

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	
Title(English)	Applications of the differential game framework with the linear-quadratic form and an infinite time horizon
著者(和文)	黄淵侃
Author(English)	YUANKAN HUANG
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第11034号, 授与年月日:2019年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:猪原 健弘,後藤 美香,坂野 達郎,大和 毅彦,中丸 麻由子
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第11034号, Conferred date:2019/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

(博士課程)

論文審査の要旨及び審査員

報告番号	甲第	号	学位申請者氏名	黄 淵侃	
論文審査 審査員		氏名	職名	氏名	職名
	主査	猪原 健弘	教授	中丸 麻由子	准教授
	審査員	後藤 美香	教授		
		坂野 達郎	教授		
大和 毅彦		教授			

論文審査の要旨 (2000 字程度)

本論文は「Applications of the differential game framework with the linear-quadratic form and an infinite time horizon」(線形二次型と無限時間軸をもつ微分ゲームの枠組みの応用)と題し、全 8 章からなる。本論文の目的は、まず、無限時間軸をもつ微分ゲームの枠組みを精緻化すること、そして、精緻化された枠組みを用いて 3 つのモデルを構築し均衡解を分析することである。本論文で分析されるのは、(a) 線形二次型の微分ゲームで表現される再生可能資源に関する複占状況の動的ゲームのベスト・安定マルコフ完全均衡、(b) 動的予算制約のもとでの公共財供給ゲームの線形および非線形の安定マルコフ完全均衡、(c) 寡占市場に対する汚染物質排出税と汚染物質除去技術の併用に関する政策ゲームの安定線形マルコフ完全均衡、の 3 つである。

第 1 章「Introduction」(導入)では、本論文で扱う基本概念である線形二次型微分ゲームと微分ゲームのマルコフ完全均衡が紹介され、本論文の主目的、および、本論文の構成が述べられている。

第 2 章「The repeated game and the dynamic game」(繰り返しゲームと動的ゲーム)では、繰り返しゲームと動的ゲームの構造が紹介され、これら 2 つの間の関係が述べられている。まず、繰り返しゲームの再帰的形式が提示され、その最適化問題の解法が説明されている。その後、部分ゲーム完全均衡を適用し、囚人のジレンマ状況と folk theorem を用いて集団の分離の分析を行い、その結果として、異なる discount rate が異なる分離の形を生じることを示している。そして、無限時間軸をもつ動的ゲームの枠組みが紹介されている。繰り返しゲームとの違いとして、プレーヤの行動によって影響を受け、また、将来のプレーヤに影響を与える外部状態が導入されている点が挙げられている。

第 3 章「The differential game with an infinite time horizon and techniques for the optimal control problem」(無限時間軸をもつ微分ゲームと最適制御問題の解法)では、無限時間軸を持つ一人微分ゲームの基本モデルを再定義し、Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) 方程式とポントリャーギンの最大原理がゲームの最適解の特徴付けにおいてどのように機能するかを論じている。まず、無限時間軸をもつ微分ゲームの枠組みが精緻化され、無限時間軸上の最適化問題が無数の最適化問題に再帰的に分解可能であることが示されている。そして、HJB 方程式により最適制御パスが同様に特徴付けられるかを明らかにしている。実際、HJB 方程式の 1 階の条件が最適戦略の特徴付けのための十分条件を与えることが示されている。さらに、ポントリャーギンの最大原理から最適制御パスが特徴付けられるための条件を明らかにしている。

第 4 章「Markovian equilibria in differential games with simultaneous play」(同時プレイの微分ゲームのマルコフ均衡)では、第 3 章で構築されたゲームを一般の多人数ゲームに拡張し、HJB 方程式、ポントリャーギンの最大原理、マルコフ Nash 均衡、マルコフ完全均衡の関係性を論じている。その成果として、HJB 方程式とポントリャーギンの最大原理を用いてマルコフ戦略がマルコフ Nash 均衡になるための十分条件を与え、さらに、マルコフ Nash 均衡の時間整合性と部分ゲーム完全性を分析することで、すべてのマルコフ Nash 均衡が時間整合性を満たすこと、および、部分ゲーム完全性を満たすマルコフ Nash 均衡として定義されるマルコフ完全均衡が HJB 方程式で特徴付けられることを示している。

第 5 章「The best stable Markov perfect equilibrium in differential games with linear quadratic form」(線形二次型の微分ゲームにおけるベスト安定マルコフ完全均衡)では線形二次型の微分ゲームにおけるすべての安定マルコフ完全均衡を評価する新しい方法を長期利得に注目して提案し、その方法を用いて、実現可能な初期状態ごとに長期利得に関するベスト・マルコフ完全均衡を特定することを目的としている。実際、再生可能資源に関する複占状況についての動的ゲームを取り上げ、すべての安定マルコフ完全均衡を特徴付けている。さらに、新たな方法を開発、提案し、このゲームの実現可能な初期状態ごとに長期利得に関するベスト・マルコフ完全均衡を特定している。加えて、安定な

マルコフ完全均衡と安定でないマルコフ完全均衡の比較も行っている。

第6章「Public goods provision under dynamic budgets」(動的予算制約のもとでの公共財供給)では、動的予算制約下での公共財供給問題を取り上げている。そして、第5章で提案された方法を用い、初期状態が十分に低ければ、より高いレベルの公共財供給を実現する安定な非線形マルコフ完全均衡は、より高い長期利得を実現することを示している。これにより、この章で採用されている手法によって特定される安定マルコフ完全均衡は、最も高い長期利得を与え、従って、社会的効率性が最も高いという意味においてベストであるといえるとしている。

第7章「A dynamic policy game of the combination use of emission taxation and a pollution-removal technique」(排出税と汚染除去技術の併用に関する動的政策ゲーム)では、政府が、排出税と汚染除去技術を組み合わせて、汚染を最適制御しようとしている状況を取り上げ、線形安定マルコフ完全均衡の特徴付けを行い、それが唯一の安定マルコフ完全均衡であることを示している。また、汚染除去技術の効率や汚染物質の蓄積からの悪影響が政府の行動や社会厚生に与える影響を分析し、安定線形マルコフ完全均衡においては、政府は、企業の納税額を払い戻すことができるだけの税金を得ることができる可能性があることを示している。

第8章「Conclusions and future work」(結論と今後の課題)では、本論文の結論と今後の課題が述べられている。特に、本論文の成果として、(1) 無限時間軸をもつ微分ゲームの枠組みを精緻化し、HJB 方程式とポントリャーギンの最大原理を微分ゲームの再帰的表現の導出により分析して、微分ゲームの最適解の特徴付けの方法の開発に応用した点、特に HJB 方程式が微分ゲームの最適制御問題の十分条件を与えることを明らかにした点、および、(2) 無限時間軸をもつ線形二次型の微分ゲームを一般化して、最も高い長期利得を与えるという意味でベストな安定マルコフ完全均衡を特徴付ける方法を提案し、それを(a) 再生可能資源に関する複占状況についての動的ゲーム、(b) 動的予算制約下での公共財供給問題、(c) 排出税と汚染除去技術の併用に関する動的政策ゲームに適用して、それぞれの微分ゲームの解の特徴を明らかにした点を挙げている。

本論文では、無限時間軸をもつ微分ゲームの枠組みを精緻化することで、無限時間軸上の最適化問題が無限個の最適化問題に再帰的に分解可能であること、および、その解の特徴が HJB 方程式により把握可能であることが示されている。また、精緻化された枠組みを用いた3つのモデルの分析により、(a) 線形二次型の微分ゲームで表現される再生可能資源に関する複占状況の動的ゲームにおいては、外部状態の安定値において長期利得が増加すること、(b) 動的予算制約のもとでの公共財供給ゲームにおいては、公共財レベルがより高いマルコフ完全均衡がより高い長期利得をもたらすこと、(c) 寡占市場に対する汚染物質排出税と汚染物質除去技術の併用に関する政策ゲームにおいては、汚染レベルが定常状態に十分近いときには、政府は税金の余剰を企業に払い戻すことができること、を明らかにしている。

以上要するに、本論文は、無限時間軸をもつ微分ゲームの枠組みの精緻化とその応用による微分ゲームの性質の解明という目的を達成しており、理論経済学やゲーム理論等に対する理学的貢献が大きい。よって、博士(理学)の学位を授与するにふさわしいと判断する。