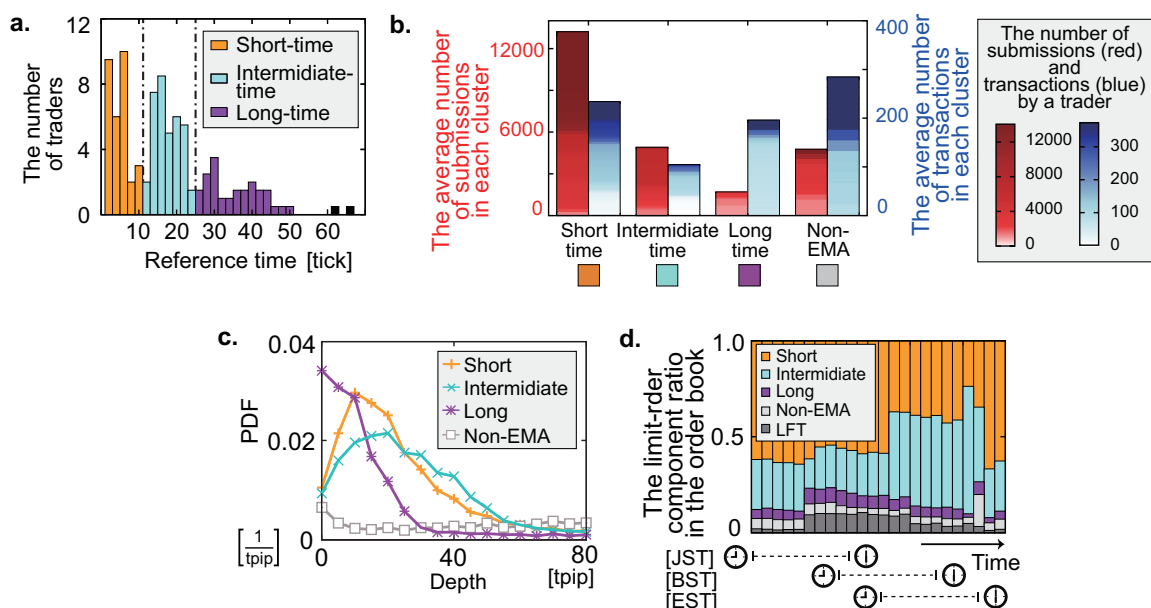


図 23. 指値注文解析結果 [89]. (a), FT トレーダのうち 161 名についてのトレンドの参照時間分布.  $k$ -平均法を用いて、この分布を以下の三クラスに分類した. (i) 橙色の棒グラフで示した short time クラス (約定 4tick (30 秒) 過去の取引価格差を参照), (ii) 水色の棒グラフで示した intermediate time クラス (約 20tick (2.5 分) 過去の取引価格差を参照), (iii) 紫色の棒グラフで示した long time クラス (約 40tick (5 分) 過去の取引価格差を参照) である. 60tick あたりの 2 つのサンプルは例外値としてクラスタリングより除いた. (b), 各クラスで条件付けしたときの平均的な指値注文回数 (赤) と, 指値注文を用いた取引回数 (青). 棒グラフの中のヒートマップのグラデーションは, 各クラスに属するトレーダの指値注文発注回数 (赤) と指値注文を用いた取引回数 (青) を昇順に並べたものである. short time クラスの注文発注回数が最も多く, long time クラスの注文発注回数が最も少ない. 一方で, intermediate time クラスは比較的指値注文を多く発注するものの, 取引回数が最も少ないという解析結果となった. (c) 各クラスで条件付けしたときの指値注文分布の確率密度関数 (PDF). intermediate time クラスの PDF のピークは市場の最良価格 (Depth=0) から一番遠く離れたところに位置する. これは, intermediate time クラスのトレーダが指値注文を現在取引が行われている価格水準から離れたところに注文を出す傾向を意味しており, このような傾向から取引回数が各クラスの中で最も少なかったと考察できる. (d) 各クラスから発注された指値注文が全体の指値注文板に占める割合の時系列. 各棒グラフは一時間ごとの比率を示している. JST, BST, そして EST はそれぞれ日本時間, 英国時間, そして東部標準時間を意味している. 横軸の時計は午前 9 時と午後 6 時を表している. 色の意味は a,c と同様であり, 暗灰色は LFT が発注した注文割合を示している.

ローの時間スケールで指値注文戦略をクラスタリングし、指値注文の発注回数と約定回数を、近年の研究トピックである指値注文板の形状やクラスタリングした戦略の時間依存性から説明する。

図 23 は、トレーダのトレンド参照時間の分布である。この分布から、 $k$ -平均法を用いて三つのクラスタに分類した。一つ目は short time (約定 4tick (30 秒) 過去の取引価格差を参照)、二つ目は intermediate time (約 20tick (2.5 分) 過去の取引価格差を参照)、三つ目は long time (約 40tick (5 分) 過去の取引価格差を参照) である。クラスターサイズを決定するにあたり、シルエットメソッド [97] を用いて、クラスターサイズ 2 から 5 までで比較を行った。結果、シルエット係数とクラスターの厚みからクラスターサイズ 3 が最良と判断した。なお、上記クラスタに分類されなかった FT は non-EMA クラスタに分類されている。

次に、この分類が金融市場の性質を理解するうえでどう有用であるかを示す。まずは金融市場における各トレーダの基礎的な性質である指値注文の発注回数と約定回数を調べた (図 23(b))。指値注文の発注回数は、short time のクラスタが一番多く、long time のクラスタが一番少ないという半ば自明な結論が得られた一方で、取引回数については非自明な結果が得られた。具体的には、intermediate time のクラスタが、指値注文回数は多いにもかかわらず、取引回数が最も少なかったのである。

この非自明な結果を理解するため、各クラスタで条件付けした指値注文板の平均形状を調べた (図 23(c))。条件付けした指値注文板は、1 秒ごとに市場の最良価格から各クラスタに属するトレーダの発注した指値価格までの価格距離を示している。これらのクラスタ条件付き指値注文分布の形状から、上記の非自明な構造について考察することができる。short time と long time のクラスタの指値注文分布は、ピークが市場の最良価格の近くにあるため取引が生じやすい。Non-EMA の分布がフラットになってることから、このクラスタは指値注文を発注した後注文の差し替えを行わないため取引が生じやすいと言える。一方 intermediate time のクラスタは、市場の最良価格から離れたところに指値注文を発注する傾向にあるため、取引回数が少なかったと考えられる。最後に各クラスタから発注される注文量について一日のパターンを解析した。図 23(d) に、一時間ごとに指値注文がどのクラスタから発注されたかという割合を示した。横軸は上から日本時間、英国時間、東部標準時間を表している。図より、東京では short time のクラスタが過半数を占めている一方で、New-York では intermediate time のクラスタが過半数を占めていることがわかる。これは、東京時間のトレーダは現在の市場価格での取引に積極的であるが、New-York 時間の

トレーダはむしろ消極的であると考察できる。

### 5.3.2 成行注文のクラスタリング

次に、成行注文について述べる。図 24(a) は FT が成行注文を発注するときに参照しているトレンドの重みの和  $\bar{w}_i$  の分布である。正（負）の重みは、トレーダ  $i$  がトレンドフォロワー（逆張り）であることを示している。つまり、直近のトレンドが正（負）であるときに買い注文をだし、トレンドが負（正）であるときに売り注文を出す。本章の解析では、大多数のトレーダがトレンドフォロー戦略をとっており、逆張り戦略をとっているトレーダは少数であった。なお、成行注文分類で使った多変量ロジスティック回帰分析で、有意な重みが検出されなかったトレーダはランダムクラスタに分類した。これら三つのクラスタの戦略を分析するため、各クラスタについて成行注文の発注回数と取引回数を分析した。

戦略の特徴を把握するため、指値注文解析と同様各クラスタごとに、成行注文の発注回数と、成行注文として取引した回数を調べた (Fig. 24(b))。図より、逆張り戦略はトレーダの人数は少ないものの、他のクラスタよりも圧倒的に発注回数、取引回数ともに多いことがわかる。実際、解析対象週で指値注文発注回数の一位と二位のトレーダは成行注文の逆張り戦略をとっていた。

他の特徴として、トレンドフォロークラスタとランダムクラスタの発注回数と取引回数の比率を見てみよう。トレンドフォロークラスタは、ランダムクラスタと比較して成行注文を多く発注するものの、取引回数は同程度である。この違いを示すため、成行注文が失敗した回数をその発注回数で除した失敗確率を計算した（計算の詳細は Appendix B.1 参照）。図 24(c) はトレンドフォロークラスタとランダムクラスタの失敗確率を示しており、典型的な失敗確率はそれぞれ 84% と 23% であり、4 倍程度の違いがある。この結果から、トレンドフォロワーはなぜこのような行為をするかという疑問をもつのは当然だろう。仮説の一つとして、トレンドフォロワーが取引マッチング時間の遅延を狙ってこのような行為をしている可能性があげられるだろう (pinging [96, 98–100] に基づく仮説は Appendix B.2 参照)。取引マッチングの遅延を考慮すると、現在の市場価格よりもよいプライスに注文を発注することは、他の注文に先んじて約定するという意味ではよい戦略であろう。実際、図 23(d) に示すように、トレンドフォロワーの多くは成行注文を市場の最良価格よりもよいプライスに出しており、トレンドフォロークラスタとランダムクラスタについてその確率はそれぞれ 70% と 15% であり、明らかにトレンドフォロワーはこの戦略を好んで用

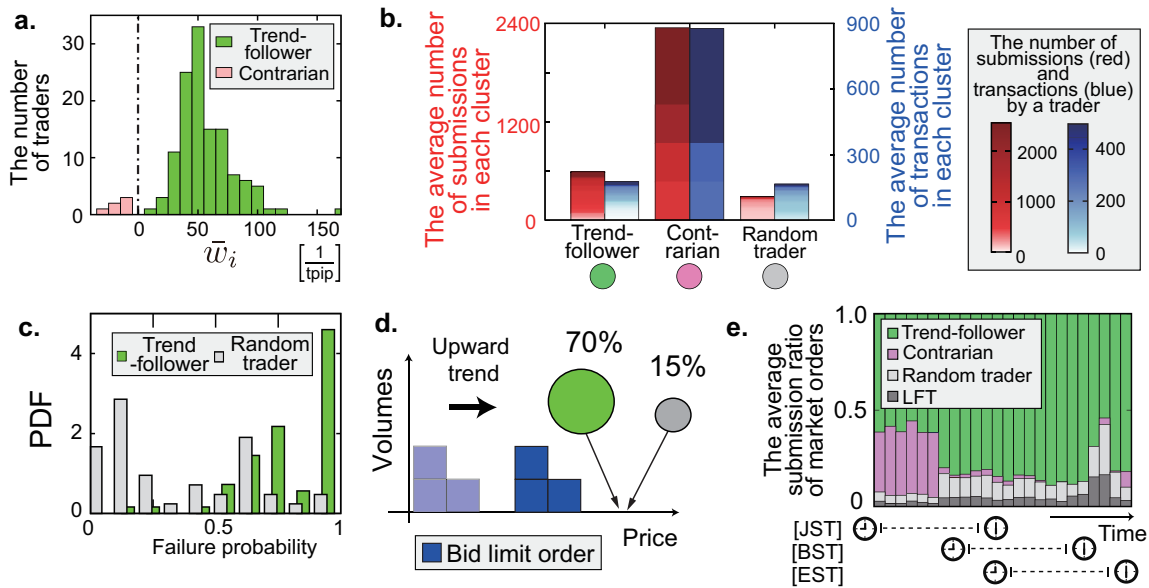


図 24. 成行注文戦略 [89]. (a), トレンドへの応答の平均的な強さを表す  $\bar{w}_i$  の分布.  $\bar{w}_i$  は図 23(b) に示した  $w_i$  のアンサンブル平均である. 正と負の  $\bar{w}_i$  はトレーダ  $i$  がトレンドフォロワーもしくは逆張りであることを表しており, それぞれ緑色とピンク色で示した. (b), 各クラスターで条件付けしたときの成行注文の平均発注回数と成行注文としての取引回数. 棒グラフの中のヒートマップのグラデーションは, 各クラスターに属するトレーダの成行注文発注回数 (赤) と成行注文を用いた取引回数 (青) を昇順に並べたものである. 逆張り戦略をもつトレーダは人数は少ないものの, 注文発注回数, 取引回数が著しく多いことがわかる. (c.d), 成行注文が失敗する確率 (c) と成行注文が市場の最良価格を超える価格帯に発注される確率 (d). 緑色と灰色の棒グラフと円はそれぞれトレンドフォロワーとランダムトレーダの統計則を示している. トレンドフォロワーとランダムトレーダの注文失敗確率の中央値はそれぞれ 83% と 24% であり, 市場の最良価格を超える価格帯に成行注文を発注する確率はそれぞれ 70% と 15% である. この性質は, トレンドフォロワーがトレンドを先読みして成行注文を発注することで現在の最良価格よりもよいプライスで約定しようと試みていると考察できる. (e), 各クラスターから発注された成行注文が 1 時間あたりの成行注文発注回数に占める割合の時系列. 灰色は LFT による成行注文発注回数の割合を示している.

いていることがわかる. 最後に, 図 23(e) に 1 時間ごとの成行注文の発注元のクラスターについての割合を示した. 図より, 一日の時間帯を通してトレンドフォロー戦略は用いられていること, そして逆張り戦略は日本時間の特に朝 9 時から午後 3 時頃まで用いられていることがわかる. この結果は日本時間において逆張り戦略が好まれていると指摘している先行研究 [101] と整合するものである.

### 5.3.3 戦略マトリックス分析

最後に、LFT まで考慮した戦略概要として、図 25(a) に戦略マトリックス (4×5 の行列で、うち 2 つの要素は空集合) を示した。ここでは、トレーダの人数を四角の大きさ、注文

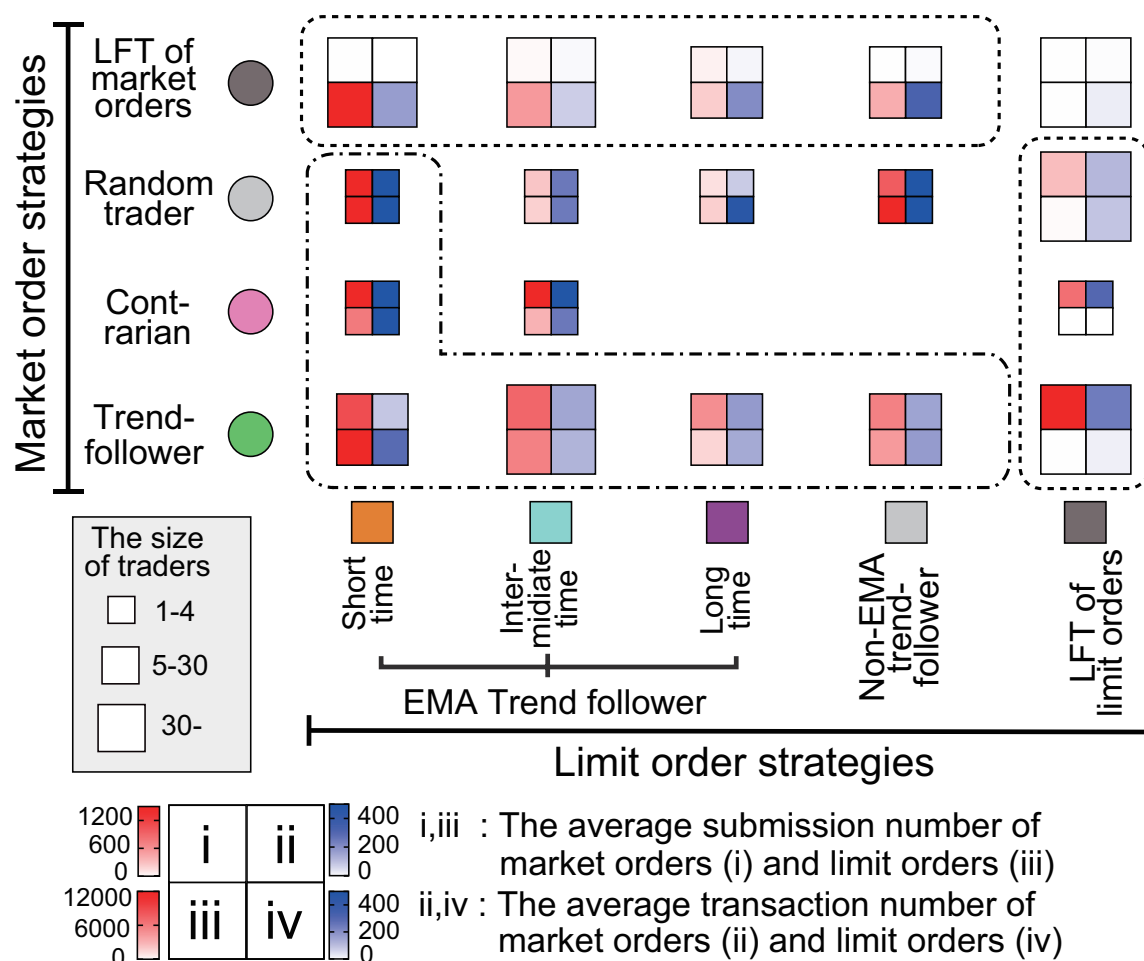


図 25. 指値注文と成行注文の戦略マトリックス [89]. 指値注文と成行注文の戦略の組み合わせで条件付けたときの注文発注回数 (赤) と取引回数 (青). 横軸が指値注文戦略, 縦軸が成行注文戦略を表している. 四角の大きさはトレーダの人数を表している. ニカ所ある空白は, 指値注文戦略として long time もしくは Non-EMA クラスタをもちつつ, かつ成行注文戦略で逆張りの戦略をもつトレーダが解析週にはいなかったことを示している. 図より, (i) 鎖線で囲まれた, 指値注文戦略で short time クラスタに属するトレーダと, 成行注文戦略でトレンドフォロークラスタに属するトレーダがトレーダの人数が少ないにもかかわらず, 注文発注回数, 取引回数ともに大きな割合を示していることと, (ii) 点線で囲まれた部分からわかるように, 多くのトレーダが指値注文もしくは成行注文のいずれかしか用いないことがわかる. 詳細な割合やトレーダの人数は本文参照.

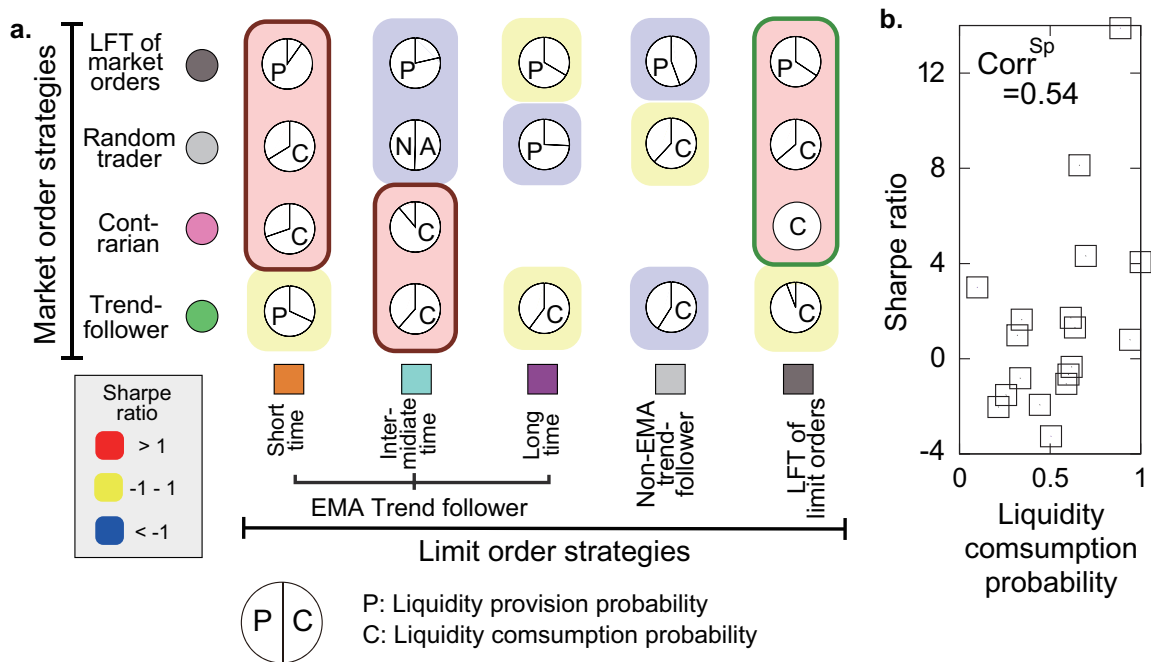


図 26. 戦略マトリックスからみるトレーディングパフォーマンス [89]. (a) 円グラフは各クラスタが取引したときに、流動性を提供するマーケットメーカであった割合と、流動性を消費する側であるテーカーであった割合を示している。ここで流動性の供給、消費は取引回数ではなく取引量に基づき計算した。二項分布の統計テストで偏りが有意と判定されたクラスタは流動性の提供と消費のいずれかが多い方に分類し、流動性提供者 (P) もしくは流動性消費者 (C) としてあらわした。N/A は流動性の提供と消費割合に偏りが見られなかったことを意味する。加えて、各クラスタを Sharpe ratio の値により色分けし、各クラスタで条件付けしたときのトレーディングパフォーマンスを示した。ここで赤は 1 以上、青は-1 以下、黄色はその間を意味する。トレーディングパフォーマンスのよい赤でハイライトされたクラスタの詳細解析は図 27 参照。(b)、流動性消費割合と Sharpe ratio の同時プロット。これらの間の Spearman の順位相関は 0.54 と高い相関を示した。これは流動性を提供するよりも消費する戦略の方が解析週においては投資効率が高かったことを意味する。

発注数、そして取引回数を指値注文、成行注文の両方に対してヒートマップで示している。この図より、以下の 2 点を読み取ることができる。まず 1 点目は、ごく少数のトレーダが金融市場の発注と取引のうち大部分を占めていることである。鎖線で囲まれた指値注文で short time に分類されたトレーダと成行注文でトレンドフォロワーに分類されたトレーダの統計則をみてみよう。鎖線で囲まれたトレーダは全体のトレーダの 7.8% である 80 人しかいないにも関わらず、指値注文、成行注文発注回数はそれぞれ全体の 44% と 40% であり、また取引回数もそれぞれ 28% と 30% であった。これよりこのクラスタが金融市場における取引に重要な役割を果たしていると言える。二点目は、指値注文もしくは成行注文のどち

らか一方しか発注しないトレーダが多いことである。図の点線で囲まれたところをみると、指値注文、成行注文ともに四角のサイズが大きくなっており、ここに属するトレーダが多いことがわかる。実際、この点線で囲まれているトレーダの人数は 189 人で全体 19% を占めている。これは、トレーダの多くが指値注文もしくは成行注文に特化した戦略を持っていることを示唆している。

さらに、図 26(a) で、指値注文と成行注文の性質について、(i) 流動性提供への貢献、(ii) トレーディングパフォーマンスを示した。この図の円グラフは、流動性を提供した割合と消費した割合をそれぞれ P と C で表している。ここで流動性を提供したとは、マーケットメーカーとして取引したことを意味し、流動性を消費したとはテーカーとして取引したと定義した。図のハイライトは、Sharpe ratio から定義したトレーディングパフォーマンスを意味している (appendix B.3 参照)。赤、青、黄色はそれぞれ Sharpe ratio が 1 以上、-1 以下、そしてその間を意味している。図から見て取れるように、流動性の消費割合と Sharpe ratio の間には強い相関がある。実際、図に示したように、これらの間の Spearman の順位相関を計算すると 0.54 と高い相関を示した (図 26(b))。この相関は、市場に流動性を消費するクラスは自身の戦略に基づき取引を判断しているため投資効率がよく、反対に流動性を提供する側はこのような戦略の取引相手として取引することが多いため投資効率が悪くなっていることを示唆している。これは流動性提供者が在庫リスクを負うとした先行研究 [102] と矛盾しない結果である。

最後に、図 26(a) のうち Sharpe ratio が 1 以上のクラスで、指値注文の short time と intermediate time をあわせた取引頻度の高いクラス (茶色) と、取引頻度の低い LFT のクラス (緑色) の利益分布について解析を行った (図 26)。茶色と緑のクラスに属するトレーダを銀行レベルで合算したうえで、各銀行の 20 分ごとの利益、1 週間の累積利益、そして Sharpe ratio をそれぞれ図 27(A,b,c) に示した。図 27(A,b) より、取引頻度の高いクラス (茶色) は取引頻度の低いクラス (緑色) よりも利益分布の裾が狭いものの、図 27(c) の投資効率では取引頻度の低いクラスよりも裾が厚くなっている。これより、取引頻度の高いクラスでは小さい取引量でコンスタントに利益を出す戦略をとる一方、取引頻度の低いクラスでは複数単位の注文量で大きな利益を狙いに行く戦略であることが示唆される。

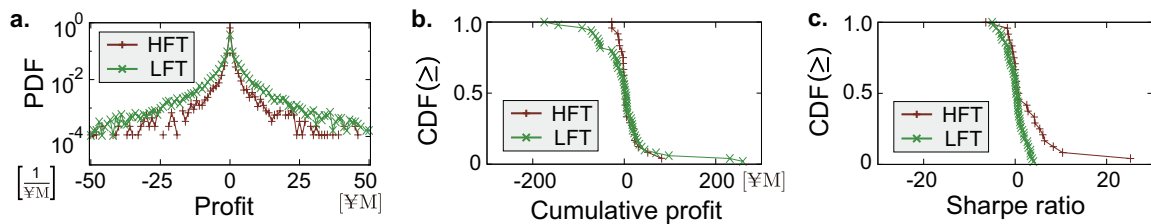


図 27. 戦略マトリックスで Sharpe ratio の高いクラスターのうち、取引頻度の高いクラスターと低いクラスターの利益額、投資効率による比較 [89]. (a-c) 図 26 の茶色と緑色の線で囲まれた、取引頻度の高いクラスターと低いクラスターの取引利益とパフォーマンス。ここではトレーダを銀行ごとに合算して統計則を示している。なお、1 週間の取引回数が 100 回以下のトレーダは合算より除外した。(a)–(c) はそれぞれ 20 分ごとに計算した 1 取引あたりの利益、1 週間の累積利益、そして投資効率を表す Sharpe ratio の分布を表している。

#### 5.4 まとめと今後の課題

本章では、市場のトレンドに着目し、指値注文の価格変化からトレンドフォローの時間スケールと、成行注文を発注するサイドからトレンドへの応答を分類した。指値注文のトレンドフォローの時間スケールは、指値注文板の形状と強い関連性を持っていることが明らかになった。具体的には、指値注文のトレンドフォローの時間スケールが short time と long time クラスターに分類されるトレーダは、現在取引されている水準近くに指値注文を発注する傾向があり、一方、intermediate time クラスターに分類されるトレーダは現在取引されている水準から離れたところに注文を発注する傾向がある。成行注文を発注するときのトレンドへの応答パターンは、注文の失敗確率と密接な相関があった。成行注文のトレンドフォロークラスターのトレーダは発注した注文のほとんどが取引に失敗している一方、ランダムクラスターのトレーダはそのほとんどが取引に至っていた。この違いは、トレンドフォロークラスターに属するトレーダは、市場のトレンドを予測して現在の市場価格よりもよい価格に注文を出しているが、ランダムクラスターに属するトレーダはそのような先読みはせず現在の市場価格で取引していることを示唆している。さらに、これら指値注文と成行注文の分類をまとめて、注文発注回数と取引回数を戦略マトリックスで示した。この戦略マトリックスから二点の特徴を読み取ることができる。一つ目は、指値注文、成行注文の発注回数、取引回数のかなりの部分をごく少数のトレーダが占めている点、二つ目は、流動性を消費する傾向が高いほど投資効率を表す Sharpe ratio が高くなり、反対に流動性を提供する傾向が高いほど投資効率が低くなる点である。これらはそれぞれ HFT のプレゼンスを指摘する先行研究 [96, 103] や、マーケットメーカーの在庫リスクを指摘する先行研究 [102] と矛盾しない結

果である。

ここで、本章で示した解析が解析対象とした期間の価格推移や経済イベントに依存している可能性について言及しておく。図 20(a) に示したように解析対象週の価格推移は比較のおだやかなレンジ相場である。経済イベントとしては、Janet Louise Yellen のスピーチが 2016 年 6 月 6 日に行われている。ただし、この日のスピーチが経済に与える影響は限定的であったとの見方がなされており [104]、1 週間を通して安定な時期であったといえる。解析対象週とは異なる、例えばマーケットが不安定な時期や、金融市場に大きなインパクトを与えたイベント後のデータを用いてトレーダの注文行動がどのように変化しているかを解析するのは重要であろう。

データ期間以外で本章の統計則をゆがませる可能性のある hidden order についても注記しておく。大量注文を発注するとき、トレーダはその大量注文を細かく細分化して逐次金融市場で注文を捌いていくことがある。このような細分化された注文の背後にある大量注文を hidden order と呼ぶ [105]。トレーダが hidden order を捌くときには、普段使用しているトレーディング戦略ではなく、hidden order を捌くための戦略を用いているであろう。このような戦略の入れ替わりが、本章で示した統計則にどのような影響をあたえるのかも興味深いトピックである。

## 6 ポジション管理手法を用いた将来価格形成メカニズムの解明

### 6.1 背景

3章,5章では,トレーダの注文戦略の多様性をトレンドに焦点を当てて解析し,トレンドへの応答パターンが指値注文板の形状と密接な関係があることを示し,トレンドという外国為替市場の過去の情報からトレーダの戦略多様性を明らかにした.しかし,トレーダの戦略多様性が市場の将来の情報にどのような影響を与えるかという解析は未解明のままであった.そこで,本章では,ポジションと呼ばれる銀行ごとの過去の累積取引量に着目し,ポジション管理手法が将来価格形成のメカニズムに深く関係していることを示す.

本章の構成は次の通りである.6.2では,本章で用いるポジションを定義する.6.3では,ポジション管理手法を定義する方法を導入する.6.4では,(i)ポジションの偏りと将来の取引量の関係性と,(ii)outlier tradesが行われた時刻近傍の価格変化の関係を示す.6.5では本章で示したポジションで条件づけたときの将来の取引傾向をまとめ,この統計則が将来価格形成のメカニズムと深く関係していることを議論する.

### 6.2 データセットの概要

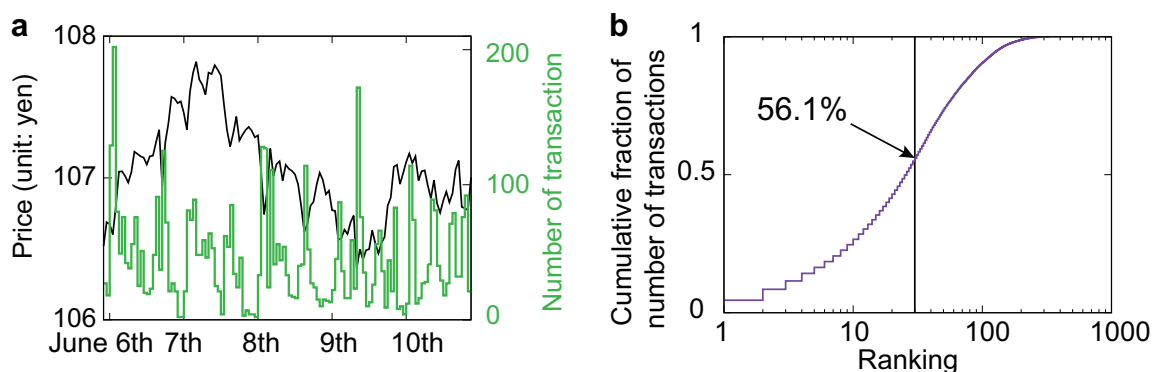


図 28. 2016 年 6 月 5 日週の取引量に関する基本的な性質 [106]. (a)1 時間ごとの市場価格 (黒線) と取引頻度 (緑線) プロット [106]. 取引量分布については Appendix C.1 を参照. (b) 横軸に取引頻度の多い順にランキング付けして銀行を並べたとき, 横軸の銀行より取引頻度の多い全銀行の累積取引回数が全取引回数に占める割合. 黒線は 30 番目の銀行の位置を表しており, 上位 30 位までの銀行が全取引回数の約 56.1% を占めていることがわかる.

以下では、2.2.2 で示したデータセット II の基礎的な統計則を示す。図 28(a) に、1 週間における市場価格（黒線）と取引回数（緑線）を示した。図の左右の縦軸はそれぞれ市場価格と取引回数を意味している。図 28(b) は取引回数の多い銀行から順に全取引量に占める累積割合を示したものである。なお、取引量分布と取引回数の詳細については Appendix C.1,2 参照。黒線は上位 30 行の位置を示しており、取引に関与している 335 行のうち 10% に満たない 30 行が取引の過半数以上 (56.1%) を占めていることがわかる。

次に、使用データに関する用語を定義する。例えば USD/JPY のように、為替通貨の取引は必ずペアで行われる。ペアで行われる取引のうち、“/” の前に記載されている通貨を基軸通貨、後に記載されている通貨を参照通貨と呼ぶ。為替通貨の取引価格は、参照通貨を購入するために、いくらの基軸通貨を売却するかという交換レートを示している。この取引において、トレーダが基軸通貨を売却する場合の取引をロングコントラクト、購入するときの取引をショートコントラクトと呼ぶ。週の初めからロングコントラクトおよびショートコントラクトを累積したときの任意の時刻における差額の注文量を、ロングコントラクトが多いときはロングポジション、ショートコントラクトが多いときはショートポジションと呼ぶ。さらに、ロングポジションもしくはショーとポジションのうち、断続的に為替レートの変動により損益に影響をうけるポジションを通貨エクスポージャーと呼ぶ。また、取引は常に競争力のある取引価格と取引量を提供するトレーダ（マーケットメーカー、もしくは単にメーカー）と、それを消費するトレーダ（テーカー）のペアで行われる。マーケットメーカーは指値注文と呼ばれる、取引に応じることのできる注文価格と注文量を指定するタイプの発注方法を用いる。一方のテーカーは、成行注文と呼ばれる、注文発注時の最も競争力のある価格と即座に取引するタイプの注文である成行注文を用いることが多い。詳細は 5 章を参照。

## 6.3 解析手法定義

### 6.3.1 ポジション管理の特徴付け変数

図 29(a) に代表例として 2 行のポジションのトラジェクトリを示した。縦軸は各銀行におけるトレーダ一人当たりの平均ポジションである、正、負の値はそれぞれロングポジション、ショートポジションを意味している。2 番目取引頻度の高い銀行はポジションを大きく積み重ねている一方、4 番目取引頻度の高い銀行は 1 週間を通してポジションを 0 近傍に留めている。

これら銀行のポジション管理の手法を特徴づけるため、過去一定期間のポジションの平均量（過去平均ポジション）を導入する。2007 年に Mizuno らは、金融市場における価格変

動の発散速度は、現在価格と現在から一定期間過去の価格平均の差分として特徴づけられることを示した [107]. 図 29(a) で示したように、各銀行のポジションの推移も異なる発散速度を持っていると考えられるため、現在のポジションと過去平均ポジションとの差分に対して、次の時刻に銀行がポジションをさらに積み増すか、それともポジションを縮小させるかという観点からポジション管理手法の特徴付けを行うことを考えた. 過去平均ポジションが意味するところは、6.5 を参照されたい. なお以降では、統計分析に要するサンプル数を確保するため、同一の銀行 ID を有するトレーダすべてのポジションを合算して銀行のポジションとみなし解析を行う.

$\kappa$ -tick の過去平均ポジションの計算方法について説明する. まず、時刻  $t$  (tick ではなく実時間) における銀行  $i$  のポジションは、

$$V^i(t) \equiv \sum_{k=1}^{N^i(t)} v^i(T_k^i), \quad (46)$$

と定義する. ここで、 $N^i(t)$  は時刻  $t$  までの銀行  $i$  の取引回数、 $T_k^i$  は銀行  $i$  の  $k$  番目の取引が行われた時刻、 $v^i(t)$  は銀行  $i$  が時刻  $t$  で取引した注文量 (ロングコントラクトの場合は正、ショートコントラクトの場合は負) である. 図 29(b) に計算の概略を示したとおり、

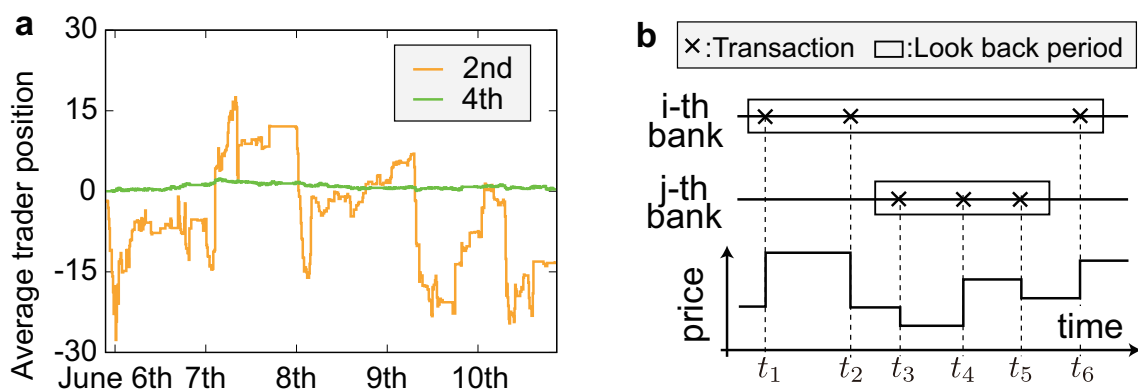


図 29. ポジション管理の分類手法 [106]. (a) 10 分ごとにプロットした、2 位 (橙色) と 4 位 (緑色) の銀行  $f$  行に属するトレーダの平均ポジション推移. ランキングの定義については図 28 を参照. 正・負の値はそれぞれ USD/JPY 市場におけるロングポジション, ショートポジションをそれぞれ意味している. (b) 過去平均ポジションの計算に関する概略図. 過去平均ポジションは、対象とする銀行が関与した過去  $\kappa$  回の取引時点におけるポジションの相加平均として定義される (図は  $\kappa = 3$ ). 例えば、銀行  $i$  が時刻  $t_1, t_2$  そして  $t_6$  で取引を行い、銀行  $j$  が時刻  $t_3, t_4$  そして  $t_5$  で取引を行ったとする. 銀行  $i, j$  の過去平均ポジションは、それぞれ時刻  $t_1, t_2, t_6$  および時刻  $t_3, t_4, t_5$  の取引後のポジションの算術平均として計算される.

$\kappa$ -tick 過去平均ポジション  $\bar{V}^i(t)$  は次のように定義される。

$$\bar{V}^i(t) \equiv \frac{1}{\kappa} \sum_{k=0}^{\kappa-1} V^i(T_{N^i(t)-k}^i). \quad (47)$$

ポジションは整数しかとらないため、過去平均ポジションを整数で丸めた値を  $[\bar{V}^i(t)]$  とする。以下では  $\kappa = 15$  とおいて統計解析を進めていくが、 $10 \leq \kappa \leq 50$  の間であれば概ね同様の統計的性質が観測できる。しかし、例えば  $\kappa = 150$  として統計解析を行うと、以下で観測される統計則が破綻する。詳細は Appendix C.3 参照。

最後に、現在のポジションと、過去平均ポジションの差分に着目してポジション管理手法を特徴づけるというアイデアに至ったモチベーションを注記しておく。理想的には、長期間におけるすべての外国為替の取引市場（例えば、EBS, Currenex, HotSpot FX, FXCMPro, FastMatch など）にまたがる取引データを合算して、合算後の銀行のポジション推移からポジション管理手法を調べることが最も正確な方法であると考えられる。しかし、実際問題として、(i) 多岐にわたる取引市場の全データを同一のトレーダ ID もしくは銀行 ID が付されたデータセットとして網羅的に収集すること、(ii) そのデータセットを長期間にわたり用意すること、はほとんど不可能である。実際、我々が利用できるデータは EBS から購入した USD/JPY 市場 1 週間のデータのみであり、様々な取引所で取引を行っている銀行の正確なポジションを推定することは困難である。そこで、現在と過去平均ポジションの差分に対する応答解析という、正確なポジションを把握する必要がない変数に着目して解析を行った。このアイデアがうまくいくと考えられる理由は 6.5 を参照されたい。

### 6.3.2 outlier 検知

図 29(a) からわかるように、2 番目に取引頻度の高い銀行のポジションは急激に上昇・下降する傾向があり、平常時のばらつきから大きく外れた outlier の取引が見て取れる。この傾向を統計的に捉えるため、Epsilon drawdowns, drawups (以下, EDD) を用いる [108–110]。Drawdowns, drawups は、もとは一定期間における継続的な市場価格の減少・増加を定量化するために導入された。 $\epsilon$  は、この期間内において、観測された drawdowns, drawups と反する事前に定められた微小な価格変化を許容するために用いられる。そのため、EDD は頑健的に類似の局所的性質をとらえることができ、ポジションのトラジェクトリの局所的性質の類似性をとらえることに有用であると考えられる (Appendix C.4 参照)。

以下、EDD の定義を説明する．まず，期間  $[t_0, t]$ (単位：秒) における取引量を合算する．

$$v_{t_0,t}^i \equiv \sum_{\tau \in \mathcal{T}_{t_0,t}^i} v^i(\tau). \quad (48)$$

ここで， $\mathcal{T}_{t_0,t}^i$  は期間  $[t_0, t]$  において銀行  $i$  が取引を行った取引時刻の集合である．各時刻  $t$  において，期間  $[t_0, t]$  におけるポジションの極大値・極小値から現在のポジションの乖離度  $\delta_{t_0,t}^i$  を調べる．

$$\delta_{t_0,t}^i = \begin{cases} \max_{t_0 \leq l < t} v_{t_0,t}^i - v_{t_0,t}^i & \text{for drawups,} \\ v_{t_0,t}^i - \min_{t_0 \leq l < t} v_{t_0,t}^i & \text{for drawdowns.} \end{cases} \quad (49)$$

この探索プロセスは， $\delta_{t_0,t}^i$  が事前に定められた閾値  $\epsilon$  を超えるまで続ける．閾値を超えたとき，時刻  $\tilde{t} = \arg \max_{t_0 \leq l < t} v_{t_0,t}^i$  ( $\tilde{t} = \arg \min_{t_0 \leq l < t} v_{t_0,t}^i$ ) が drawup (drawdown) の終点

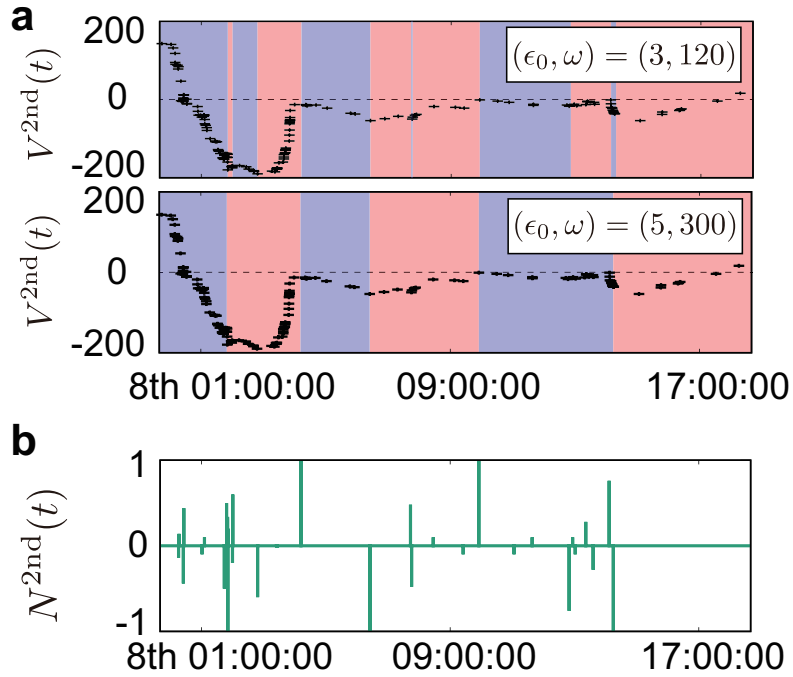


図 30. 取引頻度 2 番目の銀行を用いた EDD から定義される outlier 取引シグナル生成例 [106]. (a)2016 年 6 月 8 日 00:00 から 18:00(GMT) の取引頻度 2 番目の銀行のポジションのトラジェクトリ．半透明の赤，青はそれぞれ drawup と drawdown を意味している．上下の図はそれぞれ  $(\epsilon_0, \omega) = (3, 120)$  と  $(\epsilon_0, \omega) = (5, 300)$  をパラメータとして設定したときの EDD で検出された結果を表している．(b) 式 (54) を用いて，様々なパラメータセット  $(\epsilon_0, \omega)$  により得られた drawup, drawdown の終端時刻をアグリゲートして得られた 2 番目の銀行のシグナル  $N^{2nd}(t)$ ．

であると判断され、時刻  $\tilde{t} + 1$  が新しい探索開始時刻  $t_0$  となり上記プロセスを繰り返し行う。前のプロセスで drawup を探索している場合には次のプロセスでは drawdown を探索し、反対に前のプロセスで drawdown を探索している場合には次のプロセスでは drawup を探索する。この定義より、EDD では drawup と drawdown が交互に検出されることになる。なお、検出された drawup もしくは drawdown の終端時刻  $\tilde{t}$  と、探索開始時刻  $t_0$  の差を  $d \equiv \tilde{t} - t_0$  とする。初期条件としては、解析対象週の最初の時刻を  $t_S$  としたとき、 $v_{t_S, t_S+1}^i < 0 (> 0)$  のとき drawdown (drawup) の探索を行うものとした。

次に、閾値の決定方法について説明する。1 回あたりの取引量は銀行により区々であるため、EDD でポジションのトラジェクトリを分類する際にも、閾値が過去のトラジェクトリの散らばり具合に比例すると仮定するのが合理的であろう。そこで、閾値を  $\epsilon = \epsilon_0 \sigma^i(t)$  ( $\epsilon_0$  は定数、 $\sigma^i(t) \equiv \sqrt{\sum_{\tau=t-\omega+1}^t v^i(\tau)^2 / \omega}$ ) とし、閾値の決定にあたり銀行ごとの過去  $\omega$  内（単位：分）の取引量の散らばりを考慮した。[111] で指摘されているように、EDD を用いたトラジェクトリ分類は用いたパラメータセット  $(\epsilon_0, \omega)$  に強く依存する。そこでこの依存性を軽減するべく、様々な  $(\epsilon_0, \omega)$  を用いて検出した drawups, drawdowns の終端時刻を総合的に判断することで outlier 取引のシグナル生成を行う。具体的には、 $\epsilon_0$  は 0.5 から 5.0 まで 0.5 刻みとし、 $\omega$  は 60 分から 300 分までの 60 分刻みとし、計 50 パラメータセットを用いて以降の解析を行った。なお、EDD を適用する際のデータの前処理については Appendix C.5 を参照されたい。

続いて、前述のパラメータを用いて検知された drawups, drawdowns の終端時刻をアグリゲートする関数を導入する。様々な  $(\epsilon_0, \omega)$  を用いて EDD を適用したあと、それぞれのパラメータセットから次のような drawups, drawdowns の終端時刻とそれぞれの持続時間について以下のような集合を得ることができる。

$$\mathcal{EU}_{(\epsilon_0, \omega)}^i \equiv \{\tau_{(\epsilon_0, \omega)}^{i, \text{DU}_1}, \tau_{(\epsilon_0, \omega)}^{i, \text{DU}_2}, \dots\}, \quad (50)$$

$$\mathcal{ED}_{(\epsilon_0, \omega)}^i \equiv \{\tau_{(\epsilon_0, \omega)}^{i, \text{DD}_1}, \tau_{(\epsilon_0, \omega)}^{i, \text{DD}_2}, \dots\}, \quad (51)$$

$$\text{DU}_{(\epsilon_0, \omega)}^i \equiv \{d_{(\epsilon_0, \omega)}^{i, \text{DU}_1}, d_{(\epsilon_0, \omega)}^{i, \text{DU}_2}, \dots\}, \quad (52)$$

$$\text{DD}_{(\epsilon_0, \omega)}^i \equiv \{d_{(\epsilon_0, \omega)}^{i, \text{DD}_1}, d_{(\epsilon_0, \omega)}^{i, \text{DD}_2}, \dots\}. \quad (53)$$

ここで、 $\tau_{(\epsilon_0, \omega)}^{i, \text{DU}_j (\text{DD}_j)}$  および  $d_{(\epsilon_0, \omega)}^{i, \text{DU}_j (\text{DD}_j)}$  はそれぞれ、パラメータ  $(\epsilon_0, \omega)$  により得られた  $i$  銀行の  $j$  番目の drawup (drawdown) に関する終端時刻とその持続時間である。図 30(a) に、取引頻度が 2 番目に高い銀行のポジションのトラジェクトリを用いて、上記手法から得られ

た drawups と drawdowns で組み分けした図を示した．用いたパラメータセットは，上の図が  $(\epsilon_0, \omega) = (3, 120)$  で，下の図が  $(\epsilon_0, \omega) = (5, 300)$  である．特徴として，パラメータセットが異なる場合には異なる局所的な drawups や drawdowns が検出されるものの，大局的なトレンドを持っている場合には共通の drawups や drawdowns が検出されている．EDD により検出される取引量に関する drawups や drawdowns がどのような分布を持つかについては Appendix C.1 を参照．

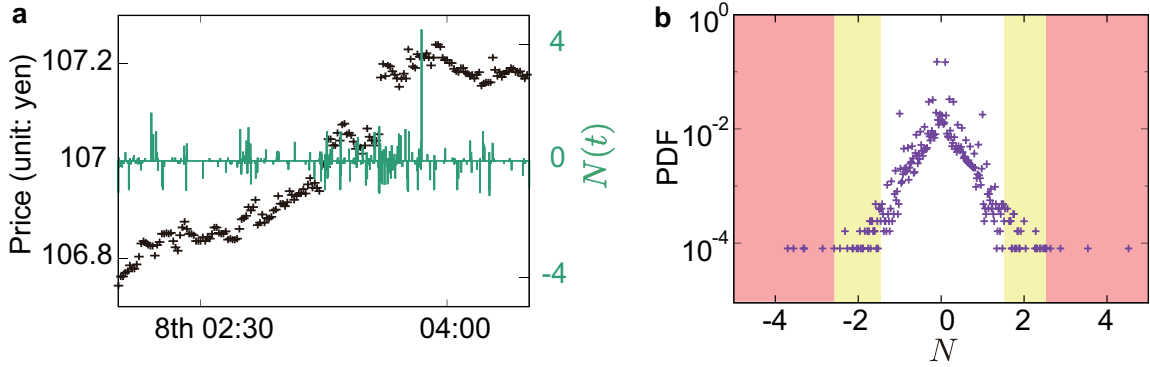


図 31. 式 (54) に基づき計算した outlier 取引を検出するシグナル  $N(t)$  の統計則 [106]．(a) シグナル  $N(t)$  (緑線) のサンプルと，ミッドプライス (黒点) の同時プロット．横軸は，2016 年 6 月 8 日の 2:10 から 4:20 (GMT)，縦軸の左は市場価格，右はシグナル  $N$  の大きさをそれぞれ表している．正 (負) のシグナルは買い (売り) 注文が行われていることを意味しており， $N(t)$  の大きさは複数銀行が大量注文を同時に入れている確率が高いことを意味している．(b) シグナル  $N$  の確率分布．本論文では，extreme outlier 取引を半透明の赤色でハイライトされている両端 0.1% のサンプルと定義し，moderate outlier 取引を，半透明の橙色でハイライトされている両端 5% のうち extreme outlier 取引を除いたものとして定義する．

次のように定義される関数を用いて上記情報を統合する．

$$N^i(t) \equiv \frac{1}{N_\epsilon} \sum_{p \in \mathcal{P}} \left( \sum_{\tau \in \mathcal{E}\mathcal{U}_p^i} \delta(t - \tau) - \sum_{\tau \in \mathcal{E}\mathcal{D}_p^i} \delta(t - \tau) \right), \quad (54)$$

$$N(t) = \sum_{i \in \mathcal{B}} N^i(t), \quad (55)$$

$$\delta(t) \equiv \begin{cases} 1 & \text{if } t = 0, \\ 0 & \text{else.} \end{cases} \quad (56)$$

ここで， $\mathcal{P}$  は用いるパラメータセット  $(\epsilon_0, \omega)$  の集合， $N_\epsilon$  は  $\mathcal{P}$  の要素の数 (本論文では  $N_\epsilon = 50$ )， $\mathcal{B}$  は解析対象となる上位 30 位までの銀行の集合である．式 (55) では，特定した

drawups, drawdowns の終端時刻に +1 のフラグを与え、各パラメータセット  $(\epsilon_0, \omega)$  ごとにフラグの平均をとっている。(式 (55)) を用いて作成した個別銀行のシグナル例を図 30(b) 参照)。そして、式 54 では銀行ごとに生成した  $N^i(t)$  を足し合わせることで解析対象となる全銀行の共通シグナルとしている。図 31(a) に、2016 年 6 月 8 日 02:10 から 04:20 の期間における、作成した全銀行の共通シグナルと市場価格の時系列を示した。左軸が価格、右軸はシグナルの強さを示している。シグナルが強いときには、複数の銀行が outlier 取引を同時に終了していることを意味している。図からわかるように、強いシグナルが検出されたときには、市場価格が一定のトレンドをもって変動していることが見て取れる。シグナルと取引価格の関係性については 6.4.4 で解析を行う。

最後に、outlier 取引のシグナル  $N(t)$  から、具体的に outlier 取引を特定する方法を述べる。上記プロセスを経て得られた outlier 取引のシグナル  $N(t)$  の頻度分布を図 31(b) に示した。ここでは  $N(t) = 0$  は頻度分布から除いている。outlier 取引はこの頻度分布の裾として定義する。本論文では、両端 0.05% のサンプル（全部で 0.1%）を extreme outlier、両端 2.5% のうち extreme outlier を除いたサンプル（全部で 4.9%）を moderate outlier と定義する。

以降の解析では、終端時刻と同時に始端時刻も用いるため、その定義方法について説明する。終端時刻が  $t$  であると仮定する。 $\mathcal{EU}_{(\epsilon_0, \omega)}^i$  および  $\mathcal{ED}_{(\epsilon_0, \omega)}^i$  から時刻  $t$  が要素にあるか探索し、ある場合には対応する持続時間を  $\mathcal{DU}_{(\epsilon_0, \omega)}^i$  および  $\mathcal{DD}_{(\epsilon_0, \omega)}^i$  から取得する。例えば時刻  $t$  に一致する終端時刻としての要素が  $\tau_{\epsilon_0, \omega}^{i, \text{DU}_j}$  であり、その持続時間が  $d_{\epsilon_0, \omega}^{i, \text{DU}_j}$  であった場合、始端時刻は  $\tau_{\epsilon_0, \omega}^{i, \text{DU}_j} - d_{\epsilon_0, \omega}^{i, \text{DU}_j}$  として定義される。異なるパラメータ  $(\epsilon_0, \omega)$  を用いると持続時間は異なりうるため、同一の終端時刻に対して複数の始端時刻が与えられうる。簡便のため以降の解析では、outlier 取引と判定された終端時刻とそれに対応する始端時刻までの一連の取引をひとまとめにしてロングコントラクトもしくはショートコントラクトといずれかとみなすものとする。具体的には、始端から終端までロングコントラクトおよびショートコントラクトの両方が契約として結ばれているものの、終端時刻の判定時に  $N(t)$  が正の場合は全体としてロングコントラクト、負の場合には全体としてショートコントラクトであると見做すものとする。

## 6.4 解析結果

6.4.1 では、ポジション管理を 2 種類の戦略、つまり、実務的な動機に基づき取引していると考えられる economic-motivated (EM) 銀行と、裁定目的で取引していると考えられる

arbitrage-motivated (AM) 銀行に分類する。6.4.2 では、ポジション管理の戦略とそれぞれの戦略のポジション情報を所与とすると 15 分後の将来価格予測が可能になることを示す。6.4.3, 6.4.4 では、ポジション管理戦略および outlier 取引を取引の意思決定を行った時間周りの市場価格の変動と関連付ける。最後の 2 項については、将来予測ではなく、事後的な統計解析であることを注記しておく。

#### 6.4.1 ポジション管理分類

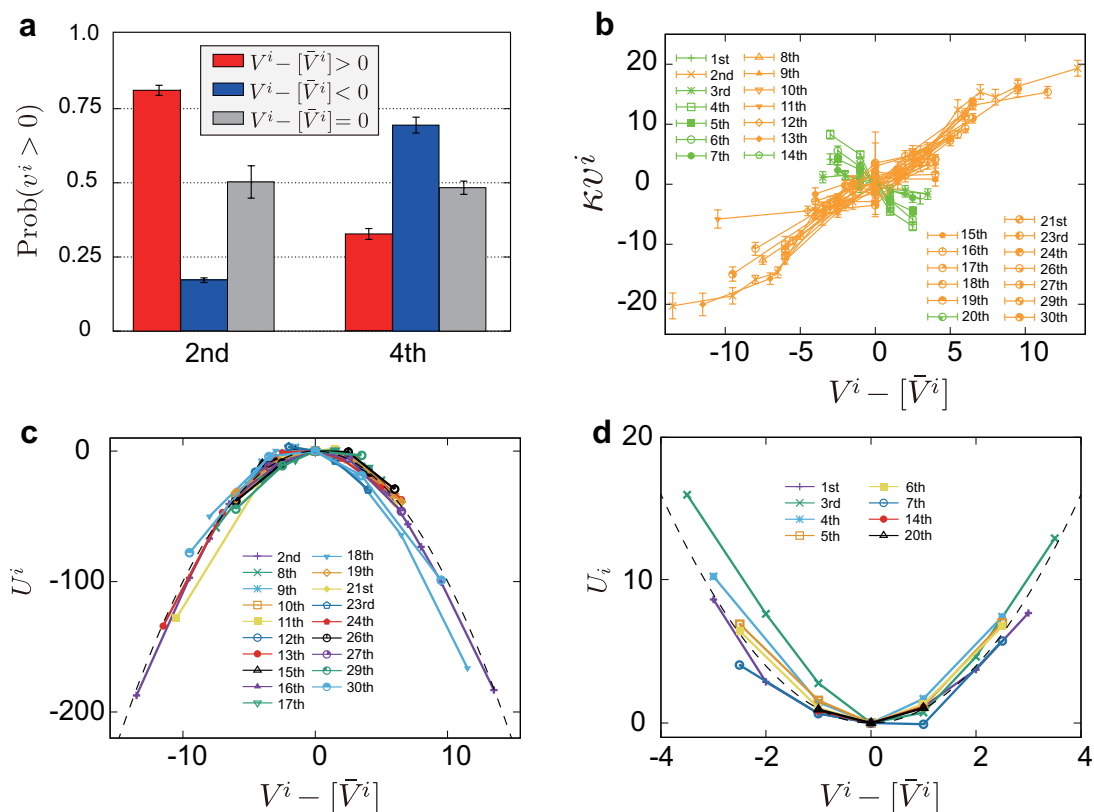


図 32. EM 銀行と AM 銀行へのポジション管理分類 [106]. (a) ポジション差分  $V^i(t) - [\bar{V}^i(t)]$  の符号で条件付けしたときの、取引頻度 2 位と 4 位の銀行が次の取引でロングコントラクトを選択する確率。差分が正のときは赤、負の時は青、0 の時は灰色で色づけた。(b) ポジション差分と次の取引量の線形関係。Gnuplot で使用されている Levenberg-Marquart アルゴリズムを用いて線形フィットとフィッティングエラーを算出し、フィッティングエラーを考慮しても傾きが正・負と判定された銀行はそれぞれ橙色・緑色で色分けした。なお、線形関係を図示するにあたり、 $V^i(t) - [\bar{V}^i(t)] = 0$  を始点として正負の方向にサンプルサイズが最低 300 個含まれるようピンを設定した。(c,d)(b) のスケーリングし積分した図。負のポテンシャル (c) と正のポテンシャル (d) がそれぞれ二次関数でよく近似されていることが見て取れる。

図 32(a) に、現在のポジション  $V^i(t)$  と過去平均ポジション  $[\bar{V}^i(t)]$  の差分（ポジション差分）の符号で条件付けしたときの、取引頻度 2 位と 4 位の銀行が次の取引でロングコントラクトを選択する確率を示した。ポジション差分が正・負・零のときをそれぞれ赤色・青色・灰色で色分けした。取引頻度 2 位の銀行は、ポジション差分が正のときは次の取引でロングコントラクトを選択する確率が約 80% でありポジションを積み増す一方、取引頻度 4 位の銀行は同条件下でロングコントラクトを選択する確率は 30% 程度であり、ポジションを減じるよう取引を行っている。この結果は、ポジション管理には、(i) 平均から乖離していくパターンと、(ii) 平均に回帰するパターンの 2 種類の戦略が存在するという仮説が建てられる。

この仮説を検証するため、図 32(b) に取引頻度上位 30 銀行について、ポジション差分  $V^i(t) - [\bar{V}^i(t)]$  と次の取引量の関係を示した。色分けについては、gnuplot の Levenberg-Marquart アルゴリズムを用いて線形フィットとフィッティングエラーを算出し、フィッティングエラーを考慮しても傾きが正・負と判定された銀行はそれぞれ橙色・緑色で表示している。傾きが正・負とも言えない 3 銀行は図から除外した。図 32(b) より、図 32(a) で示された関係は 2 銀行特有の性質ではなく、取引頻度上位の銀行に共通する性質であることがわかる。つまり、正の傾きをもつ銀行はポジションを偏らせ続けるよう取引を行い、一方で負の傾きをもつ銀行はポジションを偏らせないように取引を行う。本論文では、前者の銀行を EM 銀行、後者の銀行を AM 銀行と定義する。解析対象週である 2016 年 6 月 5 日週においては、19 銀行が EM 銀行、8 銀行が AM 銀行であり、EM 銀行、AM 銀行は全取引回数のうち 32.3% と 19.8% を占めていた。

図 32(b) の線形関係式より、以下の式のような二次関数としてのポテンシャルの存在が推測される。

$$v^i(t) = -\frac{d}{dx}U^i(x)|_{x=V^i-[\bar{V}^i]}, \quad \text{with } U^i(x) = \frac{b^i}{2\kappa}x^2. \quad (57)$$

ここで、 $b^i$  は定数であり、 $b^i$  の正・負がそれぞれ AM 銀行、EM 銀行の分類に対応している。実際、図 32(c,d) に、式 57 から図 32(b) の線形関係を  $b_i$  と  $\kappa$  を用いてスケーリングしたのち積分したポテンシャルを示した。スケーリングにあたり、図 32(b) を線形フィッティングしたときの傾きを用い、さらに式 57 のように積分したのちポテンシャルのピークを原点にシフトさせた。図 32(b,c,d) から見て取れるように、傾き  $b^i$  は銀行固有の値をとっているものの、スケーリング後の関数形は二次関数でよく近似できていることがわかる。これは、銀行のポジション管理戦略は、引力もしくは斥力に従いつつランダムに取引を行うと

いう数式モデルで表現可能であることを示唆している。

以下、負のポテンシャル (EM 銀行に対応) がもつ意味について考察を与える。[112] でも指摘されているように、銀行が大量注文を細分化し金融市場に発注していることはよく知られている取引戦略である。この戦略を多用する銀行のポジションは、ポジションの偏りをさらに大きくするよう変動するため負のポテンシャルを生じさせる。また、ストップロス注文も同様に負のポテンシャルを生じさせる戦略である [113]。ストップロス注文とは、銀行が保有しているポジションから被りうる潜在的な損失を限定するような注文方法であり、典型的には現在のポジションからの損失が許容可能な範囲におさまるよう、複数の指値注文価格に複数の指値注文を発注しておく。これらの注文は、市場価格が銀行のポジションにとって不利な価格に達したとき連続で約定されるため、ポジションが一定方向に連続して動き負のポテンシャルを生じさせる。また、もっと単純なメカニズムとして、銀行がリスクをとってポジションを積み増しているケースも考えられる。このように、負のポテンシャルを生じさせる戦略は複数通り考えられるが、図 32(b) の関係式でポジションの変動を分析した場合、戦略詳細とは関係なく同様の振る舞いをするため、複数の銀行で線形関係が観測されたものとする。

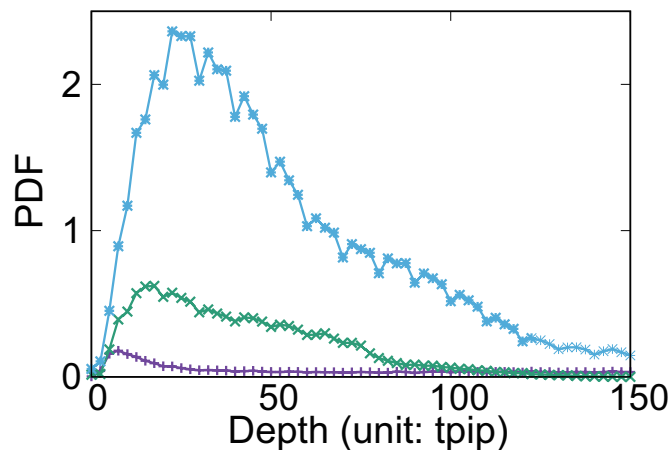


図 33. EM 銀行と AM 銀行へのポジション管理分類 [106]. (a)EM 銀行, AM 銀行, そしてポジション管理分類の対象とならなかった銀行の指値注文板の形状. それぞれ, 紫色, 緑色, そして水色で色分けされている. Depth は市場の最良価格からの価格距離を意味している. 図では Bid と Ask サイドの指値注文を平均している.

最後に、先に分類した EM 銀行と AM 銀行、そして分類対象とならなかった銀行について、平均的な指値注文板を分析する。図 32(a) は上記 3 分類した銀行について、Bid と

Ask サイドを平均した指値注文板の形状を示しており，Depth は最良価格からの価格距離を意味している．頻繁に取引を行っている EM 銀行，AM 銀行は指値注文をさほど発注しておらず，むしろ頻繁に取引しない銀行が指値注文板の形成に貢献していることがわかる．本論文では，ポジション管理分類の対象とならなかった銀行がマーケット・メーカー (market-maker) としての役割を果たしているものと定義し，MM 銀行と呼ぶことにする．

#### 6.4.2 ポジション管理分類と将来価格予測

ここでは，(i) 2 分類されたポジション管理戦略と (ii) それぞれの戦略に属する銀行のポジションについての情報が，将来価格を予測するうえでは一定の条件のもと有用であることを示す．以下では特に，EM 銀行もしくは AM 銀行全体のポジションに偏りが生じているケースに焦点をあて，将来価格予測がどの程度の精度で可能であるか検証する．

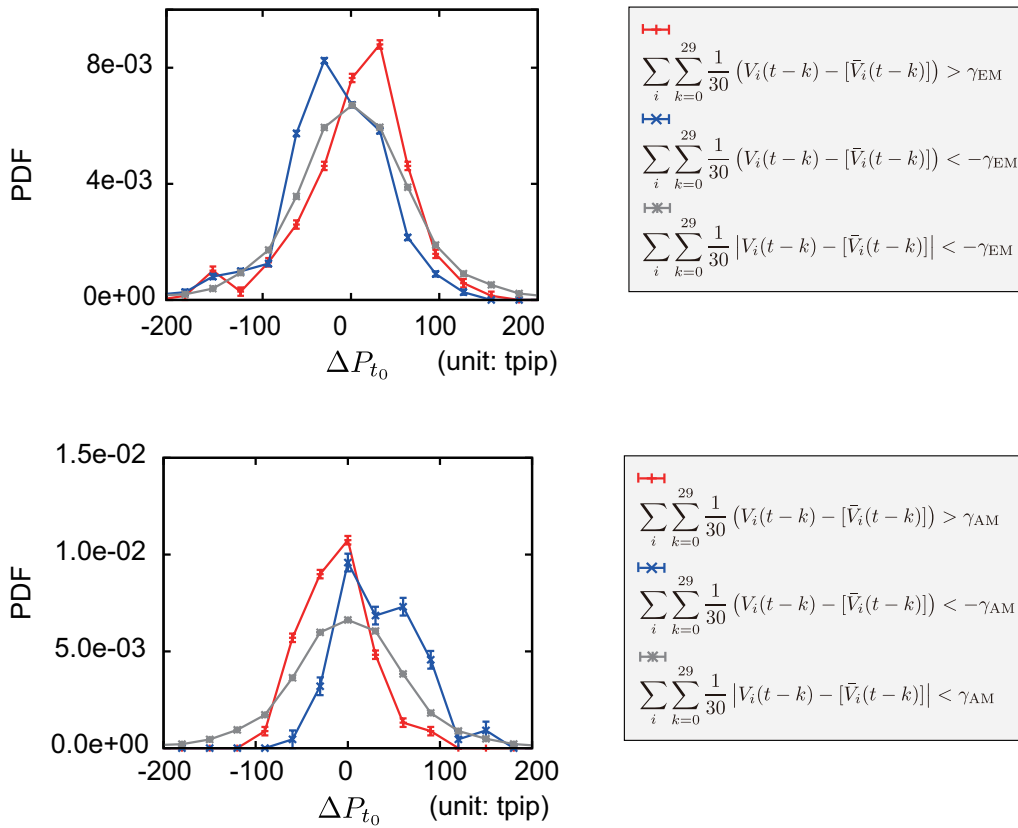


図 34. 過去 30 分において EM 銀行 (上) 及び AM 銀行 (下) のポジションの偏りが観測されたときから 15 分後の市場価格分布 [106]. 市場価格予測については, 将来価格および EM 銀行, AM 銀行のポジションデータを分刻みにサンプリングしたデータを用いて行った. 具体的には, EM 銀行もしくは AM 銀行に属する全銀行を対象として,  $\sum_{k=0}^{29} V^i(t-k) - [\bar{V}^i(t-k)]/30$  から過去 30 分における平均的なポジションの偏りを計算する. EM 銀行の場合, 平均的なポジションの偏りが閾値  $\gamma_{EM}$  を上回る, もしくは  $-\gamma_{EM}$  を下回る場合, AM 銀行の場合には閾値  $\gamma_{AM}$  を上回る, もしくは  $-\gamma_{AM}$  を下回る場合に 15 分後の将来価格をサンプリングした. 図では, 上回る場合が赤色, 下回る場合が青色, 閾値を超えない場合は灰色で色分けされている. 図では, サンプリングの条件を,  $(\gamma_{EM}, \gamma_{AM}) = (8, 6)$  と設定した. なお, 平均将来価格変化は, EM 銀行のケースでは  $4.3 \pm 3.6$  (赤色),  $-18.0 \pm 2.8$  (青色), そして  $1.3 \pm 0.8$  (灰色) tpip, AM 銀行のケースでは,  $-11.5 \pm 2.9$  (赤色),  $33.0 \pm 4.7$  (青色), そして  $0.3 \pm 0.8$  (灰色) tpip である.

図 34 の上下のパネルはそれぞれ, EM 銀行もしくは AM 銀行に分類された全銀行について合算した, 過去 30 分のポジション差分の平均が閾値を超えた時刻から見て 15 分後の市場価格分布である. 赤色, 青色, そして灰色の線はそれぞれ閾値  $\gamma_{EM(AM)}$  を上回ったケース,  $-\gamma_{EM(AM)}$  を下回ったケース, そして閾値を超えなかったケースを表している. 図より分布の形状がゆがんでおり, ピークの位置もポジション管理の方法と偏りの方向により

異なることが見て取れる。平均将来価格変化は、EM 銀行のケースでは  $4.3 \pm 3.6$  (赤色),  $-18.0 \pm 2.8$  (青色), そして  $1.3 \pm 0.8$  (灰色) tpip, AM 銀行のケースでは,  $-11.5 \pm 2.9$  (赤色),  $33.0 \pm 4.7$  (青色), そして  $0.3 \pm 0.8$  (灰色) tpip である。± は標準誤差を意味している。解析対象週である 2016 年 6 月 5 日週に特有の性質ではなことを示すため, 2015 年 9 月 13 日週のデータでも将来価格分布を解析し, 同様の偏り方をしていることを確認した。詳細については Appendix C.7 を参照されたい。

将来価格分布の歪みを生じさせるメカニズムとしては以下のものが考えられる。合算した EM(AM) 銀行のポジション差分に偏りが見られるとき, EM(AM) 銀行に分類された銀行は, 図 32(b) の関係式より, 一斉にポジションを拡大 (縮小) させようとする。例えば, EM(AM) 銀行に分類された銀行で合算したポジション差分がロングポジションのとき, 銀行が一斉に次の取引としてロングコントラクト (ショートコントラクト) を選択する確率が高くなる。銀行が一斉にロングコントラクト (ショートコントラクト) を選択した場合, 将来価格は上昇 (下降) しやすくなり, 図 34 で示した EM(AM) 銀行の正 (負) の方向への分布の歪みを生じさせる。図 34 の結果は, 将来の市場価格は, 銀行が過去の取引履歴であるポジションにより強く影響されることを示しており, 将来の市場価格を決定する要因は様々考えられるが, 一つの重要なファクターであることが言える。

#### 6.4.3 ポジション管理で条件付けしたときの取引時価格挙動

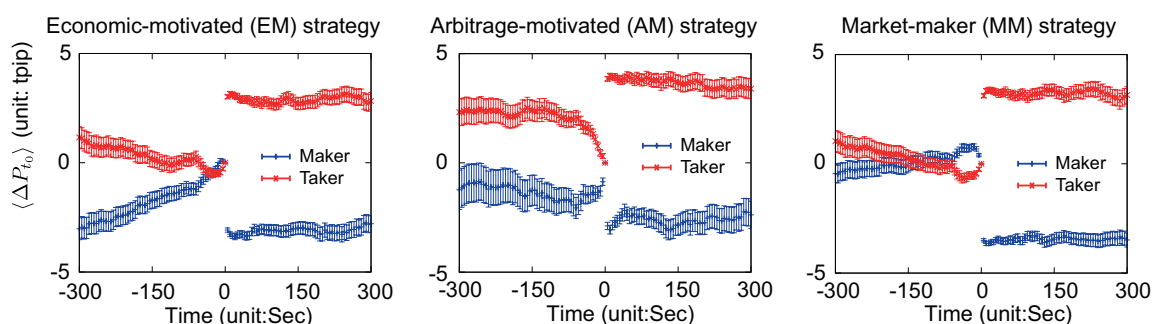


図 35. EM 銀行, AM 銀行, MM 銀行がそれぞれメーカー, テーカーとして取引した時刻 (Time = 0) 前後における市場価格の挙動 [106]. エラーバーは標準誤差を表しており,  $\langle \cdot \rangle$  はアンサンブル平均を意味している。左図より EM 銀行は価格上昇時にメーカーとして取引する傾向があり, 一方, 中央の図より AM 銀行は価格急降下時にテーカーとして取引する傾向がある。右図より MM 銀行については価格変動の特徴的な振る舞いは見られなかった。いずれの場合であっても取引後の平均的な価格挙動はフラットになっており, 今回の 3 分類 (EM 銀行, AM 銀行, MM 銀行) では, 取引戦略の巧拙については示唆を与えなかった。

6.4.1,6.4.2 では、ポジション管理戦略を分類し、分類した戦略ごとのポジションが将来価格予測に有用であることを示した。ここでは、前項までの予測と異なり、事後的に EM 銀行、AM 銀行、そして MM 銀行の取引時周りにおける価格挙動を分析し、価格挙動から各分類の特徴付けを行う。

図 35 は、銀行のポジション管理戦略で条件付けたときの、メーカーおよびテーカーとして取引したときの平均的な価格挙動である。左、中央、そして右はそれぞれ EM 銀行、AM 銀行、そして MM 銀行に対応している。ここで、価格変化は、 $t_0$  を取引時刻とし、

$$\Delta P_{t_0}(t) = \begin{cases} P(t) - P(t_0) & \text{if long contracts,} \\ P(t_0) - P(t) & \text{if short contracts,} \end{cases} \quad (58)$$

として定義した。

図よりポジション管理ごとの戦略についていくつか考察を与えることができる。EM 銀行がメーカーとして取引したときの価格変化の傾きをみると、銀行は自行が保有しようとするポジションに有利な価格変動をしているときにメーカーとして取引する傾向がある。例えば、価格上昇局面においては、ロングポジションを保有すべく Bid に注文を出し取引していることがわかる。EM 銀行が続けて同方向で取引する傾向があることを踏まえると(図 32(b))、EM 銀行の戦略としてはトレンドに追随して取引を行うことで自行のポジションに不利なマーケットインパクトを与えないよう取引しているものと考察される。一方、EM 銀行がテーカーとして取引したときの価格挙動は、傾きが緩やかでほとんど 0 に近いため、EM 銀行のテーカー戦略について取引時刻直近の価格挙動のみから考察することは難しい。

次に、AM 銀行の取引時周りの価格挙動を見てみると、AM 銀行は、自行が保有しようと考えているポジションに不利な方向に価格が急変動しているときにテーカーとして取引する傾向が見て取れる。図 32(b) で示したように、AM 銀行はポジションを偏らせないように、ロングコントラクトとショートコントラクトを交互に取引する戦略をもつことを踏まえると、先の価格挙動は以下のように考察できる。AM 銀行がショートコントラクトを  $1\$ = 101\yen$  で取引したと考える。その後、価格が急落し  $1\$ = 100\yen$  になったとしよう。AM 銀行は価格急落時にロングコントラクトとして取引し、保有しているショートポジションからの差分  $101 - 100 = 1\yen$  を利益として得ることができる。あくまで一例ではあるが、このような戦略により AM 銀行がテーカーとして取引したときの価格挙動を説明することができる。一方、AM 銀行がメーカーとして取引したときの価格挙動はほとんどフラットであるため、何

らかの考察を与えることは難しい。

MM 銀行については、テーカー、メーカーともに価格挙動がフラットとなっており、どちらの戦略についても考察を与えられない。なお、EM 銀行、AM 銀行、そして MM 銀行のいずれであっても、取引後の価格挙動がフラットになっているため、取引戦略の優位性は 3 分類について認められなかった。

#### 6.4.4 outlier 取引のマーケットインパクト

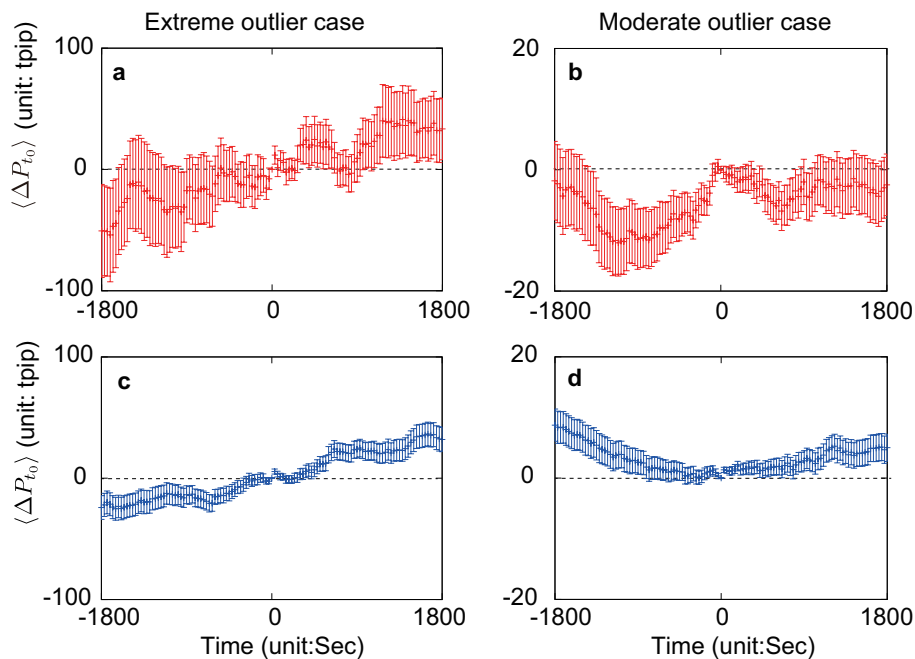


図 36. outlier 取引の終了時 (a,b) と開始時 (c,d) における平均的な価格挙動 [106]. 縦軸は価格変化, 横軸は outlier 取引終了時 (a,b) および開始時 (c,d) 前後 3 分間を表している. 取引終了時・開始時はそれぞれ図の Time = 0 に該当する. 図 (a,c) は extreme outlier 取引のケースであり, サンプルサイズはそれぞれ 12(a) と 102(c) である. 図 (b,d) は moderate outlier 取引のケースであり, サンプルサイズはそれぞれ 405(b) と 1287(d) である. エラーバーは標準誤差である. なお, 図 (a,c) の縦軸は図 (b,d) の縦軸の 5 倍大きくとっていることを注記しておく. 図より以下の 2 点を読みとれる. 1 点目は, 図 (a) より, マーケット・メーカーは extreme outlier 取引終了後も市場価格を吊り上げているが, moderate outlier 取引 (図 (b)) からはそのような傾向はみられない. 2 点目は, extreme outlier 取引開始時 (図 (c)) は, 銀行はトレンドに追随する傾向があり, 一方, moderate outlier 取引開始時 (図 (d)) は, 銀行はトレンドに逆張りする傾向がある.

図 36 は, extreme outlier 取引終了時 (a) および開始時 (c), また, moderate outlier 取引終了時 (b) および開始時 (d) の市場価格の平均挙動を示している. Time = 0 は, 図 36(a,b)

では outlier 取引終了時，図 36(c,d) では outlier 取引開始時を意味している。Time = 0 前後の価格挙動は，outlier 取引終了時もしくは開始時の市場価格からの乖離具合を表しており，サンプルサイズを十分に確保すべく，図 35 とは異なり，メーカー・テーカーの区別なく平均を取っている。

図 36(a,b) から，outlier 取引に対するマーケット・メーカーの反応について読み取れる。図 36(a) において extreme outlier 取引終了後であっても，市場価格が継続的に上昇を続けている。これはマーケット・メーカーが何らかの方法で outlier 取引を検知し，同様の取引が継続的に続いてくものと見越して利益を得るために指値注文価格を吊り上げていると考察することができる。このようなマーケット・メーカーの戦略は extreme outlier 取引のみで観測され，図 36(b) の moderate outlier 取引ではそのような傾向は見られなかった。この例からも，図 34 同様，過去の取引情報から outlier 取引を推定し，マーケット・メーカーが将来の市場価格を変化させていることがわかる。なお，Time = 0 以前では outlier 取引が行われているため，この期間において価格が上昇しているのは自明な振る舞いである。図 36(b) については Time = -1800 から Time = -1000 で価格が下降しているが，縦軸のサイズが図 36(a) の 1/5 であるため，ノイズに影響された可能性が高いと考えられる。

図 36(c,d) からは，outlier 取引を実行する銀行についての戦略が読み取れる。extreme outlier 取引を行った銀行は，マーケットのトレンドに追随する形で取引を開始している一方で，moderate outlier 取引を行った銀行はトレンドに逆らう形で取引を開始している。これは，extreme outlier 取引を行う場合には，マーケットインパクトを極力減じるように注意している一方，moderate outlier 取引では，銀行は価格が十分底値に達したと推測した時点で取引を行っていると考えられる。なお，前述した通り，Time = 0 以降では outlier 取引が始まっているため，価格が継続的に上昇していくのは自明な振る舞いである。outlier 取引終了時の指値注文板の形状については Appendix C.8 を参照されたい。

## 6.5 まとめとディスカッション

本章では，個々の銀行が過去の取引意思決定の積み重ねである（通貨）ポジションをトラッキングし，その変動パターンから，ポジション管理を 2 種類の戦略，つまり実需に基づき取引していると考えられる economic-motivated(EM) と裁定目的のために取引していると考えられる arbitrage-motivated(AM)，に分類した。EM 銀行は積極的にポジションを同一方向に積み増し，一方で，AM 銀行はポジションを偏らせないようにロングコントラクトとショートコントラクトを交互に取引する傾向が見られた。さらに，このポジション分類ごと

に合算されたポジションが十分に偏った場合、将来価格分布がポジション管理戦略により歪められることを示し、実際に 15 分後の価格の事前予測が可能であることを示した。加えて、EM 銀行もしくは AM 銀行に分類されない銀行はマーケット・メーカーとして市場に流動性を提供している傾向が強いことを示し、これらの銀行は outlier 取引を検知し、将来の市場価格を吊り上げている可能性があることを示した。

この研究では、ポジション管理を単純な 2 種類の方法に分類したが、この手法が銀行ないしトレーダの戦略を特徴づける唯一の方法ではないことを注記しておく。先行研究 [91] で述べられているように、取引戦略は過去数十年にわたって開発され、様々な需要にマッチするよう幅広く展開されている。この意味では、今回提示した手法は分類手法の大枠を示したものであり、その枠の中でさらに細分化された取引戦略分類が存在することを否定するものではない。

本章で示した研究成果は、ポジション管理戦略で条件づけられた、取引頻度の高い銀行の合算後のポジションは将来価格の情報を含んでいるといえる。先行研究 [27–30, 43, 59, 84, 89, 114] で示されているように、トレーディング戦略は、市場価格、ボラティリティ、そしてニュースなどの過去の市場情報により強く影響される。しかしながら、本章では、銀行の取引意思決定の積み重ねであるポジションについての管理戦略が将来の市場価格に強い影響を及ぼすことを示し、取引戦略と将来の市場情報は、相互に影響しあっていることが初めて実証研究として示された。

ここで、ポジション管理戦略が将来価格に影響を与えうる理由についての推測を一つ述べる。先行研究 [115] でも仮定されているように、従来の金融市場の理論研究ではトレーダや銀行が無限の資産を持っており倒産確率が無視できるものと（暗に）仮定されていた。しかし、現実のトレーダや銀行は自身の資金量からポジションの取り方に強い制約を受けているため、ポジション管理に強いモチベーションが働く。また、銀行は多くのクライアント（主には一般事業会社）を抱えており、クライアントからの大量注文を任意の時点で金融市場で捌く必要がある。理論上仮定されるように、銀行の取引戦略に何らの制約がなければ将来価格が予測不可能であるはずのところ、専門家である銀行の将来価格の見通しとは無関係なビジネス上の制約や需要を満足させる必要性から、銀行側の意図しないところで上記のような取引戦略が将来の市場価格分布に強い影響を与えてしまっている可能性がある。

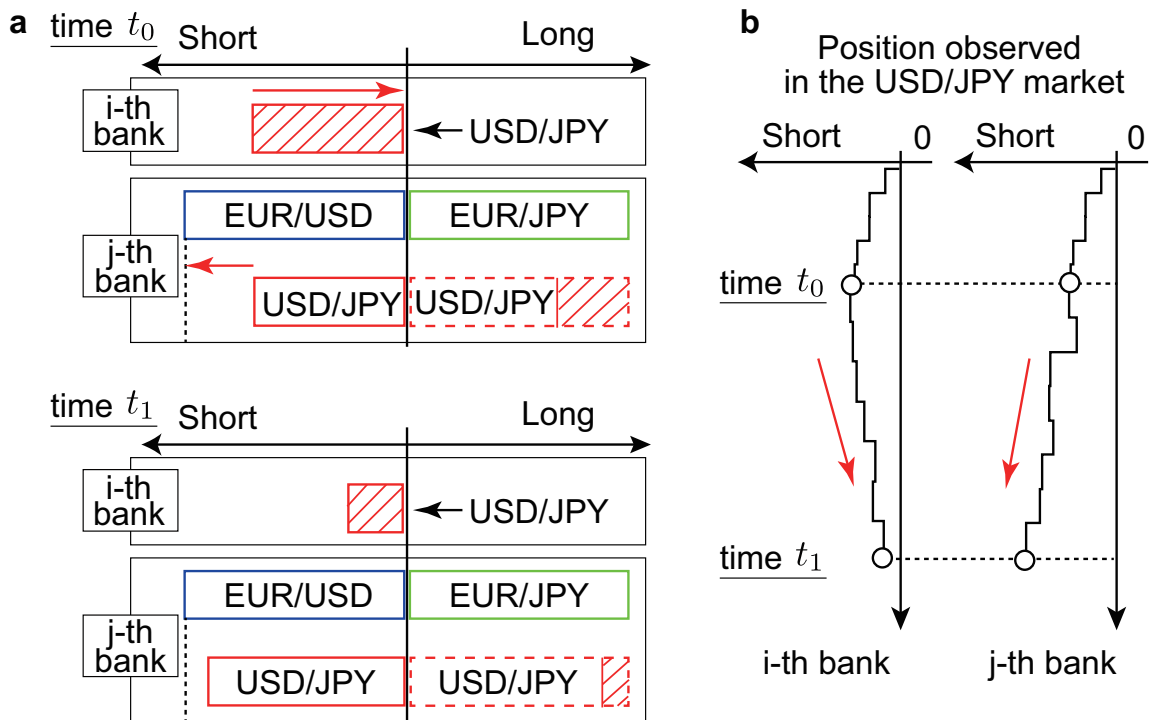


図 37. 銀行のエクスポージャ管理と通貨ペアの関係の概略図 [106]. (a) 時刻  $t_0$  (上図) と時刻  $t_1$  (下図) における  $i$  番目と  $j$  番目の銀行のポジション. 横軸はポジションを表している. ここで,  $i$  番目と  $j$  番目の銀行が時刻  $t_0$  において同量の USD/JPY のショートポジション (赤色) を持っており,  $j$  番目の銀行はさらに EUR/USD でショートポジション (青色), EUR/JPY においてロングポジション (緑色) を保有している状況を考える. このとき,  $j$  番目の銀行は, EUR/USD と EUR/JPY のマーケットのポジションから USD/JPY マーケットのポジションを合成することができるため (indirect ポジション, 図中赤の斜線に対応), 3 通貨のポジションを同時に管理することができる (詳細は本文参照). indirect ポジションと, USD/JPY で直接保有しているポジションを考慮すると,  $j$  番目の銀行が抱えている通貨エクスポージャはこれらのポジション差分である (図中四角の赤線). ここで,  $i$  番目と  $j$  番目の銀行が平均的には銀行の抱えているエクスポージャを減じる方向に取引を行うと仮定する. USD/JPY マーケットにおいて,  $i$  番目の銀行はエクスポージャを減じるためにロングコントラクトを新規に結ぼうとし, 一方  $j$  番目の銀行は反対にショートコントラクトを結ぼうとする. これにより, 図中  $t_1$  で示すように, 銀行  $i, j$  ともに通貨エクスポージャを減じることができる. (b) USD/JPY マーケットにおける,  $i$  銀行 (左) と  $j$  銀行 (右) のポジション推移. 時刻  $t_0$  で USD/JPY マーケットにおいて同量のポジションを抱えているにも関わらず, 時刻  $t_0$  以降のポジションの推移は管理している通貨ペアの数によって異なりうる. 複数通貨ペアを同時にリスク管理している  $j$  番目の銀行は, 通貨エクスポージャを減じようとしているにも関わらず, USD/JPY マーケットのポジション推移だけ観測すると, ポジションが 0 から乖離していく様子がわかる.

ここで、過去平均ポジションの詳細についてもう少し詳しく議論しておこう。そのために、まずは通貨エクスポージャとポジション推移について想定される関係性を述べることにする。図 29(a) より、取引頻度 2 位の銀行はポジションを大きく正負に偏らせる一方、取引頻度 4 位の銀行はほとんど 0 近傍にポジションをとどめている。このような違いが生じる理由の一つに、銀行が同時にポジション管理する通貨数の違いがある。これを説明するために、図 37(a) に通貨を 1 種類 (USD/JPY) のみポジション管理している  $i$  銀行と、通貨を 3 種類 (USD/JPY, EUR/USD, そして EUR/JPY) まとめてポジション管理している  $j$  銀行の時刻  $t_0$  と  $t_1$  におけるポジションのプロファイルの概略図を示した。横軸は、ポジションの大きさで、左がショートポジション、右がロングポジションを意味している。この概略図において、以下の 2 点を仮定する。

1.  $i$  銀行、 $j$  銀行ともに時刻  $t_0$  では同量の USD/JPY のポジション（赤線）を保有しており、 $j$  銀行は追加で EUR/USD のショートポジションと EUR/JPY のロングポジションを保有している。
2. 平均的には、いずれの銀行も急激な価格変動リスクをさけるため通貨エクスポージャを削減するよう管理している。

例えば  $i$  銀行のようにポジションを 1 通貨のみで管理している場合、1 通貨のポジションが実際の通貨エクスポージャを表しており、そのためポジション推移をみると、図 29(b) の左のように 0 近傍で推移していると想定される。しかしながら、 $j$  銀行のように複数通貨をまとめてポジション管理している場合には話が少し変わってくる。

まず、“複数通貨をまとめてポジション管理する” という意味について確認しておこう。ポイントとなるのは、一定の条件下では、EUR/USD と EUR/JPY のポジションは、USD/JPY のポジションと見做すことができることである。以下具体例を用いて説明する。 $j$  銀行が EUR/USD 市場において  $1\text{USD}=1\text{EUR}$  でショートコントラクトを結び、EUR/JPY 市場において  $1\text{EUR}=130\text{JPY}$  でロングコントラクトを結んだとする。言い換えれば、 $j$  銀行は 1USD を支払い 1EUR を購入したと同時に、1EUR 支払い 130JPY を購入したことになる。このふたつのコントラクトは、1USD 支払い 130JPY を購入するという、USD/JPY 市場におけるひとつのロングコントラクトとみなすことができる。このような、2 種類の通貨から合成されるポジションをここでは合成ポジションと呼ぶことにする。詳細については、[116–118] 参照。この USD/JPY 市場における合成ポジションの存在により、 $j$  銀行が実際に管理すべき通過エクスポージャは、USD/JPY 市場で直接契約したショー

トコントラクトからなるポジションではなく、このショートコントラクトと合成されたロングポジションの差分となる(図 37(a)の赤斜線部分)。銀行は平均的には通貨エクスポージャを削減するようにポジションを管理すると仮定したことを思い出すと、 $j$ 銀行は、むしろショートコントラクトをさらに結ぶことで、合成ポジションを考慮した通貨エクスポージャを削減することができる(図 37(b)の時刻  $t_1$  のポジションプロファイル参照)。このとき、USD/JPY 市場のみのデータからみた  $j$ 銀行のポジション推移は、通貨エクスポージャを削減するような取引戦略を持っているにも関わらず 0 から離れていく方向にトラジェクトリが推移していくことになる。

このような通貨エクスポージャとポジション推移の関係性を仮定したとき、過去平均ポジションは為替市場で直接保有したポジションから除かれるべき合成ポジションに対応していると考察できる。上記仮定より、銀行が通貨エクスポージャを削減するようポジションを調整している場合には、マーケットで直接保有したポジションは合成ポジション周りで揺らいでいるだろうことを踏まえると、過去直近のポジション平均は、合成ポジションを推定するにあたりよい見積もりであると考えられる。これが本章で示したポジション管理分類が上手くいった理由のひとつと言える。なお、6.3 では、全 30 銀行について、現在のポジションから過去平均ポジションを除いた量を用いてポジション管理の分類を行った。これは、上記考察を踏まえると、1 通貨のみでポジション管理をしている銀行についても合成ポジションを除いていることになる。しかし、1 通貨でポジション管理している銀行の過去平均ポジションは 0 近傍で揺らぐため、分類にあたり不必要なバイアスが含まれている可能性は少ないと考えられる。

前述の考察では、ポジション管理を分類するにあたり、USD/JPY とその他の JPY 関連の通貨ペアの取引頻度の違いを暗に用いている。USD/JPY が JPY 関連通貨ペアの中でもっとも流動性が高いことを踏まえると、銀行は、例えば UER/JPY などよりも、USD/JPY を頻繁に用いてポジションを管理すると考えられる、これにより、USD/JPY マーケットにおけるポジション差分への銀行の応答からポジション管理戦略を推定することができる。しかしながら、前述の理由により、例えば EUR/JPY マーケットなど、流動性の低い通貨市場におけるポジション差分への銀行の応答を解析したところで同様の結果を期待するのは難しいと考える。

ポジション管理戦略ごとに把握したポジションの偏りから将来の市場価格を予測できるという結果は、トレーディング戦略として将来的に実務で実装可能かという疑問を抱くのは当然だろう。実際、この戦略で見込まれる収益を考えると、本章で示したような金融市場の

非効率性のシグナルを狙い撃ちするアルゴリズムを構築するのに多くの時間と労力を割くことも考えられる。仮にリアルタイムでのシグナル検出に成功した場合、本章で示した統計的性質は以後観測されなくなる可能性が高い。なぜなら統計的性質が観測されている間は裁定機会を得ることが可能であり、その裁定機会が消滅するまで銀行が次々と戦略実装を行うからである。しかしながら、本章のポジションの偏りと将来価格の関係性を解析にあたり、我々が用いたデータセットは学術目的のために特別に使用を許可されたデータであり、実際のトレーダがリアルタイムで使用することはできないことを注記しておきたい。今回の発見はマーケットインパクトやポジション管理戦略の頑健な分類を行う上で有用であるものの、リアルタイムでのトレーディング戦略をすぐに実装可能とするものではないが、当然、今回の研究から派生した方法でリアルタイムの戦略実装の余地は残されていると考えている。それゆえ、この論文が出版された後のデータセットを用いて同様の解析を行い、統計則がどう更新されたかを確認するのは興味深い実験であろう。

本章では、ポジション管理戦略を分類するにあたり過去平均ポジションを用いており、さらにポジション差分（現在のポジションと過去平均ポジションの差分）のダイナミクスに二次関数としてのポテンシャルが働いていることを示した。これより、PUCK モデルを用いてより詳細な時間スケールでポジション管理戦略を解析することが考えられる。PUCK モデルでは、価格時系列を対象として、過去の移動平均価格と現在の価格との差を用いて、逐次的に正・負両方のポテンシャルの検出を行うことができる。市場価格とはトレーディング戦略同士のインタラクションにより形成されるものであり、ミクロコピックレベルのトレーディング戦略と、マクロコピックレベルの市場価格に共通の性質があることは不思議ではない。今後の課題として、この繋がりを示すことを考えている。

今回の解析では、実際のトレーダが使うことのできない特別仕様の銀行 ID つきトレーディングログを用いて解析を行った。EBS において実際の実際のトレーダが参照できるデータは、(i) 直近の取引価格、(ii) 10 番目までの板の注文量と注文数であるので、これらのデータから似たような解析結果を再現できるかを試みるのも将来の課題として重要であると考えられる。

## 7 まとめと課題

### 7.1 本論文のまとめ

本論文では、近年利用可能となったトレーダ個人の注文履歴をトラッキングできるデータを用いて、トレーダの注文戦略を明らかにし、マイクロ階層たるトレーダの注文戦略が金融市場の需給を表すメゾ階層の指値注文板や、マクロ階層の取引価格の統計則とどのように関連しているかを明らかにした。

3章では、トレンドと呼ばれる、過去の取引価格変化に対してトレーダの指値注文変化に固有の関数形のパターンが見られることを明らかにした。この関数形を出発点とし、金融市場の需給を表す指値注文板、および取引価格差の分布を数値計算および解析計算より求めたところ、データ解析の結果と矛盾なく整合することを明らかにした。

第1章では、金融市場の研究の歴史と、近年盛んに行われ始めた個々のトレーダの注文戦略に焦点を当てた解析が必要とされつつある経緯について述べ、先行研究を網羅的に概観し、本論文の位置づけについて論じた。

第2章では、本論文で研究対象となる外国為替市場の全般的な性質について述べ、使用するデータの仕様について説明した。

4章では、3章で検証した指値注文の形状について、特に Ask 側と Bid 側の時間帯ごとの釣り合いについて検証した。1日を4時間ごとに6分割し、各時間帯において、Ask 側と Bid 側の注文量の組み合わせについて同時確率分布を計算し、正規分布によりこの同時確率分布を近似できることを示した。さらに、6分割した時間帯ごとに近似した正規分布のパラメータを求め、平均値と分散に時間帯に特有のパターンがあること、さらに取引量の推移との関係において、平均値は負の順位相関、分散は正の順位相関を持つことを示した。

5章では、3章を拡張し、トレンドに対してどのようにトレーダが応答しているかという点に着目することで、トレーダのトレンド参照時間から戦略をクラスタリングした。そのクラスタリングに基づき、各クラス条件付きの指値注文板の形状がトレンドの参照時間の長短により特有の構造を持つこと、また成行注文の失敗確率がトレンドへの応答パターンと強い相関を持つことを明らかにした。更に、指値注文と成行注文の戦略の組み合わせから戦略分布を作成し、金融市場で頻繁に取引をしているメインの戦略を特定し、またトレーダが指値注文もしくは成行注文のどちらかに特化した戦略を持っていることを示した。

6章では、ポジション管理と呼ばれる、過去の取引量の偏りを調整する戦略に着目し、ポ

ポジション管理と将来価格ダイナミクスの関係について解析を行った。ここでは、実際取引に至った注文に着目し、過去の取引量の偏りと将来の取引量の間には正・負の線形相関があることを明らかにした。そして、この線形相関の符号を用いて戦略をクラスタリングし、クラスタリングされた銀行全体の偏りが大きくなった場合には、将来価格が予測可能になることを示した。さらに、outlier 取引と呼ばれる大口の注文に着目し、マーケット・メーカーが大口注文を予測し指値注文価格を吊り上げていることも明らかにした。

## 7.2 今後の課題

今後の主な研究課題としては、以下の3点が挙げられる。

### 1. 本研究で明らかになった戦略を有する為替シミュレータの構築

序論で述べた通り、近年の金融市場の研究では、個々のトレーダの取引戦略の多様性から金融市場の価格変動についての理解を深める market ecology という考え方が注目されている。market ecology に基づき金融市場の理解を進める一つの方法として、データ解析により明らかになった戦略をもとに人工的に金融市場を構築し、その戦略パラメータを調整することで、取引価格の変動にどのような影響があるかをシミュレーションをもとに調べる研究が考えられる。そこで、本研究で明らかになったトレンドフォロワーとポジション管理についてトレーダの戦略多様性をエージェントに与え、その戦略を採用するトレーダ・銀行の比率を調整したり、戦略自体の特徴的なパラメータを調整することで、取引価格変化の統計則にどのような寄与を与えるかを調べることができる。

例えば本論文で、ポジション管理戦略は、同方向にポジションを積み増す EM 銀行と、ポジションを釣り合っている状態に引き戻す AM 銀行という2種類の銀行の存在が明らかになった。この2種類の戦略を採用する銀行をシミュレーションで与えたとき、EM 銀行の比率を高めることで同方向の取引が連続し取引価格変動が大きくなると考えられる一方、AM 銀行の比率を高めた場合には、売り買いの需要が交互に生じるため、取引価格変動は小さくなると考えられる。これにより、先行研究 [24] で指摘された、金融市場の取引価格変動の大きさが時間帯により異なる現象を説明する一つの仮説を立てることができる。このように、人工市場を構築し、市場のパラメータを調整することで、トレーダの戦略比率ないし戦略パラメータから金融市場の理解を進めることができ、ゆくゆくは暴騰・暴落を引き起こすような戦略ないし戦略の組み合

わせを特定することができると思われる。

## 2. 複数の為替市場を跨ぐ戦略の特定

本研究では、多様なトレーダの戦略を特定するうえで、USD/JPY 市場に焦点を当てて解析を行った。しかし、現実の外国為替市場では、本研究で対象とした USD/JPY 市場だけでなく、取引規模の大小併せて数十種類に及ぶ様々な通貨ペアが存在する。そのため、一つの市場で閉じた戦略だけでなく、複数市場に跨ぐ戦略も存在してしかるべきと考えられる。このような外国為替市場特有の性質を考慮すると、今後の課題として、複数市場を跨ぐ取引戦略が取引価格変動にどのような影響を及ぼしているかを研究する必要があると考えられる。

一つの案として、三角裁定戦略と呼ばれる戦略の研究が考えられる [119]。三角裁定戦略とは、例えば、USD/JPY, EUR/USD, EUR/JPY の 3 通貨を対象とした時、USD/JPY 市場でドル買い、円売りを行い、EUR/USD 市場でドル売り、ユーロ買いを行う。USD/JPY 市場と EUR/USD 市場での一連の取引をまとめると、ユーロ買いの円売りをすることができる。この一連の取引で間接的に取引を行った場合のユーロと円の交換レートと、EUR/JPY 市場で直接取引を行った場合のユーロと円の交換レートを比較し、間接取引でユーロを購入（売却）し、直接取引でユーロを売却（購入）することで即座に利益を出す戦略を三角裁定戦略と呼ぶ。この戦略の存在により、外国為替市場における交換レートは他通貨市場の交換レートと強い相関をもって変動していると言われている。market ecology に立脚した金融市場の取引価格変動の理解を進めるためには、実際の市場で明瞭に観測されている相関関係を考慮する必要がある。そのため、三角裁定戦略などの複数市場を跨ぐ戦略が、どのようなメカニズムから他市場の相関を形成しているのかを明らかにすることは重要な今後の課題であると考えられる。

## 3. 不安定な金融市場における統計則の破れ

本論文では、比較的取引価格時系列が安定的に振舞っていた 2016 年 6 月 5 日週のデータを用いて解析を行った。しかし、金融市場が不安定化するときには、この週に観測されたトレーダの取引戦略のうちいくつかの統計則は破れているものと考えられる。そのため、金融市場が不安定化した時期のデータが入手できた場合には、本論文と同様の解析を行い、どの戦略がどのように破れているかを解析するのは今後の課題として重要であると認識している。このような研究を行うことで、今後の課題の 1 番目に挙げた、金融市場の暴騰・暴落につながりうる戦略ないし戦略の組み合わせの特

定に有用な知見をもたらすことができると考えている。

## 参考文献

- [1] L. Bachelier. Théorie de la spéculation. In *Annales scientifiques de l'École normale supérieure*, volume 17, pages 21–86, 1900.
- [2] E. F. Fama. *The journal of business*, 36(4):420–429, 1963.
- [3] H. Markowitz. *The journal of finance*, 7(1):77–91, 1952.
- [4] F. Modigliani and M. H. Miller. *The American*, 1:3, 1958.
- [5] J. L. Treynor. *Time, and Risk (August 8, 1961)*, 1961.
- [6] W. F. Sharpe. *The journal of finance*, 19(3):425–442, 1964.
- [7] J. Lintner. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. In *Stochastic optimization models in finance*, pages 131–155. Elsevier, 1975.
- [8] J. Mossin. *Econometrica: Journal of the econometric society*, pages 768–783, 1966.
- [9] J. Tobin. *The review of economic studies*, 25(2):65–86, 1958.
- [10] B. G. Malkiel and E. F. Fama. *The journal of Finance*, 25(2):383–417, 1970.
- [11] R. S. Hamada. *The journal of finance*, 27(2):435–452, 1972.
- [12] F. Black and M. Scholes. *Journal of political economy*, 81(3):637–654, 1973.
- [13] D. Kahneman and A. Tversky. *Econometrica*, 47(2):363–391, 1979.
- [14] E. F. Fama and K. R. French. *Journal of financial economics*, 33(1):3–56, 1993.
- [15] B. B. Mandelbrot. The variation of certain speculative prices. In *Fractals and scaling in finance*, pages 371–418. Springer, 1997.
- [16] N. Wiener. *Journal of Mathematics and Physics*, 2(1-4):131–174, 1923.
- [17] R. C. Merton. *Journal of financial economics*, 3(1-2):125–144, 1976.
- [18] J. C. Cox and S. A. Ross. *Journal of financial economics*, 3(1-2):145–166, 1976.
- [19] J. C. Cox and S. A. Ross. *The Journal of Finance*, 31(2):383–402, 1976.
- [20] R. F. Engle. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pages 987–1007, 1982.
- [21] T. Bollerslev. *Journal of econometrics*, 31(3):307–327, 1986.
- [22] J.-P. Bouchaud, M. Mézard, M. Potters, et al. *Quantitative finance*, 2(4):251–256, 2002.
- [23] S. Maslov. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 278(3-4):571–578,

- 2000.
- [24] K. Yamada, H. Takayasu, T. Ito, and M. Takayasu. *Physical Review E*, 79(5):051120, 2009.
  - [25] M. G. Daniels, J. D. Farmer, L. Gillemot, G. Iori, and E. Smith. *Physical review letters*, 90(10):108102, 2003.
  - [26] E. Smith, J. D. Farmer, L. s. Gillemot, S. Krishnamurthy, et al. *Quantitative finance*, 3(6):481–514, 2003.
  - [27] M. Tumminello, F. Lillo, J. Piilo, and R. N. Mantegna. *New Journal of Physics*, 14(1):013041, 2012.
  - [28] M. Grinblatt and M. Keloharju. *Journal of financial economics*, 55(1):43–67, 2000.
  - [29] F. Lillo, S. Miccichè, M. Tumminello, J. Piilo, and R. N. Mantegna. *Quantitative Finance*, 15(2):213–229, 2015.
  - [30] F. Musciotto, L. Marotta, J. Piilo, and R. N. Mantegna. *Palgrave Communications*, 4(1):92, 2018.
  - [31] J.-F. Boilard, K. Kanazawa, H. Takayasu, and M. Takayasu. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 509:1152–1161, 2018.
  - [32] D. Challet and R. Stinchcombe. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 300(1-2):285–299, 2001.
  - [33] Y. Yura, H. Takayasu, D. Sornette, and M. Takayasu. *Physical Review Letter*, 112(9):098703, 2014.
  - [34] Y. Yura, H. Takayasu, D. Sornette, and M. Takayasu. *Physical Review E*, 92(4):042811, 2015.
  - [35] I. Zovko, J. D. Farmer, et al. *Quantitative finance*, 2(5):387–392, 2002.
  - [36] S. Alfarano, T. Lux, and F. Wagner. *Computational Economics*, 26(1):19–49, 2005.
  - [37] H. Takayasu, H. Miura, T. Hirabayashi, and K. Hamada. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 184(1-2):127–134, 1992.
  - [38] M. Takayasu, T. Mizuno, and H. Takayasu. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 370(1):91–97, 2006.
  - [39] K. Watanabe, H. Takayasu, and M. Takayasu. *Physical Review E*, 80(5):056110, 2009.
  - [40] T. Chordia, R. Roll, and A. Subrahmanyam. *Journal of Financial economics*,

- 65(1):111–130, 2002.
- [41] G. Erenburg and D. Lasser. *Review of Financial Economics*, 18(4):172–182, 2009.
- [42] W. S. Chan. *Journal of Financial Economics*, 70(2):223–260, 2003.
- [43] T. Odean. *The Journal of finance*, 53(5):1775–1798, 1998.
- [44] A. Frazzini. *The Journal of Finance*, 61(4):2017–2046, 2006.
- [45] M. Tumminello, S. Micciche, F. Lillo, J. Piilo, and R. N. Mantegna. *PloS one*, 6(3):e17994, 2011.
- [46] R. W. Sias. *Journal of Financial Research*, 20(2):211–229, 1997.
- [47] B. Lauterbach and U. Ben-Zion. *The Journal of Finance*, 48(5):1909–1925, 1993.
- [48] M. E. Blume, A. C. MacKinlay, and B. Terker. *The Journal of Finance*, 44(4):827–848, 1989.
- [49] C. M. Lee. *Journal of Accounting and Economics*, 15(2-3):265–302, 1992.
- [50] Janan exchange group. <https://www.jpjx.co.jp/markets/statistics-equities/monthly/index.html>. Accessed: 2019-07-18.
- [51] Sapporo securities exchange. <https://www.sse.or.jp/market/daily>. Accessed: 2019-07-18.
- [52] Nagoya securities exchange. <http://www.nse.or.jp/market/statistics/monthly/>. Accessed: 2019-07-18.
- [53] Fukuoka securities exchange. <https://www.fse.or.jp/statistics/turnover.php>. Accessed: 2019-07-18.
- [54] Pts information network. <http://pts.offexchange2.jp/ptsinfo/>. Accessed: 2019-07-18.
- [55] Ebs dealing rules. <https://www.cmegroup.com/trading/market-tech-and-data-services/files/ebs-dealing-rules-appendix-ebs-market.pdf>. Accessed: 2019-08-03.
- [56] A. S. Kyle. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pages 1315–1335, 1985.
- [57] P. Bak, M. Paczuski, and M. Shubik. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 246(3-4):430–453, 1997.
- [58] T. Lux and M. Marchesi. *Nature*, 397(6719):498, 1999.
- [59] K. Kanazawa, T. Sueshige, H. Takayasu, and M. Takayasu. *Physical review letters*,

- 120(13):138301, 2018.
- [60] A. Einstein. *Phys*, 17:549, 1905.
  - [61] S. Chapman, T. G. Cowling, and D. Burnett. *The mathematical theory of non-uniform gases: an account of the kinetic theory of viscosity, thermal conduction and diffusion in gases*. Cambridge university press, 1990.
  - [62] N. G. Van Kampen. *Stochastic processes in physics and chemistry*, volume 1. Elsevier, 1992.
  - [63] E. Bertin, M. Droz, and G. Grégoire. *Physical Review E*, 74(2):022101, 2006.
  - [64] N. V. Brilliantov and T. Pöschel. *Kinetic theory of granular gases*. Oxford University Press, 2010.
  - [65] C. Van den Broeck, R. Kawai, and P. Meurs. *Physical review letters*, 93(9):090601, 2004.
  - [66] C. Van den Broeck and R. Kawai. *Physical review letters*, 96(21):210601, 2006.
  - [67] D. Helbing. *Reviews of modern physics*, 73(4):1067, 2001.
  - [68] A. Schadschneider, D. Chowdhury, and K. Nishinari. *Stochastic transport in complex systems: from molecules to vehicles*. Elsevier, 2010.
  - [69] I. Prigogine and R. Herman. Kinetic theory of vehicular traffic. Technical report, 1971.
  - [70] J. D. Farmer, P. Patelli, and I. I. Zovko. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 102(6):2254–2259, 2005.
  - [71] R. N. Mantegna and H. E. Stanley. *Nature*, 376(6535):46, 1995.
  - [72] R. N. Mantegna and H. E. Stanley. *Introduction to econophysics: correlations and complexity in finance*. Cambridge university press, 1999.
  - [73] P. Gopikrishnan, V. Plerou, L. A. N. Amaral, M. Meyer, and H. E. Stanley. *Physical Review E*, 60(5):5305, 1999.
  - [74] D. M. Guillaume, M. M. Dacorogna, R. R. Davé, U. A. Müller, R. B. Olsen, and O. V. Pictet. *Finance and stochastics*, 1(2):95–129, 1997.
  - [75] F. M. Longin. *Journal of business*, pages 383–408, 1996.
  - [76] A. B. Schmidt. *Available at SSRN 1984070*, 2012.
  - [77] T. Hendershott, C. M. Jones, and A. J. Menkveld. *The Journal of Finance*, 66(1):1–33, 2011.

- [78] A. J. Menkveld. *Journal of Financial Markets*, 16(4):712–740, 2013.
- [79] EBS. Ebs, 2015.
- [80] Y. Lempérière, C. Deremble, P. Seager, M. Potters, and J.-P. Bouchaud. *arXiv preprint arXiv:1404.3274*, 2014.
- [81] E. A. Novikov. *Sov. Phys. JETP*, 20(5):1290–1294, 1965.
- [82] W. Horsthemke. Noise induced transitions. In *Non-Equilibrium Dynamics in Chemical Systems*, pages 150–160. Springer, 1984.
- [83] R. F. Fox. *Physical Review A*, 33(1):467, 1986.
- [84] K. Kanazawa, T. Sueshige, H. Takayasu, and M. Takayasu. *Physical Review E*, 98(5):052317, 2018.
- [85] T. Lux. *Applied financial economics*, 6(6):463–475, 1996.
- [86] F. Slanina. *Essentials of econophysics modelling*. OUP Oxford, 2013.
- [87] T. Sueshige, K. Kanazawa, H. Takayasu, and M. Takayasu. Time-variation of imbalance of order book in foreign exchange market. In *Proceedings of the Asia-Pacific Econophysics Conference 2016-Big Data Analysis and Modeling toward Super Smart Society-(APEC-SSS2016)*, page 011008, 2017.
- [88] R. A. Lodder and G. M. Hieftje. *Applied spectroscopy*, 42(8):1500–1512, 1988.
- [89] T. Sueshige, K. Kanazawa, H. Takayasu, and M. Takayasu. *PloS one*, 13(12):e0208332, 2018.
- [90] J. D. Farmer. *Industrial and Corporate Change*, 11(5):895–953, 2002.
- [91] J. D. Farmer and S. Skouras. *Quantitative Finance*, 13(3):325–346, 2013.
- [92] C. H. Hommes. *Handbook of computational economics*, 2:1109–1186, 2006.
- [93] R. Cont and J.-P. Bouchaud. *Macroeconomic dynamics*, 4(2):170–196, 2000.
- [94] D. S. Grebenkov and J. Serror. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 394:288–303, 2014.
- [95] J. D. Hamilton. *Journal of econometrics*, 45(1-2):39–70, 1990.
- [96] J. Brogaard et al. *Northwestern University Kellogg School of Management Working Paper*, 66, 2010.
- [97] P. J. Rousseeuw. *Journal of computational and applied mathematics*, 20:53–65, 1987.
- [98] U. Securities, E. Commission, et al. *Federal Register*, 75(13):3594–3614, 2010.

- [99] A. Boulatov and T. J. George. *The Review of Financial Studies*, 26(8):2096–2137, 2013.
- [100] J. Xie. *International Journal of Law, Crime and Justice*, 47:106–120, 2016.
- [101] T. H. McNish, D. K. Ding, C. S. Pyun, and U. Wongchoti. *International review of financial analysis*, 17(2):312–329, 2008.
- [102] S. J. Grossman and M. H. Miller. *the Journal of Finance*, 43(3):617–633, 1988.
- [103] A. J. Menkveld. *Annual Review of Financial Economics*, 8:1–24, 2016.
- [104] halo finance. Fed rate hikes on hold. <https://www.halofinancial.com/news/currency-insights/june-2016/daily-currency-insight-7th-june-2016>. Accessed: 2019-08-03.
- [105] E. Moro, J. Vicente, L. G. Moyano, A. Gerig, J. D. Farmer, G. Vaglica, F. Lillo, and R. N. Mantegna. *Physical Review E*, 80(6):066102, 2009.
- [106] T. Sueshige, D. Sornette, H. Takayasu, and M. Takayasu. *PloS one*, XX(XX):XX, 2019.
- [107] T. Mizuno, H. Takayasu, and M. Takayasu. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 382(1):187–192, 2007.
- [108] A. Johansen and D. Sornette. *Journal of Risk*, 4:69–110, 2002.
- [109] V. Filimonov and D. Sornette. *Chaos, Solitons & Fractals*, 74:27–45, 2015.
- [110] A. Johansen and D. Sornette. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 1(2):141–143, 1998.
- [111] J.-C. Gerlach, G. Demos, and D. Sornette. *arXiv preprint arXiv:1804.06261*, 2018.
- [112] B. Tóth, Y. Lempriere, C. Deremble, J. De Lataillade, J. Kockelkoren, and J.-P. Bouchaud. *Physical Review X*, 1(2):021006, 2011.
- [113] C. L. Osler. *Journal of international Money and Finance*, 24(2):219–241, 2005.
- [114] D. M. de Lachapelle and D. Challet. *New Journal of Physics*, 12(7):075039, 2010.
- [115] A. Shleifer and L. H. Summers. *Journal of Economic perspectives*, 4(2):19–33, 1990.
- [116] T. Mizuno, S. Kurihara, M. Takayasu, and H. Takayasu. Time-scale dependence of correlations among foreign currencies. In *The Application of Econophysics*, pages 24–29. Springer, 2004.
- [117] T. Mizuno, H. Takayasu, and M. Takayasu. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 364:336–342, 2006.

- [118] G.-J. Wang, C. Xie, Y.-J. Chen, and S. Chen. *Entropy*, 15(5):1643–1662, 2013.
- [119] T. Ito, K. Yamada, M. Takayasu, and H. Takayasu. Free lunch! arbitrage opportunities in the foreign exchange markets. Technical report, National Bureau of Economic Research, 2012.
- [120] H. David and H. Nagaraja. *Inc., New York*, 297, 2003.
- [121] Ebs platforms. <https://www.cmegroup.com/trading/market-tech-and-data-services/ebs/platforms.html>. Accessed: 2019-07-31.
- [122] X. Gabaix, P. Gopikrishnan, V. Plerou, and H. E. Stanley. *Nature*, 423(6937):267, 2003.

## 付録 A

### A.1 bootstrap 法を用いたトレンドフォロー関数形の検証

ここでは、指値注文と取引価格の間の双曲線正接の関数について、bootstrap 法を用いてその妥当性を検証する。

bootstrap 法とは、ランダムサンプリングのうちとくに復元抽出に基づく統計検定の一種である。母集団からランダムにサンプルを抽出し、そのサンプルから検定対象となる統計量（例えば平均値や分散）を計算するというプロセスを一定回数繰り返すことで、所望の統計量について分布を作成する。ランダムサンプリングされたデータを用いて作成した分布を使うことで、その分布の中央値やパーセンタイル値  $\alpha$  といった様々な統計値から仮説検定を行うことができる。

以下では、指値注文と取引価格変化の間に成立すると考えられる双曲線正接の関数近似について、bootstrap 法で平均値の分布を計算し、その両側 95% 点に値が収まっているかという観点から検定を行う。

付録 A.0(a-c) は、それぞれ取引価格  $\Delta p = -10, 0, 10$  で条件付けしたとき、取引頻度 1

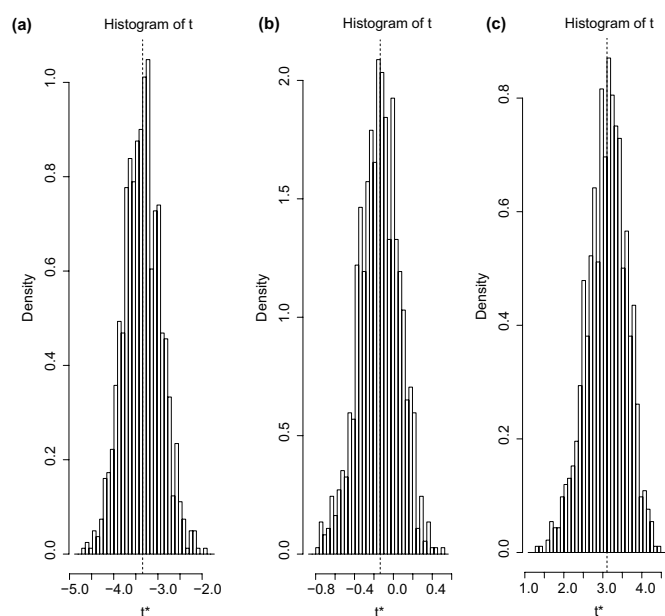


図 付録 A.0. bootstrap 法により作成した取引頻度 1 位のトレーダの指値注文価格変化の分布。1 回のランダムサンプリングにあたりサンプルサイズ  $R = 1000$  とした。(a-c) はそれぞれ取引価格変化  $\Delta p = -10, 0, 10$  で条件付けした時の指値注文変化の分布を表している。

位のトレーダの指値注文価格変化  $\Delta z_{1st}$  について bootstrap 法により生成した分布である。分布を生成するにあたりサンプル数  $R = 1000$  とした。bootstrap 法により作成した分布の 95% 点との比較を行うため、取引価格変化  $\Delta p = -10, -5, 0, 5, 10$  のそれぞれの点で条件付けた分布について、指値注文価格変化の両側 95% 点を以下の表 1 にまとめた。

表 1: 取引価格の大きさに条件付けたときの、bootstrap 法により計算した取引頻度 1 位の銀行の指値注文価格変化の分布。サンプル数は  $R = 1000$  とした。

$\Delta p$	$\alpha = 2.5$	$\alpha = 97.5$
$\Delta p = -10$	-4.22	-2.53
$\Delta p = -5$	-2.8	-1.59
$\Delta p = 0$	-0.54	0.24
$\Delta p = 5$	1.51	2.70
$\Delta p = 10$	2.14	4.15

次に、式 1 で求めたトレーダのトレンドフォロワーのパラメータ  $c_i, \Delta p_i^*$  と双曲線正接の関数を用いて取引価格変化  $\Delta p$  を指値注文価格に変換し、数理モデルにより計算された値が bootstrap 法で計算した 95% 点の間に収まっているかを検証する。

付録 A.1 に、bootstrap 法で得られた分布の  $\alpha = 2.5$  パーセンタイル値と  $\alpha = 97.5$  パー

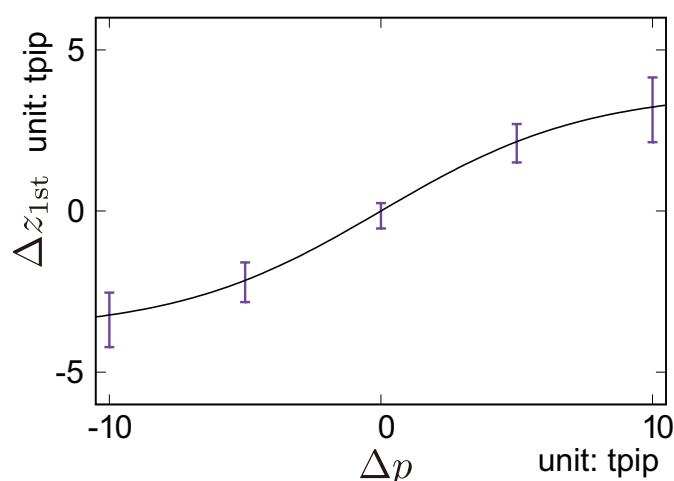


図 付録 A.1. 取引頻度 1 位のトレーダについて、bootstrap 法により作成した分布の  $\alpha = 2.5$  パーセンタイル値と  $\alpha = 97.5$  パーセンタイル値 (紫) の範囲と、式 1 により求めた数理モデルによる指値注文価格変化の関数形 (黒) の同時プロット。数理モデルにより与えられる値がすべて bootstrap 法により得られた分布の両側 95% 点の中に収まっていることがわかる。

センタイル値の範囲（紫）と，式 1 の近似関数（黒）を示した．図より，全ての取引価格変化の大きさについて，近似関数が bootstrap 法により得られた分布の 95% 点に収まっていることがわかり，双曲線正接の関数による近似が一定の精度で妥当であることがわかる．

上記検定を，取引頻度上位 20 名のトレーダについて適用した．結果，取引頻度 11 位のトレーダの取引価格変化  $\Delta p = 0$  の一点を除き，全てのトレーダについて双曲線正接の近似関数の値が bootstrap 法で計算した分布の 95% 点に収まった．これより，取引頻度の高いトレーダについて，指値注文価格変化と取引価格変化の関係を，双曲線正接の関数として近似することに一定の妥当性があるといえる．

## A.2 ジャンプ壁で囲まれているときのブラウン運動

ここでは， $r = \pm L/2$  にジャンプ壁のあるブラウン運動について説明する．概念図は図付録 A.1 を参照されたい． $r \in (-L/2, L/2)$  の間では，粒子は衝突なく自由に動けるものとし， $r = \pm L/2$  に達した場合  $r = 0$  に戻るようなジャンプ壁を仮定する．この仮定では，粒子の位置  $r(t)$  は次のダイナミクスに従う．

$$\frac{dr}{dt} = \sigma\eta^R + \eta_+^T + \eta_-^T, \quad \eta_+^T = -\frac{L}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \delta(t - \tau_k^+), \quad \eta_-^T = +\frac{L}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \delta(t - \tau_k^-), \quad (59)$$

ここで， $\eta^R$  は分散 1 をもつホワイトガウスノイズ， $\eta_+^T$  と  $\eta_-^T$  はそれぞれジャンプ壁  $r = \pm L/2$  に衝突したときのジャンプ項である．

ここで，ジャンプ壁  $r = \pm L/2$  での  $k$  回目の衝突時間を  $\tau_k^+$  と  $\tau_k^-$  とする．このとき， $r(\tau_k^\pm) = \pm L/2$  の関係式を満たす．3.4.3 と同様の計算手法により，粒子の位置の確率分布  $P(r)$  のダイナミクスは次で与えられる．

$$\frac{\partial P(r)}{\partial t} = \frac{\sigma^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial r^2} P(r) + \sum_{s=\pm 1} [J^s(r - sL/2) - J^s(r)], \quad J^s(r) = \frac{\sigma^2}{2} \delta(r + sL/2) |\partial_s P(r)|. \quad (60)$$

定常状態は， $P_{SS}(r) \equiv \lim_{t \rightarrow \infty} P(r) = \psi_L(r)$  のテント関数となり， $N \rightarrow \infty$  の極限をとったときの，式 (25) for  $N \rightarrow \infty$  と同じ式になる．これより，平均場近似後の式は，ジャンプ壁で囲まれたブラウン運動のダイナミクスに対応していることがわかる．

図付録 A.1 より，平均取引時間間隔である式 (28) を  $N$  について漸近的に解くことができる．つまり，トレンドフォロワーをもつトレーダ同士が取引する時間間隔の問題を， $N \rightarrow \infty$  の極限のもと平均場近似すると，ジャンプ壁で囲まれたブラウン運動で，ジャンプ壁に衝突するまでの所要時間の問題とみなすことができるため，後者の問題は式 (59) の生存確率として取り扱うことができる．[24] で示されたように，一種類のジャンプ壁をもつ問題で

は平均取引時間間隔は  $L^2/4\sigma^2$  となる．次に，Buy-Sell スプレッドが無制限個ある場合を考える． $T$  が十分大きいとき，Buy-Sell スプレッド  $L$  についての時間  $T$  内の衝突回数  $n_L$  は  $n_L = T/(L^2/4\sigma^2)$  である．そのため，全衝突回数は，

$$n_{\text{tot}} = \sum_{i=1}^N \frac{T}{L_i^2/4\sigma^2} \approx N \int \frac{dL\rho(L)T}{L^2/4\sigma^2}, \quad (61)$$

となる．ここで，取引時には Bid と Ask サイドで二回の衝突があるため回数に重複がある．この重複を除くと，平均取引時間間隔  $\tau^*$  は  $\tau^* = T/(n_{\text{tot}}/2)$  であり，式 (28) を得た．

### A.3 取引時間間隔の分布

取引時間間隔の相補累積分布関数の現象論的な関数形 (29) の見積もりについて示す．まず，Bid と Ask サイドに注文を出しているトレーダの注文が質量中心に到達するまでの時間間隔が Poisson 分布に従うと仮定する．

$$P_A(\geq \tau_A) = \int_{\tau_A}^{\infty} P_A(\tau'_A) d\tau'_A = e^{-\tau_A/a}, \quad P_B(\geq \tau_B) = \int_{\tau_B}^{\infty} P_B(\tau'_B) d\tau'_B = e^{-\tau_B/a}. \quad (62)$$

$a$  は特徴的な時間間隔である． $P_A(\tau_A)$  ( $P_B(\tau_B)$ ) と  $P_A(\geq \tau_A)$  ( $P_B(\geq \tau_B)$ ) は Ask(Bid) サイドのトレーダの到達時間に関する PDF と CDF である．次に，Bid と Ask サイドに注文を出しているトレーダの注文が質量中心に到達したときに取引が行われると仮定する，これらの仮定から，取引時間間隔  $\tau$  は近似的に次の分布に従う．

$$\tau \approx \max\{\tau_A, \tau_B\} \implies P(\geq \tau) = 1 - (1 - e^{-\tau/a})^2. \quad (63)$$

ここで，[120] で示された順位統計量を用いた．式 (63) と平均取引時間間隔 (28) の整合性を考えると  $\tau^* = 3a/2$  を得，式 (29) が導出された．

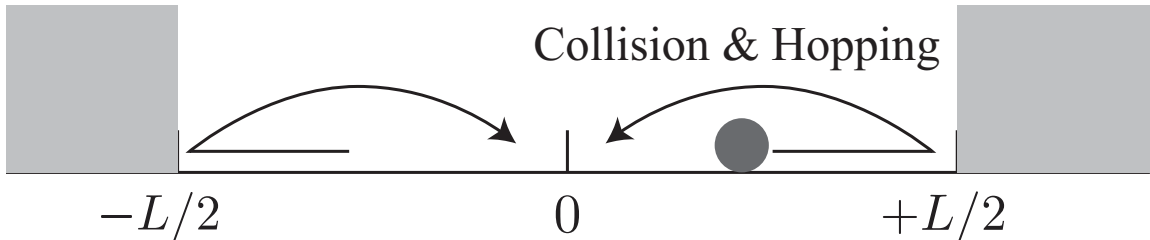


図 付録 A.1.  $r = \pm L/2$  にあるジャンプ壁で囲まれているときのブラウン運動の概略図 [59]．ブラウン粒子がジャンプ壁に衝突した後，ブラウン粒子は  $r = 0$  に戻る．

## 付録 B

### B.1 成行注文の失敗確率の計算方法

成功確率の補集合として定義される失敗確率を定義するにあたり，成行注文の発注量ではなく発注回数を用いた．例えば，あるトレーダが成行注文を 10 単位発注し，そのうち 5 単位だけ約定したとする．このとき，注文量は無視し，一回の成行注文発注で一回取引が行われたとみなし，成功確率は  $1/1 = 1$  で，失敗確率は 0 となる．

### B.2 失敗確率の大きいトレンドフォロワーの戦略考察：Hidden order との取引を狙った注文行動

失敗確率の高いトレンドフォロワーの注文行動の動機の 1 つに，hidden order を狙っているという考察を与えることができる．まずは EBS 市場における hidden order について説明する．EBS 市場では人間トレーダの利便性を考慮し，発注した指値注文価格よりも悪い価格での取引を許容するオプションをつけることができる (pip discretion と呼ばれる [121])．発注したトレーダ以外はこのオプションが付与されていることを認識できない．新しく指値注文もしくは成行注文がこの pip discretion の範囲内に発注されると，pip discretion の付与された指値注文は，もともと指定した指値注文価格よりも悪い取引価格で取引を行うことになる．このような hidden order は EBS 市場だけでなく，NYSM などでもよく用いられている．

このような hidden order の存在は，現在の最良価格よりもよい価格と取引することが可能であることを意味する為，成行注文を現在の最良価格を超えた価格帯に発注する動機となりうる．これが成行注文のトレンドフォロワーの注文失敗確率が高かった理由の 1 つであると考えられる．

なお，このような流動性がない価格帯に注文を出す行為は pinging として知られており [98]，流動性の程度を探索し，板に見えていない hidden order などの注文と取引するためのよく使われる手法の 1 つである．このような pinging と hidden order が金融市場に与える影響は近年よく研究されている [96, 99, 100]．

### B.3 Sharpe ratio の計算方法

$u$  分ごとの各銀行の Sharpe ratio は次のように計算する．

$$S_i^{(u)} = \frac{\bar{r}_i^{(u)}(t)}{\sigma_i^{(u)}}, \quad (64)$$

$$\bar{r}_i^{(u)}(t) \equiv \frac{1}{N^{(u)}} \sum_{v=1}^{N^{(u)}} r_i^{(u)}(t + uv), \quad (65)$$

$$r_i^{(u)}(t) = \frac{(s_i(t) - s_i(t - u))}{\bar{V}_i(t)}, \quad (66)$$

$$\bar{V}_i(t) = \frac{M(t)}{2}(V_i(t) + V_i(t - u)), \quad (67)$$

$$s_i(t) = M(t)V_i(t) - \text{HP}_i(t). \quad (68)$$

ここで、下付の  $i$  は銀行  $i$  のインデックス、 $S_i^{(u)}$  は  $u$  分ごとに計算したリターン  $r_i^{(u)}$  の Sharpe ratio、 $N^{(u)}$  は  $u$  分ごとにサンプリングしたときデータ数、 $\sigma_i^{(u)}$  はリターンの標準偏差、 $s_i(t)$  は時刻  $t$  の通貨価格、 $M(t)$  はミッドプライス、 $V_i(t)$  は時刻  $t$  におけるポジション（買い注文が正、売り注文が負）、 $\text{HP}_i(t)$  は時刻  $t$  までに取引した過去の取引価格の和である。

ここで、時刻  $t - u$  から時刻  $t$  までの平均的なポジション量は、簡便的に時刻  $t - u$  と時刻  $t$  のポジションの平均に  $M(t)$  を乗じたものとした。なお、上記の計算では、 $\bar{V}_i(t)$  が 0 であるサンプルは除いている。本章では、 $u = 20$  としたが、 $u \leq 30$  の範囲ではシャープレシオは大きく変わることはなかった。実際、Sharpe ratio と流動性消費割合の Spearman の順位相関は、 $u=10$  で 0.59、 $u = 20$  で 0.54、 $u = 30$  で 0.42 であり、Sharpe ratio に大きな変化がないことがわかる。

## 付録 C

### C.1 取引量の分布

図付録 C.1 は、取引量に関する相補累積分布関数である。紫色の線は 1 回ごとの取引量に関する分布である。その他の線は、 $(\epsilon_0, \omega)$  を用いて EDD 適用し、取引量を合算したときの取引量分布である。パラメータの値は、緑色、水色、橙色、黄色の順に、 $(\epsilon_0, \omega) = (1, 60), (3, 60), (1, 300), (3, 300)$  である。1 回ごとの取引量の分布をべき関数でフィッティングしたときの傾きがおおよそ  $-2$  であるのに対して、EDD で合算したときの分布の傾きは約  $-1.5$  とやや緩やかになっている。これは先行研究 [109, 122] と整合的な結果となっている。

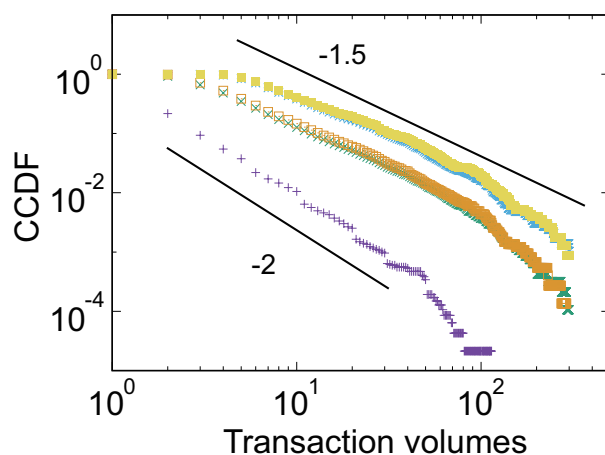


図 付録 C.1. 取引量の大きさに関する相補累積分布関数 [106]. 横軸は取引量の大きさで、縦軸は横軸で示した取引量の大きさ以上の取引量が全体の取引に占める割合を示している。紫色の線が 1 回ごとの取引における取引量分布、その他の線は EDD により合算された取引量分布を示している。パラメータの値は、緑色、水色、橙色、黄色の順に、 $(\epsilon_0, \omega) = (1, 60), (3, 60), (1, 300), (3, 300)$  である。

### C.2 取引回数の頻度

ここでは、取引回数の頻度のランキングをつくるために用いた方法を説明する。トレーダが 1 単位の注文を出したとき、このトレーダはテーカーもしくはメーカーのいずれかとして取引することになる。しかし、一度に複数単位の注文を出した場合には、取引の内訳としてテーカーおよびメーカー両方として取引するパターンが生じうる。この場合、これらの取引は別の取引であると判断してカウントした。例えば、 $i$  銀行が時刻 10:00:00 に 5 単位

の指値注文を板に発注し，そのうち 3 単位が同時刻にテーカーとして，残り 2 単位が時刻 10:00:05 にメーカーとして約定したとする．この場合， $i$  銀行は 1 回の指値注文発注で 2 回取引したとカウントされる．

### C.3 $\kappa$ が十分に大きいとき，ポジションに働くポテンシャルの推定が失敗する例

図付録 C.1 は， $\kappa = 150$  のときの，現在のポジションと過去平均ポジションの差分  $V^i(t) - [\bar{V}^i(t)]$  と，次の取引量  $v^i(t+1)$  の関係についての関係を示したものである．図 6.4.1(b) の場合とは異なり，有意な線形関係が見られないことがわかる．このことは，ポジションに働くポテンシャルを見積もるためには，ある程度  $\kappa$  を小さく設定する必要があることを示唆している．

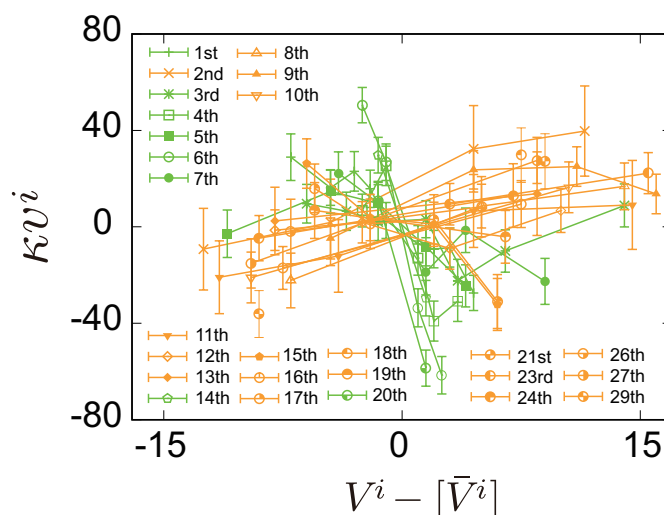


図 付録 C.1. 現在のポジションと過去平均ポジションの差分  $V^i(t) - [\bar{V}^i(t)]$  と，次の取引量  $v^i(t+1)$  の関係についての実証解析 [106]．過去平均ポジションを計算するにあたり  $\kappa = 150$  とした．色分けは，図 6.4.1(b) で  $\kappa = 15$  から推定されたポジション管理の戦略分類に基づいて行った．図 6.4.1(b) で示した方法と同様， $V^i(t) - [\bar{V}^i(t)] = 0$  を基点として，正負の方向にサンプルサイズが少なくとも 300 個確保できるようにピンを区切った．図 6.4.1(b) のケース ( $\kappa = 15$ ) とは異なり， $\kappa = 150$  のときには有意な線形関係が観測できないことがわかる．

### C.4 EDD と大量注文についての関係性

EDD は，大量注文を捌くために細分化された注文から，元の大量注文を推定するために有用な手法であると考えられる．例えば，先行研究 [112] でも指摘されているように，銀行が大

量注文を捌くときに、マーケットインパクトを小さくするべく注文を細分化していることはよく知られた事実である。この戦略をとった場合、銀行のポジションのトラジェクトリに見られる局所的なトレンドは、大量注文を捌くために同一方向に繰り返し注文を出している期間とみなすことができる。EDD はトラジェクトリの局所的な類似性を対象としてグルーピングを行うため、細分化される前の大量注文を逆推定する手法として有用であるといえる。

### C.5 EDD を適用する前のデータ前処理について

ここでは EDD を適用する前に実施したデータ前処理の詳細を述べる。まず、28(b) で示した取引回数上位 30 銀行のポジショントラジェクトリについて EDD を適用した。この解析において、最小時間単位は秒とし、1 秒間の間の取引については、もっとも近い将来の時刻で取引されたものと見做した。先行研究 [24] で示された、取引時刻に関する間欠性を考慮するため、取引が十分長い時間行われていない場合には、取引時間のリスケーリングを行った。具体的には、取引が時刻  $t$  で生じたとする。この時刻から先 10 分以上取引が行われていない場合には、時刻  $t$  から見て過去 10 分間における平均的な取引時間間隔を用いて、時刻  $t$  から 10 分以上先にある取引時刻までの時間を置き換えた。なお、時間をリスケーリングするときに用いた 10 分という時間を、例えば 20 分や 30 分として解析を行っても、同様の結果が得られた。

### C.6 ポジション差分を用いた将来価格予測

図付録 C.1 の左 (右) は、ポジション差分  $V^i(t) - [\bar{V}^i(t)]$  を過去  $\lambda$  分で平均をとり、EM(AM) 銀行に属する全銀行で合算したポジションの偏りが一定の閾値  $\gamma_{EM(AM)}$  を超えたときから  $\lambda/2$  分後の将来価格分布である。実際に用いたパラメータ  $\gamma_{EM}$ ,  $\gamma_{AM}$  そして  $\lambda$  は図の左上に記載した。図の赤色、青色、そして灰色の線はそれぞれ、閾値  $\gamma_{EM(AM)}$  を上回った場合、閾値  $-\gamma_{EM(AM)}$  下回った場合、そして閾値内に収まった場合を表している。いずれのケースであっても、分布のピークは大きさの違いはあれど同方向に歪んでいる。EM 銀行のケースでは、赤線で示された分布は将来価格が正の方向 (右側) に偏っており、青線で示された分布は負の方向 (左側) に偏っている。AM 銀行については反対方向への偏りが見られる。

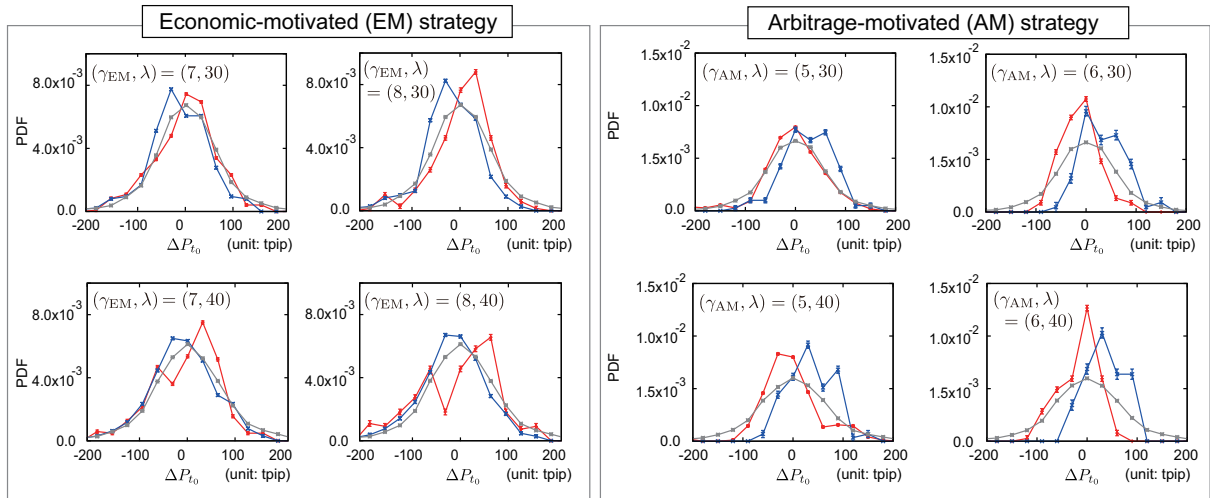


図 付録 C.1.  $(\gamma_{EM(AM)}, \lambda)$  について 8 パラメータを設定して、ポジション差分から将来価格予測のシグナル検出を行った時の将来価格分布 [106]. 左 (右) 図は EM (AM) 銀行のポジション差分の偏りが生じたときから  $\lambda/2$  分後の将来価格分布である. ポジション差分を計算するにあたり, (i) 過去  $\lambda$  分のポジション差分の平均をとり, (ii) それを EM 銀行または AM 銀行に属する全銀行で合算した量が, 一定の閾値  $\gamma_{EM(AM)}$  を超えたとき, シグナルを検出したものと定義した. 図の赤色, 青色, そして灰色の線はそれぞれ, シグナル検出にあたり, 閾値  $\gamma_{EM(AM)}$  を上回った場合, 閾値  $-\gamma_{EM(AM)}$  下回った場合, そして閾値内に収まった場合を表している. 実際に用いたパラメータ  $(\gamma_{EM(AM)}, \lambda)$  を図の左上に示した.

## C.7 2015 年 9 月 13 日週のデータを用いたポテンシャル推定および将来価格予測

ポジションと将来価格予測の頑健性を確かめるため本章で用いた 2016 年 6 月 5 日週のデータとは異なる, 2015 年 9 月 13 日週のデータを用いて以下の解析について追加検証を行った.

1. ポジション差分  $V^i(t) - [\bar{V}^i(t)]$  と次の取引量の関係
2. ポジションの偏りと将来価格の関係

図付録 C.1, 付録 C.1 より, 6.4 で示した結果と同様の結果を得た. これより, 上にあげた 2 つの解析結果は 2016 年 6 月 5 日週特有の性質ではなく, 2015 年 9 月 13 日週においても観測される結果であることが分かった. なお, 将来価格予測にあたり, 過去何分の情報を用いるかというパラメータ  $\lambda$  と, ポジションの偏りを定義するための閾値  $\gamma_{EM}$  と  $\gamma_{AM}$  は 2015 年と 2016 年で異なっている. しかし, 実際のトレーディング戦略としてここで示した統計則を用いる場合には, これらのパラメータは事前に決定されている必要がある. 本解析

で用いたデータセットが数週間分まとめて入手できた時には、最適な 3 パラメータの設定方法について解析を行う予定である。

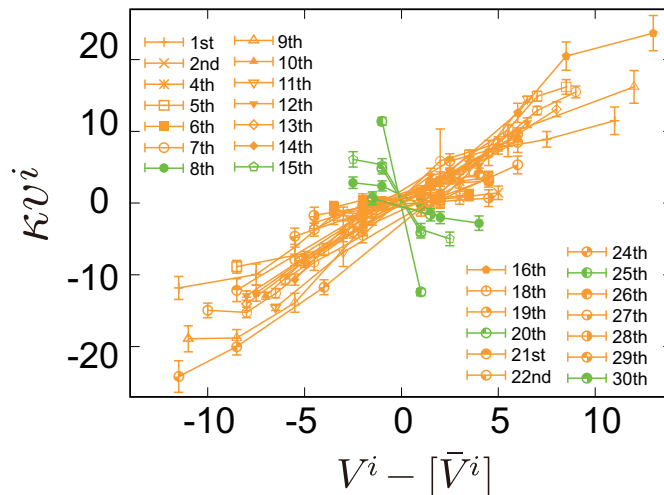


図 付録 C.1. 2015 年 9 月 13 日週のデータを用いて計算した、現在のポジションと過去平均ポジションの差分  $V^i(t) - [\bar{V}^i(t)]$  と、次の取引量  $v^i(t+1)$  の関係についての実証解析 [106]. 過去平均ポジションを計算するにあたり  $\kappa = 15$  とした. 図 6.4.1(b) で示した方法と同様,  $V^i(t) - [\bar{V}^i(t)] = 0$  を基点として, 正負の方向にサンプルサイズが少なくとも 300 個確保できるように bin を区切った.

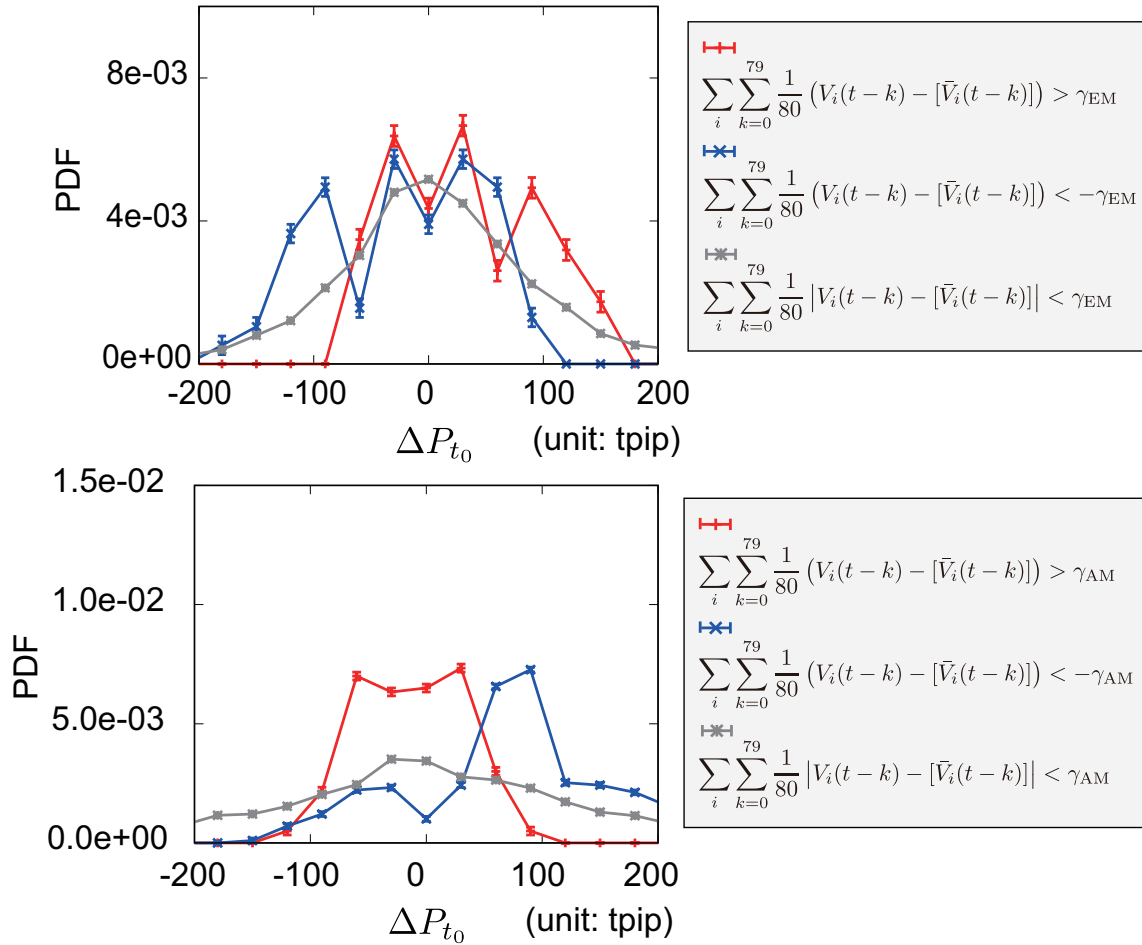


図 付録 C.1. 2015 年 9 月 13 日週のデータを用いて計算した，ポジション差分から将来価格予測のシグナル検出を行った時の将来価格分布 [106]. 上（下）図は EM(AM) 銀行のポジション差分の偏りが生じたときから  $\lambda/2$  分後の将来価格分布である．ポジション差分を計算するにあたり，(i) 過去  $\lambda$  分のポジション差分の平均をとり，(ii) それを EM 銀行または AM 銀行に属する全銀行で合算した量が，一定の閾値  $\gamma_{EM(AM)}$  を超えたとき，シグナルを検出したものと定義した．図の赤色，青色，そして灰色の線はそれぞれ，シグナル検出にあたり，閾値  $\gamma_{EM(AM)}$  を上回った場合，閾値  $-\gamma_{EM(AM)}$  下回った場合，そして閾値内に収まった場合を表している．用いたパラメータは， $(\gamma_{EM}, \gamma_{EM}, \lambda) = (9, 3, 80)$  である．

### C.8 outlier 取引後の指値注文板の形状

図付録 C.1 は，outlier 取引前後の MM 銀行に属する銀行が発注した指値注文板の平均形状である．負（正）の値はそれぞれ Bid(Ask) 側の板を意味している．水色（橙色）は outlier 取引開始時（終了時）の 10 秒前（後）の指値注文板である．extreme outlier 取引終了後の指値注文分布は，開始前と比較して 10% 程度注文量が少なくなっているのに対し，

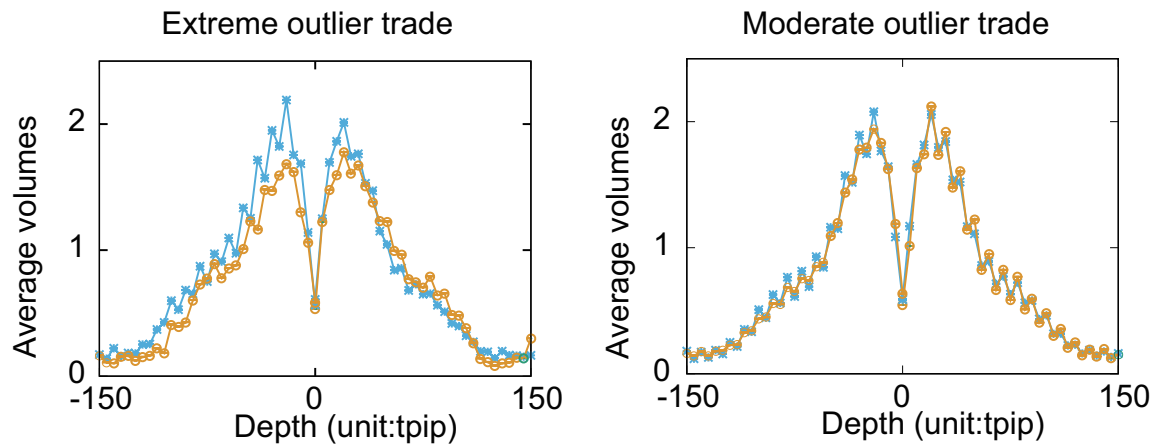


図 付録 C.1. 左 (右) は, extreme(moderate) outlier 取引前後の指値注文板の平均形状である [106]. 負 (正) の値はそれぞれ Bid(Ask) 側の板を意味している. 水色 (橙色) は outlier 取引開始時 (終了時) の 10 秒前 (後) の指値注文板である. extreme outlier 取引終了後には, 指値注文量が 10% 程度減少しているのに対して, moderate outlier 取引終了後の指値注文板にはほとんど違いが見られなかった.

moderate outlier 取引のケースではそのような違いは見られなかった. これは, マーケット・メーカーが extreme outlier 取引を検知後, リスクを避けるために指値注文の発注を控えているためだと考えられる.