

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	4次元多様体上のポシェット手術と3次元Brieskornホモロジー球面のd不変量
Title(English)	Pochette surgery on 4-manifolds and the d-invariants of Brieskorn homology 3-spheres
著者(和文)	鈴木龍正
Author(English)	Tatsumasa Suzuki
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第12635号, 授与年月日:2024年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:遠藤 久顕,本多 宣博,五味 清紀,KALMAN TAMAS,野坂 武史
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第12635号, Conferred date:2024/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

(博士課程)

論文審査の要旨及び審査員

報告番号	甲第		号	学位申請者氏名		鈴木 龍正	
論文審査 審査員		氏 名		職 名		氏 名	職 名
	主査	遠藤 久顕		教授	審査員	野坂 武史	准教授
	審査員	本多 宣博		教授			
		五味 清紀		教授			
		カールマン タマシュ		准教授			

論文審査の要旨（2000 字程度）

幾何学において構成法の研究と不変量の研究はいわば車の両輪であり，双方がうまく連動した場合に目覚ましい結果が得られることも多い．4 次元多様体論においては様々な改変操作や解析的な手法に基づく不変量が特に重要であり，ここ 40 年ほどの研究の進展はそのような構成法と不変量の研究の相互作用によって支えられている．本論文は，「Pochette surgery on 4-manifolds and the d-invariants of Brieskorn homology 3-spheres」と題し，4 次元多様体のポシェット手術に関する研究と Brieskorn ホモロジー球面の d 不変量に関する研究をまとめた二つの章から構成されている．

第 1 章「Pochette surgery on 4-manifolds」では，ポシェット手術と呼ばれる改変操作とそれによって得られる 4 次元多様体の性質について論じている．ポシェット手術は 2004 年に岩瀬順一氏と松本幸夫氏によって導入された 4 次元多様体の改変操作であり，Gluck 手術を特別な場合として含んでいる．ポシェット手術においてはポシェットの埋め込みによるコア球面とコードの像が重要である．本章ではまず，4 次元球面のポシェット手術においてコア球面とコードのいずれかが自明な場合を考察し，そのようなポシェット手術は自明な手術または Gluck 手術であることを証明している．次に，コア球面とコードが共に自明でない場合の 4 次元球面のポシェット手術について考察を進め，そのようなポシェット手術が自明な手術となる場合があることを見出している．また，ポシェット手術が自明な手術となるための十分条件を，Andrews-Curtis 自明な群の表示を用いて与えている．最後に，3 次元多様体の Dehn 手術を用いることにより，4 次元球面のポシェット手術によって非常に多様な基本群を持つ 4 次元多様体が構成されることを示している．これらの結果はポシェット手術が Gluck 手術に帰着される場合を明らかにする一方，一般のポシェット手術の複雑さを浮き彫りにしており，ポシェット手術の新たな可能性を拓いた結果と言える．尚，本章の前半では，以上の結果を導く際に用いられるポシェット手術の基礎理論についても詳細に述べられている．特に，ポシェット手術によって得られる 4 次元多様体の Kirby 図式やホモロジー群に関する基本的な結果は，本論文において初めて定式化されたものである．

第 2 章「The d-invariants of Brieskorn homology 3-spheres」では，Brieskorn ホモロジー球面の d 不変量に関するいくつかの計算について論じている．本章で扱う d 不変量は，Ozsvath と Szabo によって導入された 3 次元有理ホモロジー球面の有理ホモロジースピン c 同境不変量であり，3 次元ホモロジー球面に対してはホモロジー同境不変量となる．従って，4 次元トポロジーの立場からも興味深い研究対象である．特殊なタイプの Brieskorn ホモロジー球面に対しては，Karakurt と Savk によって d 不変量の計算公式が与えられていたが，明示的な公式とは言い難いものであった．本章では，Karakurt-Savk の公式を精密化し，実際の計算に使いやすいものへと改良している．また，それを用いて互いにホモロジー同境でないような Brieskorn ホモロジー球面の無限族の新しい具体例を発見している．さらに，Ozsvath-Szabo によるレンズ空間の d 不変量に関する相互法則の一般化を与えている．

以上，本論文は 4 次元多様体のポシェット手術，および，Brieskorn ホモロジー球面の d 不変量という二つの研究対象について，低次元トポロジーの視点から新たな性質や相互関係を明らかにしている．これらの研究結果は幾何学，特に位相幾何学の研究に新たな知見をもたらしたものであり，理学上の貢献は大である．よって，本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値があるものと認める．

注意：「論文審査の要旨及び審査員」は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。