

論文 / 著書情報  
Article / Book Information

論題(和文)	調和加振による超弾性三次元角柱模型の曲げ振動性状の評価 その3：カーブフィットによる固有振動数とモード減衰定数の評価
Title(English)	Evaluation of bending vibration characteristics on a 3D hyper-elastic square cylinder model by harmonic excitation Part2: Evaluation of natural frequency and modal damping constant by curve fitting
著者(和文)	丸山勇祐, 山口雄大, 佐藤大樹, 中川尚大, 長尾悠生, 田村哲郎
Authors(English)	Yusuke Maruyama, Yudai Yamaguchi, Daiki Sato, Naohiro Nakagawa, Yuki Nagao, Tetsuro Tamura
出典(和文)	日本建築学会大会学術講演梗概集, , , pp. 941-942
Citation(English)	, , , pp. 941-942
発行日 / Pub. date	2021, 9
権利情報	一般社団法人 日本建築学会

## 調和加振による超弾性三次元角柱模型の曲げ振動性状の評価

## その3: カーブフィットによる固有振動数とモード減衰定数の評価

超弾性模型	曲げ振動	固有振動数	正会員	○丸山 勇祐*1	正会員	山口 雄大*2
モード減衰定数	伝達関数	カーブフィット	同	佐藤 大樹*2	同	中川 尚大*1
			同	長尾 悠生*1	同	田村 哲郎*2

## 1. 緒言

本報その3では、非線形最小二乗法を用いて本報その1で示した伝達関数の理論式と本報その2で示した実験結果とのカーブフィットを行い、超弾性三次元角柱模型の固有振動数とモード減衰定数の分析と評価を試みる。

## 2. カーブフィットの概要

調和加振実験で得られた模型の絶対変位応答伝達率のプロットと、本報その1で示した伝達関数の理論式を最小誤差で一致させることを目指す。そこで、式(1)のような実験結果と理論解との残差二乗和  $S$  を考える。

$$S = \mathbf{F}(\mathbf{x})^T \mathbf{F}(\mathbf{x}) \quad (1)$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = [F_1(\mathbf{x}) \quad F_2(\mathbf{x}) \quad \dots \quad F_N(\mathbf{x})]^T \quad (2)$$

$$\mathbf{x} = [f_1 \quad \dots \quad f_r \quad h_1 \quad \dots \quad h_r]^T \quad (3)$$

ここに、 $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ は実験値と理論式との誤差のベクトル、 $N$ は実験データ数、 $\mathbf{x}$ は固有振動数  $f_n$  とモード減衰定数  $h_n$  ( $n$ はモードの次数)のベクトル、 $r$ は対象とするモードの最高次数を表す。本検討では、非線形最小二乗法の1つであるLevenberg-Marquardt法<sup>5)</sup>を用いた反復計算により、式(1)の値が最小となるような最適な  $\mathbf{x}$  を探索する。Levenberg-Marquardt法では、現在値  $\mathbf{x}^{(K)}$ を次のように修正する。

$$\mathbf{x}^{(K+1)} = \mathbf{x}^{(K)} + \Delta \mathbf{x} \quad (4)$$

$$\Delta \mathbf{x} = -(\mathbf{H}^{(K)} + \kappa \mathbf{D}[\mathbf{H}^{(K)}])^{-1} \nabla_{\mathbf{x}} S \quad (5)$$

$$\mathbf{H}^{(K)} \approx \mathbf{J}^{(K)T} \mathbf{J}^{(K)} \quad \nabla_{\mathbf{x}} S = \mathbf{J}^{(K)T} \mathbf{F}(\mathbf{x}^{(K)}) \quad (6)(7)$$

ここに、 $\mathbf{D}[\ ]$ は $[\ ]$ 内の行列の対角成分のみを取り出した対角行列を表しており、 $\mathbf{J}^{(K)}$ は $\mathbf{F}(\mathbf{x}^{(K)})$ のヤコビ行列

$$\mathbf{J}^{(K)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{x}^{(K)})}{\partial f_1^{(K)}} & \dots & \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{x}^{(K)})}{\partial h_r^{(K)}} \end{bmatrix} \quad (8)$$

を表している。 $\kappa$ は、現在値  $\mathbf{x}^{(K)}$ と解の距離に応じて変化させる定数である。以上の理論式を適用したカーブフィットのアルゴリズムをFig.1に示す。なお、図中の $\varepsilon$ は収束判定の定数であり、本検討では $\varepsilon = 10^{-5}$ とした。また、 $\kappa$ の初期値は $10^{-4}$ とした。

## 3. カーブフィットの結果の一例

Fig.2に、加振振幅  $a_0 = 1.0$  mmのカーブフィットの結果を示す。本検討では  $z = 440$  mmの2つの測定点の平均振幅でカーブフィットを実施した。振幅に関しては、全ての測定点で、実験値のプロットと理論式のカーブがほぼ

一致している。位相は振幅に比べて一致の精度は劣るものの、全体的な傾向は定性的に一致していると言える。また、ここでは示していない他の加振振幅の場合のカーブフィットの結果も同様の傾向であった。

## 4. 固有振動数とモード減衰定数の評価

Table1に、加振振幅  $a_0$ ごとの模型の固有振動数とモード減衰定数のカーブフィットによる評価値を示す。表中の  $y_r$  は共振点(1次)での模型の相対変位振幅を表している。また、Fig.3に既報2)の自由振動実験での評価結果との比較を示す。Fig.3の水色の線は、複数の自由振動波形から振幅  $y$  ごとに算出した1次の曲げ固有振動数とモード減衰定数を、振幅区分を設けて区分ごとにアンサンブル平均した結果を表しており、図中の赤色のプロットが調和加振実験での評価値(Table1の値)である。また、黄色と桃色の縦線は、それぞれ既報1)の空力振動実験における共振風速下での  $z = 440$  mmの測定点の応答変位(風直交方向)の標準偏差と最大値を表している。この図から、自由振動実験と調和加振実験の評価は概ね一致していることが分かる。1次の固有振動数は振幅レベルに依存せずおよそ3.5 Hzであるのに対して、1次のモード減衰定数についてはやや振幅に依存しているような傾向が見られるものの、本実験の目的である空力振動実験の評価において重要となる大変形領域(黄色と桃色の縦線近辺)ではその傾向は小さく、 $h_1 \approx 5\%$ として評価してよさそうである。

Table1の2次モードの結果( $a_0 = 1.0$  mm)に着目すると、2次の固有振動数は21.34 Hzで、1次より6倍ほど高い値となっている。なお、1次の固有振動数の評価値3.51 Hzをもとに連続体振動の理論式から2次の固有振動数を算出したところ、22.00 Hzとなり、実験とほぼ一致した。

## 5. 結言

本報その3では、超弾性三次元角柱模型の調和加振実験の結果と線形の伝達関数の理論式とのカーブフィットを行い、得られた1次の曲げ固有振動数とモード減衰定数の評価結果が自由振動実験とほぼ一致することを確認した。さらに、調和加振実験の結果からは、自由振動実験では得られなかった2次モードの固有振動数とモード減衰定数の評価値も得られた。今後は、模型の振れ振動特性に着目した分析を行い、空力振動実験の評価に反映させていく。

謝辞

本報告は、前田建設工業株式会社と東京工業大学による共同研究の成果の一部をまとめたものです。また、本研究の一部は、JST 産学共創プラットフォーム共同研究推進プログラム (JPMJP1723) によるものです。ここに記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 中川尚大, 丸山勇祐, 長尾悠生, 田村哲郎, 佐藤大樹, 河合英徳, 呉嘉瑞, 超弾性体三次元角柱の不安定振動挙動に関する実験的研究, 日本流体力学会年会 2020, p.252, 2020.9.

- 2) 超弾性三次元角柱の振動特性の把握のための基礎的検討 その 1 自由振動実験および風洞実験結果の再評価, 2020 年度日本建築学会関東支部研究報告集 I, pp.293-296, 2021.3.
- 3) 山口雄大, 佐藤大樹, 中川尚大, 丸山勇祐, 田村哲郎, 風洞実験を踏まえた超弾性三次元角柱の振動特性の把握のための基礎的検討 その 2 連続体振動理論と FEM による弾性固有値解析, 2020 年度日本建築学会関東支部研究報告集 I, pp.297-300, 2021.3.
- 4) 長松昭男, モード解析, 培風館, p63, 1990.
- 5) 金谷健一, これなら分かる最適化数学 基礎原理から計算手法まで, 共立出版, pp.130-134, 2005.

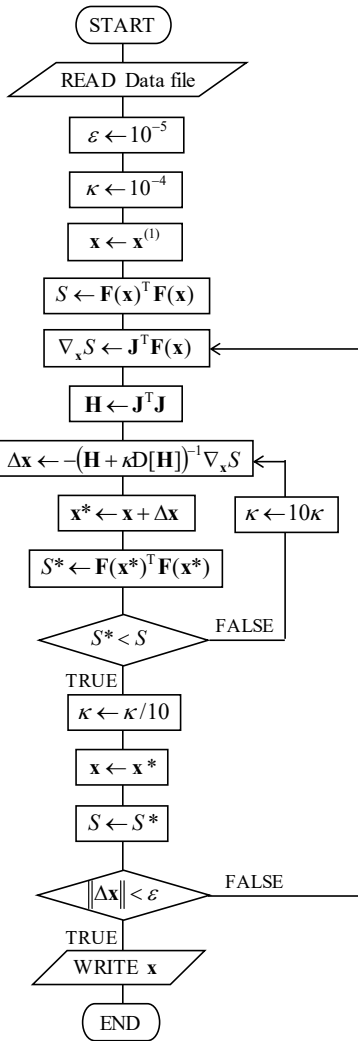


Fig.1 Algorithm for curve fitting using Levenberg-Marquardt method<sup>5)</sup>

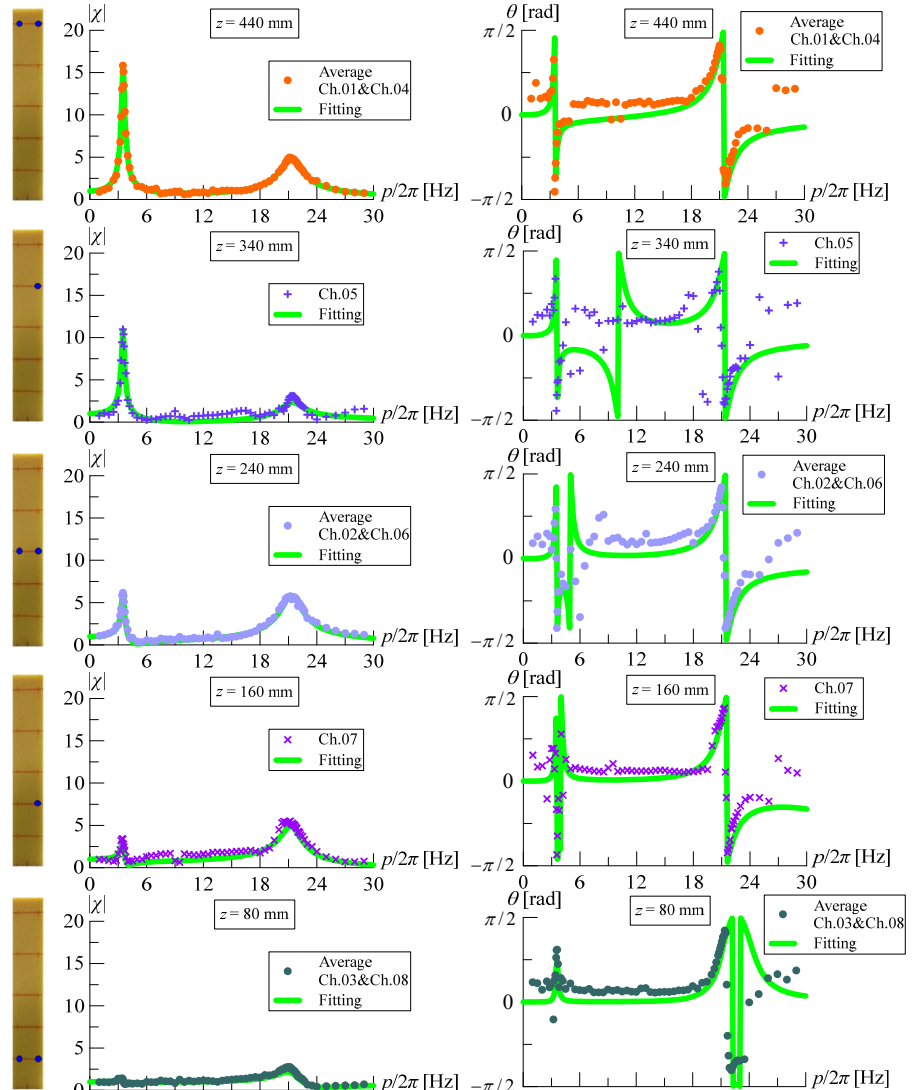


Fig.2 Result of curve fitting (Amplitude and phase,  $a_0 = 1.0$  mm)

Table1 Optimal parameters obtained by curve fitting

$a_0$ [mm]	$y_r$ [mm]	$f_1$ [Hz]	$h_1$	$f_2$ [Hz]	$h_2$
0.40	7.29	3.51	0.039		
1.00	16.07	3.51	0.044	21.34	0.054
1.60	23.36	3.50	0.049		
2.20	29.90	3.49	0.052		
2.80	36.37	3.53	0.050		

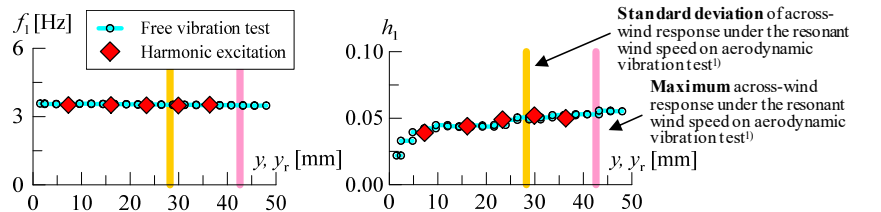


Fig.3 Comparison of  $f_1$  and  $h_1$  between free vibration test<sup>2)</sup> and harmonic excitation

\*1 前田建設工業  
\*2 東京工業大学

\*1 Maeda Corporation  
\*2 Tokyo Institute of Technology