論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	ロジスティック成長を伴う反応拡散モデルにおける総個体数の最大化
Title(English)	Maximization of the total population in reaction-diffusion models with logistic growth
著者(和文)	永原健大郎
Author(English)	Kentaro Nagahara
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第11362号, 授与年月日:2020年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:柳田 英二,利根川 吉廣,隠居 良行,川平 友規,小野寺 有紹
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第11362号, Conferred date:2020/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

（博士課程）

論文審査の要旨及び審査員

報告番号	甲第　　　　　　　号		学位申請者氏名	永原健大郎	
論文審査審査員		氏　名	職　名		氏　名	職　名
	主査	柳田英二	教授	審査員	小野寺有紹	准教授
	審査員	利根川吉廣	教授			
		隠居良行	教授			
		川平友規	准教授			

論文審査の要旨（2000 字程度）

本論文は“Maximization of the total population in reaction-diffusion models with logistic growth”(ロジスティック成長を伴う反応拡散モデルにおける総個体数の最大化)と題し，3 章から成っている．

第 1 章「Introduction」では，ロジスティック型の反応項を持つ連続拡散モデルおよびそれを離散化したマルチパッチモデルを導入し，その定常解に関する研究の歴史と背景について述べている．特に 2010 年に Ding らにより提唱された「総個体数を最大化するリソースの配置に対応する大域的最大化解は bang-bang 性を持つ」という予想を紹介し，その研究の重要性と数学的な困難さについて解説している．

第 2 章「Reaction-diffusion model」では，第 1 章で導入した連続モデルに対して，リソースの正則性に関するある条件のもとで，Ding らの予想について考察している．まず，定常解を記述するロジスティック型の非線形項を持つ半線形楕円型方程式を考え，局所的最大化解が満たすべき条件を求めている．具体的には，リソースの摂動による定常解の漸近展開を用いて，総個体数を表す積分量の第一変分および第二変分を計算する．第一変分は非斉次項を持つ線形楕円型方程式の解の積分によって与えられるので，対応する線形作用素に関連する Strum-Liouville 型の固有値問題を考え，そのレーリー商による変分法的特徴づけを用いてその性質を明らかにする．第一変分が消えてしまう場合には，第二変分を考えることでリソースの再配置による積分量の変化を調べることができる．これらの解析によって，リソースの正則性をリーマン積分可能なクラスまで上げれば，局所的最大化解は必ず bang-bang 性を持つことを証明している．これは Ding らによる予想を肯定的に解決した画期的な結果である．なお，この章の終わりでは，自明解の周りでの線形化固有値問題の最大固有値の最小化についても述べているが，これは Lou-Yanagida (2006) によって示された結果の拡張になっている．

連続モデルに対し，大域的最大化解のリソースを配置する可測集合について具体的な情報を得ることは極めて難しい問題となる．そのため，第 3 章「Multi-patch model」では，対応する離散モデルについて，大域的最大化解の形状に関する詳細な解析を行っている．はじめに，離散化したマルチパッチモデルの正値定常解について，2 パッチの場合とマルチパッチの場合に分けて考察している．第 2 章の手法を離散化した計算により，2 パッチの場合は片方にリソースを集中させるのが最適であることが示される．しかし，3 パッチ以上の場合には拡散係数が小さい場合と十分大きい場合では状況が異なる．拡散係数が十分大きい場合は，リソースをすべて端に寄せて配置するものが最大化解であることが比較的簡単に示される．しかし，拡散係数が小さい場合は，非線形項の影響が大きいことから最大化解の形状は単純ではなくなり，その形状を決定するには総個体数を拡散係数について漸近展開したときの係数を低次の項から順に調べる必要がある．より詳細な解析が必要な場合は高次のオーダーまで展開して最大化解の形状を絞る形で議論を進め，パッチの数を 3 で割ったときの余りによってその構造が大きく変化するという顕著な性質を明らかにしている．また，高次の項まで展開した際に現れる係数を具体的に与える漸化式を導き，パッチ数が多いとリソースの配置が分断化されることを示すとともに，その規則性を具体的に決定している．これは，離散モデルに対する大域的最大化解のリソースの最適配置が，パッチ数によって構造的に変化をすることを明らかにしたものであり，連続モデルにおける最適配置に関しても重要な示唆を与えている．

以上のように，本論文は連続反応拡散モデルに対して非自明な正値定常解の積分を最大化するための係数の条件を明らかにし，大域的最大化解が bang-bang 性を持つことの証明を与えている．さらには，離散化したモデルについてその最大化解の性質やパッチ数との関連を明らかにするなど，重要かつ興味深い結果を得ている．これらは偏微分方程式および関連する問題について注目すべき独創的な知見を与えており，理学上貢献するところが大きい．よって本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める．