

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	
Title(English)	Representation Theory of Quantum Symmetric Pairs of Type AIII/AIV
著者(和文)	渡邊英也
Author(English)	Hideya Watanabe
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第11037号, 授与年月日:2019年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:内藤 聡,加藤 文元,田口 雄一郎,水本 信一郎,鈴木 正俊
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第11037号, Conferred date:2019/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

論文審査の要旨及び審査員

報告番号	甲第	号	学位申請者氏名	渡邊 英也	
論文審査 審査員		氏名	職名		
	主査	内藤 聡	教授	鈴木 正俊	准教授
	審査員	加藤 文元	教授		
		田口 雄一郎	教授		
		水本 信一郎	准教授		

論文審査の要旨 (2000 字程度)

量子対称対は、対称マクドナルド多項式を量子対称空間上の球関数として解析する事を目的として約 30 年前に導入された概念であるが、この 10 年ほどで様々な良い性質が発見され、スーパー・リー代数の表現論、低次元トポロジー、可積分系などの数学・物理学の分野で重要な役割を果たす事が分かって来た。また近年では、量子群との類似性を追求する研究結果が増える一方で量子対称対特有の現象も発見され、盛んに研究されるようになって来ており、大いに注目を集めている。本論文は“Representation Theory of Quantum Symmetric Pairs of Type AIII/AIV”と題し、AIII 型及び AIV 型という特別な量子対称対の表現論を、ヘッケ代数や量子群の表現論との関連を明らかにしながら展開するものである。

第一部“Preliminaries”では、本論文における主な考察対象である量子対称対の定義が述べられる。また、主結果の証明のために必要な量子群、ヘッケ代数、結晶基底、標準基底、ヤング盤などに関する基本的な結果がまとめられている。

第二部“q-Schur duality”では、本論文の最初の主定理である「AIII 型及び AIV 型の量子対称対と B 型ヘッケ代数の間のシューア双対性」について述べられる。これは、1986 年に神保道夫によって証明された有名な結果である「A 型の量子群と A 型のヘッケ代数の間のシューア双対性」の一般化である。また、第二部ではこの双対性を通して B 型のヘッケ代数のカジュダン・ルスティック基底が量子対称対の標準基底と同一視できる事も証明される。この結果は、B/C/D 型のスーパー・リー代数(ortho-symplectic Lie superalgebra)の既約指標を決定するための重要なステップの一つでもある。

第三部“Representation theory of U^j ”では、AIII 型の量子対称対 U^j の表現論が考察される。まず、 U^j が 3 つの部分空間のテンソル積に分解される事を示し、量子群の表現論で重要な役割を果たす最高ウェイト理論の類似物によって U^j の表現論が展開できる事が説明される。特に、 U^j の有限次元既約表現は全て最高ウェイト表現である事が示される。次に、量子群の表現論における結晶基底のアイデアを基にして j-結晶基底という新概念が導入され、基本的な性質が述べられる。この新たな結晶基底の理論は、これまでの結晶基底の理論と同様に、様々な表現論の問題を組合せ論の問題に帰着させる事ができる。第三部の最初の主定理では、先に述べた最高ウェイト理論の類似物とこの j-結晶基底の理論を合わせる事により U^j の有限次元既約表現を全て分類する。また、B 型のヘッケ代数の表現論における結果を用いて U^j の既約表現を考察する事により、二つ目の主定理として j-結晶基底の存在と一意性を証明する。さらに、j-結晶基底はヤング盤を用いて純粋に組合せ論的に実現・考察できる事、そしてこの j-結晶基底のヤング盤による実現は有限次元既約表現の分類と相性が良い事が述べられる。最後に、大域的 j-結晶基底という概念を導入し、その存在と部分的な一意性を証明し、大域的 j-結晶基底によって j-結晶基底よりも詳細に表現の構造を解析できる事が述べられる。

第四部“Representation theory of U^i ”では、AIV 型の量子対称対 U^i の表現論について第三部と同様の結果が述べられる。

以上、本論文では AIII 型及び AIV 型の量子対称対の表現論を基礎から構築し、新しい最高ウェイト理論や結晶基底の理論が展開されている。これらの研究結果は、近年注目を集めている量子対称対の表現論の研究の礎となるべきものであり、また B 型のヘッケ代数やスーパー・リー代数の表現論への応用も見込まれ、理学上の貢献は大である。よって本論文は博士(理学)の学位論文として十分な価値があるものと認める。