

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	有限生成体の大きな代数拡大体上の Mordell–Weil 群
Title(English)	Mordell–Weil groups over large algebraic extensions of finitely generated fields
著者(和文)	浅山拓哉
Author(English)	Takuya Asayama
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第12634号, 授与年月日:2024年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:田口 雄一郎,落合 理,下元 数馬,鈴木 正俊,谷田川 友里
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第12634号, Conferred date:2024/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

論文審査の要旨及び審査員

報告番号	甲第	号	学位申請者氏名	浅山 拓哉	
論文審査 審査員		氏名	職名	氏名	職名
	主査	田口 雄一郎	教授	谷田川 友里	准教授
	審査員	落合 理	教授		
		下元 数馬	教授		
鈴木 正俊		准教授			

論文審査の要旨 (2000 字程度)

本学位論文では、素体上有限生成体の無限次代数拡大体上の準アーベル多様体や Drinfeld 加群の Mordell-Weil 群の構造を調べ、これに関連して、Kummer 忠実体やその函数体類似について幾つかの興味深い結果を導いている。素体上有限生成体上の Mordell-Weil 群の構造は古典的によく知られているが、その無限次代数拡大体上での振舞いは十分に知られていない。特別な代数拡大の塔に付随する Mordell-Weil 群については岩澤理論に於いて研究されているが、本論文ではそれとは異なり、遠アーベル幾何学に於ける基礎体の一つとして有望視される Kummer 忠実体の視点や、Frey-Jarden 予想の様に確率論的な視点から研究されているところが特長的である。

第1章 Introduction では本論文の概要を簡潔に説明している。

第2章 Preliminaries では本論文で使われる様々な概念について復習している。

第3章 Kummer-faithfulness for function fields では、Kummer 忠実体という概念の函数体類似、即ち、準アーベル多様体を Drinfeld 加群で置き換えた場合の類似 (Drinfeld-Kummer 忠実体)、について考察し、代数体の無限次ガロア拡大の場合の Ozeki-Taguchi の結果の函数体類似に相当する結果を証明している。特に、函数体の無限次ガロア拡大が Drinfeld-Kummer 忠実であるための分岐理論的な十分条件を与えている。函数体の場合は無限素点での分岐が任意に大きくなり得る事から生じる困難があるが、本章では無限素点に於ける分岐を統制するある種の導手を導入する事によりこの困難に対処している。この結果により、局所体の有限生成拡大体の部分体にならない様な「大きい」Drinfeld-Kummer 忠実体の例が大量に構成される。

第4章 Mordell-Weil groups over large algebraic extensions of fields of characteristic zero では、有理数体の有限生成拡大体 K の代数閉包の、 e 個 ($e \geq 1$) の自己同型の組 σ による固定部分体 M や、それに含まれる K の最大ガロア部分拡大体 L の上の準アーベル多様体の Mordell-Weil 群の構造を精密に調べている。これは Geyer-Jarden の予想についてのこれまでに知られている結果の一般化及び精密化になっている。例えば、 $e \geq 2$ のとき、殆ど全ての σ に対し、 L 上の準アーベル多様体の L 上の Mordell-Weil 群は可算階数の自由 Z 加群と有限部分加群との直和である事が証明され、その帰結として上の様な体の Kummer 忠実性が導かれている。この結果は Ohtani による結果を大きく拡張したものであり、代数閉体の有限個の自己同型による固定部分体であって Kummer 忠実であるものが大量に存在する事が証明されたのは本研究が初めてである。

第5章 Finiteness of torsion of Drinfeld modules over large algebraic function fields では、上記 Geyer-Jarden 予想の Drinfeld 加群類似が研究され、特に、捻れ部分群について、望み得る最良の結果が証明されている。即ち、上の体 L, M の有限体上の類似を再び L, M と書くとき、 M 上の Drinfeld 加群の M 有理的な捻れ部分加群が、殆ど全ての自己同型の組 σ に対して、係数環上局所的には有限であり、さらに $e \geq 2$ ならば、 M 有理的な捻れ部分加群全体が有限になる。また、 $e \geq 2$ のとき、殆ど全ての σ に対して L 上の Drinfeld 加群の L 上の Mordell-Weil 群は可算階数の自由加群と有限部分加群との直和である事が証明されている。

以上の様に、本論文では有限生成体の無限次代数拡大体上の準アーベル多様体や Drinfeld 加群の Mordell-Weil 群の構造や Kummer 忠実体の数論について数々の重要な貢献がなされており、さらには Kummer 忠実体や Drinfeld-Kummer 忠実体の新たな例が大量に構成されている。これらの結果は数論幾何学に於いて意義深いものであり、理学上の貢献は大である。よって本論文は博士 (理学) の学位論文として十分な価値があるものと認める。