

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	Cayleyパラメータ表現法と直交制約付き最適化への応用に関する研究
Title(English)	A Study of Cayley Parametrizations and Their Applications to Optimizations with Orthogonality Constraints
著者(和文)	久米啓太
Author(English)	Keita Kume
出典(和文)	学位:博士(工学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第12708号, 授与年月日:2024年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:山田 功,植松 友彦,府川 和彦,尾形 わかは,山下 真
Citation(English)	Degree:Doctor (Engineering), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第12708号, Conferred date:2024/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

(博士課程)

論文審査の要旨及び審査員

報告番号	甲第	号	学位申請者氏名	久米 啓太		
論文審査 審査員		氏名	職名		氏名	職名
	主査	山田 功	教授	審査員	山下 真	教授
	審査員	植松 友彦	教授			
		府川 和彦	教授			
	尾形 わかは	教授				

論文審査の要旨 (2000 字程度)

本論文は“A Study of Cayley Parametrizations and Their Applications to Optimizations with Orthogonality Constraints (Cayley パラメータ表現法と直交制約付き最適化への応用に関する研究)”と題し、英文6章よりなっている。

第1章“Introduction (序章)”では、まず、「正規直交制約付き最適化問題」は、Stiefel 多様体(正規直交条件を満たす行列の集合)上の最適な行列の探索問題であり、信号処理や機械学習における強力な分析手法を生み出す共通課題となってきたことを紹介している。次に、最適解の推定値更新方向を直近の推定値における「Stiefel 多様体の接空間」内で決定することを基本方針とする従来の標準戦略(Retraction 表現法)に、過去の推定値更新履歴を活かして推定値更新方向を決定する高度な最適化技術を導入することが困難となる構造的要因を説明し、「正規直交制約付き最適化問題」に対しては、Stiefel 多様体の大域的パラメータ空間を用いる解法戦略が有望であることを述べ、本論文の目的を明らかにしている。

第2章“Preliminaries (準備)”では、本研究で必要となる行列解析や最適化技法に関する数学的事実を紹介している。

第3章“Generalized left-localized Cayley transform and Cayley parametrization strategy (一般化左局所 Cayley 変換と Cayley パラメータ表現法)”では、まず、一般の Stiefel 多様体の稠密開部分集合をユークリッド空間に対応付ける一般化左局所 Cayley 変換を提案している。一般化左局所 Cayley 変換は、調整可能な中心点に応じて決定されるユークリッド空間を特異点以外の稠密開部分集合の大域的パラメータ空間として利用できる特長を有している。次に、一般化左局所 Cayley 変換の逆変換を用いて「正規直交制約付き最適化問題」を「ユークリッド空間上の最適化問題」に翻訳し、ユークリッド空間上の最適化アルゴリズムを適用する「Cayley パラメータ表現法」を提案している。実際に勾配降下法を Cayley パラメータ表現法と Retraction 表現法に組み込んだ2つの解法の数値性能比較の結果、多くの場合で Cayley パラメータ表現法の優位性が確認された。ただし、一般化左局所 Cayley 変換の特異点集合が最適解に近接している例外的な場合に、Cayley パラメータ表現法の収束性能が著しく劣化する特異点問題とよばれる現象が確認され、Cayley パラメータ表現法では「中心点」の調整が重要な課題となることを明らかにしている。

第4章“Adaptive localized Cayley parametrization strategy for smooth optimization over the Stiefel manifold (正規直交制約付き平滑最適化のための適応 Cayley パラメータ表現法)”では、まず、一般化左局所 Cayley 変換の特異点が大域的パラメータ空間の無限遠点として解釈可能であり、大域的パラメータ空間の原点から乖離が進むにつれ、Stiefel 多様体上の可動性が抑圧される特異点問題が強く顕れることを明らかにしている。次に、Stiefel 多様体上に与えられた点に応じて、これを原点近傍に対応付ける中心点調整法を導出し、特異点問題緩和のために大域的パラメータ空間そのものを更新できる「適応 Cayley パラメータ表現法」を提案している。実際に、Cayley パラメータ表現法が性能劣化する状況で数値実験を行った結果、「適応 Cayley パラメータ表現法」によって著しく性能改善されることを確認している。

第5章“Variable smoothing for nonsmooth optimization with nonconvexly constraint (非凸制約付き非平滑最適化のための可変平滑化法)”では、制約集合がパラメータ表現可能である状況で「非凸制約付き弱凸非平滑最適化問題」を検討している。この最適化問題は、凸解析の枠組みで開拓されてきた近年のスパースモデリング技術を飛躍的に進化させる可能性を秘めた重要な課題であるが、制約集合と目的関数の非凸性に加えて、目的関数の非可微分性が障害となるため、有力な解法が知られていなかった。本研究では、「制約集合と目的関数のパラメータ空間上への翻訳戦略」と近年提案された「可変平滑化の最適化戦略」を融合した新解法を提案している。新解法によって、これまで未解決であった「Stiefel 多様体の凸緩和を前提としない非凸正則化モデルによるスパースベクトラルクラスタリング」が実現され、提案法の性能が従来のスパースベクトラルクラスタリングを凌駕することを数値実験で確認している。

第6章“Conclusion (結論)”では、本論文で得られた結果を総括している。

以上を要するに、本論文は、信号処理や機械学習の領域で重要な共通課題となっている正規直交制約付き最適化問題に対して、複数の解法戦略を開発し、それらの有効性を示したものであり、工学上並びに工業上貢献するところが大きい。よって我々は本論文が博士(工学)の学位論文として十分価値のあるものと認める。

注意:「論文審査の要旨及び審査員」は、東工大リサーチポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。