

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	パラメータ制約付き特異モデルの統計的学習理論
Title(English)	Statistical Learning Theory of Parameter-Restricted Singular Models
著者(和文)	林直輝
Author(English)	Naoki Hayashi
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第12028号, 授与年月日:2021年6月30日, 学位の種別:課程博士, 審査員:渡邊 澄夫,高安 美佐子,金森 敬文,山下 真,澄田 範奈
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第12028号, Conferred date:2021/6/30, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

論文審査の要旨及び審査員

報告番号	甲第	号	学位申請者氏名	林 直輝		
		氏名	職名		氏名	職名
論文審査 審査員	主査	渡邊 澄夫	教授	審査員	澄田 範奈	講師
	審査員	高安 美佐子	教授			
		金森 敬文	教授			
		山下 真	教授			

論文審査の要旨 (2000 字程度)

本論文は、Statistical Learning Theory of Parameter-Restricted Singular Models (パラメータ制約付き特異モデルの統計的学習理論) と題し、英文 6 章と付録より構成されている。

第 1 章 “Introduction” では、サンプルから確率分布の推測を行う統計的学習において、パラメータ集合に制約を持つ特異モデルの汎化誤差の挙動を解明する必要があると述べ、その数学的な基礎を構成することが本研究の目的であり、重要なケースとして非負値行列分解と潜在ディリクレ配分のベイズ汎化誤差を導出するための理論を構成すると述べている。また、本論文の全体の構成について説明している。

第 2 章 “Bayesian Inference” では、本論文で研究の対象となるベイズ推測の枠組みを述べ、サンプルによって条件づけられる事後分布と予測分布を定義し、サンプルを生成した分布と推測された分布の相違を定量的に測るための確率変数として汎化誤差と自由エネルギーを定義し、その意味と性質について説明している。

第 3 章 “Singular Learning Theory” では、統計的学習において利用される学習モデルが階層構造や潜在変数を持つときには、パラメータと確率分布が一対一に対応しないことから特異モデルであり、事後分布を正規分布で近似することができないため、従来の正則モデルの学習理論は適用できないと述べている。また正則モデルでも特異モデルでもベイズ推測における漸近挙動は、カルバック・ライブラ情報量から定義されるゼータ関数の最大極を調べることで代数幾何学的に解明できると述べ、特に汎化誤差と自由エネルギーについては双有理不変量である実対数閾値を用いて表すことができると説明している。さらに、与えられた学習モデルの実対数閾値が解明されると汎化誤差や自由エネルギーの値を用いることで適切なモデルの選択や交換モンテカルロ法における逆温度系列の設計に役立つことを紹介している。

第 4 章 “Bayesian Generalization Error in Non-negative Matrix Factorization” では、非負値行列分解は、非負の要素を持つ行列を非負の要素を持つ二つの行列の積に分解するものであり、学習モデルとしてはパラメータ空間に制約を持つ特異モデルのひとつであると述べている。そのうえで非負値行列分解のカルバック・ライブラ情報量から定義されるゼータ関数を用いて実対数閾値の上限を理論的に導出し、制約条件がない場合との違いを明らかにしている。また事後分布を平均場近似することで得られる変分ベイズ法における漸近挙動との相違について解明し、ハイパーパラメータの制御における相転移構造の違いを明らかにしている。

第 5 章 “Bayesian Generalization Error in Latent Dirichlet Allocation” では、テキスト解析をはじめ多くの情報システムの実現に用いられている潜在ディリクレ配分が特異モデルであることを指摘している。その実対数閾値が確率行列分解におけるものと等しいことを証明している。さらに確率行列分解のカルバック・ライブラ情報量についての特異点解消写像を見出すことでゼータ関数の最大極を与え、潜在ディリクレ配分と確率行列分解の実対数閾値の厳密値を解明している。また理論的な結果から予想される汎化誤差の値を数値実験と比較することで理論と実験の整合性を確認している。

第 6 章 “Conclusion” では論文の結論をまとめている。

付録 “Questions and Answers in Defense” では本論文に関する質疑と回答についてまとめている。

以上を要するに本論文は、パラメータ空間に制約を持つ学習モデルとして代表的な非負値

行列分解と潜在ディリクレ配分について実対数閾値を見出すことで汎化誤差の漸近挙動を数学的に解明し、将来の最適設計のための数学的な基盤を与えたものであり、理学上貢献するところが極めて大きい。よって本論文は、博士（理学）にふさわしいと認められる。

注意：「論文審査の要旨及び審査員」は、東工大リサーチポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。