

論文 / 著書情報
Article / Book Information

| | |
|-------------------|---|
| 題目(和文) | |
| Title(English) | Computational Complexity of Several Extensions of Kleene Algebra |
| 著者(和文) | 中村誠希 |
| Author(English) | Yoshiki Nakamura |
| 出典(和文) | 学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第11065号, 授与年月日:2019年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:鹿島 亮,南出 靖彦,伊東 利哉,田中 圭介,森 立平 |
| Citation(English) | Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第11065号, Conferred date:2019/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,, |
| 学位種別(和文) | 博士論文 |
| Category(English) | Doctoral Thesis |
| 種別(和文) | 審査の要旨 |
| Type(English) | Exam Summary |

(博士課程)

論文審査の要旨及び審査員

| 報告番号 | 甲第 | 号 | 学位申請者氏名 | 中村誠希 | |
|-------------|-----|------|---------|------|----|
| 論文審査 審査員 | | 氏名 | 職名 | 氏名 | 職名 |
| | 主査 | 鹿島 亮 | 准教授 | 森 立平 | 助教 |
| | 審査員 | 伊東利哉 | 教授 | | |
| | | 田中圭介 | 教授 | | |
| 南出靖彦 | | 教授 | | | |

論文審査の要旨 (2000 字程度)

本論文は「Computational Complexity of Several Extensions of Kleene Algebra (Kleene 代数を拡張したいくつかの体系の計算複雑性)」と題し、英文5章から成る。

Kleene 代数とは3つの演算「和」「結合」「繰り返し」および和と結合それぞれの単位元から成る代数系である。Kleene 代数の自然な具体例としては、集合上の二項関係構造や形式言語理論における言語構造がある。二項関係構造と言語構造は理論計算機科学における最も基本的な概念であり、プログラミング言語、オートマトン、状態遷移系、動的論理、時相論理などの基礎となるものである。Kleene 代数の等式判定問題とは「与えられたふたつの式がすべての Kleene 代数で等しいか？」を問うものであるが、これは「与えられたふたつの正規表現の表す言語が等しいか？」という基本問題と同値になる。この他にも Kleene 代数に関する様々な判定問題があるが、それらの決定可能性や計算複雑性の分析は重要な研究課題になっている。本論文は Kleene 代数に自然な演算を追加した状況や等価性の定義を拡張した状況における判定問題の計算複雑性を明らかにしたものである。

第1章「Introduction」では Kleene 代数に関する既存研究を大まかに説明し、後の各章の内容を紹介している。

第2章「Preliminaries」では本論文で必要になる定義や既存結果を詳細に紹介している。具体的には、はじめに述語論理に関する基本的な定義を述べた後、二項関係構造と言語構造に関する基本的な性質をそれぞれ紹介している。二項関係構造については特に関係代数との関わりを紹介し、言語構造についてはオートマトンとの関係や正規表現の Antimirov による微分について説明している。本章の終わりでは二項関係構造と言語構造でそれぞれ定義される等式理論が一致することを述べて、Kleene 代数の公理を紹介している。

第3章「Derivatives for Kleene Allegories」では、二項関係構造の Kleene 代数にさらに2つの演算「積」「逆関係」を加えた代数系 (Kleene 寓圏と呼ばれる) の等式判定問題の計算量が EXPSpace 完全であることを証明している (なお、この計算量の解明は理論計算機科学のトップ国際会議である LICS'15 において未解決問題とされていたものである)。Kleene 寓圏における等式判定問題は、グラフの集合の間のグラフ準同型性判定問題におきかえることができる。そこで、正規表現の微分をグラフに対して適用できるように巧妙に拡張し、それをを用いることで Kleene 寓圏の等式判定問題を有限オートマトンの等価性判定問題に変換できることを示している。これによって当問題が決定可能でありかつ EXPSpace に属することが示される。EXPSpace 困難性については、積演算付き正規表現の普遍性判定問題が EXPSpace 困難であることを用いて示される。

第4章「Kleene Algebra Under Weak Equivalences」では、言語構造における Kleene 代数 (すなわち正規表現) の等価性の定義を自然に変化させたときに、計算量がどのように変化するかを詳しく分析している。まず「2つの言語 A, B が p 同値である」ということを、「長さ n の文字列全体の中で A と B のいずれか一方のみに属する文字列の個数の割合が、 n を増やしていった場合に 0 に収束する」として定義する (p は probability の頭文字)。さらに「言語 A が p 普遍である」「言語 A が p 空である」ということを「 A と全体集合が p 同値である」「 A と空集合が p 同値である」として定義する。これらの判定問題の計算量はアルファベットの数や言語の表現方法 (正規表現かオートマトンか等) に応じて変わってくるが、それらを網羅的に調べて主に次のような結果を得ている。 p 等価性判定問題および p 普遍性判定問題はそれぞれ等価性判定問題および普遍性判定問題と同等の計算量になる。(アルファベット2個以上の場合に) p 空性判定問題は p 普遍性判定問題と同等の計算量になる。また (文脈自由文法の空性判定問題が決定可能である一方で) 文脈自由文法の p 空性判定問題は決定不可能である。これらは形式言語理論や有限モデル理論において従来知られている事実から安易に類推できる予想とは異なる結果であり、興味深いものである。本章の終わりでは、言語構造ではなく二項関係構造によってこれらの問題を定義した場合にどこが異なってくるかを議論している。

第5章「Concluding Remarks」では本論文で得られた結果をまとめて、未解決問題について将来的な見通しを論じている。

以上をまとめると本論文は Kleene 代数の様々な判定問題に対して、新しい概念を用いることによって未知だった計算量を解明し、また定義を自然に拡張して詳細な分析を行ったものである。これらの結果は理論計算機科学における最も基本的な概念である二項関係構造と言語構造に関する新たな知見を与えるものであり、理学的に貢献するところ大である。よって本論文を博士 (理学) の学位論文としてふさわしいものと認める。

注意: 「論文審査の要旨及び審査員」は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。