

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	M凸関数最小化および関連問題に対するアルゴリズムと解析
Title(English)	Algorithms and Analysis of M-Convex Function Minimization and Related Problems
著者(和文)	南川智都
Author(English)	Norito Minamikawa
出典(和文)	学位:博士(工学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第11944号, 授与年月日:2021年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:塩浦 昭義,水野 真治,松井 知己,大和 毅彦,中田 和秀
Citation(English)	Degree:Doctor (Engineering), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第11944号, Conferred date:2021/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

(博士課程)

論文審査の要旨及び審査員

報告番号	甲第 号			学位申請者氏名		南川 智都	
論文審査 審査員		氏 名	職 名		氏 名	職 名	
	主査	塩浦昭義	教授	審査員	中田 和秀	准教授	
	審査員	水野 眞治	教授				
		松井 知己	教授				
		大和 毅彦	教授				

論文審査の要旨 (2000 字程度)

本論文は、「Algorithms and Analysis of M-Convex Function Minimization and Related Problems (M凸関数最小化および関連する問題に対するアルゴリズムと解析)」と題し、離散的な凸関数であるM凸関数の最小化問題と、それに関連する最適化問題に対するアルゴリズムと計算量解析の研究を行っている。M凸関数は整数格子点上で定義される関数に対する凸性として 1990 年代に提案された概念であり、離散最適化問題の「解きやすさ」、つまり短時間で最適解を求めることが可能な問題の構造をとらえた概念として認識されている。解きやすい離散最適化問題はそれ自身が有用であると同時に、「解きにくい」(つまり最適解を短時間で求めることが困難な)問題を解く上でも重要である。解きやすい問題に対してより高速なアルゴリズムを構築するとともに、解きやすい問題のクラスを拡張していくことにより、解きにくい離散最適化問題のより高速かつより高精度なアルゴリズムの構築が可能となる。このような背景を踏まえ、本論文ではM凸関数最小化問題に対する既存のアルゴリズムの精緻な解析を行うと共に、関連する離散最適化問題に対して高速なアルゴリズムを提案し、この問題が解きやすい問題のクラスに属することを示す。本論文は、次の 5 章から構成されている。

第 1 章「Introduction (はじめに)」は序論であり、本論文で扱われるM凸関数最小化問題および関連する離散最適化問題に関する研究の背景とその意義について説明している。その後、本論文の目的を述べ、得られた結果の概要を説明すると共に論文の構成を示している。

第 2 章「Preliminaries (準備)」では、第 3 章、第 4 章で議論を行うための準備として、本論文で扱う基本的な概念と記法を説明すると共に、M凸関数最小化問題と資源配分問題の定義を説明している。

第 3 章「Time Bounds of Basic Steepest Descent Algorithms for M-convex function Minimization and Related Problems (M凸関数最小化と関連する問題に対する基本的な最急降下アルゴリズムの計算時間のバウンド)」では、M凸関数およびその一般化であるジャンプM凸関数を最小化する問題に対する最急降下アルゴリズムの反復回数の精緻な解析を行っている。M凸関数とジャンプM凸関数については、最急降下アルゴリズムにより最適解が得られることは以前より分かっていたが、その反復回数のタイトなバウンドは不明であった。そのため、基本的なアルゴリズムに修正を加え、各反復での解の移動方向を適切にコントロー

ルすることにより、アルゴリズムの反復回数に対する上界を導出していた。一方近年、M凸関数に対しては基本的な最急降下アルゴリズムの厳密な反復回数が導出され、初期解から最も近い最適解へのL1距離の1/2に等しいことが示された。この結果をふまえ、本章では（ジャンプ）M凸関数の最急降下アルゴリズムに対する既存の解析方法を見直し、適切に修正することにより、厳密な反復回数が導出できることを証明した。ここで鍵となるのは、証明に使われている「最小解カット定理」と呼ばれる定理である。本章ではこの定理の主張を改善することに成功し、「解が最急降下方向に移動すると、最も近い最適解へのL1距離が減少する」という主張を示すことに成功した。これを用いることにより、アルゴリズムの厳密な反復回数を導出することに成功している。

第4章「Algorithms for Separable Convex Resource Allocation Problem with L1-distance Constraint (L1 距離制約をもつ分離凸資源配分問題に対するアルゴリズム)」では、これまで長く研究されてきた分離凸資源配分問題に対して、L1 距離制約という新たな制約を付加した問題について議論している。分離凸資源配分問題とは、一定量の離散的な資源をいくつかの配分先に配分し、分離凸関数により与えられる目的関数を最小化することを目的とする問題である。この問題およびその一般化は長く研究が行われ、貪欲アルゴリズムと呼ばれるシンプルなアルゴリズムや、それを高速化したスケーリングアルゴリズムにより最適解が得られることが知られている。一方、L1 距離制約とは、所与のベクトルと解ベクトルのL1距離が所与の定数以下である、という制約である。この制約は、「新たに求める配分は、初期配分になるべく近いものにしたい」という状況を表現する際に使われる。第4章では、このL1距離制約が、分離凸資源配分問題の文脈で現れる「劣モジュラ制約」と呼ばれる一般的な制約の特殊ケースとしてみなせることを明らかにした。劣モジュラ制約をもつ分離凸資源配分問題は前述のアルゴリズムで解けることが知られているため、この研究結果より、L1 距離制約をもつ分離凸資源配分問題は解きやすい問題であることが示されたことになる。また、この問題の特殊性を利用して、既存の貪欲アルゴリズムやスケーリングアルゴリズムの高速化を試み、理論的な計算時間の削減に成功している。

第5章「Conclusion（おわりに）」では、本論文で得られた研究成果をまとめている。

以上要するに、本論文では、M凸関数最小化問題に対する既存のアルゴリズムの精緻な解析を行うと共に、関連する離散最適化問題に対する高速なアルゴリズムに関する研究を行っており、経営工学の発展に寄与するところが多い。よって本論文は、博士（工学）の学位論文として十分な価値を有するものと認められる。

注意：「論文審査の要旨及び審査員」は、東工大リサーチポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。