

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	自律移動体群の局所空間的な相互作用の場を用いた情報伝播による機能的秩序の形成
Title(English)	Functional Order Generation by Local Space Interaction Field for Automatic Decentralized Swarm Systems
著者(和文)	折金悠生
Author(English)	Yuki Origane
出典(和文)	学位:博士(工学), 学位授与機関:東京科学大学, 報告番号:甲第267号, 授与年月日:2025年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:倉林 大輔,天谷 賢治,塚越 秀行,中尾 裕也,畑中 健志
Citation(English)	Degree:Doctor (Engineering), Conferring organization: Institute of Science Tokyo, Report number:甲第267号, Conferred date:2025/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis



令和六年度 博士論文

自律移動体群の局所空間的な
相互作用の場を用いた情報伝播による
機能的秩序の形成

Functional Order Generation
by Local Space Interaction Field
for Automatic Decentralized Swarm Systems

提出者 折金悠生
所属 システム制御系システム制御コース
指導教員 倉林大輔 教授

要旨

本研究では、自律移動体群における局所観測のみを用いた群の大域的状態推定法と、推定された情報を利用した機能的秩序形成の方法を提案する。

局所的な観測と分散的な制御によって動作する自律移動体群では、各移動体の制約と大域的な目的を調停する秩序の形成が必要不可欠である。特に典型的な無秩序状態である停留や行動の不一致を打破するためには、大域的な群の空間的・時間的状态に基づいた行動を個々の移動体が行わなければならないが、局所的な観測のみで大域状態をどのように獲得するかが問題となる。生物における群集団や物理現象においては、低次元の状態量による局所的相互作用のみを用いているにも関わらず、複雑な振る舞いを実現できる。こういった振る舞いを工学的な機能実現に応用するためには、局所相互作用から得られる情報の意味を知る必要がある。そこで本研究では、位相振動子を移動体に搭載し、互いの位置関係に基づく相互作用を導入した。これにより、振動子群が作る”場”が結合状態に応じて振る舞うために、局所的な観測によって移動体全体の空間配置に関する情報を推定でき、機能的な秩序の形成が可能となる。

移動体間の衝突は安全のため避けられなければならないが、制御バリア関数法のように不等式制約でオリジナルの入力を打ち消してしまう場合、タスク達成が望めない停留状態に陥ることがある。特にリーダーフォロワ型の誘導を行う移動体群においては、リーダーがフォロワ移動体に取り囲まれてしまう停留が生じる。この無秩序状態を解決するために、拡散方程式に似た放物型の相互作用をリーダーの進行方向を反映させる形で設計した。相互作用により場に勾配が生じることで、リーダー移動体の進行方向を避けるようにフォロワ移動体を誘導することが可能であることを確認した。

リーダーという基準となる移動体が存在しない場合でも機能的な秩序の形成を可能とするために、また伝搬できる情報の次元を高くするために、双曲型の相互作用を新たに提案した。双曲型の相互作用では場に移動体のネットワーク構造に応じた定常波が生じることで、群の絶対的・相対的な空間状態や、配置の時間変化といった大域状態を分散的に推定できる。これは結合関係が移動体の配置を反映していることから、移動体同士が行う相互作用により、有限要素解析のように空間上の場で波動方程式が離散的に計算されていることによる。この有限要素解析との対応関係により、定常波が安定となるためのパラメータ範囲をフォン-ノイマン条件を用いて求めた。結果として、システムの計算性能と定常波の検出性の間でトレードオフが存在することが明らかになった。シミュレーションの結果から、群体のサイズ、群体における相対的な位置及び群形状の変化といった複数の情報を、双曲型相互作用に従う一つの場合から取り出せることを確認した。

双曲型相互作用を用いて推定できる大域状態を用いて、単一性の維持や停留の解消といった機能的な秩序の形成を行った。定常波のピーク周波数から群全体の移動状態を推定することで、群全体の配置変換が停止したことを全ての移動体が検出することができる。これを各移動体のタスク遷移条件に設定することで、群全体として行動遷移を同期的に行うことができる。また、停留が生じたことを配置変化の停止から検出し、さらには群内部における相対位置推定を利用することで、狭所停留の要因となる幾何的なアーチ構造を時空的な非対称行動によって解消できることを確認した。

自律移動体群の耐故障性や拡張性といった利点を活かすためには、相互作用に必要な通信量が小さいことが望ましい。この観点から、提案手法を実装可能なシステムの下限を示すために、発光タイミングを用いた通信システムを持つ移動ロボットに対して、提案手法の実装を行った。実装においては、特に通信できる観測量の範囲の制約から、定常波のエネルギーが増大しないよう注意しなければならない。しかし双曲型相互作用自体がエネルギーを保存する性質があり、かつネットワークの時間変化や不確かさによる外部からのエネルギー注入を避けられないことから、粘性項と自励項の導入によって分散的なエネルギー管理を行った。実ロボットを用いた実験の結果、情報量の少ない通信しか持たないデバイスにおいても、双曲型相互作用を用いた大域状態推定が可能であることが明らかになった。

以上より、全体の研究を通じて、相互作用を設計し場に伝搬される情報を明らかにすることで、局所的かつ低次元の観測から大域状態推定と機能的秩序の形成法を提案した。自律分散的な移動体群が局所的な観測のみで対応できるタスクや環境の幅が広がったことで、より広い場面で耐故障性や拡張性に優れたシステムの構築を可能とした。

Abstract

This research proposes a method that enables robots in a swarm to estimate global geometric information and achieve functional order using only local observation.

In a robotic swarm system, which consists of autonomous and distributed mobile agents, local constraints can hinder the achievement of global tasks. To overcome disordered situations, such as deadlock or failure to unify, agents must move based on the global time-space states of the entire swarm, relying only on local observations.

To address this problem, this study implemented a phase oscillator in the agents and introduced local interactions among the oscillators. By sharing a field over oscillators, the agents can estimate global time-space information about the entire swarm system.

Collision avoidance constraints, such as those derived from the control barrier function method, restrict nominal inputs for task achievement. This can lead to an entrainment deadlock problem in leader-follower navigation. To address this, this study modified the interaction mechanism to propagate the leader's direction, enabling movement and resolving the deadlock problem in a distributed manner.

To propagate higher-order information, this study proposed a wave-type interaction. This interaction generates steady waves across the field, with the frequency and amplitude of these waves reflecting the interaction network of the swarm system. By extracting this information through Fourier analysis, each agent could estimate the dynamic location changes of all agents and determine their relative positions. By applying the Von Neumann stability condition to the system with wave-type interaction, the study identified a stable range for the coupling parameter. Simulation results demonstrated that the agents maintained unification and resolved deadlock situations.

The proposed method was further validated through real-world experiments with robots. In these experiments, robots communicated their phases via intermittent LED flashes. Implementation required preserving the virtual energy of the interactions. A viscosity term was introduced to prevent energy divergence caused by network changes and uncertainties, while a self-excitation term restored energy to enable repeated detection of steady waves.

Consequently, this study enhanced the swarm's ability to resolve disordered situations and contributed to the development of robotic swarm systems capable of handling complex tasks and environments.

目次

第 1 章	緒論	6
1.1	背景	6
1.2	目的	7
1.3	論文構成	9
第 2 章	関連研究と本研究の位置づけ	11
2.1	自律分散的な移動体群モデルと停留の発生	11
2.2	自律分散的な秩序形成問題	13
2.3	場を用いた情報伝搬と秩序形成	13
2.4	本研究の貢献	14
第 3 章	問題設定	16
3.1	群れモデル	16
3.2	結合振動子系と場	19
3.3	制御バリア関数	21
3.4	自律移動体群における機能的秩序形成問題	23
第 4 章	放物型相互作用による位相進行波を用いたリーダーフォロワ移動体群の停留抑制	25
4.1	緒言	25
4.2	問題設定	26
4.3	CBF 制約の導入と場を用いた停留解消	29
4.4	シミュレーションによる検証	36
4.5	結言	40
第 5 章	双曲型相互作用による定常波を用いたネットワーク状態推定	41
5.1	緒言	41
5.2	問題設定	42
5.3	双曲型相互作用を用いた大域状態推定	44
5.4	検出性と安定性を考慮した結合パラメータの設計	54
5.5	大域的特徴量推定シミュレーション	60

5.6	結言	63
第 6 章	大域状態推定に基づく機能的秩序の実現	64
6.1	緒言	64
6.2	問題設定	65
6.3	大域状態を用いた機能的秩序の設計	67
6.4	シミュレーションによる機能的秩序の検証	69
6.5	結言	74
第 7 章	自律分散的に停留解消を行うロボットシステムの実装	76
7.1	緒言	76
7.2	移動体システムと発光タイミングによる通信方式	77
7.3	光による相互作用を用いた双曲型相互作用の実装	79
7.4	実デバイスにおける仮想エネルギー管理	82
7.5	大域的状态推定の実機実験	88
7.6	機能的秩序としての停留解消実験	91
7.7	結言	94
第 8 章	結論	95
	参考文献	107

第 1 章

緒論

1.1 背景

近年、ロボット工学を含む分野の進展や価格の低下により、ドローン・清掃ロボット・自動運転車など人工エージェントの社会への進出が進んでいる。さらにこれらの人工エージェントを複数台強調させた群システムを構成することで、ドローンショーや広い空間の探索のように大規模かつ複雑なタスクを実施させる試みが多くなされている。群システムを制御するために、管制システムによって大域的な情報を収集して指令を行う中央集権的な制御を行うことが一つの考え方である。このような大域管制型のシステムでは、安全性や全体のタスク達成性は管理側が責任を持つ。管理を確実なものにするために、計算機の性能を上げ、通信の到達範囲や情報量を増やすことで管制の信頼性を高めるという考え方が基本である。

その対極にあるのが、Swarm と呼ばれる自律分散システムである [1, 2]。Swarm システムは群システムの一つであるが、システム全体を管制する存在はなく、個々のエージェントは局所的な観測と分散的な制御構造で自律的に動作する。さらに Swarm では、制御アルゴリズムがシンプルで、匿名かつ通信量の抑制を要請することが多い。これは、Swarm システムが生物の群れに着想を得た分野であることによる [3]。生物界においては、鳥や魚の群れを始め社会性昆虫、多細胞生物に至るまで、様々なスケールでの群システムが存在する。その中には、構成エージェントが極めて限られた計算能力しか持っていない、あるいは限られた情報量と伝達範囲の通信システムしか存在しない事例が多数存在する。しかし生物の群れはその能力の限られた分散システムから、生存に向けた優れた機能性を発揮することができる。この単純なシステムによる複雑な機能発現を工学的に実現することが、Swarm システム分野全体の目標である。

Swarm システムの工学的な利点は次の三点である。まず Swarm システムは計算機や通信に性能を要求しないことから、酷環境の条件で活用が期待できる。例えば海中環境では水が電磁波を通さないことから、情報量の多い無線通信は困難である。他にもマイクロ・ナノロボットでは搭載できるエネルギーの限界が厳しく、計算や通信のコストは小さく抑えなければならない。また、大域管制がなく通信が匿名である特徴から、エージェントの追加や削除が容易である。これは、異なる目的を持った移動体が同一の空間を共有する際に、最低限の通信で互いに協調するシステムの実現

に貢献することが期待される。また、制御則がシンプルで直感的に理解しやすければ、機能の追加や拡張が簡便である。例えば真性粘菌変形体から着想を得た結合振動子系を用いた一連の Swarm システム [4-7] では、基本となる相互作用は同一でありながら、群の誘導、変形、探索など様々な機能を実現できる。以上のような優位性から、Swarm システムの制御について多数の研究が行われてきた。

Swarm のような自律分散的な群システムにおいて、最大の問題となるのが局所的な行動と大域的な目的の干渉である (図 1.1)。大域的な管制を受けるシステムとは異なり、自律分散的なシステムの場合は安全性や全体のタスク達成性は個々のエージェントが責任を持たねばならない。特にエージェントが移動体であるとき、各移動体の移動は局所的な観測に基づくため、大域的なタスク達成と矛盾したり、他の移動体と互いに干渉する場合がある。例えばある移動体の局所的な観測では、ある大域的なタスクが終了しているように見えても、群体の一部ではまだタスクが終了していないかもしれない。このようにある状況に対して判断が移動体によって異なる場合、群体がバラバラに行動してしまい、進路を塞ぐなど互いのタスク達成を妨害してしまったり、移動体が離れ離れになって群体としての単一性を失ってしまう可能性がある。また、現実の移動体には大きさがあり、安全のため互いや障害物との衝突を回避することが必要不可欠である。移動体が密に存在する場合、互いの存在によって身動きが取れなくなる停留状態を生じる。停留状態が一度生じてしまうと局所行動では脱出することが難しく、タスク遂行が不可能になる危険性がある。

自律分散的な群システムにおける干渉の問題は、機能や制約が追加されると複雑さを増していく。この問題は局所匿名的な通信のみを持つという条件により、移動体が群全体のことを”知らない”ことに起因するものである。干渉によって衝突など安全上の問題があったり、タスク達成効率が低いシステムは工学的な価値を持たなくなってしまう。従って、Swarm システムを応用するためには、何らかの方法で干渉を調停することが必要不可欠である。

1.2 目的

局所行動と大域的な目的の両者を満たすためには、秩序の形成が重要である。本研究における秩序とは、集団としての目的達成に有益な集団状態のことを指す。例えば、全体の群体がある状態になるまで、個々の移動体が待機することで集団の単一性を保ったり、停留発生時に各移動体が位置関係に基づいて行動を変えるといったことができれば、集団としての目的達成が可能になる。しかし、大域的目的に有益な秩序状態を形成するには、遠方の移動体が移動しているのかや、群の中で移動体がどう配置しているのかなど、群全体に関する空間的な状態を知らなければならない。

そこで本研究の目的は、局所的な観測のみで、個々の移動体が群全体に関する空間的な情報を推定できるようにすること、及びこれを用いた機能的な秩序形成を行うことである。

局所観測から全体の目的行動を行う工学的なアプローチとしては、コンセンサス制御 [8] など理論的な保証を持ったものから、探索で用いられる Particle Swarm Optimization(PSO) アルゴリズム [9-11] などヒューリスティックなアプローチが存在する。特にヒューリスティックな手法においては、工学的な機能・秩序と、通信が一对一に対応していることが多い。例えば PSO アルゴ

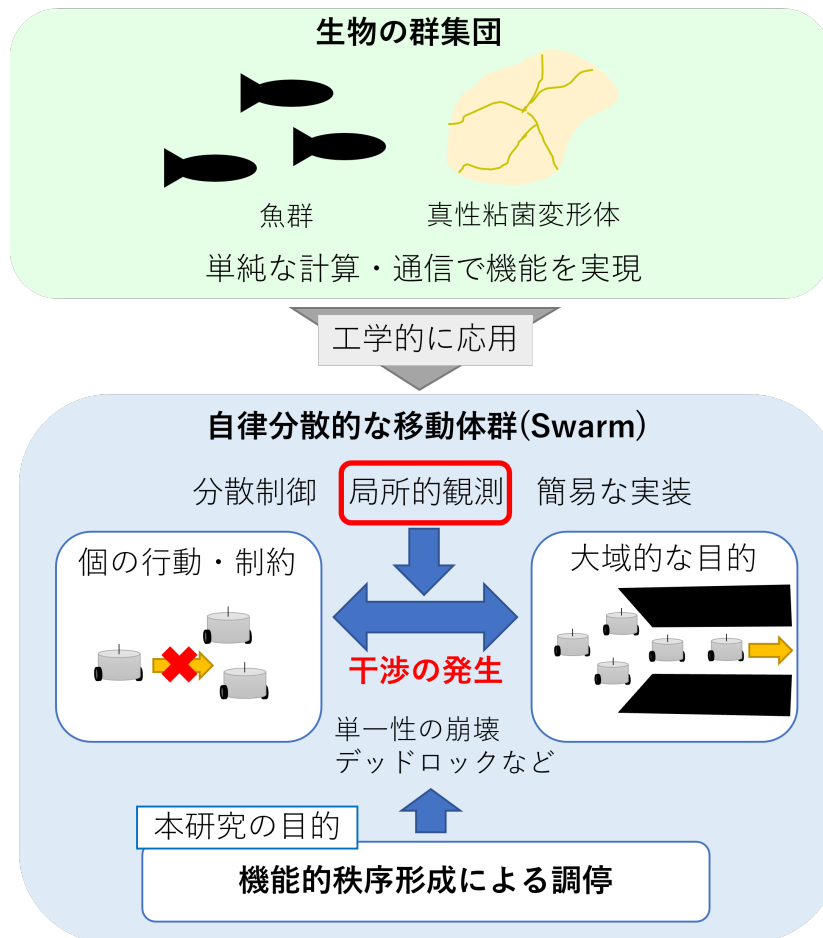


図 1.1: 自律分散的移動体群における干渉の発生

リズムでは、大域的な探索解への収束のために、最良解の通信を行う。つまり機能を増やすために都度通信を増やす必要があり、タスクや環境の複雑さに応じて必要とされる通信のコストが増大してしまう。

一方、生物における群集団 [12] や物理現象 [13,14] においては、単純な信号の相互作用のみで複雑な秩序構造を発現させることが明らかになっている。こうした秩序形成を工学的に実現できれば、複雑なタスクや環境に対しても、少数の通信で対応できるシステムの構成が可能になる。工学として利用するには設計者の要求と対応した秩序でなければならず、そのためには通信によってどのような情報がやりとりできるのかを明確にする必要がある。

以上から、通信コストを抑え工学的に有用な秩序形成のためには、通信及び相互作用、情報、秩序、機能の四者の位置づけや役割を明確にしなければならない。本研究では、局所観測の条件下では結合ネットワークが空間配置を反映することを利用し、相互作用形式を設計することで、信号を空間の関数とした場に、群体の大域的な状態に関する情報を伝搬する手法を提案する。続いて場から大域情報を取り出し、それに基づいて、機能に対応した秩序的な行動を行うための制御則を構成する。また匿名かつ量的でない通信機能を使って提案手法を実装することで、Swarm システムと

しての実現性を検証する。

本研究により、高い自律分散性とタスク達成性能を持った移動体群の実現に貢献する。

1.3 論文構成

本論文の構成は以下の通りである (図 1.2)。まず第 2 章にて、自律分散的な移動体群制御や秩序形成に関する先行研究をまとめ、本研究の位置づけを明らかにする。次に第 3 章では本論文で取り扱う群モデルや局所観測の要件を設定した後、衝突回避制約や相互作用について定式化を行う。第 4 章ではリーダーフォロワ式の誘導問題を対象として、従来型の相互作用形式を用いた大域的状态推定と機能的秩序形成法の基本的なコンセプトを示す。まず制御バリア関数法を移動体群モデルに導入し、局所的な制約と大域的機能の干渉により停留問題が生じることを確認する。続いて位相勾配場を利用してフォロワの追従に空間的秩序を導入し、これによって停留解消の機能が実現されることを見る。第 5 章では第 4 章で示された大域的状态推定と秩序形成の有効性を念頭に、一変数の状態通信で多数の情報を伝搬するために、新たな相互作用形式である双曲型相互作用を導入する。双曲型相互作用によって定常波が発生することを解析から示し、そこからネットワーク構造の情報をとり出せることを明らかにする。局所観測の仮定からネットワークが空間配置に依存して決まることを利用して、群体の空間・時間的な状態を推定する。また双曲型相互作用の実装に向けた時間離散化の安定条件から、相互作用に現れるパラメータ設計についても述べる。第 6 章では、第 5 章で提案された双曲型相互作用による大域情報推定を用いて、単一性維持や停留解消といった機能を実現する秩序形成の手法を述べる。第 7 章では第 4 章から 6 章の内容を基に、発光タイミングによる通信方式を用いた実移動ロボット群において、大域状態推定に基づく秩序形成法が実世界でも実装可能であることを確認する。

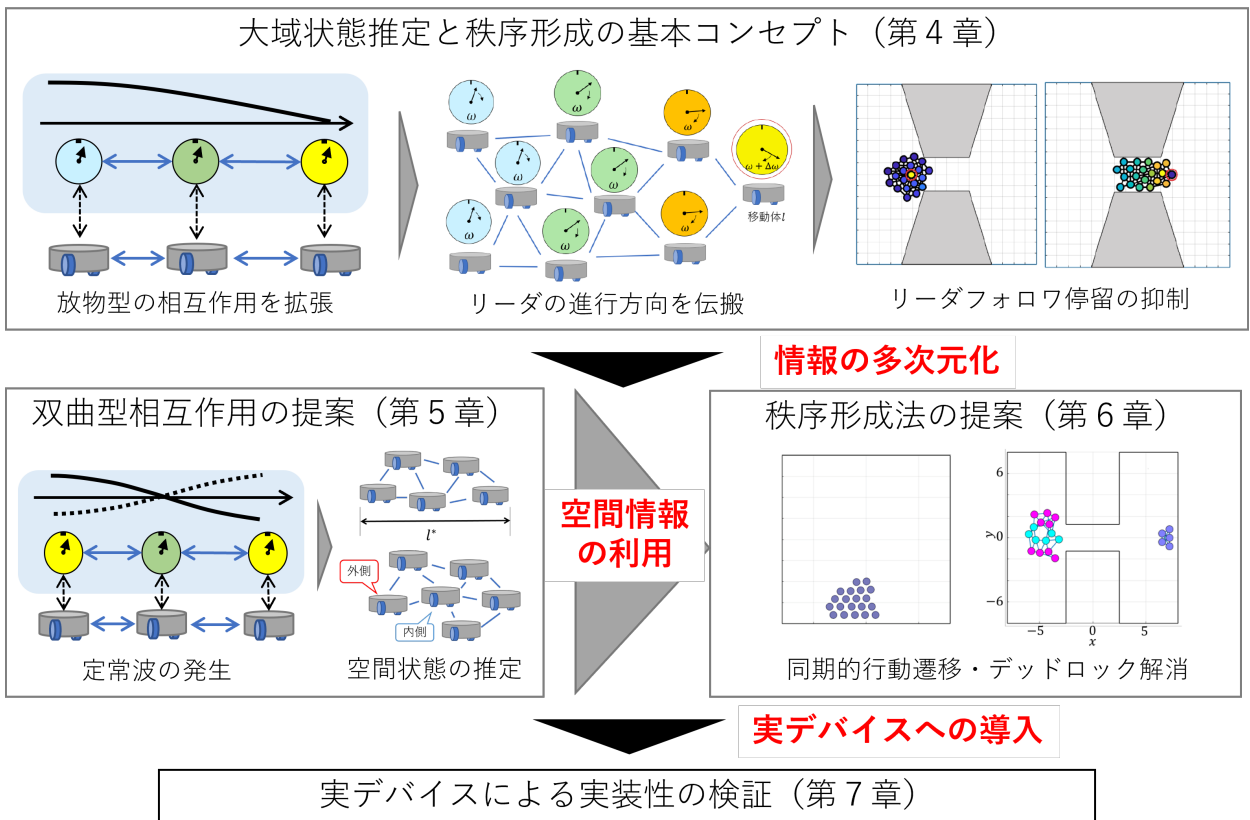


図 1.2: 研究の構成

第 2 章

関連研究と本研究の位置づけ

本研究は、ロボット研究の中でマルチエージェントシステムの設計と制御の分野として位置づけられる。その中でも、自律的分散的な制御機構と局所観測のみを用いる、いわゆる Swarm システムを対象としている。また Swarm システムが、障害物の存在する環境で移動タスクを行う状況を想定し、停留や行動遷移の不一致といった無秩序状態をどのように解決するかに着目した。本章では、当分野における関連研究を示し、本研究の取り組みが当分野にどのような貢献を果たすのか確認する。

2.1 自律分散的な移動体群モデルと停留の発生

自然界の生物システムにおいては、人工物に比べれば性能の低い計算・通信を利用して、優れた機能性を持つ例が多数存在する。例えば魚は直接的な通信手段なしに魚群を維持できることはよく知られており、渦による情報伝搬の解析 [15, 16] やモデル化 [17] が行われている。ハチやアリなどの社会性昆虫も、全体を管制するシステムを持たないが、群体としての統一した移動を行うことができる [18, 19]。コオロギにおいても生殖に関連して集団での自律的な秩序状態が形成される [20]。これらは多細胞生物同士の群体であるが、細胞同士あるいは細胞内の秩序実現も行われている。例えば群体性藻類の中には、細胞間の直接的な連絡機構がないと言われているにも関わらず、群体として走光性や強い光への忌避反応といった秩序立った機能的行動を実現できるものが存在する [21, 22]。また、多核単細胞生物である真性粘菌変形体は、神経系を持たないが、原形質流動や膜厚の変化を用いて採餌や物質からの忌避など複雑な行動を行うことができるとされる [12, 23]。実際、真性粘菌変形体は迷路を解いて餌の場所に到達できる [24] ことがわかっている。この場合、真性粘菌変形体は餌の場所を自身の体全体に伝搬する手段を持っていると推察される。多細胞生物の各細胞、さらに多核単細胞生物は、多細胞生物自身と比べて高度な計算を行うことはより難しいと考えられるものの、複雑な機能を実現している。

Swarm と呼ばれる自律分散的な移動体群システムは、この生物群が持つシンプルな計算や通信で複雑な機能を実現する能力の工学的な応用を目指している。Swarm は、移動体の追加や削除が簡単である拡張性や、一部の移動体や通信の故障に対する頑健性から、多数の研究が行われてき

た [1, 2, 25]. Swarm システムの応用先の一つは酷環境であり, 例えば無線通信の難しい海中における群ロボットへの応用が期待される [26]. 各移動体の運動モデルについて, 鳥の群れを再現するために考案された Reynolds らによる Boid モデル [27] がよく知られている. 他にも流体のダイナミクスに着想をえたモデル [28] や, 化学粒子の運動を基にしたモデル [13] 等が存在する. その中でも本研究の第 4 章で用いるモデル [29] は, Boid モデルを仮想的な力の重ねあわせとして表現した研究の一つであり, 限られた領域内の移動体との反発, 誘引, 集合から群体の誘導が可能であることを示した. [30] や [4] でもこのモデルがベース手法として用いられており, ロボット実装を含めた工学的な応用性が確認されている.

実体を持つ移動体を考える場合には, 移動体同士の衝突を防ぐことが実運用を考える上では必要不可欠である. [29] など従来の移動体モデルで用いられてきた一般的な方法は, 移動体間の距離が近づくと仮想的なポテンシャルが増大し, 反発力を生じるような項を導入する方法であった. しかしこの方法では, 境界付近で非常に大きな反発力が生じ, 特に移動体が密に存在する環境では衝突回避性を保証できなかった. 制御バリア関数 (CBF) 法は, Ames らによって提案された方法 [31–34] で, スカラー関数で記述された安全条件を理論的に保証するために, 制御入力への不等式制約を導出することができる. 移動体群に CBF を導入することで衝突回避を保証する研究も, CBF の提案当初から広く行われており [32, 35–37], 安全性を理論的に保証できる手法として定着しつつある.

一方で, [32] でも指摘されていたように, CBF による移動体群の衝突回避法では, 停留が発生することが重大な問題である. これは CBF 法がノミナル入力を不等式制約によってカットしてしまうために, 停留状態からの脱出が難しいことが原因である. 停留問題は移動体群の自律分散的な制御において重大な課題 [38] とされる. 少数体であれば例えば制約不等式の KKT 条件を用いて解析的な解決が図られている [39]. また, 自由空間における停留を局所的な摂動によって解決する研究 [40] もある. しかし多数体であつたり環境の制約が厳しい場合においては, 解析的な解決は難しく, 例えば [41] のように停留の検出・解決の双方においてヒューリスティックな方法がとられることが多い. 特に移動体群に狭い通路を通過させる狭所通過問題 ([42–44] など) は, 移動体間の衝突回避に加え障害物の存在により環境が複雑で, 停留問題も生じやすい. 狭所侵入時の停留問題は粉体の目詰まり [45] や人流 [46] でも観測され, 幾何的に安定な構造が生じることで発生するとされる. この構造は各エージェント (移動体, 粉体の粒子, 人など) による微小摂動のような局所的な解決は困難であり, 何らかの大域的, 協調的な行動が必要である. 狭所における停留問題を 1 次元直線上で考えると渋滞問題との類似性がある. 渋滞を含む交通流は例えば円周上の質点群モデル [47] で解析が行われており, 渋滞流の相転移が再現できることや, パラメタ条件が明らかになっている. 狭所空間にいくつかの車線を仮想的に設定し, 渋滞問題の知見を利用して停留解消を試みることも考えられるが, 連続的な空間移動が可能な移動体群システムの利点を活かすことができない.

2.2 自律分散的な秩序形成問題

分散的な制御機構と局所的な観測関係から、協調的な状態を作り出す研究は、停留のような工学的問題を解決するためのアプローチとして、または生物や物理における実世界の現象として多数行われている。コンセンサス制御 [8, 48] は、ある量に対して周辺移動体との平均をフィードバックする手法であり、局所観測から分散的に何らかの状態量を合意させることができる。例えば位置をある一点に収束させるランデブー制御 [49–51]、フォーメーション制御 [52, 53]、領域を重み付き均等割り当てする被覆制御 [54, 55] などがある。Boid 型の Swarm モデルでも、移動体の向きを揃える Alignment として合意制御が利用されることも多い。コンセンサス制御は局所観測のみででき解析的な秩序形成法ではあるが、均すという方程式の性質から、行動を分化させるような非平均的な状態を作ることが難しい。

非平均的な状態を作るためには、ヒューリスティックな手法が利用されることが多い。ヒューリスティックな手法はしばしば課題解決に強力に作用する。しかし、目的が増える毎に状態量の通信が増えることが問題の一つである。先述した停留の例 [41] でも、停留状態共有のために停留を通知する通信が可能であることを仮定している。つまり、目的状態と通信が一对一对応してしまうために、タスクが増えるたびに通信手段を増やさねばならない。したがって複数の目的をヒューリスティックな手法で対応しようとする、通信しなければならない項目が増加してしまう。

一方で、生物における群集団や物理現象では、少数の状態量の相互作用から複雑な秩序状態を形成する例がある。生物においては先述した群体性藻類や真性粘菌変形体がその好例である。

また、移動体に位相振動子を搭載し、位相差と相対位置の観測を用いた相互作用から、複雑な空間パターンを発現できることが知られている [13, 14]。これらの研究では、ユークリッド距離に基づく結合関係を与えることで、位相の振る舞いが移動体の空間配置を反映することが重要である。つまり、結合関係と空間構造が対応することで、各移動体の位相によって構成される場を共有し、場の振るまいからパターンを形成できる。これらの興味深い現象を工学的に利用するには、場を通した相互作用によってどのような情報がやりとりされているかを知り、機能実現に寄与するような秩序設計を行う必要がある。

2.3 場を用いた情報伝搬と秩序形成

空間的な場を用いた工学的な秩序形成に関する研究もいくつか存在する。例えば Umedachi らは、真性粘菌変形体の情報伝達機構を、移動体全体を覆う仮想的な“膜”の共有により再現することで、移動体群の狭所通過を行った [56]。また、移動体群ではないものの、多足移動体において各足に振動子を導入し、足先の力覚フィードバックにより、分散的な制御則で歩容パターンを発現する研究 [57] が行われている。これらの研究においては、前者は群体の収縮を、後者は多足移動体の重心移動を、場によって伝搬していたと考えられるが、解析的な解明には至っていない。したがって同じシステムで異なるタスクをこなす方法は明らかでない。

ロボット工学の分野を離れると、場の振る舞いから状態を推定することは広く行われている。例えば構造物の内部状態を推定するために行われる打音検査は、構造物が媒質となって疎密波を伝搬することで、構造の異常を波の周波数、つまりは音から推定している。対象が連続体でない、離散的な幾何構造を対象とした例には例えば会田らの研究 [58] が存在する。会田らは、SNS のネットワークを対象として、各ノードが波動方程式に似た振る舞いをすると仮定し、波の振動数からネットワークの構造を推定する手法を提案した。離散的な幾何構造のスペクトルを解析する分野はグラフスペクトル理論 [59,60] と呼ばれており、固有値や固有ベクトルからみた連続体との関係が議論されている。

2.4 本研究の貢献

本研究の主な貢献は、局所的かつ一変数の通信のみを用いて、意味の明確な複数大域状態の推定を実現した点である (図 2.1)。本研究で推定できる空間的状态量は、中央管制システムであるならば、サーバに移動体の位置情報を集約すれば計算できるものである。一方提案手法では、移動体を作る場がネットワーク構造を反映することで、中心的な計算機や大域的通信のない Swarm システムであっても大域空間情報を推定できる。提案手法では、打音検査や会田らの研究に着想を得た振動型の相互作用を導入することで、一変数の通信のみで高次の固有モード推定を可能とする。固有モードは連続体との対応関係から空間的な意味が明確であり、群全体に関するサイズ、相対位置、移動状態といった複数の汎用的な情報を提供する。一変数通信によって推定された情報から、時空間的な非対称性の発現や行動の同期といった複数の秩序実現が可能であることも確認した。また秩序によって実現される機能によって、自律分散型のシステムで長年課題とされてきた停留の解決が可能であることを確認する。情報伝搬と機能実現を切り離し、単純な通信システムのみで干渉の調停を可能とする Swarm システムの構成を可能とした。

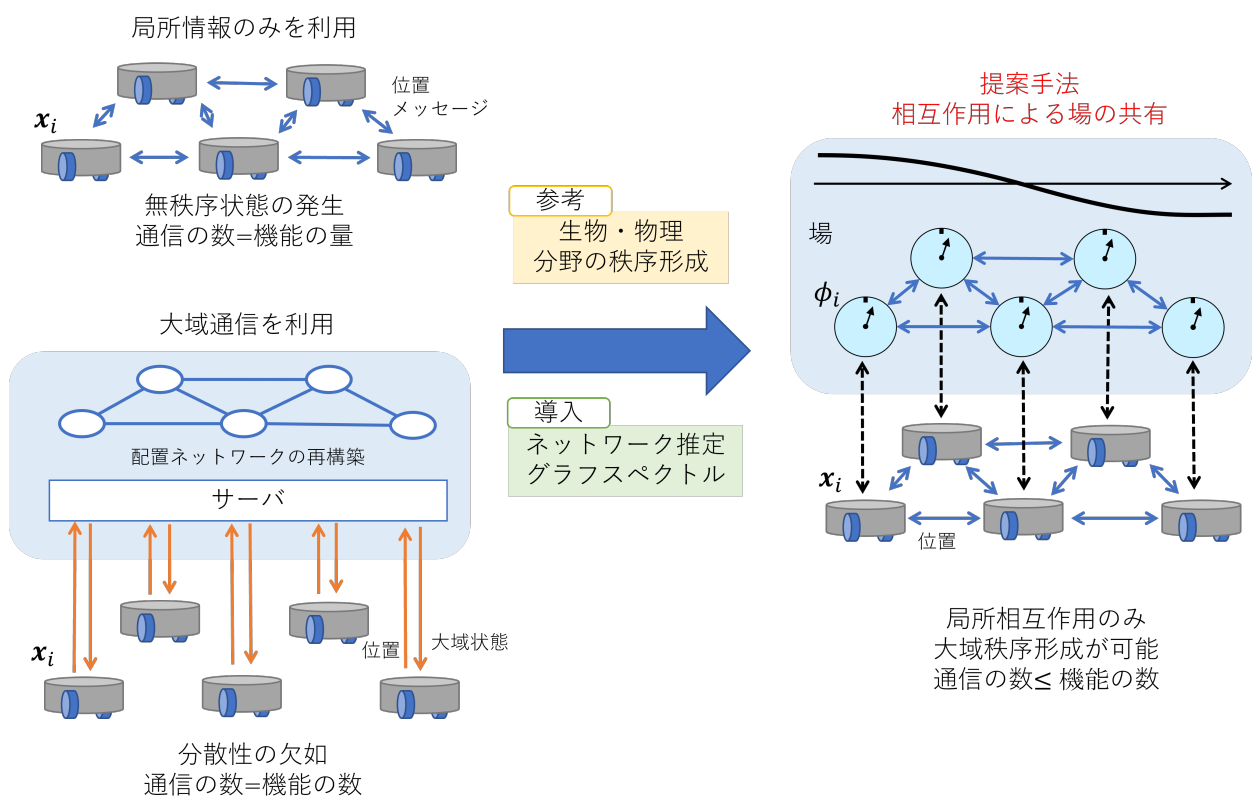


図 2.1: 本研究の位置づけ

第 3 章

問題設定

本章では、本研究の目的である、局所的な観測のみでの大域状態推定と機能的な秩序形成に向けて問題を定式化する。まず 3.1 節にて自律分散的な性質を持った移動体群モデルの定式化を行う。重要なことは、制御則が分散的であることと、観測が局所的にしか行えないという仮定である。1 章と 2 章にて述べたように、自律分散的移動体群における重大な問題は、局所行動と大域目的の干渉である。局所行動の中でも、衝突回避のような制約は目的と強く干渉する。この制約を導入するために、3.2 節では本研究の衝突回避制約として用いる CBF 法について述べる。通信数を小さく抑えた相互作用の土台となる形を示すため、3.3 節では結合振動子系を導入する。3.4 節では 3.1 節から 3.3 節の内容を基に本研究で取り扱う問題を具体的に述べる。

3.1 節に入る前に本研究で扱う記号の定義を行う。スカラーの変数を小文字の x, n で書く。ベクトル量を \boldsymbol{x} のように太小文字で記述する。行列は大文字の A のように表記する。スカラーの定数は小文字または大文字で m, T などと記載する。集合は \mathcal{V} のように書き、集合の大きさ（要素の数）を $|\mathcal{V}|$ とする。実数の集合を \mathbb{R} と書く。

3.1 群れモデル

本論文で扱う自律移動体群モデルを図 3.1 のように定義する。 n 体の移動体が二次元 xy 平面上に存在しているとする。 $i \in \{1, \dots, n\}$ を移動体の添え字とし、 $\boldsymbol{x}_i(t) = (x_i(t), y_i(t)) \in \mathbb{R}^2$ は移動体 i の時刻 t における平面上の位置を表す。移動体は全方位に移動することが可能であるとし、(3.1) に従って運動する。

$$m\ddot{\boldsymbol{x}}_i(t) + \eta\dot{\boldsymbol{x}}_i(t) = \boldsymbol{u}_i(t), \quad (3.1)$$

ここで $m, \eta > 0$ はそれぞれ移動体の質量と、移動における粘性係数である。 $\ddot{\boldsymbol{x}}_i(t), \dot{\boldsymbol{x}}_i(t)$ はそれぞれ移動体 i の t における加速度と速度であり、 $\boldsymbol{u}_i(t)$ は移動体 i の加速度入力である。

位置に加え、移動体 i は追加の状態変数 $\phi_i(t) \in \mathbb{R}$ を持つとする。局所観測に基づき $\phi_i(t)$ を更新することで、相互作用を実現する。後述する結合振動子系の考え方に倣ってこの $\phi_i(t)$ を時刻 t における移動体 i の位相と呼ぶことにする。

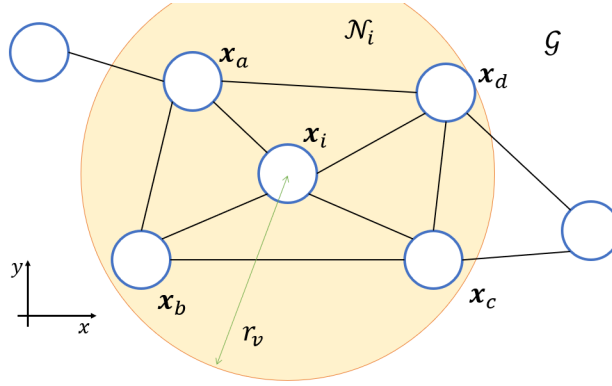


図 3.1: 本研究で仮定する移動体モデル. 円状のパーティクルが移動体を表し, 移動体間の線が結合関係を表す.

また, 移動体 i は以下の情報を使って $\mathbf{u}_i(t)$ の設計や $\phi_i(t)$ の更新を行うことができる.

1. 位置 $\mathbf{x}_i(t)$, 速度 $\dot{\mathbf{x}}_i(t)$ およびその時間履歴.
2. 位相 $\phi_i(t), \dot{\phi}_i(t)$ およびその時間履歴.
3. 隣接移動体 $j \in \mathcal{N}_i$ との相対位置 $\mathbf{x}_j(t) - \mathbf{x}_i(t)$ および相対位相差 ${}^i\phi_j(t) - \phi_i(t)$.
4. 壁など平面上に障害物が存在する場合は, その障害物 \mathbf{x}_o との相対位置 $\mathbf{x}_o - \mathbf{x}_i$.

1,2 は, 移動体が自身の状態量を観測でき, かつそれをメモリに保持できることを想定している. ${}^i\phi_j(t)$ は移動体 j から見た i の相対位相である. 本論文における多くの議論で ${}^i\phi_j(t) = \phi_j(t)$ とするが, 4 章の提案ではこの部分を操作する, 3 において相対量の観測が可能な移動体を表す隣接集合 \mathcal{N}_i を (3.2) で定める.

$$\mathcal{N}_i = \{j \in \{1, \dots, n\} \setminus \{i\} \mid \|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i\| \leq r_v\}. \quad (3.2)$$

この定義は, 相対量の観測を行うセンサや通信機器が, 距離が遠くなると信号強度が下がり計測や通信ができなくなる制約があることを想定したもので, $r_v > 0$ は測定可能範囲を表す. この定義では, 移動体 i から j が見えているならば j から i が見えている, すなわち $j \in \mathcal{N}_i \Leftrightarrow i \in \mathcal{N}_j$ のように観測は対称的である.

式 (3.2) は本研究で最も重要な仮定である. この仮定により, 相対位置が近い移動体同士は観測を行い, 相対距離が遠い移動体同士は観測を行わない. この意味で, ネットワークの構造が移動体の配置に対応する. つまり, ネットワーク \mathcal{G} 上の移動体間の距離と, \mathbf{x} 上の相対ユークリッド距離が矛盾しない. \mathcal{G} が移動体の配置を反映することで, ネットワーク上の相互作用による大域的な配置関係に関する状態推定が可能になる. 式 (3.2), あるいは例えば全結合でも実空間の相対距離を結合の重みとするなど, 何らかの方法でネットワーク構造と配置が対応するシステムであれば, 本研究の提案手法を利用することができる. ネットワーク構造と配置が対応する実システムとしては, 例えば光によって通信を行う, サイズを持った移動ロボットの群体が考えられる. 例えば, 図 3.1 がそのようなシステムであったとすると, \mathbf{x}_b の光信号は \mathbf{x}_i に遮られて \mathbf{x}_d には直接届かない.

従って移動ロボットがある程度密集していると、移動体間の平均距離を大きく超えるような観測は行われないことが期待される。

ここからは、ネットワーク構造をグラフとして表現することで、ネットワークを数学的に特徴づける。移動体をノード、観測の存在をエッジとして、群れ全体の通信ネットワークを表すグラフ \mathcal{G} を定義する。 \mathcal{V} を移動体すなわちノードの集合とし、移動体 i がノードであることを $i \in \mathcal{V}$ と書く。また、 $j \in \mathcal{N}_i$ であるときエッジ $(i, j) \in \mathcal{E}$ が存在する。 \mathcal{E} はエッジの集合である。観測が対称であることから $(i, j) \in \mathcal{E} \Leftrightarrow (j, i) \in \mathcal{E}$ 、つまり $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ は無向グラフである。続いて後の議論のためにグラフ構造の行列表現を定義する。 \mathcal{G} の隣接行列 $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 及び次数行列 $D \in \mathbb{R}^{n \times n}$ を式 (3.3), (3.4) で定める。

$$A = (a_{ij}), \quad a_{ij} = \begin{cases} 1 & j \in \mathcal{N}_i \\ 0 & j \notin \mathcal{N}_i \end{cases} \quad (3.3)$$

$$D = (d_{ij}), \quad d_{ij} = \begin{cases} |\mathcal{N}_i| & j = i \\ 0 & j \neq i \end{cases} \quad (3.4)$$

D と A を使って、本論文における重要な行列表現である、 \mathcal{G} のグラフラプラシアン行列 $L \in \mathbb{R}^{n \times n}$ を式 (3.5) で定める。

$$L = D - A \quad (3.5)$$

\mathcal{G} が無向グラフであるので、 A は対称行列 ($A^\top = A$) である。これに加え D は対角行列であるので、 L は実対称行列となる。

L は実対称なので直交行列による対角化が可能であり、固有値と固有ベクトルを持つ。また、 \mathcal{G} が連結なとき次の性質を持つ [8].

- L は半正定行列であり、1つの零固有値と $n - 1$ 個の正の固有値を持つ。
- 固有値 1 に対応する固有ベクトルは、要素が全て 1 である n 行ベクトル 1_n のスカラー倍である。

後者は L の行和及び列和が 0 であることによる。 L の行和が 0 なので $L1_n = 0$ で 1_n は固有値 0 に対応する右固有ベクトル、列和 0 により $1_n^\top L = 0$ で固有値 0 に対応する左固有ベクトルである。

以降、対角化に用いる直交行列を $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ とし、

$$L = P \Sigma P^\top \quad (3.6)$$

と対角化されるとする。 $\Sigma \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は固有値が対角成分に並んだ対角行列である。各対角成分 (固有値を) σ_μ と置く。 μ は固有値又は固有ベクトルに対する添え字で、 $\mu \in \{0, \dots, n - 1\}$ の値を取るものとする。添え字 μ が i と異なり 0 から始まることに注意する。これは、後の議論で基本周波数と $\mu = 1$ を対応させるためである。各固有値は小さい順に並べられているとする。よって

$\sigma_0 = 0$ である。固有値 σ_μ に対応する固有ベクトルは、 P の第 μ 列を取り出した行ベクトルであり、これを $\mathbf{p}_\mu \in \mathbb{R}^n$ と書く。 $\sigma_0 = 0$ に対応する固有ベクトル \mathbf{p}_0 は次で表せる。

$$\mathbf{p}_0 = \frac{1}{\sqrt{n}} \mathbf{1}_n \quad (3.7)$$

これは、 \mathbf{p}_0 が $\mathbf{1}_n$ のスカラー倍であることに加え、 P が直交行列であるためには $\mathbf{p}_0^\top \mathbf{p}_0 = 1$ が必要であることから決まる。

3.2 結合振動子系と場

本節では結合振動子系の考え方を導入する。 $\phi_i(t)$ が $\phi_i \in [-\pi, \pi) \in \mathcal{S}^1$ 上を動くとし、かつ式 (3.8) に従って更新されるとすると、移動体 i に位相振動子を実装できる。

$$\dot{\phi}_i(t) = \omega_i, \quad (3.8)$$

この場合、 $\phi_i(t)$ は一定の固有角速度 ω_i で回転する時計の針のようにふるまう。振動子は互いに独立に動くため、針の動きはバラバラである (図 3.2(a))。次に、各振動子が (3.9) に従って自身の位相を更新するとする [4, 5]。

$$\dot{\phi}_i(t) = \omega_i + \kappa \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\phi_j(t) - \phi_i(t)). \quad (3.9)$$

このとき、 \mathcal{G} が連結であれば、すべての振動子の位相が定常状態に収束する同期現象が起こる。特に固有角速度が互いに等しいときには位相が揃う同相同期を生じる (図 3.2(b))。

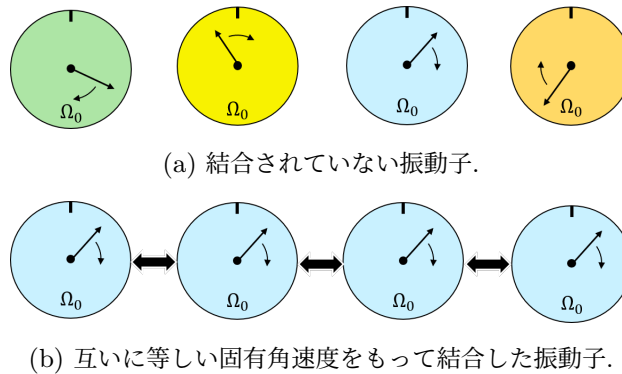


図 3.2: 直線状に並んだ振動子系の同期.

これを確認するために、まず (3.9) を隣接行列 A を使って書きかえる。以下では簡単のため $\omega_i = 0 \forall i$ 及び $\phi_i(t) \in \mathbb{R}$ とする。

$$\dot{\phi}_i(t) = \kappa \sum_{j=1}^n A_{ij} (\phi_j(t) - \phi_i(t)) \quad (3.10)$$

括弧内を分け、 $\phi_i(t)$ が j に依存しないことを用いて

$$\dot{\phi}_i(t) = -\kappa \left(\phi_i(t) \sum_{j=1}^n A_{ij} - \sum_{j=1}^n A_{ij} \phi_j(t) \right) \quad (3.11)$$

式 (3.3),(3.4) から

$$\dot{\phi}_i(t) = -\kappa \left(D_{ii} \phi_i(t) - \sum_{j=1}^n A_{ij} \phi_j(t) \right) \quad (3.12)$$

ここで各振動子の位相を並べたベクトル $\phi = (\phi_1, \dots, \phi_n)^\top \in \mathbb{R}^n$ と、 D が対角行列であることを用いれば式 (3.13) を得る。

$$\begin{aligned} \dot{\phi}(t) &= -\kappa (D\phi(t) - A\phi(t)) \\ &= -\kappa (D - A)\phi(t) \\ &= -\kappa L\phi(t) \end{aligned} \quad (3.13)$$

ここで、 L を対角化する直交行列 P を使って ϕ を式 (3.14) のように座標変換する。

$$\begin{aligned} \hat{\phi}(t) &= P^\top \phi(t) \\ \hat{\phi}(t) &= \left(\hat{\phi}_0(t), \hat{\phi}_1(t), \dots, \hat{\phi}_{n-1}(t) \right)^\top \in \mathbb{R}^n \end{aligned} \quad (3.14)$$

\mathcal{G} の時間変化が無視できるとき、(3.13) から

$$\dot{\hat{\phi}}(t) = P^\top \dot{\phi} = -\kappa P^\top L \phi = \kappa (P^\top P) \Sigma (P^\top \phi) = -\kappa \Sigma \hat{\phi} \quad (3.15)$$

とできる。各要素毎に取り出すと

$$\dot{\hat{\phi}}_\mu(t) = -\kappa \sigma_\mu \hat{\phi}_\mu(t). \quad (3.16)$$

従って $\hat{\phi}_\mu(t)$ の時間発展は (3.17) に従う。

$$\hat{\phi}_\mu(t) = \hat{\phi}_\mu(0) e^{-\kappa \sigma_\mu t} \quad (3.17)$$

$\sigma_0 = 0$ かつ $\mu > 0$ について $\sigma_\mu > 0$ であるので、 $\hat{\phi}_0(t)$ は初期値のまま時間変化せず、 $\mu > 0$ では指数のはやさで 0 に収束する。

$$\begin{cases} \forall t > 0, \hat{\phi}_0(t) = \hat{\phi}_0(0) & (\mu = 0) \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\phi}_\mu(t) = 0 & (\mu \geq 1) \end{cases} \quad (3.18)$$

十分に時間が経過した後、 $\phi(t) = P\hat{\phi}(t) = \mathbf{p}_0 \hat{\phi}_0(t) = \mathbf{p}_0 \hat{\phi}_0(0)$ となるが、これを要素毎に書き下す。

$$\phi_i(t) = p_{0,i} \hat{\phi}_0(0) \quad (3.19)$$

$$= p_{0,i} (\mathbf{p}_0^\top \hat{\phi}(0)) \quad (3.20)$$

$$= p_{0,i} \sum_{j=1}^n p_{0,j} \hat{\phi}_j(0) \quad (3.21)$$

ここで $p_{0,i}$ は零固有値に対応する固有ベクトル \mathbf{p}_0 の第 i 行成分であるが、式 3.7 よりこれは i によらず $\frac{1}{\sqrt{N}}$ を取るので

$$\begin{aligned}\phi_i(t) &= \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{j=1}^n \frac{1}{\sqrt{n}} \phi_j(0) \\ &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \phi_j(0)\end{aligned}\tag{3.22}$$

となり、 $\phi_i(t)$ が初期値の平均値に収束することがわかった。 ϕ_i が \mathbb{R} 上を動くとしたこの解析は、コンセンサス制御の収束性を証明するものと同一である。

振動子が移動体の実装されているとき、 ϕ_i は移動体の位置 \mathbf{x}_i における値と考えることができる。従って移動体群全体では、位相が空間上に離散的に分布しているとみなせて、 $\phi(\mathbf{x}, t)$ という関数を考えることができる。この時空間上の量である $\phi(\mathbf{x}, t)$ を本研究では場と呼ぶ。本研究では ω_i や相互作用の式 (3.9) を修正することで、場の振る舞いに機能的な意味を持たせ、それによってタスク達成に有益な秩序の形成を行う。

なお、 $\phi_i(t)$ が実数全体をとりうるとしたときには、 $\phi_i(t)$ 自体は周期性を持たず、振動子ではない。また周期に $[-\pi, +\pi)$ の値を当てはめる意味での”位相”を表す変数でもない。ただし、本研究では振動子系から着想を得ており、また最終的には $\phi_i(t)$ の相互作用を振動子を用いて実装する。このため本研究では、移動体が相互作用に用いる状態変数 $\phi_i(t) \in \mathbb{R}$ を位相と呼ぶことがある。

3.3 制御バリア関数

群システムのように、実世界において同一の空間を複数の移動体が共有して移動する場合、互いの衝突を回避しなければならない。また環境中の障害物との衝突回避も、安全上必要不可欠である。近年ロボットを含む移動体の衝突回避手法として制御バリア関数 (Control Barrier Function, CBF) を用いることが一般的になりつつある。本論文でも局所的な衝突回避制約としてこの制御バリア関数による衝突回避を用いるため、概要をここで述べる。文献 [33] では境界で無限大の値を取る関数を利用した RCBF (Reciprocal Control Barrier Function) と、境界で 0 を取る関数を利用した ZCBF (Zeroing Control Barrier Function) が紹介されているが、本研究においては後者を用いる。

最初にいくつか用語の定義を行う。まず、ある $a > 0$ に対して連続な関数 $\alpha_1 : [0, a) \rightarrow [0, \infty)$ が厳密に単調増加かつ $\alpha_1(0) = 0$ であるとき、関数 α_1 はクラス \mathcal{K} 関数であるという。同様に、ある $a, b > 0$ に対し連続な関数 $\alpha_2 : (-b, a) \rightarrow (-\infty, \infty)$ が厳密に単調増加かつ $\alpha_2(0) = 0$ であるとき、関数 α_2 は拡張クラス \mathcal{K} 関数であるという。ある集合 \mathcal{C} について、全ての $t \in \mathbb{R}$ に対し $\mathbf{x}(0) \in \mathcal{C}$ ならば $\mathbf{x}(t) \in \mathcal{C}$ が成り立つならば、 \mathcal{C} を不変集合と呼ぶ。同様に、集合 \mathcal{C} について、全ての $t \geq 0$ に対し $\mathbf{x}(0) \in \mathcal{C}$ ならば $\mathbf{x}(t) \in \mathcal{C}$ が成り立つならば、 \mathcal{C} は前方不変集合である。

$\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$ について, ある連続微分可能な関数 $h(\boldsymbol{x}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ を考える. この関数 h を用いて, 集合 \mathcal{C} を以下を満たすように定める.

$$\mathcal{C} = \{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n : h(\boldsymbol{x}) \geq 0\} \quad (3.23)$$

$$\partial\mathcal{C} = \{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n : h(\boldsymbol{x}) = 0\} \quad (3.24)$$

$$\text{Int}(\mathcal{C}) = \{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n : h(\boldsymbol{x}) > 0\} \quad (3.25)$$

ただし, $\partial\mathcal{C}, \text{Int}(\mathcal{C})$ はそれぞれ \mathcal{C} の境界及び内部を意味する. また, \mathcal{C} は空でなく孤立点を持たないと仮定する. 何らかの制約が満たされていることを $h(\boldsymbol{x}) \geq 0$ の形で記述したとすると, 式 (3.25) を満たすような \mathcal{C} は安全性が確保される座標の集合となる. 仮に \mathcal{C} が前方不変集合であれば, それはある時刻において安全領域にいる \boldsymbol{x} は, それ以降安全領域から出ることはないと言える. 以下では, \mathcal{C} が前方不変集合になるような条件について考えていくことになる.

今, \boldsymbol{x} が次のシステムに従うとする.

$$\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x}) \quad (3.26)$$

ただし, f は局所リプシッツであるとする. 集合 \mathcal{C} を含む新たな集合 $\mathcal{D} (\mathcal{C} \subseteq \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n)$ を考える. この時, 全ての $\boldsymbol{x} \in \mathcal{D}$ に対し, 以下を満たすような拡張クラス \mathcal{K} 関数 α が存在する時, 関数 h は \mathcal{C} における Zeroing Barrier Function (ZBF) である.

$$L_f h(\boldsymbol{x}) + \alpha(h(\boldsymbol{x})) \geq 0 \quad (3.27)$$

ただし, $L_f h(\boldsymbol{x}) = \frac{\partial h}{\partial \boldsymbol{x}} f(\boldsymbol{x})$ は, 解軌道 $\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x})$ に沿った関数 $h(\boldsymbol{x})$ のリー微分を表す. また, h が \mathcal{C} における ZBF であるとき, \mathcal{C} は前方不変集合となる ([33], Proposition 1). ここまで, 入力を含まない場合については \mathcal{C} が前方不変集合になる条件を考えることができた. 以下では, これを入力に関する制約へと拡張していく.

\boldsymbol{x} が次の入力アフィンシステムに従うとする.

$$\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x}) + g(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u}, \quad \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n, \boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^m \quad (3.28)$$

ただし, f 及び g は局所リプシッツであるとする. この時, 全ての $\boldsymbol{x} \in \mathcal{D}$ に対し, 以下を満たすような拡張クラス \mathcal{K} 関数 α が存在する時, 関数 h は \mathcal{C} における Zeroing Control Barrier Function (ZCBF) である.

$$\sup_{\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^m} [L_f h(\boldsymbol{x}) + L_g h(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u} + \alpha(h(\boldsymbol{x}))] \geq 0 \quad (3.29)$$

ここで次のような入力の集合 K_{zcbf} を考える.

$$K_{\text{zcbf}}(\boldsymbol{x}) = \{\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^m \mid L_f h(\boldsymbol{x}) + L_g h(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u} + \alpha(h(\boldsymbol{x})) \geq 0\} \quad (3.30)$$

h が \mathcal{D} 上の ZCBF であるとき, 入力 \boldsymbol{u} をリプシッツ連続かつ $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) \in K_{\text{zcbf}}(\boldsymbol{x})$ となるように取れば, \mathcal{C} は前方不変集合となる ([33], Corollary 2).

すなわち, $h(\boldsymbol{x})$ にて満たすべき拘束を記述したうえで, 式 (3.30) の制約部分

$$L_f h(\boldsymbol{x}) + L_g h(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u} + \alpha(h(\boldsymbol{x})) \geq 0 \quad (3.31)$$

を満たすような入力 \mathbf{u} を取ることができれば、 \mathbf{x} は制約を満足する領域から出ることはない。

本節の最後に、式 (3.31) を満たしながら入力を決定する方法を述べる。制約を考慮しない要素のみで構成された目標達成入力を $\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{x})$ と置く。このとき、式 (3.31) を条件として、 $\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{x})$ との差を最小にするような \mathbf{u} を逐次的に計算することを考える。この最小化問題は以下の 2 次計画法 (Quadratic Programming, QP) で表現することができる。

$$\begin{aligned} \mathbf{u} = \arg \min_{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m} & \frac{1}{2} \|\mathbf{u} - \hat{\mathbf{u}}(\mathbf{x})\|^2 \\ \text{s.t. } & L_f h(\mathbf{x}) + L_g h(\mathbf{x})\mathbf{u} + \alpha(h(\mathbf{x})) \geq 0 \end{aligned} \quad (3.32)$$

CBF を用いると移動体の安全性を理論的に保証することができる。その一方で、CBF 制約はある意味「ハード」な衝突回避法である。CBF による衝突回避法はノミナル入力 $\hat{\mathbf{u}}$ を不等式制約によってカットしている。つまり衝突回避則はノミナル入力よりも優先されるので、移動体は制約を違反する方向には一切動くことができない。この制約により、本論文で用いる典型的な無秩序状態である停留状態に一度はまってしまうと、そのままのノミナル入力では決して目標地点に到達することができなくなる。

3.4 自律移動体群における機能的秩序形成問題

移動体は、個々が持つノミナル入力 $\hat{\mathbf{u}}_i$ に従って目標地点への到達や単一性を保った移動といったタスクを行う。しかし、3.1 節で述べた局所的な観測関係という条件や 3.3 節で述べた CBF 制約による衝突回避行動によって、タスク達成が妨げられてしまう。この大域タスクと局所制約の干渉を調停するために、3.2 節で述べた場 $\phi(\mathbf{x}, t)$ の振る舞いを設計・応用して秩序を形成することが本研究の問題設定である。簡潔にまとめると、局所的な観測や衝突回避といった制約を守りながら、大域的なタスクの達成を両立できる秩序状態を場を用いて形成すること、である。また、提案される手法が理論上のものだけでないことを示すために、実世界における実装法を示すことも必要である。

秩序に求められる機能として、本研究では停留状態の解決や同期的行動の実現を設定する。停留状態は 3.3 節のような制約を移動体に導入することで発生する、Swarm システムにおける重大な課題の一つである。停留状態は移動体が互いの行動を妨げたり、障害物によって動きが妨げられることで生じる。特に安定性の強い停留状態に陥った場合には、これまで取っていた停留を引き起こした移動入力を、切り替える必要があり、さらにその切り替えた入力はゆずり合いのように分化していると効果的である。この意味で、停留解決には時間的・空間的に非対称な秩序状態を作り出すことが重要である。また、群全体での行動の不一致を避けることは、群れを維持する上で重要な要素である。しかし仮定したような隣接移動体としか直接的な観測が行えない場合は、群れ全体の状態を知ることができない。従って群体の大域的状态を推定する必要がある。

これらの機能を実現するにあたっては、リーダーのような特別な移動体が存在するか否かによって問題のレベルが異なる。リーダー移動体が存在する場合、リーダーの作る非対称性や行動タイミングを

どのように共有するか、すなわちその他の移動体がどうすれば伝搬できるか、が焦点となる。一方リーダー移動体が存在しない場合、伝搬の問題に加えて、そもそも非対称性や行動タイミングをどのように決定するかも問題となり、共有すべき情報が増加する。従って本研究の課題は大きく次の三点に分類できる。

- 制約とタスクの干渉を確認し、リーダー移動体が存在する条件の下で、リーダーの作る非対称性に基づく機能的秩序形成とそれに必要な情報共有システムを構成すること。
- リーダー移動体が存在しない条件でも機能的秩序形成を実現するための、高次の情報を共有できる相互作用形式を構築すること。
- 構築された相互作用形式を利用して、リーダー移動体が存在しない下で機能的秩序形成を行うこと。

4章・5章・6章が三点それぞれの内容に対応する。この三点が解決されることで、仮定した移動体群モデルにおける、停留状態の解決や同期的行動といった機能的秩序の実現が果たされる。

第 4 章

放物型相互作用による位相進行波を用いたリーダーフォロワ移動体群の停留抑制

4.1 緒言

本章では、リーダーフォロワ型の誘導問題を対象として、局所制約による大域目標との干渉問題を具体的に示す。また、本研究の基本的な考え方である、相互作用を用いた場による情報伝搬と、機能的秩序形成の方法を示す (図 4.1)。まず 4.2 節ではリーダーフォロワ式の誘導で用いるノミナル入力を示す。従来研究に従った仮想的な力を用いた入力設計では、衝突回避が斥力項によって行われている点が重要である。制約とタスクの両立という要求項目を明示したのち、4.3 節ではこれらの項目を達成する入力と相互作用の設計を行う。CBF 法を分散化して群れモデルに導入することで制約の達成が保証されるようにする。次に拡散的な性質を持つ放物型相互作用によって生じる状態を計算し、位相勾配が場に形成されることを確認する。場からリーダーの相対的位置に関する情報を伝搬できることを明らかにしたうえで、それを用いたリーダーフォロワ誘導のための入力を設計する。しかし CBF による衝突回避制約との干渉により、リーダーが取り囲まれる形での停留が生じる。これに対し、相互作用の形を修正し、リーダーの取り囲みを防ぐ秩序を形成する。シミュレーションにより提案手法によって制約の維持と停留解消によるタスク達成が両立することを確認する。

本章により、相互作用の設計、生まれる場の振る舞い、情報の取得、秩序の形成、機能の達成という提案手法の一連の流れを確認する。

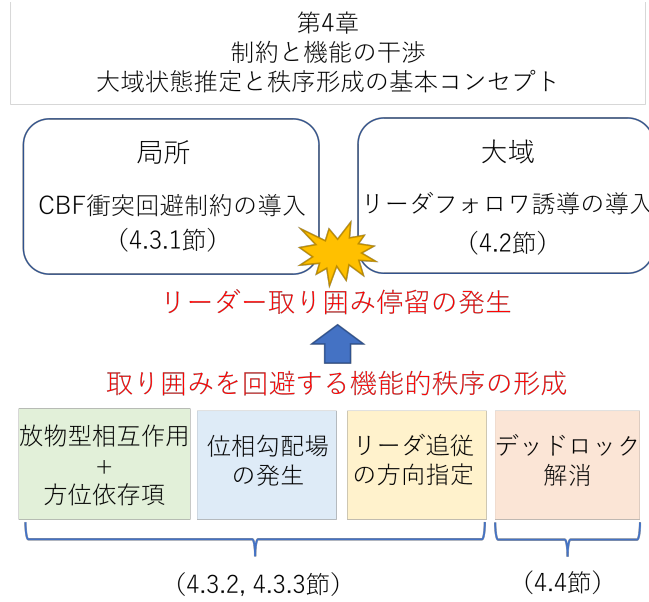


図 4.1: 第 4 章の流れ

4.2 問題設定

3.1 節で述べた n 体の移動体からなる群システムを考え、[5–7] に倣ってリーダーフォロワ式の誘導を導入する．群には一台のリーダーが存在することを仮定し、リーダー移動体を添え字 l で表す．リーダー移動体には自身が目的地まで到達するためのノミナル移動入力 $\hat{\mathbf{u}}^{\text{trace}}(t)$ が予め与えられているとする．この仮定は例えばリーダー移動体が人間によって操作されている状況が考えられる．

$$\hat{\mathbf{u}}_i(t) = \hat{\mathbf{u}}^{\text{trace}}(t) \quad \text{if } i = l \quad (4.1)$$

リーダー移動体は自身がリーダーであることを認識できるが、フォロワ移動体 ($i \neq l$) はどの移動体がリーダーなのか、ID の通信などの手段で直接認識することはできない．フォロワ移動体は式に従って移動する．

$$\hat{\mathbf{u}}_i = \mathbf{f}_i^O + \mathbf{f}_i^F + \mathbf{f}_i^P \quad \text{if } i \neq l, \quad (4.2)$$

ここで \mathbf{f}_i^O , \mathbf{f}_i^F , 及び \mathbf{f}_i^P はそれぞれ障害物回避力、群形成力、誘導のための位相勾配追従力である．これらの仮想的に作用する力の足し合わせにより、フォロワ移動体のノミナル移動入力が決定的される．

後のシミュレーションのため、 \mathbf{f}_i^O , \mathbf{f}_i^F を [4] に倣って式 (4.2) のように決める．

$$\mathbf{f}_i^O = \begin{cases} -k_o \frac{d_o^2 - \|\mathbf{x}_{io}\|^2}{d_o^2} \frac{\mathbf{x}_{io}}{\|\mathbf{x}_{io}\|} & (\|\mathbf{x}_{io}\| < d_o) \\ 0 & (\|\mathbf{x}_{io}\| \geq d_o) \end{cases} \quad (4.3)$$

$$\mathbf{f}_i^F = -k_F \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \left(\frac{1}{\|\mathbf{d}_{ij}\|^3} - \frac{1}{\|\mathbf{d}_{ij}\|^2} \right) e^{-\|\mathbf{d}_{ij}\|} \mathbf{d}_{ij}, \quad (4.4)$$

ここで $\mathbf{x}_{io} := \mathbf{x}_o - \mathbf{x}_i$ は最近接障害物までの相対位置を表す。また $\mathbf{d}_{ij} := \frac{\mathbf{x}_{ij}}{r_c}$, $\mathbf{x}_{ij} := \mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i$ である。 \mathbf{f}_i^O は距離パラメータ d_o から衝突回避力を発揮し、障害物との相対距離に応じて図 4.3(a) のように値が変化する。 k_o が \mathbf{f}_i^O の重みを決定するパラメータである。 \mathbf{f}_i^F は移動体間の距離を平衡距離 r_c に保ち、移動体間の衝突を避ける効果と、移動体が互いに引き合うことで \mathcal{G} の連結性を保つ 2 つの役割がある [29]。 \mathbf{f}_i^F の値は他移動体との相対距離に応じて図 4.3(b) のように変化し、パラメータ k_F によって重みを調整する。

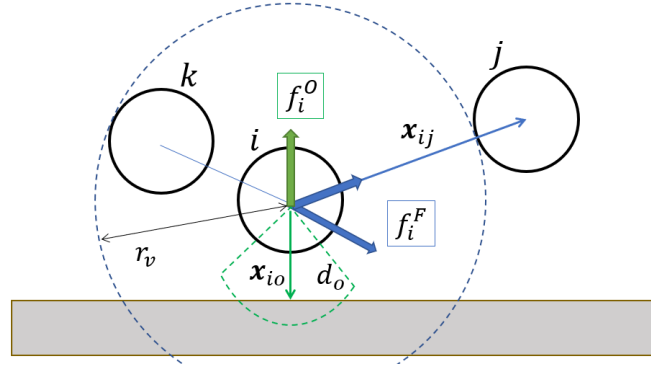


図 4.2: 移動体 i の仮想的な力。緑破線が d_o の領域を示す。この図では移動体間距離 $\|\mathbf{x}_{io}\|$ が d_o よりも小さいので、緑矢印の方向に \mathbf{f}_i^O が現れている。青は線は移動体 i の r_c の領域を示す。移動体 i は r_c 内の移動体 k と反発し、 r_c の外側にいる移動体 j と引き合っている。

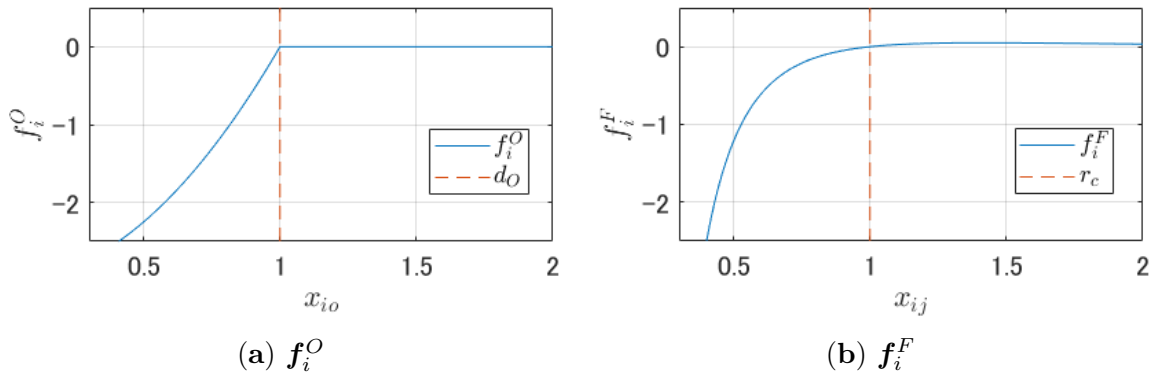


図 4.3: x_{io} に対する f_i^O 及び x_{ij} に対する f_i^F の値。 $d_o = r_c = 1$ 及び $k_o = 3, k_F = 1$ 。

式 (4.2) によって匿名かつ分散的な群の誘導が可能である。しかしながら、各項同士の干渉に

よって2つの主要な問題を生じる。一つ目は各項のバランスを取るためには煩雑なパラメータチューニングが必要であることである。シミュレーションや実機においては、これらの仮想的な力は移動体にプログラムされることで実装される。仮想的な力のバランスを取るためには、 k_o, k_F といった重みパラメータを調整する必要がある。もう一点は衝突回避について保証がないことである。特に移動体が密に存在する状況では、複数の衝突回避成分が競合するため、挙動の予測が非常に難しくなってしまう。

4.2.1 目的

ここでは、[42] に倣って狭い空間を移動体群が通過する問題を考える (図 4.4)。

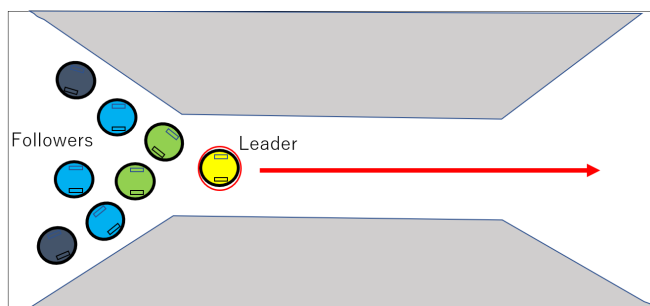


図 4.4: 移動体群による狭所通過タスクのイメージ。赤丸で囲まれた移動体がリーダーを示し、その他のフォロワ移動体がリーダーに従って狭所を通過する。

このタスクに際して、群システムに次の三項目を要求する。

- (i) 制約とタスク達成項を分離すること
- (ii) 移動体間の衝突回避を保証すること
- (iii) 移動体群をゴール地点まで誘導すること

項目 (i) は衝突回避などの制約項とタスク達成項の干渉を防ぐための要求である。項目 (i) が達成されることにより、パラメータ設計の複雑さを軽減するほか、衝突回避の挙動を明確にできる。項目 (ii) は項目 (i) と関連して、衝突を避け移動体の安全性を確保するための要求である。項目 (iii) は項目 (ii) と併せて、制約とタスク達成を両立することを要求している。

項目 (i) 及び (ii) は CBF の導入によって満足される。しかしながら、CBF による不等式制約は停留を引き起こし項目 (iii) の達成を阻害する。この停留問題を解決するために、場を使った秩序形成を利用する。

4.3 CBF 制約の導入と場を用いた停留解消

4.3.1 CBF の群システムへの導入

本小節では、本研究の移動体モデルに対して CBF 法による衝突回避制約の導入を行う。\$T_c\$ を入力更新の制御周期とし、ベクトル \$\mathbf{q} = (\mathbf{q}_1^\top, \mathbf{q}_2^\top)^\top = (\mathbf{x}_{ij}, \dot{\mathbf{x}}_{ij})^\top\$ を置く。移動体 \$i, j\$ 間の制約関数 \$h(\mathbf{q})\$ を式 (4.5) で置く。

$$h(\mathbf{q}) = \|\mathbf{q}_1\| + \mathbf{q}_2^\top \frac{\mathbf{q}_1}{\|\mathbf{q}_1\|} T_c - r_s, \quad (4.5)$$

ここで \$r_s\$ は移動体間の最小安全距離である。各移動体の運動方程式 (3.1) から、\$q\$ は状態方程式 (4.6) に従う。

$$\dot{\mathbf{q}} = f(\mathbf{q}) + g(\mathbf{q})(\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i). \quad (4.6)$$

ここで

$$f(\mathbf{q}) = \left(\mathbf{q}_2^\top, -\frac{\eta}{m} \mathbf{q}_2^\top \right)^\top, \quad g(\mathbf{q}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{m} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{m} \end{pmatrix}^\top.$$

である。次に \$\mathbf{u}_i, \mathbf{u}_j\$ が \$h(\mathbf{q}) \ge 0\$ を満たす条件を CBF を使って求める。式 (4.5) と (4.6) から、式 (3.31) の制約は式 (4.7) の形で書ける。

$$L_f h(\mathbf{q}) + L_g h(\mathbf{q})(\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i) + \gamma h(\mathbf{q}) \geq 0. \quad (4.7)$$

\$\gamma > 0\$ は衝突回避のための入力制約をどれくらい厳しく取るかを定める定数である。\$\gamma\$ が小さい場合、移動体は移動体間の距離が遠い位置から減速を始める。\$\gamma\$ を大きく設定すると、移動体は相対距離が近づいてから急激に速度を落とす。

本論文の仮定では、移動体 \$i\$ は移動体 \$j\$ の入力 \$\mathbf{u}_j\$ を知ることはできない。従って式 (4.7) をそのまま制約として適用することはできず、(4.8) と式 (4.9) の2つの不等式に分散化する。

$$L_f h(\mathbf{q}) - 2L_g h(\mathbf{q})\mathbf{u}_i + \gamma h(\mathbf{q}) \geq 0, \quad (4.8)$$

$$L_f h(\mathbf{q}) - 2(-L_g h)(\mathbf{q})\mathbf{u}_j + \gamma h(\mathbf{q}) \geq 0. \quad (4.9)$$

分散化された2つの制約を共に満たすことは、分散化されていない制約式 4.7 を満たすための十分条件である。

式 (4.8) と式 (4.9) で符号が逆であるが、これは移動体 \$i\$ の視点で記述したからである。移動体 \$j\$ の視点 (\$\mathbf{q} = (\mathbf{x}_{ji}^\top, \dot{\mathbf{x}}_{ji}^\top)^\top\$) に立てば、(4.9) は (4.8) と同じ形になる。したがって、各移動体の視点からは (4.8) を制約として用いればよい。移動体 \$i\$ は \$\mathcal{N}_i\$ に属するすべての移動体と (4.8) の形の制約を持つ。もし \$\mathbf{u}_i\$ が (4.8) の制約を守れば、\$h(\mathbf{q}) \ge 0\$ が理論的に保証される。これは項目 (ii) を達成することを意味する。そこで、CBF 制約を用いて以下のように移動入力を設計する。まず各移動体のノミナル入力 \$\hat{\mathbf{u}}_i\$ を式 (4.10) で定める。

$$\hat{\mathbf{u}}_i = \begin{cases} \mathbf{u}^{\text{trace}} & i = l \\ \mathbf{f}_i^P + \mathbf{f}_i^F & i \neq l \end{cases} \quad (4.10)$$

リーダ移動体は (4.1) と同じく軌道入力を使う．フォロワ移動体については式 (4.2) と異なり，障害物との衝突回避のみを担っていた f_i^O は制約に置き換えられるため削除されている． f_i^F もまた移動体間の衝突を回避する項であるが，同時に移動体が離れ離れになることを防ぐ効果も持っているため，フォロワの入力として残している．最後に，CBF で設計した入力制約を 2 次計画法の形で導入する．

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_i &= \arg \min_{\mathbf{u}_i \in \mathbb{R}^2} \frac{1}{2} \|\mathbf{u}_i - \hat{\mathbf{u}}_i\|^2 \\ \text{s.t. } L_f h(\mathbf{q}) - 2L_g h(\mathbf{q})\mathbf{u}_i + \gamma h(\mathbf{q}) &\geq 0. \end{aligned} \quad (4.11)$$

入力を式 (4.10) と (4.11) で決めることで，制約と目標達成の項を分離し（項目 (i) を達成），衝突回避は理論的に保証される（項目 (ii) を達成）．次節からは項目 (iii) 達成に向けた秩序形成法を提案する．

4.3.2 位相勾配場の形成とリーダフォロワ誘導の実現

本節では，局所相互作用 (3.9) を導入した場合に生じる場 $\phi(\mathbf{x}, t)$ の状態について述べる．式 (3.9) を再掲する．

$$\dot{\phi}_i(t) = \omega_i + \kappa \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\phi_j(t) - \phi_i(t)).$$

3 章では ω_i が揃っているときに，位相が初期値の平均値に収束する，同相同期状態になることを確認した．固有角速度 ω_i が一様ではなく，特定の振動子のみ異なる状態では，その振動子を起点とした位相差の勾配ができることが郡らによって知られている [61], [62]．郡らはランダムネットワークにおいて，固有角速度が異なる振動子から階層が深くなると指数的に位相差が小さくなっていくことを示している．ランダムネットワークでは階層の深さに対して指数的に結合数が増加するが，移動体群が平面上に作るネットワークでは，結合数の増加は 2 乗程度である．ここでは，階層に伴う結合数の増加が線形で最も小さい，一列に移動体が並んだケースで位相勾配が生じることを確認する．直線状のケースで勾配の発生が確認できれば，結合数の増加がより大きい場合でも勾配が発生すると思われる．以下では収束状態 $\phi_i(t) \rightarrow \phi_i$ を考える．

図 4.5 のように直線状に n 体の移動体が順に並び，最も左端の移動体に搭載された振動子 $i = 1$ のみ固有角速度が $\Delta\omega$ だけ進んでいることを考える．つまり式 (4.12) の状況を考える．

$$\omega_i = \begin{cases} \omega + \Delta\omega & i = 1 \\ \omega & i \neq 1 \end{cases} \quad (4.12)$$

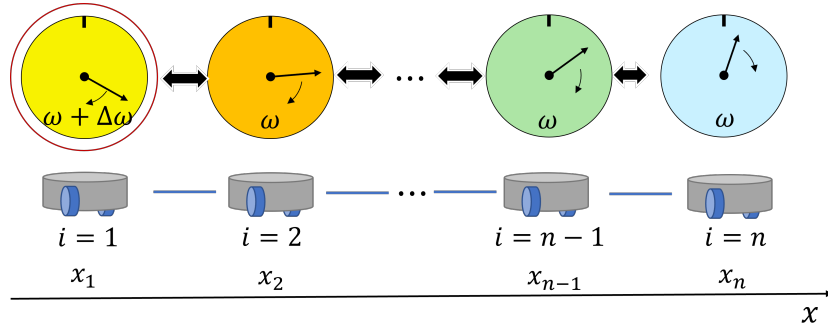


図 4.5: 一列に並んだ移動体

簡単のため $\omega = 0$ であるとすると, (3.9) から各振動子の方程式は式 (4.13) のように書ける.

$$\begin{cases} \dot{\phi}_1 = \Delta\omega + \kappa(\phi_2 - \phi_1) \\ \dot{\phi}_2 = \kappa(\phi_1 - \phi_2) + \kappa(\phi_3 - \phi_2) \\ \dot{\phi}_3 = \kappa(\phi_2 - \phi_3) + \kappa(\phi_4 - \phi_3) \\ \vdots \\ \dot{\phi}_{n-1} = \kappa(\phi_{n-2} - \phi_{n-1}) + \kappa(\phi_n - \phi_{n-1}) \\ \dot{\phi}_n = \kappa(\phi_{n-1} - \phi_n) \end{cases} \quad (4.13)$$

ここで, 全ての振動子の角速度が一定になることを仮定し, その角速度を ω_c と置く.

$$\forall i, \quad \dot{\phi}_i = \omega_c \quad (4.14)$$

式 (4.14) を式 (4.13) に代入し, 全て両辺を足し合わせると

$$\omega_c = \frac{\Delta\omega}{n} \quad (4.15)$$

を得る. 式 (4.15) を式 (4.13) の 1 行目に代入すると位相差 $\phi_2 - \phi_1$ が求まる.

$$\phi_2 - \phi_1 = -\left(1 - \frac{1}{n}\right) \frac{\Delta\omega}{\kappa} \quad (4.16)$$

同様に, 次々代入していくことで

$$\begin{cases} \phi_3 - \phi_2 = -\left(1 - \frac{2}{n}\right) \frac{\Delta\omega}{\kappa} \\ \vdots \\ \phi_n - \phi_{n-1} = -\left(1 - \frac{n-1}{n}\right) \frac{\Delta\omega}{\kappa} = -\frac{1}{n} \frac{\Delta\omega}{\kappa} \end{cases} \quad (4.17)$$

結局, 隣り合う振動子間の位相差は次のように求められ, 移動体を並べた場合でも $i = 1$ を起点とした位相勾配が生成され, 層の深さに比例して位相差が減少することがわかる

$$\phi_{i+1} - \phi_i = -\left(1 - \frac{i}{n}\right) \frac{\Delta\omega}{\kappa} \quad (4.18)$$

移動体 1 を基準とした ϕ_i の大きさは式 (4.19) で書ける.

$$\begin{aligned}\phi_i - \phi_1 &= \sum_{j=1}^{i-1} (\phi_{j+1} - \phi_j) = - \sum_{j=1}^{i-1} \left(1 - \frac{j}{n}\right) \frac{\Delta\omega}{\kappa} \\ &= - \left(1 - \frac{i}{2n}\right) (i-1) \frac{\Delta\omega}{\kappa} \\ &= \frac{1}{2n} \left[\left\{ i - \left(n + \frac{1}{2}\right) \right\}^2 - \left(n - \frac{1}{2}\right)^2 \right] \frac{\Delta\omega}{\kappa}\end{aligned}\quad (4.19)$$

$\phi_i - \phi_1$ は離散的な値を取る i に応じて決まる関数である. これを場, すなわち移動体が存在する位置で値を取る関数とも考えられる.

$$\phi(x) = \phi(x_1) + \frac{1}{2n} \left[\left\{ \left(\frac{x-x_1}{r_c} + 1\right) - \left(n + \frac{1}{2}\right) \right\}^2 - \left(n - \frac{1}{2}\right)^2 \right] \frac{\Delta\omega}{\kappa}\quad (4.20)$$

すなわち, 式 (3.9) の相互作用によって場に勾配が生じたといえる (図 4.6).

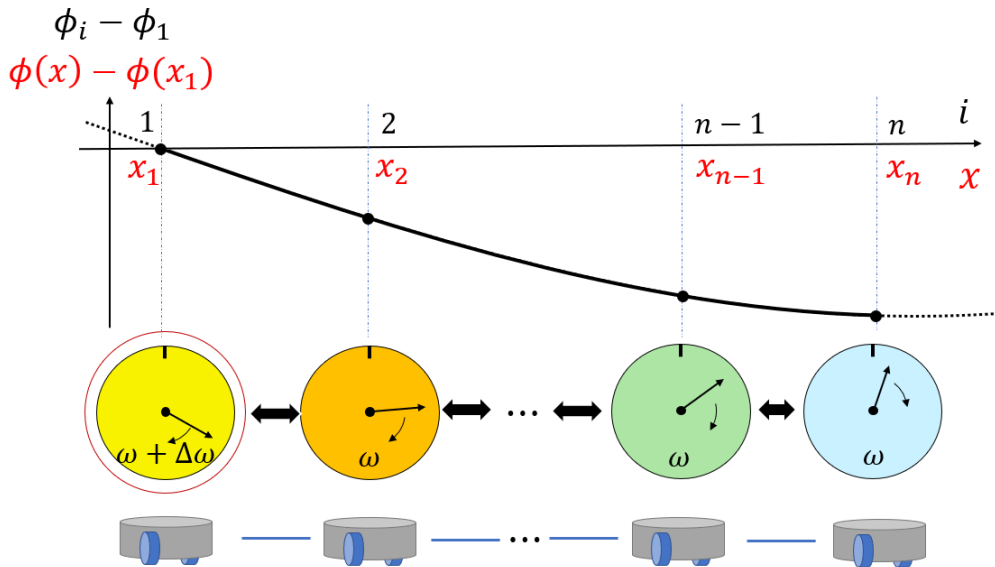


図 4.6: 場の考え方. 移動体の添え字 i を取る位相の値 ϕ_i が, 赤文字で書かれた空間の関数 $\phi(x)$ であると考えすることで, 相互作用によって振る舞う場を定義することができる.

ここで重要なことは, 一番端の移動体が $\Delta\omega$ だけ角速度変化させたことで, 場全体に勾配が生まれていることである. 従って, 場 $\phi(x)$ の微分を取ることで, 位相が進んでいる移動体の方向を群に属する全ての移動体を知ることができる

この性質を用いれば, リーダフォロワ式の誘導が可能になる. 移動体の固有角速度を式 (4.21) のように設定する.

$$\omega_i = \begin{cases} \omega + \Delta\omega & i = l \\ \omega & i \neq l. \end{cases}\quad (4.21)$$

共通角速度 ω は定数で、 $\Delta\omega > 0$ が誘導を行うための角速度差である。一度設定された ω_i はタスク中変更しない。式 (4.21) のように固有角速度を決めることで、図 4.7 のようにリーダー移動体を起点とした位相勾配が場に生じる。

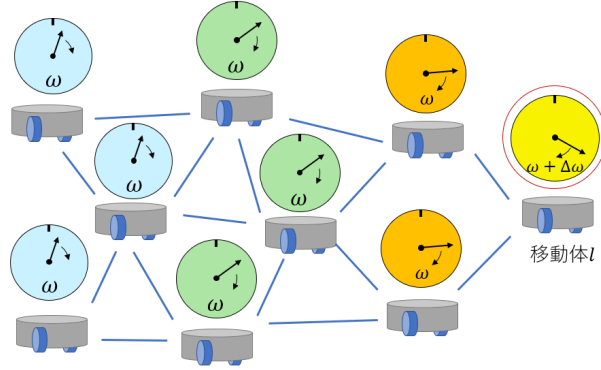


図 4.7: リーダ移動体を起点とした位相勾配場の生成。右端の赤丸で囲まれた移動体がリーダーである。

続いて、フォロワ移動体の位相勾配追従力 \mathbf{f}_i^P を式 (4.22) の形で設定する。

$$\mathbf{f}_i^P = k_P \frac{\mathbf{F}_i^P}{\|\mathbf{F}_i^P\|}, \quad \mathbf{F}_i^P = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} ({}^i\phi_j - \phi_i) \frac{\mathbf{x}_{ij}}{\|\mathbf{x}_{ij}\|}. \quad (4.22)$$

\mathbf{F}_i^P が場の勾配を離散的に計算する部分である。従って位相勾配追従力は、場の勾配をさかのぼるような仮想的な力であり、勾配の起点であるリーダー移動体にフォロワ移動体が追従することができる。

$\phi_i(t)$ に生じる勾配が、 $\phi(x)$ の空間的な勾配として現れるか否かは、ネットワークのグラフ構造が移動体の配置を反映しているか否かによって決まる。いいかえれば、グラフにおける距離と移動体の配置 x_i における距離が整合するか、という問題である。式 (4.17) の解析からもわかるように、固有角速度が早い移動体から、移動体を経るごとに勾配は小さくなっていく。つまり固有角速度が早い移動体が最も位相が進み、この移動体と直接相互作用を行う移動体が次に位相が早く、またこの移動体と隣接する移動体が続くといった具合である。従って相対位置 $\|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i\|$ が大きくても、グラフ上の距離が近いような隣接関係があると、 $\phi_i(t)$ の分布は \mathbf{x}_i の関数としたときに勾配にならない。

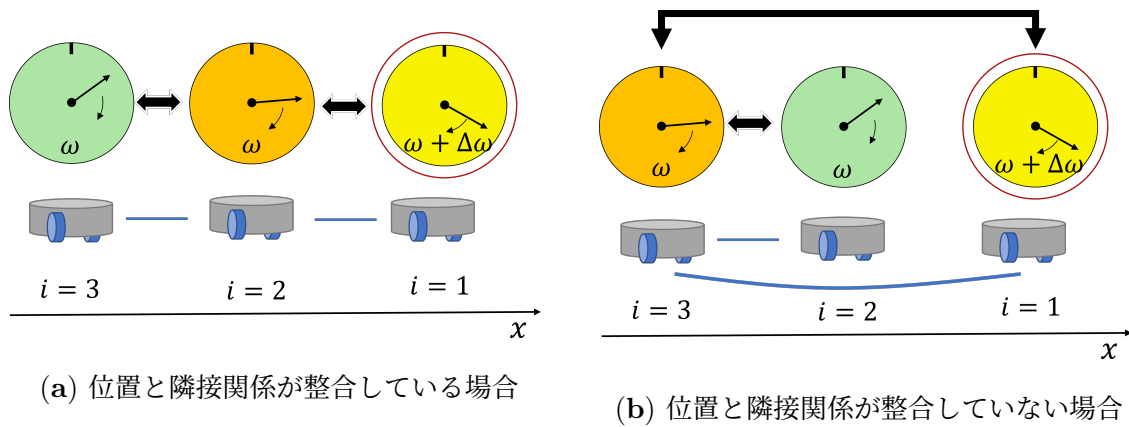


図 4.8: 直線状にならんだ 3 台の移動体における隣接関係と位相の分布.

例として、図 4.8 のように 3 台の移動体が直線状に並んだ場合を考える。一番右端の移動体 $i = 1$ が早い固有角速度を持つとする。図 4.8(a) のように、近い移動体同士、つまり移動体 $i = 1$ と $i = 2$ 、及び $i = 2$ と $i = 3$ がそれぞれ隣接しているときには、位相の関係は収束状態では $\phi_3 < \phi_2 < \phi_1$ となって、位置に対応した勾配が形成される。一方で、図 4.8(b) では位置の遠い移動体 $i = 1$ と $i = 3$ の間に隣接関係があるにも関わらず、位置の近い $i = 1$ と $i = 2$ の間に隣接関係が存在しない。位相差は隣接関係に対応して生じるため、この場合には $\phi_2 < \phi_3 < \phi_1$ となって位相差は位置に対応した勾配にはならない。

隣接関係と位置関係を対応させるのが、第 3 章にて定義した隣接関係の式 (3.2) である。式 (3.2) に従うならば、図 4.8(b) のような状況は起こりえない。図 4.8 の配置で $\|x_3 - x_1\| < r_v$ であるのならば、 $\|x_2 - x_1\| < r_v$ であるから $i = 1, i = 2$ 間にも隣接関係が存在するはずである。逆に、 $\|x_2 - x_1\| > r_v$ であるのならば、 $\|x_3 - x_1\| > r_v$ も成り立つはずであり、 $i = 1, i = 3$ 間は隣接とならないはずである。このように、隣接関係の定義の式 (3.2) が、位置と対応した勾配の発生に重要な役割を果たす。

r_v を大きくとりすぎると、群に属する移動体がすべて隣接関係を持つ、全結合グラフを作ることもありうる。この場合では式 (3.2) に従って隣接関係を構築しても勾配は形成できない。一方で r_v を小さくとりすぎても連結性が失われ、全域的な勾配は形成できない（この時でも、各サブグループごとの準大域的な勾配は形成される）。したがって、全移動体にわたる、かつ位置と対応した勾配を形成するには、 r_v を適切に設定する必要がある。例えば移動体が密集する場合には、安全距離 r_s を使って $r_s < r_v < 2r_s$ の範囲で設定することが考えられる。

4.3.3 方位依存項の導入によるリーダー取り囲み停留の解消

式 (4.22) による誘導は CBF によって停留を生じることがある。フォロー移動体がリーダー移動体の方向に f_i^P によって移動するが、フォロー移動体がリーダー移動体を追い越してしまうことがありうる。このとき、リーダー移動体はフォロー移動体との衝突を回避するため減速する。するとさらにフォロー移動体がリーダー移動体の周りに集まり、リーダーが取り囲まれるような状況に陥る（図

4.9).

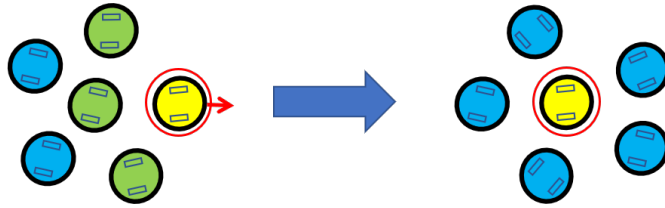


図 4.9: フォロワ移動体に取り囲まれるリーダー移動体.

CBF の不等式制約によって移動入力のカットされてしまうために、リーダーは取り囲まれてしまうと移動できなくなってしまう。リーダーが目標に向かって動けないと群体を誘導することができなくなるため、タスクが達成が失敗する。すなわち問題設定で述べた項目 (iii) が達成されない。リーダーが取り囲まれる状況は、リーダーが方向転換等で一時的に減速するときに頻繁に発生する。

この問題を解決するため、位相勾配に方向の情報を付与することを考える。

$${}^i\phi_l = \phi_l + c|\theta_{li}|, \quad i \neq l \quad (4.23)$$

ここで

$$\theta_{li} = \cos^{-1} \frac{\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_l}{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_l\|} - \cos^{-1} \frac{\mathbf{u}^{trace}}{\|\mathbf{u}^{trace}\|}$$

である。 c は定数で、 θ_{li} はリーダー移動体の進行方向に対するフォロワ移動体 i の相対角度で、適当な 2π の足し引きにより $-\pi$ から π の値をとるものとする。放物型相互作用の作る位相勾配場は、本来リーダー移動体から全周方向に対称であるが、式 (4.23) の導入によりリーダーの周りで非対称になる。リーダーの進行方向に位置する移動体からはリーダーの位相が小さく見え、反対方向では高く見える。フォロワ移動体は位相差が大きい方に進むため、リーダーの後方に進み、回り込みを起こさなくなる。また、勾配がリーダー後方に形成されるようになるので、さらに後続のフォロワ移動体がリーダーを追い越すことも防がれる。つまり、場に生じる位相勾配をリーダーが非対称に歪めることで、リーダーの後ろに続くような秩序的な行動を作ることができる。

停留の解消のために、動作に微小摂動を入れる手法が用いられることがある。しかし、小さな摂動は CBF 制約にカットされるために停留解消に至らず、項目 (iii) を満たさない。また大きな摂動は群形成力を超えて群れをバラバラにしてしまい、リーダーフォロワ式の誘導が破綻するためこれも項目 (iii) を満たさない。CBF 制約後に摂動を入れると衝突回避制約が満たされず、項目 (ii) を満たさなくなってしまう。本提案手法は、群を離散させず、かつ衝突回避制約を守った上で停留の発生を抑えることができる。

式 (4.23) のような方位に依存した位相の変化をどのように実装するかについては、橋本ら [6] が提案を行っている。橋本らは、位相差の通信を移動体の全周方向に取り付けた複数の LED の発光タイミングによって行った。リーダーは自身の進行方向に対する LED の角度毎に発光タイミングを変えることで、方位性を導入した。シミュレーションと実機実験により、進行方向に取り付けられ

ている LED を相対的に遅く，進行方向と逆向きの LED を相対的に早く発光させることで，進行方向に応じた勾配が生成されることが示されている。

4.4 シミュレーションによる検証

この節では，提案手法を用いた移動体群が項目 (ii) 及び (iii) を満たしていることを確認する．以下， x_i の単位を (m)， u_i の単位を (N) とする．図 4.10 のように $n = 20$ 台の移動体が $16\text{m} \times 16\text{m}$ のフィールドに配置されていることを考える．フィールドの中央には狭い通路部分が存在する．項目 (iii) の指標として，移動体の位置の平均が，目的地点から半径 2m 以内に入ったときに誘導が成功したと考える．

シミュレーションにおいて制御周期は $T_c = 0.02\text{s}$ とした．その他のパラメータは表 4.1 に記載した．移動体と結合振動子系に関するパラメータは [6, 7] に基づく．CBF のパラメータについては [63] に基づいて決定した．シミュレーションは MATLAB 2020a を用いて行われ，CBF 法における二次計画法の求解は *quadprog* 関数を用いた．

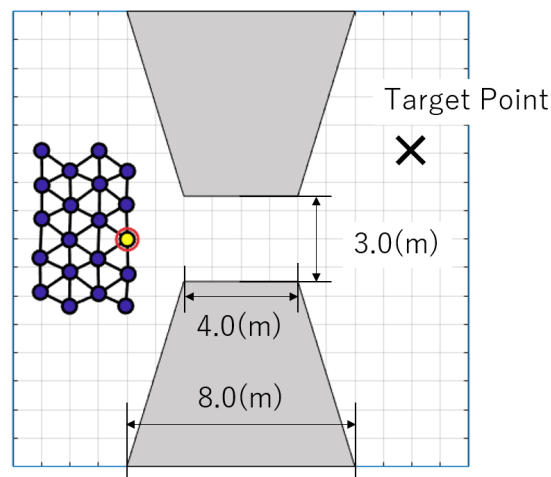


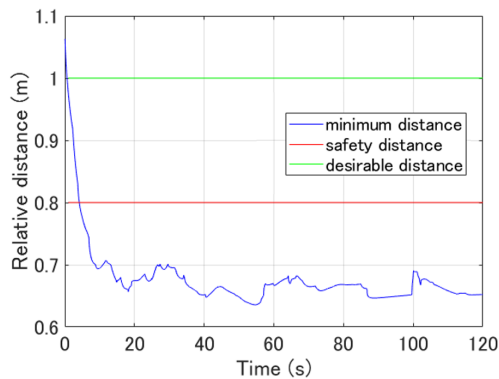
図 4.10: 狭所部分を含むシミュレーション環境と移動体の初期配置.

表 4.1: シミュレーションで使ったパラメータ

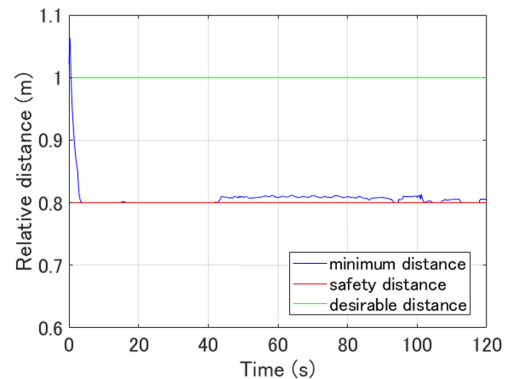
Parameter	Value	unit	
m	1	kg	mass of each robot
k_d	20	N · s/m	damping constant
r_v	1.5	m	visible range
k_f	40	N	weight constant of f_i^F
r_c	1	m	standard distance between robots
k_p	4	N	weight constant of f_i^P
k_o	40	N	weight constant of f_i^O
d_o	0.5	m	robot's avoiding distance with obstacle
r_s	0.8	m	safety distance between robots
r_{so}	0.4	m	robot's safety distance with obstacle
γ	4	/s	constant value of CBF constraint
ω	0.4	rad/s	common natural period
$\Delta\omega$	0.04	rad/s	leader's natural period changing
κ	11.5	/s	coupling intensity
c	0.3	-	weight of direction effect

初めに項目 (ii) 確認のため移動体間の相対距離を確認した。図 4.11 は移動体間の相対距離の内、ある時刻で最小のものをプロットしている。図 4.11(a) は CBF による衝突回避制約を用いず、式 (4.1) 及び式 (4.2) を直接入力として適用した場合の結果を示している。青線で示された相対距離は、赤線で示された安全距離より小さくなっていることがわかる。従って群形成力に衝突を防ぐ機能は存在するものの、他の仮想力との競合によって衝突が発生しうることがわかる。すなわち、CBF による制約を用いない場合項目 (ii) を満たすことができない。

図 4.11(b) は CBF 法を適用して式 (4.10) と式 (4.11) を用いて入力を設計した場合の最小距離である。移動体間の相対距離は安全距離を常に上回るか、同じ値であって、安全距離を下回ることではない。従って CBF 法の導入により移動体間の衝突回避が保証され、項目 (ii) が達成されることがシミュレーション上でも確認された。



(a) CBF による衝突回避を適用しない場合



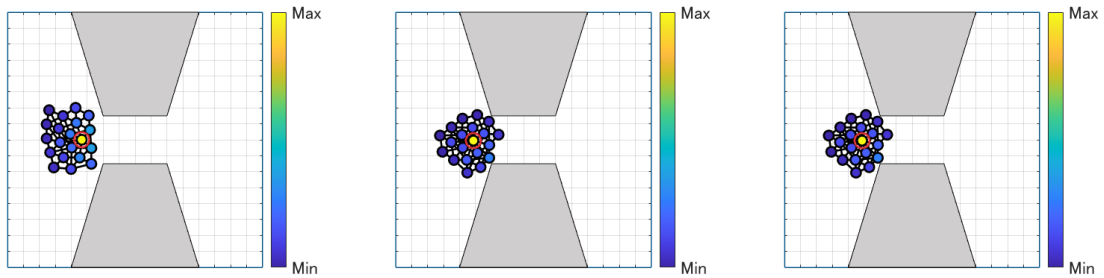
(b) CBF による衝突回避を適用した場合

図 4.11: 移動体間の相対最小距離. 青線がある時刻における全移動体間の相対距離の内最も小さい値を示す. 赤線は安全距離を表し, 青線が赤線を上回っているならば, 全ての移動体が衝突回避制約を満足しているといえる.

続いて, CBF 法の導入による停留の発生を確認する. 図 4.12 は CBF 法を適用し, かつ方位依存項を適用しない $c = 0$ の場合に, 移動体群が狭所通過を試みた際の様子を示している. 赤丸で囲まれた移動体がリーダー移動体である. 移動体の色はリーダーを基準とした各移動体の位相 $\phi_i - \phi_l$ を表す. シミュレーション開始から 10 秒経過した段階で, リーダ移動体がフォロワ移動体に囲まれ始めている. 70 秒を経過した後はリーダーが移動できなくなり, 取り囲み停留が発生していることがわかる. 移動体は 130 秒経過しても 70 秒経過時と同様の状態で, 誘導に失敗している.

図 4.13 は方位依存項を適用した場合の狭所通過の様子を示している. 10 秒が経過してもフォロワはリーダーの後方に位置している. そのまま 70 秒時点で狭所を通過し, 130 秒経過時点で目的地まで到達している. 位相の空間分布を見ると, 非対称に勾配ができていくことがわかる. 例えば, 図 4.13(a) において, リーダ移動体の周りのフォロワ移動体を見ると, リーダの進行方向の反対側に位置する移動体は相対的に位相が大きい黄色に, その他の移動体は緑色に近く相対的に位相が小さいことがわかる. この傾向は後方の移動体に伝搬されている. よって, 方位依存項の導入により振動子の作る場に非対称性が生まれ, リーダ移動体の後方を進む秩序がフォロワ移動体の中で生じたことで, 狭所の通過に成功したといえる.

図 4.12 から 4.14 の結果から, 結合振動子による秩序の導入が停留の発生を抑制し, 項目 (iii) を達成できることを確認した.

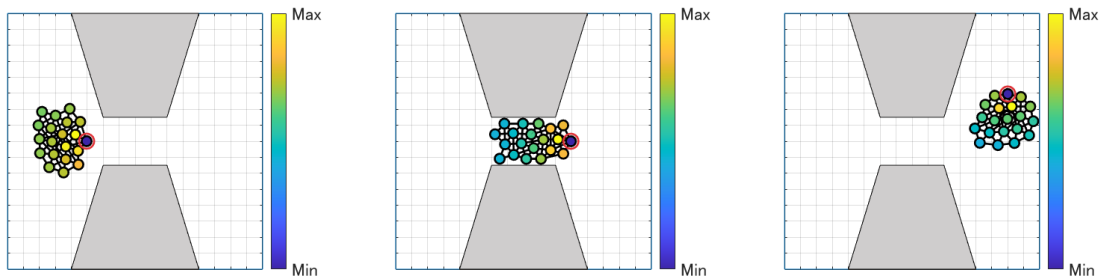


(a) $t = 10 \text{ s}$

(b) $t = 70 \text{ s}$

(c) $t = 130 \text{ s}$

図 4.12: 移動体の誘導シミュレーション. 赤丸で囲まれたリーダー移動体の取り囲みによる停留が発生している. 移動体の色はリーダーを基準とした位相差を表す.



(a) $t = 10 \text{ s}$

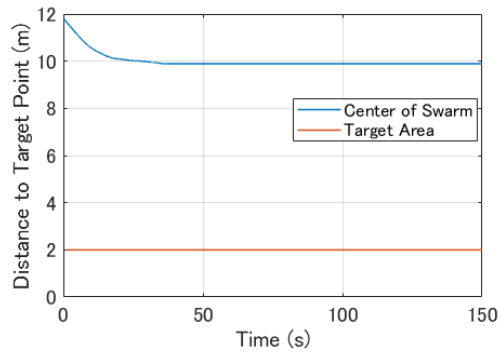
(b) $t = 70 \text{ s}$

(c) $t = 130 \text{ s}$

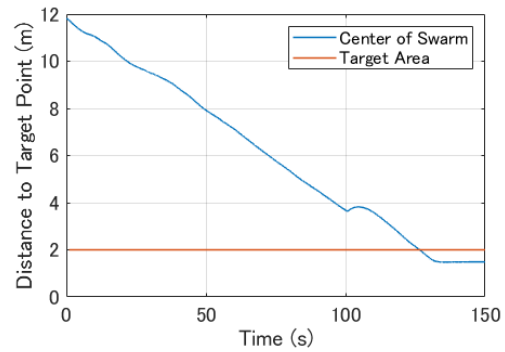
図 4.13: 結合振動子による秩序形成を利用した移動体の誘導シミュレーション. 停留は発生せず, 移動体群の誘導に成功している. 移動体の色はリーダーを基準とした位相差を表す.

最後に, 項目 (iii) が達成されていることを数値の上で確認する. 図 4.14 は群れの重心と目的地点の距離を示している. 青線が重心と目的地点の距離, 赤線が項目 (iii) の達成基準とした距離 2m の範囲を示している. 青線が赤線を下回ったら誘導成功である. 図 4.14(a) はリーダーを取り囲む停留が発生した場合である. 群れの重心と目的地点の距離は約 20 秒で 10m まで近づいたあと, 全く変化していないことがわかる. 一方で方位依存項による秩序を導入した場合は, シミュレーションの開始後 130 秒ほどで目的地点から 2 m に達し, 誘導に成功していることがわかる.

結果として, 提案手法によって項目 (i),(ii) および (iii) を全て満足する移動体群の誘導を実現した.



(a) リーダ取り囲みが起こった場合



(b) 方位項で取り囲みを回避した場合

図 4.14: 群れの重心から目的地点までの距離. 赤線は誘導に成功したと判断する 2m の範囲を示す.

4.5 結言

本章では、移動体に制約とタスクの式の上での分離、衝突回避制約の保証、リーダーフォロワ誘導の成功を要求した。CBF 法による衝突回避法を移動体群に導入することで、タスク達成入力に仮想的な力の足し合わせで、衝突回避制約を不等式条件で記述することで、式の上での分離を達成した。また、CBF 法によって衝突回避制約の保証されることを、シミュレーションにて確認した。CBF 制約を導入することでノミナル入力がカットされるため、リーダー取り囲みによる停留が生じる。結合振動子系が一部の振動子の状態を伝搬し、空間的に場を生じる性質を利用し、場に方向的な非対称性を与えることで、取り囲みを防ぐ秩序状態を形成する手法を提案した。提案手法の有効性は狭所通過を行う移動体群のシミュレーションによって確認された。提案手法により衝突回避制約を保証したリーダーフォロワ誘導制御を実現した。

本章で述べた停留解消は、リーダーが持つ進行方向の情報を場を使ってフォロワ移動体に伝搬することで達成された。しかしこの考え方は、リーダーを持たない等質な移動体群には適用できない。また、場は停留回避の目的のみに使用されていて、例えば同期的な方向転換のように、他のタスク達成に必要な秩序形成を追加で行うことはできない。

第 5 章

双曲型相互作用による定常波を用いたネットワーク状態推定

5.1 緒言

前章では、リーダーフォロワ制御におけるリーダー取り囲み停留を対象として、場による情報伝達を用いた秩序形成により、局所制約とタスク達成の調停が可能であることを明らかにした。本章では、リーダー移動体の存在しないケースにおける局所行動とタスク達成の調停を目指し、高次の情報伝達を可能とする場の相互作用設計を目指す (図 5.1)。

従来の相互作用は拡散系の方程式であり、強い平均化の効果が働いていた。3章で示したように高次のモードは全て零に収束するため、最低次のモードにしか情報を含めることができない。そこで、本章では相互作用方程式を新たに提案することで、高次のモードからも情報を得られることを明らかにする。さらに移動体同士の結合関係が移動体の配置に基づいていることで、各モードから得られる情報が群体の空間構造を反映していることを確認する。特に群体全体の配置に関する情報、自身の群体に対する相対的な情報、群体の動的な状態に関する情報を得られることを示す。

また、提案する相互作用を時間離散化する際に存在する不安定性を確認し、それを防ぐパラメータ範囲を示す。

本章の成果により、次章にて形成する機能的秩序に必要な情報を自律分散的に推定できる。

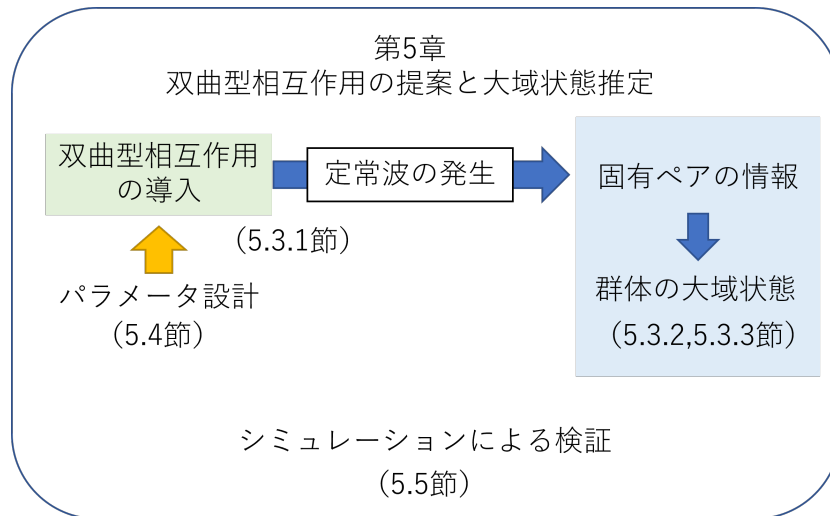


図 5.1: 第 5 章の流れ

5.2 問題設定

本章でも，3.1 節で述べた群体モデルと観測量の仮定を用いる．本章では移動体の相互作用設計のみに着目し，移動入力的设计は次章で扱う．

相互作用，つまり位相 $\phi_i(t)$ の更新則を設計することで，場から以下の情報を獲得できることを要請する．

- (i) 集団の空間状態に関する情報（例：群体の大きさ）
- (ii) 集団内における自身の相対的な空間状態に関する情報（例：ある移動体の相対位置）
- (iii) 集団の時間的变化に関する情報（例：移動体配置の変化）

それぞれの特徴量の位置づけを図 5.2 に示す．

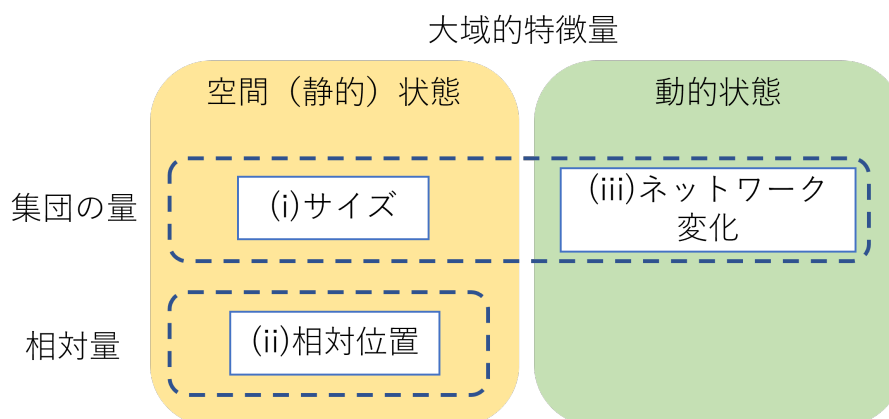


図 5.2: 推定する特徴量の位置づけ

まず空間状態とは、ある時刻 t における、群体に属する全ての移動体の位置 $\mathbf{x}(t)$ から定まる量のことを指している。特に (i) では移動体の位置から決まる集団そのものの特徴量を指す。例えば群体の長手方向のサイズ $l^*(t)$ を考える。

$$l^*(t) = \max_{\theta \in (-\pi, \pi]} \left[\max_{i \in \{1, \dots, n\}} (1 \ 0) R_{\theta} \mathbf{x}_i(t) - \min_{i \in \{1, \dots, n\}} (1 \ 0) R_{\theta} \mathbf{x}_i(t) \right] \quad (5.1)$$

ここで R_{θ} は 2 次元平面上的回転行列である。 $l^*(t)$ はある回転方向における、全ての移動体の中で端に位置する移動体の座標を求めることが必要であり、群体固有の量である。群体の空間状態に関する量を分散的に推定できれば、それを用いたフィードバックにより、群体の形状を変えたり、形状に応じた動作変更が可能になる。例えば長手方向サイズ l^* (図 5.3(i)) が推定でき、かつ全体の台数が予めわかっているならば、集団がどのような形状なのか知ることができる。例えば、全体の台数が n であるときに $l^*(t)$ が nr_c に近い値であれば、群れはその時刻で細長く伸びているといえる。逆に $l^*(t)$ が nr_c に比べて小さければ、群れは一か所に固まって円や正方形に近い形をしていると予想できる。このような形状の推定は環境に応じて形状を柔軟に変更するような秩序の形成に活用できると期待される。

次に、項目 (ii) は空間状態の中でも、群体そのものではなく自身の相対的な状態を表す量のことである。例えばある移動体が群れの中で境界にどれほど近いか、といった量を指す。これもある時刻における全ての移動体の配置に関わるが、群体固有の量ではなく、各移動体に対して決まる。群体における相対的な量を推定できると、位置関係に基づく分化を起こすことができる。例えば移動体がある程度密に集まっているとき、集団の内側の移動体は周辺の移動体に囲まれて移動しにくく、外側の移動体は移動する余地がある。このケースでは、内側と外側の移動体 (図 5.3(ii)) で行動則を変えるような秩序を形成することが有効である。

項目 (i),(ii) はある時刻 t における量を考えたが、項目 (iii) では時間変化に関する情報を考える。例えば、移動体の配置の変化がこれに相当する。一部の移動体が移動し、配置関係が変化したとしても、位置の変化は近傍の移動体しか観測できない。しかしこれを場の変化として伝搬させることで、近傍でない移動体も配置の変化を検出できるようにする (図 5.3(iii))。配置の変化を全移動体が知ることができれば、全ての移動体の状態変化が終了してから次のタスクに遷移する、といった行動タイミングの秩序的切り替えが可能になる。

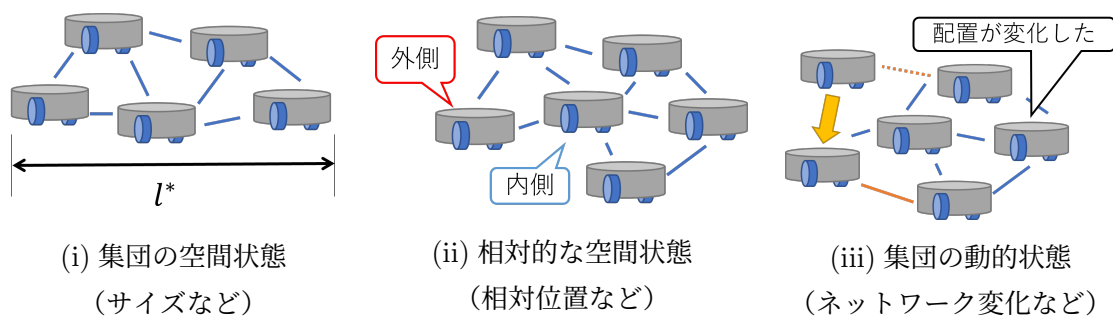


図 5.3: 推定したい大域特徴量の例

以下では、あくまでも一つのスカラー変数 $\phi_i(x)$ を利用するだけで、項目 (i) から (iii) の情報伝達を可能とするような相互作用の設計と、情報抽出手法の構築を行う。次節では双曲型相互作用を導入により固有値と固有ベクトルを分散的に推定できることを示す。続く節で固有値と固有ベクトルが空間状態や移動体配置の時間変化を反映することを確認する。

5.3 双曲型相互作用を用いた大域状態推定

5.3.1 双曲型相互作用の導入と固有値・固有ベクトルの推定

本節では、項目 (i) から (iii) の状態を分散的に推定するための相互作用として、双曲型相互作用を導入する。

双曲型相互作用は式 (5.2) の形で表される、

$$\begin{cases} \dot{\phi}_i(0) = \omega_i \\ \ddot{\phi}_i(t) = \kappa \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\phi_j(t) - \phi_i(t)) \end{cases} \quad (5.2)$$

ここで ω_i は移動体の固有角速度、 κ は結合強度である。この相互作用の振る舞いを調べるために、3章において拡散相互作用を書き直したのと同様に、ラプラシアン行列 L を用いて式 (5.2) の相互作用を書き直す。 $\phi(t) = (\phi_1(t), \dots, \phi_n(t))^T$, $\omega = (\omega_1, \dots, \omega_n)^T$ などとして

$$\begin{cases} \dot{\phi}(0) = \omega \\ \ddot{\phi}(t) = -\kappa L \phi(t) \end{cases} \quad (5.3)$$

ここで式 (5.4) の座標変換を考える。

$$\hat{\phi}(t) = P^T \phi(t) \quad (5.4)$$

\mathcal{G} の時間変化が無視できる状況では、次の関係も成り立つ。

$$\dot{\hat{\phi}}(t) = P^T \dot{\phi}(t), \quad \ddot{\hat{\phi}}(t) = P^T \ddot{\phi}(t) \quad (5.5)$$

従って座標変換後の方程式は式 (5.6) となる。

$$\begin{cases} \dot{\hat{\phi}}(t) = P^T \omega \\ \ddot{\hat{\phi}}(t) = -\kappa (P^T P) \Sigma (P^T \phi(t)) = -\kappa \Sigma \hat{\phi}(t) \end{cases} \quad (5.6)$$

要素毎に書き下すと

$$\begin{cases} \dot{\hat{\phi}}_\mu(t) = \mathbf{p}_\mu^T \omega \\ \ddot{\hat{\phi}}_\mu(t) = -\kappa \sigma_\mu \hat{\phi}_\mu(t) \end{cases} \quad (5.7)$$

となる。まず $\mu = 0$ のとき、 $\sigma_\mu = 0$ より

$$\ddot{\hat{\phi}}_0(t) = 0 \quad (5.8)$$

であるから、 $\mu = 0$ のモードは等角速度で発展する。

$$\hat{\phi}_\mu(t) = \mathbf{p}_0^\top \boldsymbol{\omega} t + \mathbf{p}_0^\top \boldsymbol{\phi}(0) \quad (5.9)$$

次に $\mu > 0$ のときの一般解は定数 A_μ, α_μ を用いて

$$\hat{\phi}_\mu(t) = A_\mu \sin(\sqrt{\kappa\sigma_\mu}t + \alpha_\mu) \quad (5.10)$$

である。定数を定めるために、 $\hat{\phi}_\mu(0) = \mathbf{p}_\mu^\top \boldsymbol{\phi}(0)$, $\dot{\hat{\phi}}_\mu(0) = \mathbf{p}_\mu^\top \boldsymbol{\omega}$ を代入すると

$$A_\mu \sin(\alpha_\mu) = \mathbf{p}_\mu^\top \boldsymbol{\phi}(0) \quad (5.11)$$

$$-A_\mu \sqrt{\kappa\sigma_\mu} \cos(\alpha_\mu) = \mathbf{p}_\mu^\top \boldsymbol{\omega} \quad (5.12)$$

の二式を得る。これを満たすように A_μ, α_μ が決まる。

$$A_\mu = \sqrt{(\mathbf{p}_\mu^\top \boldsymbol{\phi}(0))^2 + \frac{1}{\kappa\sigma_\mu} (\mathbf{p}_\mu^\top \boldsymbol{\omega})^2} \quad (5.13)$$

$$\alpha_\mu = \tan^{-1} \left(-\sqrt{\kappa\sigma_\mu} \frac{\mathbf{p}_\mu^\top \boldsymbol{\phi}(0)}{\mathbf{p}_\mu^\top \boldsymbol{\omega}} \right) \quad (5.14)$$

である。表記が複雑になることを防ぐため、以下では定数を式に残したまま進める。座標を元に戻して

$$\phi_i(t) = p_{0,i} \hat{\phi}_0(t) + \sum_{\mu \in \{1, \dots, n-1\}} p_{\mu,i} \hat{\phi}_\mu(t) \quad (5.15)$$

であるから、

$$\phi_i(t) = \frac{1}{n} \sum_{j \in \{1, \dots, n\}} (\omega_j t + \phi_j(0)) + \sum_{\mu \in \{1, \dots, n-1\}} p_{\mu,i} A_\mu \sin(\sqrt{\kappa\sigma_\mu}t + \alpha_\mu) \quad (5.16)$$

を得る。実用においては固有角速度は全ての移動体で同じとして $\omega_i = \omega$ で与えることが多く、その場合は式 (5.17) で書ける。

$$\phi_i(t) = \frac{1}{n} \sum_{j \in \{1, \dots, n\}} \phi_j(0) + \omega t + \sum_{\mu \in \{1, \dots, n-1\}} p_{\mu,i} A_\mu \sin(\sqrt{\kappa\sigma_\mu}t + \alpha_\mu) \quad (5.17)$$

重要なのは右辺第 3 項である。各モードは角速度 $\sqrt{\kappa\sigma_\mu}$ 、振幅 A_μ の定常波を、重み $p_{\mu,i}$ で足し合わせた形をしている。つまり、大域的なネットワークの情報である固有値 σ_μ と固有ベクトル $p_{\mu,i}$ の要素が、波として各移動体の位相 $\phi_i(t)$ に現れているのである。

本研究の仮定で結合ネットワークは移動体の空間配置によって決まっているため、各モードの固有値や固有ベクトルから、移動体の空間配置に関する情報を推定できることになる。固有値や固有ベクトルの空間的な意味は次節で確認することとし、ここでは $\phi_i(t)$ の時間履歴から固有値や固有ベクトルの情報を取り出すことを考える。

式 (5.17) が各モードが定在波の重ね合わせで書いているために、フーリエ変換からパワースペクトラムを計算することで、周波数やパワーを独立に取り出すことができる。移動体 i において、 $\phi_i(t)$ から直流成分を適当なハイパスフィルタでカットし、かつ ωt を引くことで、式 (5.17) の第三項だけを残すことができる。この処理を行った後の $\phi_i(t)$ に対して窓サイズ T の短時間フーリエ変換を施し、各周波数成分に含まれるパワー $\rho_i(f, t)$ を計算する。

$$\rho_i(f, t) = \left| \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{t-T}^t \phi_i(t) e^{j2\pi ft} dt \right| \quad (5.18)$$

ここで $j^2 = -1$ とした。各時刻 t において、 $\rho_i(f, t)$ を f の関数としてピーク検出を行い、周波数が小さいものから順に $\mu \in \{1, 2, \dots\}$ を添え字として $f_{i,1}(t), f_{i,2}(t), \dots, f_{i,\mu}(t), \dots$ と書く。このとき、 T が十分に大きければ

$$f_{i,\mu}(t) = \frac{\sqrt{\kappa\sigma_\mu}}{2\pi}, \quad \rho_i(f_{i,\mu}(t), t) \propto p_{\mu,i} A_\mu \quad (5.19)$$

として固有値や固有ベクトルの情報を取り出すことができる。

5.3.2 固有値・固有ベクトルの空間的意味

前節で取り出したラプラシアン行列 L の固有値や固有ベクトルが、推定したい量 (i) から (iii) とどのような関係にあるか述べる。

項目 (i), (ii) について重要なことは、ラプラシアン行列の固有モードが、群体を連続体とみなした場合の固有モードと相関するという点である。まず双曲型相互作用と連続体における波動方程式の関連を考える。

今、空間上の連続なスカラー関数 $\psi(\mathbf{x}, t)$ が xy 平面上の波動方程式 (5.20) に従うことを考える。ここで、 $\nabla = (\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y})^\top$ を空間の微分作用素、 $\nabla^2 = \nabla^\top \nabla = (\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2})$ を空間のラプラス作用素とする。

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \psi(x, y, t) = \kappa \nabla^2 \psi(x, y, t) \quad (5.20)$$

この方程式を図 5.4 のようなグリッド上の点で離散的に計算したとき、有限要素解析で利用される中心差分法を用いると $\nabla^2 \psi(x, y, t)$ は式 (5.21) のように近似的に計算される。

$$\begin{aligned} \nabla^2 \psi(x, y) &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \psi(x, y) \\ &= \frac{\psi(x + \Delta x, y) - 2\psi(x, y) + \psi(x - \Delta x, y)}{(\Delta x)^2} + \frac{\psi(x, y + \Delta y) - 2\psi(x, y) + \psi(x, y - \Delta y)}{(\Delta y)^2} \end{aligned} \quad (5.21)$$

仮に $\Delta x = \Delta y = 1$ が成り立つとすると、式 (5.20) と式 (5.21) から式 (5.22) を得る。

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \psi(x, y) = \kappa (\psi(x + 1, y) + \psi(x, y + 1) + \psi(x - 1, y) + \psi(x, y - 1) - 4\psi(x, y)). \quad (5.22)$$

ここで、移動体 i の近傍移動体 a, b, c, d が図 5.5 のように配置されていたことを考える。このとき、双曲型相互作用は式 (5.23) のようにかける。

$$\ddot{\phi}_i = \kappa \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\phi_j - \phi_i) = \kappa (\phi_a + \phi_b + \phi_c + \phi_d - 4\phi_i). \quad (5.23)$$

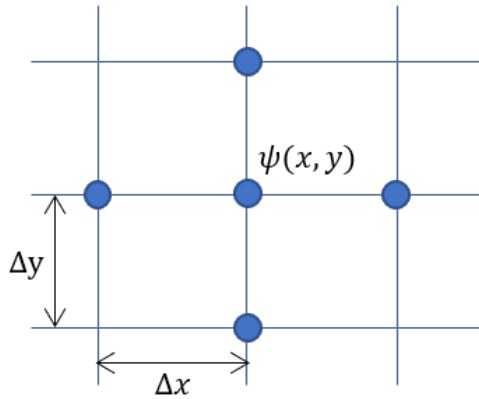


図 5.4: 連続量をグリッド点で離散的に計算した場合

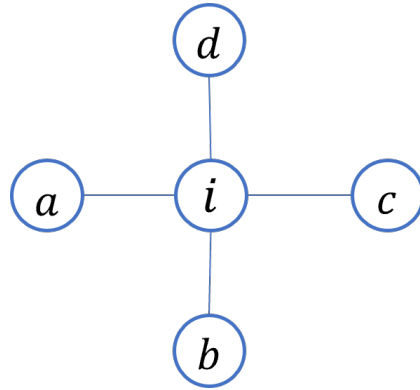


図 5.5: グリッド状に並んだ移動体

このような仮定を置くと、式 (5.22) が式 (5.23) と同等の形であることがわかる。すなわち、移動体が双曲型相互作用を行うことで、空間上の量に対して波動方程式を離散的に計算していたといえる。その意味で、場 $\phi(\mathbf{x}, t)$ は $\psi(x, y, t)$ を近似した関数であり、 $\phi(\mathbf{x}, t)$ に現れた定常波は $\psi(x, y, t)$ における波と同じ性質を持つことが期待される。

線形の波動方程式 (5.20) に従う連続関数 $\psi(x, y, t)$ は調和振動を生じることが知られている。具体的な解の振る舞いを調べる方法の一つは、空間方向にフーリエ分解を行うことである。

簡単のために式 (5.20) を x 軸上で考える。 ν を空間角周波数とした、 $\psi(x, t)$ の空間フーリエ変換は式 (5.24) の形で与えられる。

$$\hat{\psi}(\nu, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\nu x} \psi(x, t) dx \quad (5.24)$$

波動方程式による振る舞いを確認するために、両辺を時間で 2 階微分すると、式のように $\hat{\psi}(\nu)$ の周波数成分について独立した方程式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \hat{\psi}(\nu, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\nu x} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \psi(x, t) dx \\ &= \kappa \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\nu x} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi(x, t) dx \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2} \bar{\psi}(\nu, t) &= -\kappa \nu^2 \bar{\psi}(\nu, t). \end{aligned} \quad (5.25)$$

表 5.1: 双曲型相互作用と波動方程式の関係

双曲型相互作用	波動方程式
グラフラプラシアン行列 L	ラプラス作用素 ∇^2
固有ベクトル \mathbf{p}_μ	フーリエ基底の元 $e^{-j\nu x}$
固有値の平方根 $\sqrt{\sigma_\mu}$	空間周波数 ν

ここで、式 (5.25) が式 (5.7) の 2 行目と同一の形であることがわかる。従って $\hat{\psi}(\nu, t)$ の各周波数成分の時間発展は式 (5.10) 同様に式 (5.26) に従う。

$$\hat{\psi}(\nu, t) = A(\nu) \sin(\sqrt{\kappa\nu^2}t + \alpha(\nu)) \quad (5.26)$$

ただし $A(\nu), \alpha(\nu)$ は初期条件から決まる関数である。これを元の空間上の値 $\psi(x, t)$ に戻すと式 (5.27) を得る。

$$\psi(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\nu x} A(\nu) \sin(\sqrt{\kappa\nu^2}t + \alpha(\nu)) d\nu \quad (5.27)$$

従って波動方程式 (5.20) に従うスカラー場 $\psi(x, t)$ は角周波数 $\sqrt{\kappa\nu^2}$ の波を寄与 $e^{-j\nu x}$ で足し合わせたものである。ここで振動子の作る場 $\phi(\mathbf{x}, t)$ が $\psi(x, t)$ を近似していることから、双曲型相互作用における位相 $\phi_i(t)$ の振る舞いである式 (5.17) の定在波部分は、式 (5.27) をよく表していると考えられる。するとラプラシアン行列の固有値 σ_μ が空間角周波数 ν と、固有ベクトル \mathbf{p}_μ がフーリエ基底の元 $e^{-j\nu x}$ と対応していることがわかる。

ここで $\nu, e^{-j\nu x}$ が一次元のラプラス作用素 $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ の固有値、固有関数のペアであることを考えると、グラフにおけるラプラシアン行列 L とラプラス作用素の対応関係も示唆される。実際、式 (5.4) で行ったような、ラプラシアン行列を対角化する行列 P による座標変換を、グラフフーリエ変換と呼ぶことがある [58, 64]。また、有限要素法と連続空間の固有モードについては対応関係が [65] に述べられている。双曲型相互作用と連続の波動方程式の対応関係を表 5.1 にまとめた。

5.3.3 固有値・固有ベクトル推定による大域的状態量の推定

これまでの議論で、双曲型相互作用を用いることでラプラシアン行列の固有値と固有ベクトルが推定できること、またそれらの量が連続空間における空間周波数やフーリエ変換の基底関数に対応することが確認できた。ここでは連続モードとの対応関係を使いながら、ラプラシアン行列の固有値や固有ベクトルから具体的に項目 (i) から (iii) の状態量を推定する方法を述べる。

まず項目 (i) の空間状態については、ラプラシアン行列の固有値 σ_μ から直接推定することができる。これはラプラシアン行列の固有モードと対応する連続空間の周波数モードが、空間の形状を反映することから説明できる。

今、一次元直線上に 10 台の移動体が並んでいることを考える。図 5.6 は $\mu = 0, 1$, および 2 における固有モードの値、すなわち $p_{\mu,i}$ を示している。 $\mu = 1$ 及び $\mu = 2$ の固有モードを見ると、開

放管の1次, 2次の基本振動モードと同じ形をしていることがわかる. そしてこの固有モードの形は群れ自体の形に依存する. 例えば, 直線状に並んだまま, 移動体を追加すれば固有モードは引き延ばされ, 逆に移動体を削除すれば固有モードは縮む. また固有値についても, 空間周波数と対応すると考えれば, 移動体が増えて管が伸びるほど小さくなり, 逆に移動体が減って管が短くなると大きくなる.

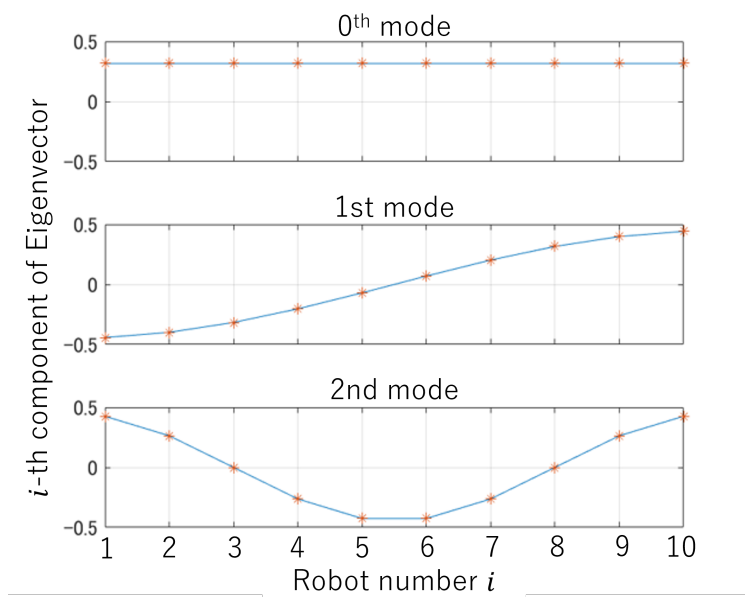


図 5.6: 直線状に並んだ移動体群の固有ベクトルの形. 横軸は移動体番号を表し, 縦軸が $p_{\mu,i}$ の値である.

図 5.7 は 20 台の移動体を長方形のグリッド状に並べた場合の, $\mu = 1, 2$ 及び 3 次の固有モードを示している. 移動体の色が $p_{\mu,i}$ の値を示し, 色が濃いほど絶対値が大きいことを表している. $\mu = 1$ 次のモードは群れの長手方向に分布し, 2 次モードはそれに直交する向きに分布している. 図中の A-A' 断面及び B-B' 断面は図 5.6 の 2 次の固有モードと同じ形をしていることがわかる. 3 次のモードはそれらより高い空間周波数を持つ構造に対応している. いずれの固有モードも, 群れの空間配置に対応した形であることがわかる.

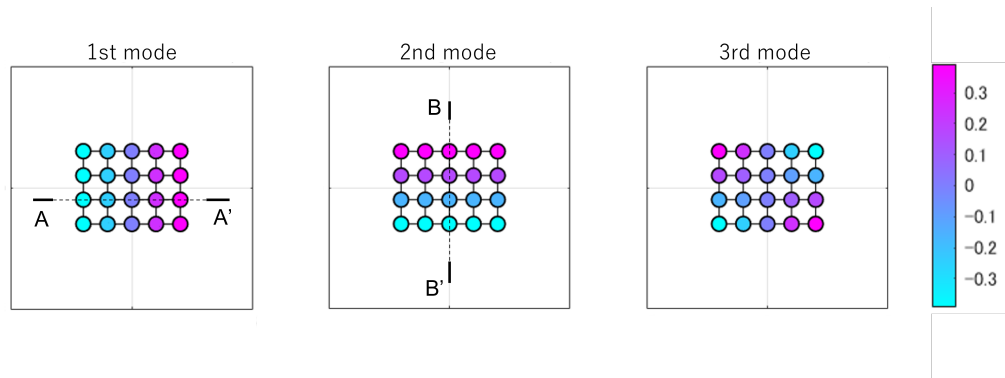


図 5.7: 2次元平面上に並んだ移動体群の固有モードの形. 移動体の色が $p_{\mu,i}$ の大きさを示す.

固有モードが空間配置と対応して決まるため, 固有値から項目 (i) の情報を取り出すことができる. 例えば長手方向のサイズ l は次のようにして推定できる. 基本モードの波長は $2l$ であるから, 対応する角周波数 $\nu = \frac{2\pi}{2l} = \frac{\pi}{l}$ である. これがラプラシアン行列の 1 次の固有値の平方根と対応するので, 以下を得る.

$$\sigma_1 = \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \quad (5.28)$$

(5.19) の結果と併せると, 時刻 t における移動体 i の集団の長手方向サイズ推定は, 式 (5.29) で書ける.

$$l^*(t) = \frac{\sqrt{k\pi}}{2f_{i,1}(t)} \quad (5.29)$$

ここで得られた l^* は厳密にはグラフ上のサイズである. つまり移動体間の配置における距離は反映されていない. 例えば狭所空間等で移動体が互いに衝突回避制約を受けるほど密集しているのであれば, 安全距離 r_s を乗じることで配置の空間におけるサイズを推定することができる.

式 (5.28) は相互作用による離散的な計算と連続空間における計算が対応することを仮定している. 台数が少ないほど有限要素解析でいうグリッド点が少なくなるため, 両者の差が大きくなる. 直線上に n 体の移動体を並べた時に, 式 (5.28) の左辺と右辺を比べた結果が図 5.8 である. 赤点が L の 1 次モードの固有値 σ_1 , すなわち式 (5.28) の左辺を表し, 青線が $l = n$ とした場合の連続空間における 1 次モードの空間角周波数の自乗, すなわち式 (5.28) の右辺である. 横軸には移動体の台数 n を取っている. 図 5.8 を見ると, $n = 2, 3$ までは相対誤差が 10% 程度, $n = 5$ 以上では誤差が非常に小さいことがわかる. 従って式 (5.28) は数台程度の群れでもよく成り立つことがわかる.

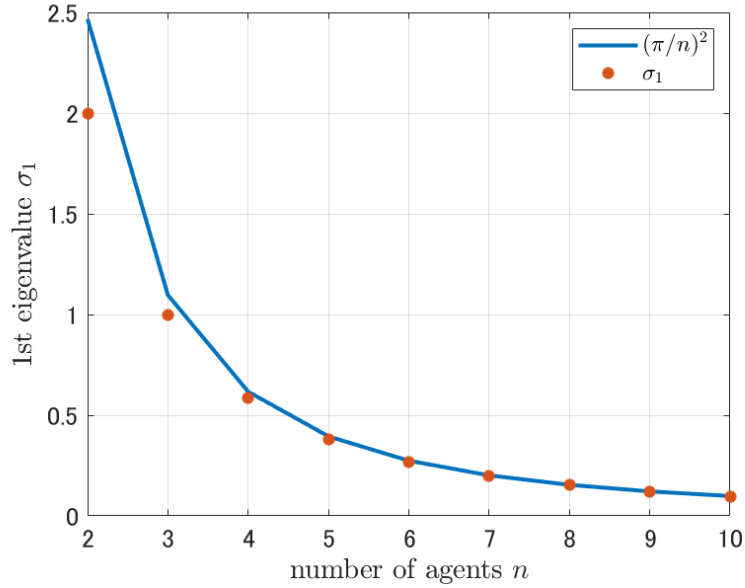


図 5.8: n 台の移動体を一列に並べた際の, L の 1 次固有値 σ_1 と長さ $l = n$ の 1 次元連続空間の 1 次モード角周波数の自乗.

次に, 項目 (ii) で挙げた相対的位置関係の推定では, 固有ベクトルが移動体の配置を反映して分布していることを用いる. 例えば 1 次モードの固有ベクトルは, 先述したように開放管の基本振動モードに対応し, $p_{1,i}$ が決める定常波の振幅は集団の中央部で節, 端で腹となる. 逆に言えば, $p_{1,i}$ の絶対値が大きい移動体は集団の端であり, 絶対値が小さい移動体は自身が中央部であると推定できる.

しかし, 自身が観測した定常波の大きさを直接他の移動体に伝えて比べることはできない. そのため, 固有モードを空間上の関数であると考え, 空間微分を計算する. 仮に $p_1(x_i)$ が

$$p_{1,i} \propto \cos \frac{\pi}{l} x_i \quad (5.30)$$

という形であったとする. その空間微分のような操作は

$$\frac{\partial}{\partial x} p_{1,i} \propto \sin \frac{\pi}{l} x_i \quad (5.31)$$

となる. すると空間微分操作を行った方は, 中央部で大きい値, 端で腹となる (図 5.9). 固有モードの空間微分を計算するため, 各移動体は隣接移動体との位相差と相対距離を用いて次のように微分量 $\frac{\partial \phi_i}{\partial x}$ を計算する.

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial x}(t) = \frac{1}{d_{x,i}(t)} \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\phi_j(t) - \phi_i(t)), \quad d_{x,i}(t) = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \frac{x_j - x_i}{\|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i\|} \quad (5.32)$$

式 (5.32) は移動体 i が観測できる量だけで計算でき, 移動体内部でこの値を保持する. (5.18) と同様に $\frac{\partial \phi_i}{\partial x}$ についても時間フーリエ変換からパワースペクトラム $\rho_{x,i}(f, t)$ を計算する. そしてピー

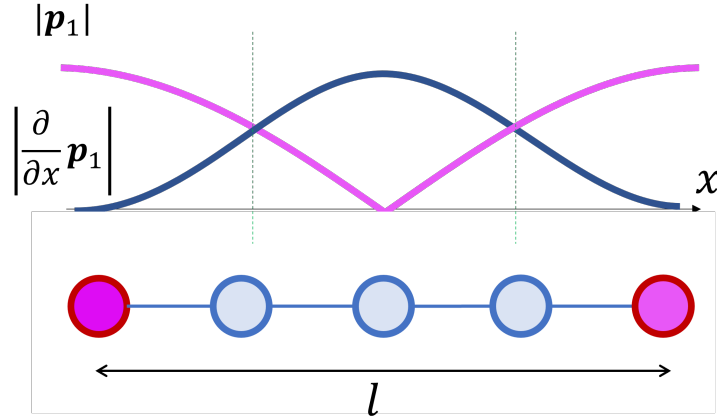


図 5.9: 項目 (ii) 相対的な空間状態の推定方法. ピンクの線が $p_{\mu,i}$ を, 水色の線がその空間微分を表している.

ク周波数におけるスペクトラムの比 $\frac{\rho_i(f_{1,i}(t),t)}{\rho_{x,i}(f_{1,i}(t),t)}$ から自身の相対位置を推定できる. 特に, 外側あるいは内側のどちらに位置するかは, 式 (5.33) により推定できる.

$$\begin{cases} \text{移動体 } i \text{ は自身を群れの外側と判断} & \rho_i(f_{i,1}) > \rho_{x,i}(f_{i,1}) \\ \text{移動体 } i \text{ は自身を群れの内側と判断} & \rho_i(f_{i,1}) \leq \rho_{x,i}(f_{i,1}) \end{cases} \quad (5.33)$$

この方法は y 方向の微分を追加することで 2 次元平面上での相対位置推定にも拡張することが可能である. また, ここでは内側, 外側の二値で判断を行ったが, 比 $\frac{\rho_i(f_{i,1})}{\rho_{x,i}(f_{i,1})}$ を計算することで内外の度合いを連続的に得ることもできる.

最後に, 項目 (iii) の集団の時間変化に関する情報は, 固有値及び固有ベクトルの時間変化から推定できる. 移動体の位置関係が変化すると, それに基づいて決まっていた固有モードの空間的な形が変化する. この変化は固有値や固有ベクトルの変化として全ての移動体に伝搬される. 例えば, 移動体の配置が時間 T の間にどれだけ変化したかについては, 以下の計算から推定することができる.

$$e_i(t) = \int_{t-T}^t \sum_{\mu=1}^M (f_{\mu,i}(t) - \bar{f}_{\mu,i})^2 dt \quad (5.34)$$

ここで M はどこまでのモードを考慮するか決める定数で, $\bar{f}_{\mu,i}$ は $f_{\mu,i}(t)$ の $t-T$ から t における時間平均である. この計算では各モード周波数の分散を足し合わせている. 群れの配置の大きな変化を捉える場合には M を小さく取って低次のモードのみ観測し, 配置の小さな変化を捉えたい場合には, 定数 M を大きく取ればよい. 注意として, 例えば $M=2$ と取っても, $e_i(t)$ には $\mu > 2$ 次のモードの固有値や固有ベクトル変化が含まれている. それは, ネットワーク変化が起こった際には各固有モードは独立でなく, 互いにエネルギーの交換が行われうるためである. ただし高次のモード周波数が変化に敏感に対応するので, M を大きく取ると感度が上がる.

以上により, 双曲型相互作用を用いることで, 項目 (i) から (iii) の情報を分散的に推定できるこ

とを確認した,

なお, 今回の相互作用では L の固有モードは開放管に相当していた. これは偏微分方程式ではノイマン型の境界条件であるといえる. 以降の議論では用いないが, 相互作用の形を変えればディレクレ型の境界条件に相当させることもできる. 境界条件に関する詳しい議論は付録 C を参照頂きたい.

5.3.4 従来型の放物型相互作用との違い

本章で提案した相互作用 (5.2) を波動方程式との対応から双曲型相互作用と呼ぶならば, 従来の相互作用 (3.9) は放物型である. 本節では, 放物型相互作用と双曲型相互作用を比較することで, 提案手法の特徴づけを行う. 放物型相互作用 (3.9) を再掲する.

$$\dot{\phi}_i(t) = \omega_i + \kappa \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\phi_j(t) - \phi_i(t)). \quad (5.35)$$

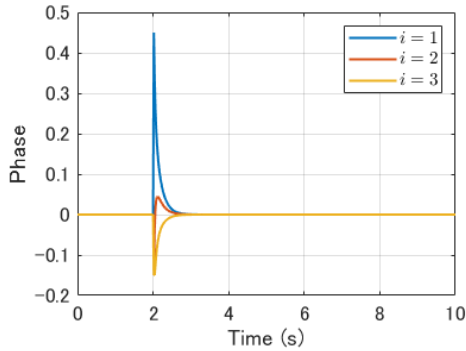
この相互作用では, 空間上の量 $\psi(x, y, t)$ に対して拡散方程式 (5.36) を離散的に計算している.

$$\frac{\partial}{\partial t} \psi(x, y, t) = \nabla^2 \psi(x, y, t) \quad (5.36)$$

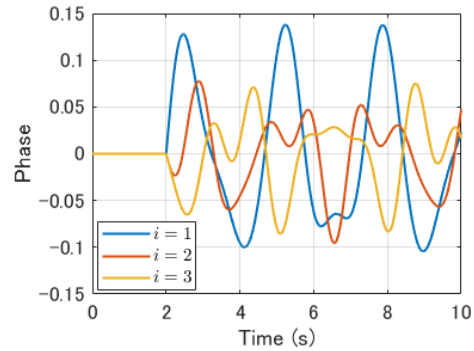
(5.35) の時間発展は式 (5.37) となる. 式変形の詳細は付録を確認頂きたい.

$$\phi_i(t) = \frac{1}{n} \sum_{j \in \{1, \dots, n\}} (\omega_j t + \phi_j(0)) + \sum_{\mu \in \{1, \dots, n-1\}} p_{\mu, i} \left(\left(\mathbf{p}_{\mu}^{\top} \boldsymbol{\phi}(0) - \frac{\mathbf{p}_{\mu}^{\top} \boldsymbol{\omega}}{\kappa \sigma_{\mu}} \right) e^{-\kappa \sigma_{\mu} t} + \frac{\mathbf{p}_{\mu}^{\top} \boldsymbol{\omega}}{\kappa \sigma_{\mu}} \right) \quad (5.37)$$

右辺第二項を見ると, 双曲型相互作用と同じくラプラシアン行列の固有値 σ_{μ} による時間発展を, 固有ベクトル $p_{\mu, i}$ によって足し合わせている点は同一である. しかし, 双曲型相互作用では定在波であった時間発展が, 指数収束に代わっている点が大きな違いである. 図 5.10 に放物型相互作用と双曲型相互作用の時間発展の例を示した. 共に $\phi_i(0) = 0, \omega_i = 0$ とし, $t = 2s$ でインパルス状の入力を入れている.



(a) 放物型相互作用の場合



(b) 双曲型相互作用の場合

図 5.10: 相互作用の時間発展の例.

図 5.10(a) に示した放物型相互作用では、 $t = 2s$ 直後に位相が変化したのち、位相差が時間とともに収束していることがわかる。一方で、図 5.10(b) では位相差が生じた後振動状態が継続していることがわかる。双曲型相互作用を用いる 1 つ目の利点は、固有モードの分解が容易であることである。空間的なモードが時間周波数の異なる波として伝搬するので、工学的に広く用いられるフーリエ変換によって周波数成分の分離を行うことができる。放物型相互作用では、指数収束からモード成分を分離しなければならない。特に高次のモードは早く収束して低次のモードの動きが支配的になってしまうので、放物型相互作用では特に $\mu = 2$ 以降のモードの取り出しが難しい。これは項目 (i),(ii) に対応する。

項目 (iii) についても、双曲型相互作用の利点がある、放物型相互作用では、4 章で示したように局所的な変化が空間的にも指数減衰して伝搬される。従って、小さなネットワーク上の変化を検出しやすいという利点がある。一方で後述するように、双曲型相互作用は放物型相互作用に比べてエネルギーの取り扱いが難しく、ノイズや不安定性の問題がある。しかしこれは高次のモードや小さな変化を検出する、つまり情報量を増やすこととのトレードオフであると考えられる。従って、情報量を増やしたい場合には双曲型相互作用を用い、高い安定性が求められる場合には放物型相互作用を用いるといった使い分けが重要である。

また、移動体の構成台数が増えたときに生じる影響も放物型と双曲型で性質が異なる。放物型の相互作用で位相勾配を用いる場合、式 (4.18) に $i = n - 1$ を代入すると、移動体間の最小位相差が $\frac{\Delta\omega}{n\kappa}$ であることがわかる。これは、検出が必要な最小位相差が台数の増加とともに小さくなっていくことを意味する。つまり、放物型では台数が増えると位相差観測の精度を高めることが要求される。

一方で双曲型の相互作用では、台数が増えても位相差観測の精度は要求されない。定常波の振幅は式 (5.14) によって決まるが、 $\omega = \mathbf{1}_n\omega$ であるとき台数すなわち固有値には陽に依存しない。双曲型の場合、台数の影響は主に特徴推定に要する時間に現れる。台数が増えると取りうる 1 次固有値の最小値が小さくなる。従って 1 次ピークの周波数は下がる。このピークを検出するには、短時間フーリエ変換の時間幅を増やす必要がある。まとめると、放物型では台数が増えると観測の精度が求められるが、双曲型では時間幅が必要になるという特性の違いがある。

5.4 検出性と安定性を考慮した結合パラメータの設計

本節では、双曲型相互作用によって項目 (i) から (iii) を適切に推定するために必要な、結合パラメータ κ の設計について、計算上の安定条件の解析とシミュレーションによる検出性の検証から述べる。

5.4.1 フォン-ノイマン条件を用いた離散化に伴う安定性の検証

双曲型相互作用 (5.2) は時間的に連続な表現となっている。しかし計算機シミュレーションや実システムへの実装のためには、これを離散化する必要がある。時間方向の 2 階微分を三点公式に

よって離散化すると、双曲型相互作用は式 (5.38) で書ける。

$$\frac{\phi_i(t_{k+1}) - 2\phi_i(t_k) + \phi_i(t_{k-1}))}{(\Delta t)^2} = \kappa \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\phi_j(t_k) - \phi_i(t_k)) \quad (5.38)$$

ただし t_k は k ステップ目における時刻、 Δt は更新の時間ステップ幅である。時間更新の形に整理すると

$$\phi_i(t_{k+1}) = 2\phi_i(t_k) - \phi_i(t_{k-1}) + \kappa(\Delta t)^2 \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\phi_j(t_k) - \phi_i(t_k)) \quad (5.39)$$

となる。次ステップの位相 $\phi_i(t_{k+1})$ は、現ステップの自身の位相 $\phi_i(t_k)$ 及び隣接移動体との位相差 $(\phi_j(t_k) - \phi_i(t_k))$ 、及び1ステップ前の自身の位相 $\phi_i(t_{k-1})$ から計算できることが分かる。

式 (5.39) の計算を安定化するためには、波の速さを決める設計パラメータ κ は Δt に応じて適切に決定されなければならない。本研究では、有限要素解析で用いられるフォン-ノイマン条件に基づく安定性解析を行う。

有限要素解析におけるフォン-ノイマンの安定性解析では $\phi_i(t_k) = \zeta^k e^{j\nu x_i}$ と置き、全ての ν において、 $|\zeta| = 1$ で式 (5.39) を満たす条件を求める。すなわち、時間ステップが進んでも、各空間周波数成分が発散しないことを要求する。この形のまま適用するには、移動体の位置をグリッド上に決める必要がある。ここでは移動体群の相互作用に応用するために、

$$\phi_i(t_k) = \zeta^k p_{\mu,i} \quad (5.40)$$

と置き、全ての μ において、 $|\zeta| = 1$ で式 (5.39) を満たす条件を求める。すなわち、ラプラシアン行列の各固有ベクトル成分について時間発散しないことを要請する。ラプラシアン行列の固有ペアと空間周波数に対応があることは先に見たとおりである。

フォン-ノイマン条件を満たす κ の上限は、ステップ時間 Δt と移動体の持つ結合の最大次数を用いて、次の定理で与えられる。

定理. 式 (5.41) を満たすように κ を選んだとき、全ての μ に対して $|\zeta| = 1$ が満たされる

$$\kappa \leq \frac{2}{(\Delta t)^2 \max_{i \in \{1, \dots, n\}} |\mathcal{N}_i|} \quad (5.41)$$

証明. 式 (5.40) の変換を (5.39) に代入し、両辺を ζ^{k-1} で除すると次式を得る。

$$\zeta^2 p_{\mu,i} = 2\zeta p_{\mu,i} - p_{\mu,i} + \kappa(\Delta t)^2 \zeta \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (p_{\mu,j} - p_{\mu,i}) \quad (5.42)$$

右辺第三項のシグマ記号を，グラフラプラシアン行列 L を用いて書き替えることを考える．

$$\begin{aligned}
\sum_{j \in \mathcal{N}_i} (p_{\mu,j} - p_{\mu,i}) &= \sum_{j=\{1,\dots,n\}} A_{ij}(p_{\mu,j} - p_{\mu,i}) \\
&= - \left(p_{\mu,i} \sum_{j=\{1,\dots,n\}} A_{ij} - \sum_{j=\{1,\dots,n\}} A_{ij} p_{\mu,j} \right) \\
&= - \left(D_{ii} p_{\mu,i} - \sum_{j=\{1,\dots,n\}} A_{ij} p_{\mu,j} \right) \\
&= - \sum_{j=\{1,\dots,n\}} (D_{ij} - A_{ij}) p_{\mu,j} \\
&= - \sum_{j=\{1,\dots,n\}} (L_{ij}) p_{\mu,j} = -\text{row}_i[L\mathbf{p}_\mu]
\end{aligned}$$

ただし 3 行目から 4 行目の変換では， $i \neq j$ について $D_{ij} = 0$ であることを用いた．さらに， \mathbf{p}_μ が固有値 σ_μ に対応する L の固有ベクトルであったことから， $L\mathbf{p}_\mu = \sigma_\mu \mathbf{p}_\mu$ であるので，結局

$$\sum_{j \in \mathcal{N}_i} (p_{\mu,j} - p_{\mu,i}) = -\sigma_\mu p_{\mu,i} \quad (5.43)$$

である，これを (5.42) に代入すると式 (5.44) を得る．

$$\zeta^2 p_{\mu,i} = 2\zeta p_{\mu,i} - p_{\mu,i} - \kappa(\Delta t)^2 \sigma_\mu \zeta p_{\mu,i} \quad (5.44)$$

これを $p_{\mu,i}$ で整理して (5.45) を得る．

$$p_{\mu,i} \{ \zeta^2 - \zeta (2 - \kappa(\Delta t)^2 \sigma_\mu) + 1 \} = 0 \quad (5.45)$$

ここで，定数 r を

$$r := \frac{1}{4} \kappa(\Delta t)^2 \sigma_\mu \quad (5.46)$$

と置く．この r を使って (5.45) を変換すると次式を得る．

$$p_{\mu,i} (\zeta^2 - (2 - 4r)\zeta + 1) = 0 \quad (5.47)$$

$p_{\mu,i}$ は零であるとは限らないので，括弧内が零であるための条件を考える．括弧内が零である方程式の解は

$$\zeta = \begin{cases} (1 - 2r) \pm 2\sqrt{r^2 - r} & (r > 1) \\ (1 - 2r) \pm 2j\sqrt{r - r^2} & (r \leq 1) \end{cases} \quad (5.48)$$

となる．この解を r に対してプロットしたものが図 5.11 である． $r \leq 1$ のとき $|\zeta| = 1$ が常に方程式の解である一方で， $r > 1$ のとき $|\zeta| = 1$ は方程式の解にならないことがわかる．したがってフォン-ノイマン条件は $r \leq 1$ すなわち式 (5.49) を要請する．

$$\frac{1}{4} \kappa(\Delta t)^2 \sigma_\mu \leq 1 \quad (5.49)$$

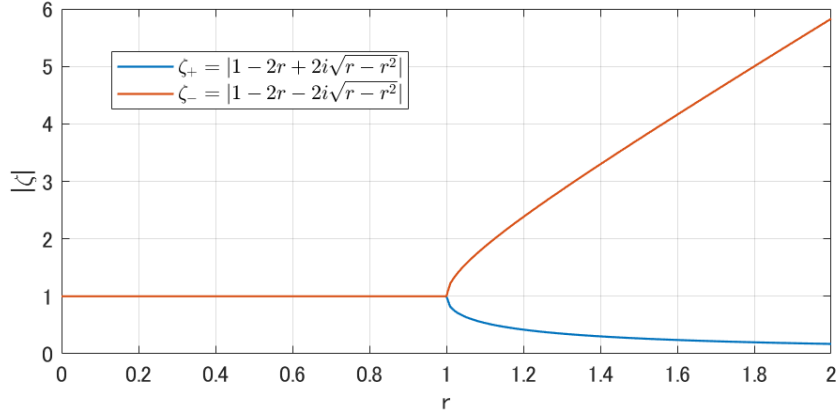


図 5.11: 方程式を満たす ζ の解

ここで、どのような μ に対しても式 (5.49) を満足するためには、 σ_μ の最大値を考えればよい。

ラプラシアン行列の固有値 σ_μ の最大値については、次の補題が成り立つことが知られている ([8] 補題 2.2)。

補題 1. L のすべての固有値は、次式で定義される円盤 \mathcal{R}_L 上に存在する。

$$\mathcal{R}_L := \{z \in \mathbb{C} \mid |z - \Delta| \leq \Delta\} \quad (5.50)$$

ただし、 Δ はグラフの最大次数である。

本研究で用いている移動体群モデルでは無向グラフすなわち L は実対称行列なので、固有値は全て実数である。したがって

$$\sigma_\mu \leq 2\Delta = 2 \max_{i \in \{1, \dots, n\}} |\mathcal{N}_i| \quad (5.51)$$

が成り立つ。これを条件式 (5.49) に代入すると

$$\frac{1}{2} \kappa (\Delta t)^2 \max_{i \in \{1, \dots, n\}} |\mathcal{N}_i| \leq 1 \quad (5.52)$$

最後に、 κ の条件に書き直すと式 (5.41) を得る。□

理想的には、最大次数 $\max_{i \in \{1, \dots, n\}} |\mathcal{N}_i|$ は 2 から $n - 1$ までの値をとりうる。したがって κ の取りうる値は群を構成する移動体の台数が増えると上限が厳しくなっていく。ただし、移動体に大きさがあり、ある移動体の視野範囲内に入ることのできる移動体の数に限界がある場合は、パラメータ κ の上限値は Δt によって決まる。つまり、 Δt が小さい、非常に高速で処理を行うシステムであれば κ を大きく取ることができ、逆に Δt が大きな比較的低速なシステムであれば κ は小さい値に設定する必要がある。

5.4.2 シミュレーションによる検出性の検証

前節にて、パラメータ κ にはシステムの時間ステップ Δt によって決まる上限が存在することをみた。本節では、直線状モデルの群れについてサイズ推定のシミュレーションを行うことで、 κ によって推定性能がどう変わるのか調べる。図 5.12 は 10 台の移動体で構成される群れを表す。あ

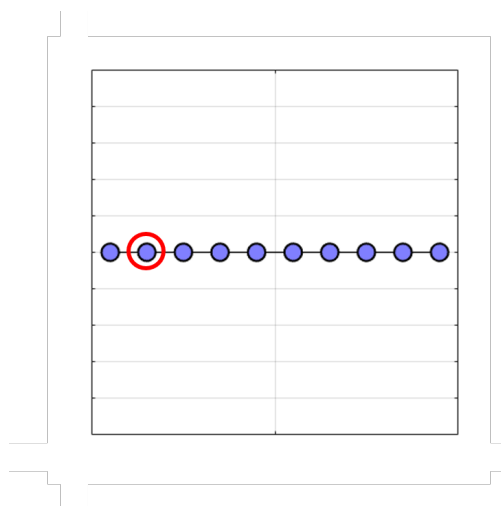


図 5.12: 直線状の群れにおけるシミュレーション

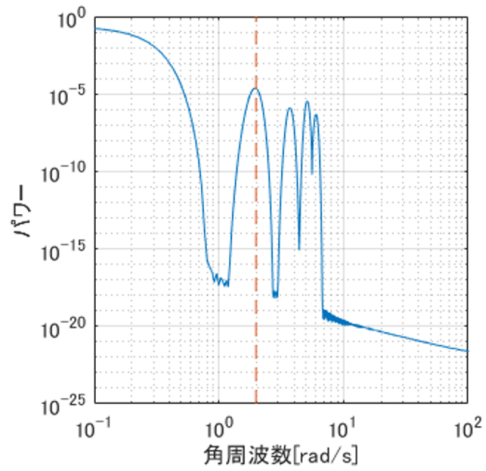
る移動体に対して、隣り合う移動体のみを隣接集合に含めた。すなわち移動体を飛び越えるようなエッジは無いものとした。シミュレーションは MATLAB R2020a にて行い、シミュレーションのステップ幅 Δt は $\Delta t = 0.20$ s とした。各移動体は、開始から終了までの全ての自身の位相履歴を用いてフーリエ変換を行った。

位相の初期条件は全ての移動体が $\phi_i(0) = 0$ であり、開始から 20s 後に左端の移動体に対してインパルス状の入力を入れた。

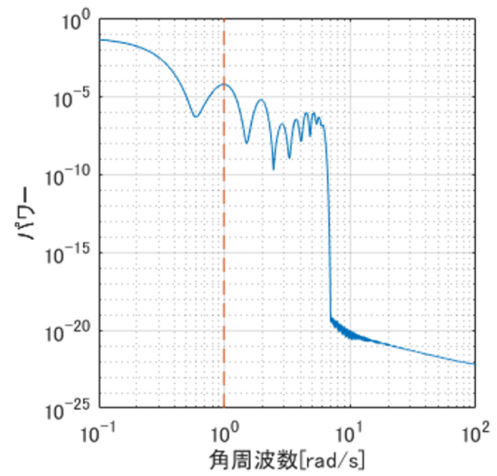
移動体数 N が 5 台、10 台の場合における、左から 2 番目の移動体 (図 5.12 の赤丸) におけるパワースペクトラムを図 5.13 に示す。ただし、設計パラメータである結合強度 κ は $\kappa = 10$ とした。

青線が観測から得たパワースペクトラム、赤破線は実際の台数から計算される 1 次ピーク周波数の理論値を表している。(a),(b) どちらの結果においても、観測による 1 次のピークと、理論値が一致していることが分かる。このことから、移動体数が 10 台程度の直線状の群れにおいて、固有値、固有ベクトル推定が可能であると言える。

次に群れの構成台数を 20 台とした場合の結果を図 5.14 に示す。この図も青線が観測から得たパワースペクトラム、赤破線が理論値である。(a) は 5 台及び 10 台の場合と同じく、結合強度を $\kappa = 10$ とした場合である。理論値の周波数にわずかにピークが立っているものの、検出性は大幅に低下している。(b) は台数はそのままとし、結合強度を $\kappa = 100$ に引き上げた場合の結果を示している。理論値の周波数に強いピークが立ち、検出性が向上していることが分かる。

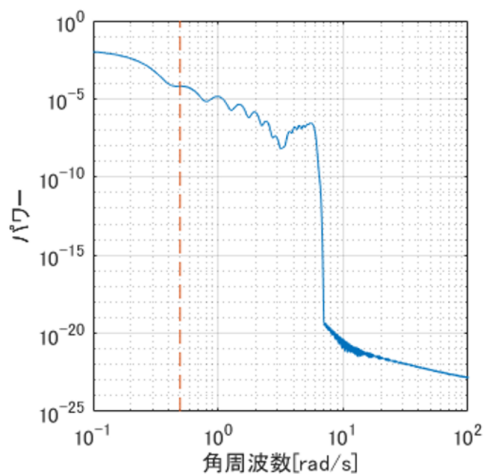


(a) 5 台

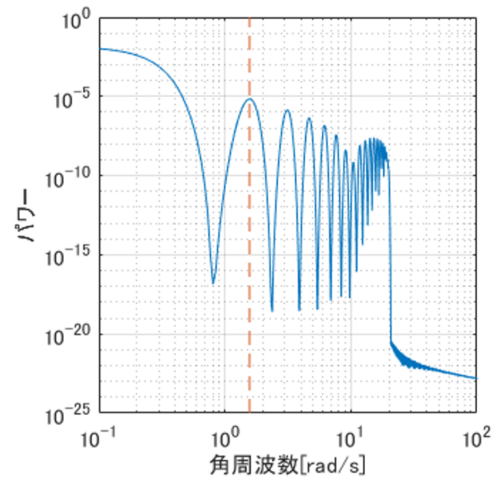


(b) 10 台

図 5.13: 直線状の群れにおける分散的サイズ推定 ($\kappa = 10$)



(a) $\kappa = 10$



(b) $\kappa = 100$

図 5.14: 直線状に 20 台が並んだ群れのサイズ推定

このことから、精度の良い推定を行うためには、結合強度 κ を十分に大きい値に設定する必要があるといえる。これは結合強度すなわち波の伝達速度を上げることで、各移動体が波を検出する回数が増えるためと考えられる。ただし κ は式 (5.41) のフォン-ノイマンの安定性条件を満たす必要がある。従って κ は検出性能を高めるために大きい値としなければならない一方で、小さい方が計算的安定性を保つことが出来るという形で、トレードオフが存在する。

5.5 大域的特徴量推定シミュレーション

本節では問題設定で挙げた大域状態量 (i),(ii),(iii) を、双曲型相互作用を用いて推定できることをシミュレーションによって示す。本節では特に (i),(ii) に対応する状態量についてシミュレーションによる確認を行う。

5.5.1 環境に応じて変形する移動体群の空間・時間特徴量推定

ここでは、項目 (i) の空間状態量推定、及び項目 (iii) の例として、群体のサイズ推定について検証を行う。サイズ推定の検証が目的であるので、4章で示した狭所通過シミュレーションの移動体の各時刻における位置 $\mathbf{x}_i(t)$ をそのまま、移動体の位置の時間データとして用いる。つまり双曲型相互作用を導入する移動体群の位置は既に与えられているとする。位相については双曲型相互作用に基づいて発展させた。 $t = 10\text{s}, 40\text{s}, 80\text{s}$ の各時刻における移動体の位置を図 5.15 に示す。

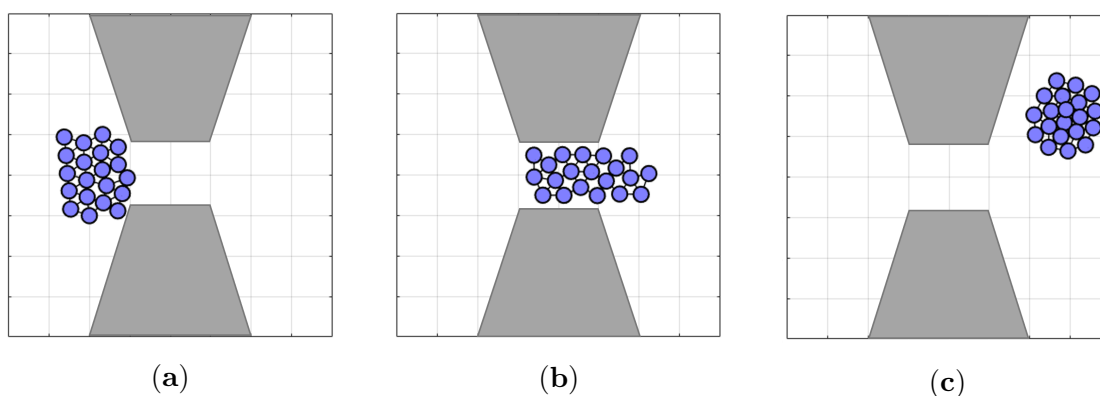


図 5.15: 4章で用いた移動体の位置を再掲したもの. (a) $t = 10\text{ s}$; (b) $t = 40\text{ s}$; (c) $t = 80\text{ s}$.

サイズ推定は式 (5.29) によって行った。シミュレーションには MATLAB2021b を使い、設定したパラメータは表 5.2 の通りである。

表 5.2: サイズ推定で用いたパラメータ

Parameter	Value	
Δt	0.02 s	time step of the simulation
N_t	5000 step	length of simulation
n	20	number of agents
r_v	1.1 m	observation range
κ	100 /s ²	parameter of interaction

図 5.16 はある移動体が行ったサイズ推定の時間変化を示している。式 (5.29) に従うサイズ推定

の結果は必ずしも整数値とは限らない。シミュレーション開始から 10 秒が経過するまでは、移動体が十分に位相の時間履歴を持っていないため、ピーク検出においてノイズが生じている。 $t = 10\text{s}$ から $t = 20\text{s}$ にかけては、サイズ推定の結果はほぼ 4 のまま一定である。これは、移動体群が自由空間にあって図 5.15(a) のように球に近い形状をしているためである。 $t = 40\text{s}$ から $t = 60\text{s}$ にかけて、推定結果は増加して 6 およびそれ以上の値を取っている。これは、移動体群が狭所に侵入して 5.15(b) のように群体が水平方向に引き延ばされたことを反映している。 $t = 60\text{s}$ 以降では、徐々に推定値が 4 に向かって低下している。この時間では 5.15(c) のように移動体群が狭所から出て自由空間に到達し、群形状は円状に戻っていた。

特に $t = 40\text{s}$ から 60s において、推定値が激しく変化している部分がある。これは、移動体群が障害物との衝突回避のため激しくネットワーク構造を変化させたことを反映している。ここでのサイズ推定値はピーク周波数から得た σ_μ の値を反映している。従って、サイズ推定値が激しいネットワーク構造変化に対応して大きく変化したことは、項目 (iii) の推定が可能であることも意味している。

以上のシミュレーション結果より、項目 (i) に対応した移動体群の空間状態であるサイズ変化を、環境の障害物に対応して変形する移動体群において推定できることを確認した。また、サイズ推定値すなわちピーク周波数がネットワーク変化を反映していることから、項目 (iii) の時間変化についても推定可能であることを示唆した。

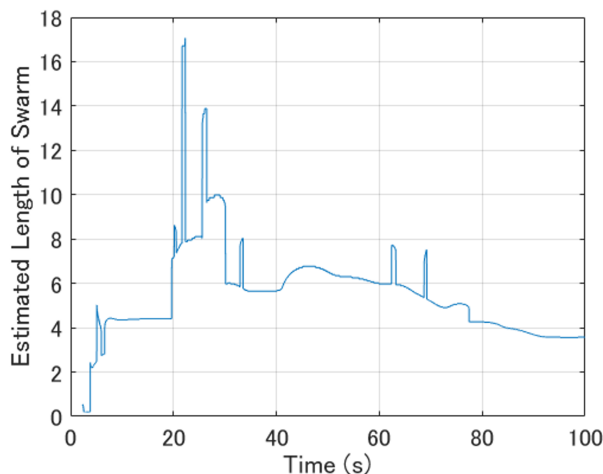


図 5.16: サイズ推定の結果

5.5.2 群の内外判定シミュレーション

次に、項目 (ii) の空間における相対特徴量の一つである、相対的位置推定をシミュレーションで示す。このシミュレーションでは移動体群は初期位置から変化しないとして、2つの初期配置 1,2 を設定した。各移動体は 3000 ステップに渡って双曲型相互作用を行った。 $t = 3000$ までに蓄積さ

れた全ての $\phi_i(t)$ からパワースペクトラムを計算し、式 (5.33) に従って、鉛直と水平の各軸方向について自身が外側に位置するか、内側に位置するかを推定した。

移動体配置 1 における推定結果を図 5.17 に示した。水色のパーティクルが自身を内側と判定した移動体、ピンク色の移動体が自身を外側と判定した移動体である。移動体配置 1 は比較的移動体がグリッド状に並んでおり、群を被覆する図形は長方形に近い。図 5.17(a) は水平方向の内外判定結果であるが、最も左側の楕列と最も右側の楕列の移動体が全てピンク色になっていて、自身が外側と判定している。一方中心の縦 2 列は水色になっている移動体が多く、自身が内側であると正しく判定できている。次に図 5.17(b) は鉛直方向の内外判定結果を示している。こちらも、上下の横 1~2 列の移動体がピンクに、それ以外の移動体が水色に着色されていて、この軸方向についても内外判定が正確に行われていることがわかる。

図 5.18 は 2 つ目の移動体配置 2 で内外判定を行った結果である。まず水平方向の推定結果図 5.18(a) を見ると、左と右の楕列がピンク色になっていて、中央部分が水色になり、判定結果に大きな誤りはない。次に図 5.18(b) についても、ある程度上下の端にピンク色の移動体が多く分布している。ただし内側と外側の判定が混ざっているように見える部分もある。例えば中央左側には、周囲がピンク色で外側と判定している中、一台水色で内側と判定している移動体が存在する。これは、移動体配置 2 が 1 に比べてきれいなグリッド状には並んでおらず、ネットワークが作る空間とユークリッドの対応関係にずれがあるためと考えられる。

以上から、特に移動体の存在する空間とネットワーク構造がよく対応する場合には、移動体の存在する空間における内、外の相対的空間状態をよく推定できているといえる。

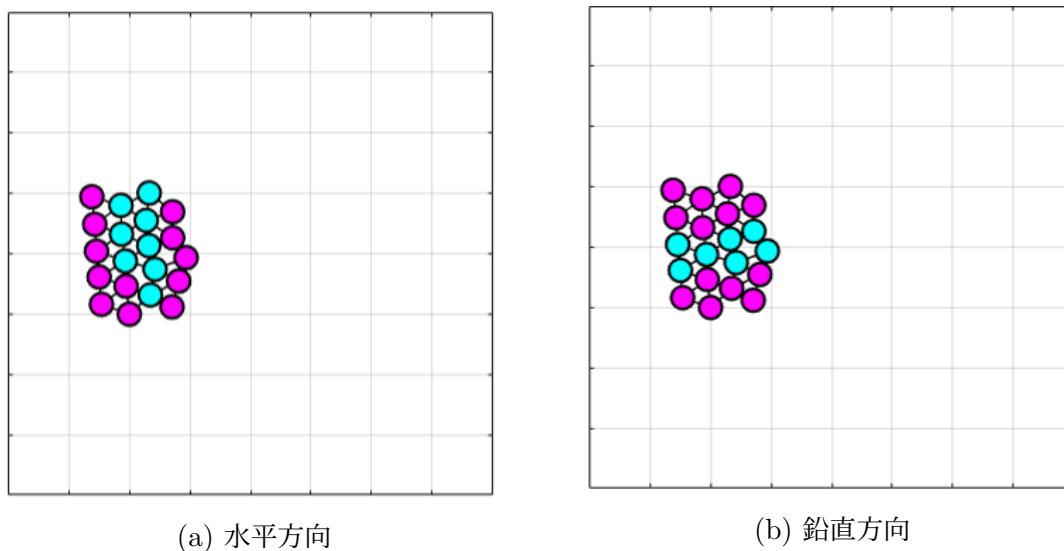


図 5.17: 群れ形状 1 における相対位置推定の結果。

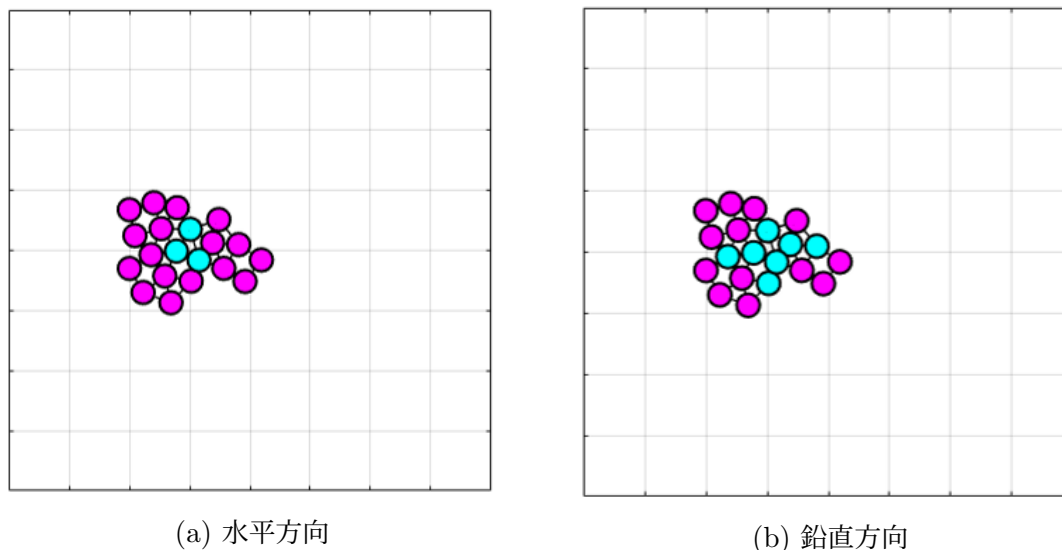


図 5.18: 群れ形状 2 における相対位置推定の結果.

5.6 結言

本章では、本来他の移動体の配置を知らなければ計算することのできない大域的な状態を、双曲型相互作用を導入することで局所的な観測のみから推定する手法を提案した。双曲型相互作用の結果、移動体のつくる場には定常波が発生し、この定常波の周波数がラプラシアン行列の固有値を、振幅が固有ベクトルをそれぞれ反映した。さらに、空間のラプラス作用素とグラフラプラシアン行列の対応関係から、これらの固有値や固有ベクトルが移動体の空間配置を反映することを確認した。これを用いることで、固有値の値から群体サイズのような群れの空間的な状態を、固有ベクトルの形状から自身の相対的な空間情報を、さらには固有値や固有ベクトルの変化から移動体配置の変化をそれぞれ推定することができる。双曲型相互作用は従来の放物型相互作用に比べて、高次のモードや小さいネットワーク変化など、伝搬できる情報量が多い点が利点である。シミュレーションや実装のため時間離散化を行う場合には、フォン-ノイマン条件を満たすようにパラメータを設計する必要があり、計算的安定性と検出性能のトレードオフを加味した調整が必要である。

提案手法の検証のため、変形を伴う群のサイズシミュレーションと、ある移動体配置における内外判定シミュレーションを行った。これらシミュレーションにより、実際に大域特徴量を分散的・局所的な相互作用から推定できることを確認した。

本章では秩序形成に必要な大域情報を推定する手法を提案した。次章ではこの結果を用いて、実際にタスク達成に必要な秩序形成法を示す。

第 6 章

大域状態推定に基づく機能的秩序の実現

6.1 緒言

本章では、前章で提案した大域特徴量推定の結果得られる情報を用いて、タスク達成に寄与する大域秩序の形成法を提案する (図 6.1).

4 章ではリーダー移動体が存在していたため、リーダー移動体が方向の切り替えや秩序の空間分布を決めればよく、フォロワ移動体はリーダーが形成した秩序を空間方向に伝搬すれば十分であった。しかしリーダー移動体をどのように決めるか、また移動体が故障するとシステム全体の動作が破綻する問題がある。そこで本章ではリーダー移動体が存在しないシステムを取り扱う。移動の切り替えや秩序の空間的分布は各移動体が協調的に行わなければならない。この協調的な切り替えや分布形成に用いられるのが、第 4 章で推定できるようにした大域的な空間状態である。例えば内外が判定できるならばそれに基づいて動作を分化させることができ、またネットワーク変化状態を監視することでバラバラな行動をとらないようにすることができる。

本章の構成は、まず同期的遷移問題と停留問題の定式化を行う。続いてそれぞれのタスクについてどの大域状態を用いてどのように秩序を形成するか述べる。ここでは前章で扱わなかった移動体の移動入力的设计を主として行う。最後にシミュレーション委よってこれらのタスクが分散的に達成されることを確認する。

本章の議論によって、局所相互作用による分散的な機能的秩序形成という本研究の目的を達成する方法を述べる。

第6章 秩序形成法の提案

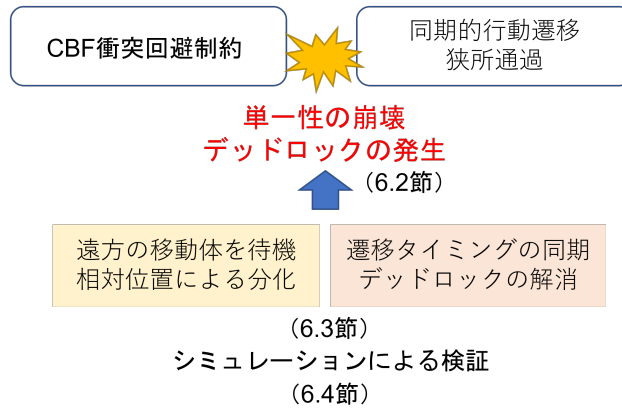


図 6.1: 第 6 章の流れ

6.2 問題設定

ここでは機能的秩序にあたって目標となるタスクについて定式化を行う。

まず、移動体群システムは 3 章の定義に従うとし、移動モデルは式 (3.1)、互いに観測が可能な隣接移動体は式 (3.2) で定義される。各移動体は互いあるいは障害物に対する衝突を回避しなければならず、そのために 4 章で扱った CBF による入力の不等式制約 (4.11) を受けるとする。

各移動体は自身の位相 $\phi_i(t)$ を双曲型相互作用 (5.2) に従って発展させ、前章で述べた特徴推定を行う。この設定の下で、次の 2 つのタスクを考える。これらのタスクを達成するためのノミナル移動入力 $\hat{u}_i(t)$ を、推定される大域状態量を用いて設計する。

6.2.1 タスク I: 同期的行動遷移問題

群体に与えられるタスクを $\mathcal{T} = \{\mathcal{T}_1, \mathcal{T}_2, \dots, \mathcal{T}_s, \dots\}$ と書く。 s はタスクの添え字である。個々のタスク \mathcal{T}_s は、各移動体 i が達成すべきサブタスクに分解される $\mathcal{T}_s = \{\text{Task}_{s,1}, \text{Task}_{s,2}, \dots, \text{Task}_{s,i}, \dots, \text{Task}_{s,n}\}$ 。タスク \mathcal{T} は次の性質をもつ。

1. 各サブタスク $\text{Task}_{s,i}$ は移動体 i の移動を伴うものであり、移動体 i が停止した時、サブタスク $\text{Task}_{s,i}$ は達成とみなせる。
2. 各タスク \mathcal{T}_s の達成条件は、全てのサブタスク $\text{Task}_{s,i}$ が達成されることである。
3. 群体は各タスク \mathcal{T}_s が達成されたら、分散的に（外部システムからの指令なく）次のタスク \mathcal{T}_{s+1} を実行しなければならない。
4. あるタスクは群に属する全ての移動体で同時に行わなければならない。

まず一つ目の性質は、移動自体がタスク達成に必要なであることを要請する。例えば群れを特定の場

所に誘導するタスクや、特定の配置に遷移するタスクが考えられる。また、対象物を取り囲んで把持するようなタスクも、移動がタスク達成に必要な一例である。2つ目の項目は、タスクの終了条件を定めたものである。群れの位置の誘導や配置の遷移であれば、まさしく全移動体の移動が完了したことがタスクの達成に相当する。また、取り囲み問題であっても、移動体が対象物に対して適切な配置に到達した段階で、移動が終了する。次に、3つ目の項目はタスクの遷移に関する要件である。群れは単一の移動タスクを行えばよいのではなく、タスクを順に実施しなければならない。例えば A 点に誘導が完了したら続いて B 点、C 点に移動するといった流れである。また4つ目の項目で、移動体は同じタスクに取り組むことが要求される。つまりここで扱うのは、群全体の誘導や重い物体の運搬など、なるべく群れに属する全ての移動体が同じ内容に取り組むことが望ましいタスクである。

各移動体にはタスク Task_s 毎に目標地点 $\mathbf{x}_{\text{Task}_s, i}$ あるいは、目標地点の方向 $\frac{\mathbf{x}_{\text{Task}_s, i}}{\|\mathbf{x}_{\text{Task}_s, i}\|}$ が与えられるとする。

この問題の難しい点は、移動体が局所観測しかできないために、直接項目2のタスクが達成されたか否かを知ることができない点である、一つの方法は、自身と観測範囲の移動体が停止した、すなわちサブタスクを完了したら次のサブタスクに遷移することである。しかし、この方法では項目4を達成できない。例えば A 点から B 点に向かうタスクがあったとき、仮に A 点からのタスク開始が同時であったとしても、B 点に対して後方に位置する移動体は、前方の移動体が加速してからでないと CBF 制約によって加速できない。従って B 点への到達時刻には差が生まれる。実運用を考えると、移動体の電源を入れるタイミングがずれていたり、B 点への移動中に障害物が接近して一部の移動体が減速した場合でも、B 点への到達時刻はずれる。このとき、B 点に先着した移動体は遅れた移動体を直接観測できない場合がある。例えば、先着した移動体の周りにはほかにも先着した移動体が存在し、遅れた移動体が観測範囲に入らない場合である。このとき、先着した移動体の一部は自身と周辺移動体の停止をもって次のタスクに遷移するため、遅れた移動体と異なるタスクを実施することになる (図 6.2(a))。

この点を解決するため、双曲型相互作用を用いて推定される大域状態を用いて、群体としてのタスク達成を検知し、同期的な行動遷移を行う。

6.2.2 タスク II: 分散的停留解消問題

上述した同期的遷移問題では、タスク間の遷移を扱ったが、ここではタスクの中で行動の切り替えと分化を必要とする問題を取り扱う。

4章でも扱ったように、多数の移動体が限られた空間上に存在する狭所通過のようなケース (図 6.2(b)) では、障害物や他の移動体との衝突回避制約により、それまでのノミナル入力では移動ができなくなる、停留状態が発生する。停留状態では他の移動体の存在が動きを制約するために、局所的な行動のみでは解決が難しい。最もシンプルな解決策は個々の移動体の移動入力に摂動を入れることであるが、摂動をノミナル入力に加えれば CBF 制約によって大部分がカットされ、移動入力そのものに摂動を入れると衝突回避制約が保証できなくなる。したがって安定性の強い停留状

態，すなわち移動体の密度が高い場合には有効性が小さくなる．したがって安定性の強い停留状態では協調的な時空間的な行動切り替えによって大域的な摂動を入れることが重要である．この協調的な時空間上の行動切り替えの実現のために，5章で提案した大域状態推定を用いる．

この問題でも，各移動体には目標地点 $\boldsymbol{x}_{\text{Task}_{s,i}}$ が与えられているとする．特に，安定性の強い停留が起こるのは，狭所通過問題のように移動体が同一の方向に移動入力を入れている場合である．従って本章で停留問題を考える場合には，全ての i について $\boldsymbol{x}_{\text{Task}_{s,i}} = \boldsymbol{x}_g$ を仮定する．

なお，本章においてグラフの連結性を維持することは要求せず，動作中に一時的にサブグループが生じることは許容する．

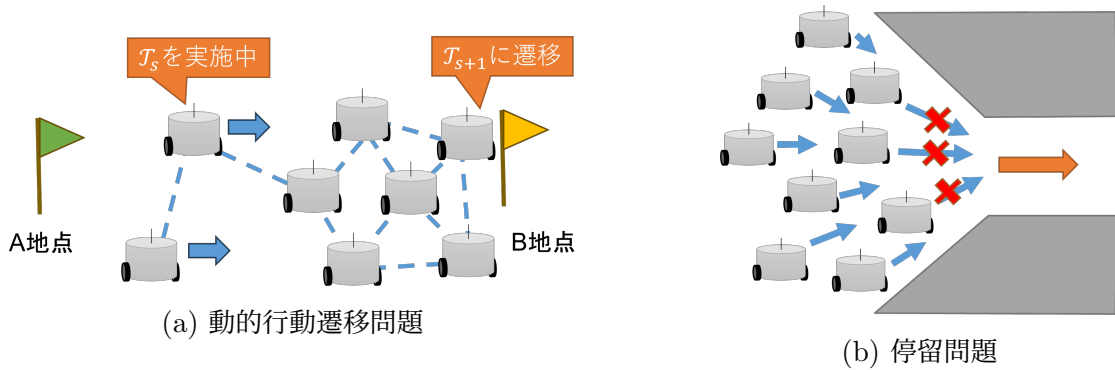


図 6.2: 本章での達成を目標とする問題

6.3 大域状態を用いた機能的秩序の設計

本節ではタスク I,II を自律分散的に達成するための秩序形成法を提案する．

6.3.1 同期的行動切り替えの実現

ここではタスク I にて群体のタスク達成を分散的に推定する手法を考える．まずは，タスク I の達成条件が推定可能な大域状態量とどのような関係にあるか整理する．タスク I の性質 1 及び 2 から，群れ全体がタスク達成したことは，全移動体が停止した状態であることと等しい．

$$\mathcal{T}_s \text{ is satisfied} \iff \forall i \in \{1, \dots, n\}, \|\dot{\boldsymbol{x}}_i(t)\| = 0 \quad (6.1)$$

ここで各移動体の速度を並べた行列 $\dot{X}(t) = (\dot{\boldsymbol{x}}_1(t) \cdots \dot{\boldsymbol{x}}_n(t))^T \in \mathbb{R}^{n \times 2}$ を定義する． $X(t)$ を直交行列 $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ で座標変換する．

$$\dot{\hat{X}}(t) = Q^T \dot{X}(t) \quad (6.2)$$

ここで、 Q の各列を取り出したベクトルを $\mathbf{q}_\mu, \mu \in \{0, \dots, n-1\}$ とする。更に $\mathbf{q}_0 = \frac{1}{\sqrt{n}}\mathbf{1}_n$ であるとする。このとき、 $\dot{X}(t) = (\dot{\hat{\mathbf{x}}}_1(t) \cdots \dot{\hat{\mathbf{x}}}_n(t))^\top$ と置くと

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_0^\top(t) = \frac{1}{\sqrt{n}}\mathbf{1}_n^\top X(t) \quad (\mu = 0) \quad (6.3)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_\mu^\top(t) = \mathbf{q}_\mu^\top X(t), \quad \mathbf{q}_\mu^\top \mathbf{1}_n = 0 \quad (\mu > 0) \quad (6.4)$$

である。(6.1) は $\forall \mu, \|\dot{\hat{\mathbf{x}}}_\mu\| = 0$ と同値である。行列 Q の座標変換の意図は、速さ $\dot{\mathbf{x}}_i(t)$ という移動体固有の量を群としての状態量に置き換えることである。 $\dot{\hat{\mathbf{x}}}_0$ は群れの重心の移動速度を表し、 $\dot{\hat{\mathbf{x}}}_\mu, \mu > 0$ は群れの中で生じている相対的な配置変化の速度を表す。

相対的な配置変化が行われていることは、5章で提案した時間変化の推定 (5.34) によって検出できる。

$$e_i(t) = \int_{t-T}^t \sum_{\mu=1}^M (f_{\mu,i}(t) - \bar{f}_{\mu,i})^2 dt \quad (5.34)$$

すなわち、各移動体は $e_i(t)$ が十分小さくなったとき、相対的な配置変化が終了したと推定できる。

$e_i(t)$ が十分小さくなり、 $\|\dot{\hat{\mathbf{x}}}_\mu\|, \mu > 0$ が小さくなったとしても、 $\|\dot{\hat{\mathbf{x}}}_0\| \neq 0$ である、つまり全ての移動体と同じ速度で移動していることがありうる。しかしこれは、移動体 i 自身の速度から推定できる。なぜなら、 $\mu > 0$ で $\dot{\hat{\mathbf{x}}}_\mu(t) = 0$ であるとき、

$$\dot{\mathbf{x}}_i(t) = \sum_{\mu \in \{0, \dots, n-1\}} q_{\mu,i} \dot{\hat{\mathbf{x}}}_\mu(t) = q_{0,i} \dot{\hat{\mathbf{x}}}_0(t) = \frac{1}{\sqrt{n}} \dot{\hat{\mathbf{x}}}_0(t) \quad (6.5)$$

より $\|\dot{\hat{\mathbf{x}}}_0(t)\| \neq 0 \iff \|\dot{\mathbf{x}}_i(t)\| = 0$ が成り立つためである。

以上から、同期的行動切り替えを可能とする移動体 i のノミナル入力を以下で設計する。移動体 i がサブタスク $\text{Task}_{s,i}$ を実行しているとき

$$\hat{\mathbf{u}}_i(t) = k (\mathbf{x}_{\text{Task}_{s,i}} - \mathbf{x}_i(t)) \quad (6.6)$$

とする。ただし、次式が満たされたときには、 \mathcal{T}_s が群れ全体で終了したと判断し、サブタスク $\text{Task}_{s+1,i}$ に遷移する。

$$e_i(t) < \delta_f \quad \text{かつ} \quad \forall \tau \in T, \|\dot{\mathbf{x}}_i(t)\|^2 < \delta_V \quad (6.7)$$

第一項で群れ内部の相対的な配置変化が完了したことを検出し、第二項で一定時間自身の速度変化がない、すなわち群れ全体の平均的な移動もないことを確認する。これにより、局所的な観測のみで同期的に行動切り替えを行う秩序を生じることができる。

6.3.2 停留の解消

安定性の強い停留状態が生じた場合には、時間的・空間的に秩序的な行動をとる必要がある。まずは停留状態に群れが陥ったことを同期的に検出する。これに関しては、上述した同期的行動切り

替えの考え方をそのまま適用することができる。停留に陥って群れ全体が動けなくなると、群れの重心の移動速度 $\dot{\hat{x}}_0$ と $\dot{\hat{x}}_\mu, \mu > 0$ のどちらも零になる。従って各移動体 i は、(6.7) が満たされたら停留が生じたと判断し、停留解消のための行動則に切り替える。

次に、停留状態に陥ったと判断した後の行動則を考える。停留発生時にはノミナル入力によって何らかの安定な幾何的構造が生じていると考えられる。例えば [46] では、狭所付近にアーチが形成されることで、停留が生じるとしている。そこで、ノミナル入力の直交方向に対して相対位置推定を行い、外側の移動体がノミナル入力を反転させることで、アーチなどの幾何的構造を崩すことを考える。

例えばノミナル入力が x 軸方向であるとき、 y 方向に対して式 (5.33) の内外判定を行う。そして、内外判定の結果を用いて以下のように入力を設計する。

$$\mathbf{u}_i(t) = k_i(t) (\mathbf{x}_{\text{Task}_{s,i}} - \mathbf{x}_i(t)) \quad (6.8)$$

$$k_i(t) = \begin{cases} k > 0 & \text{移動体}i\text{は自身を内側と推定} \\ k' < 0 & \text{移動体}i\text{は自身を外側と推定} \end{cases} \quad (6.9)$$

これにより、停留が生じたら一斉に、かつ場所に応じて行動則を変えろという、時間的空間的に非対称な秩序を形成できる (図 6.3)。また移動領域を確保して幾何的な非対称性を崩すことで、停留の発生要因となるアーチのような幾何的構造を崩し、停留解消を行うことができる。

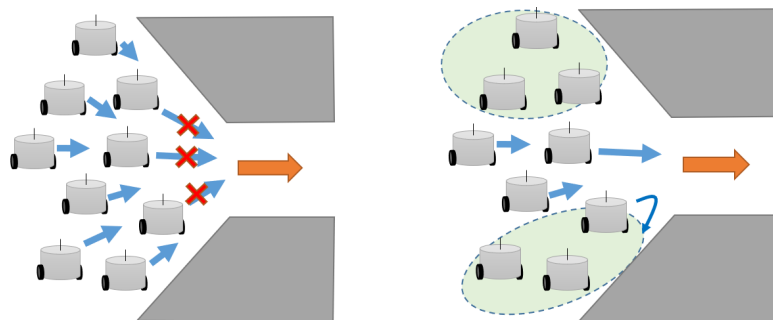


図 6.3: 非対称動作による停留の解消

6.4 シミュレーションによる機能的秩序の検証

本節では、前節で提案した大尉状態量を用いて形成した秩序が、実際に機能を実現できるかシミュレーションを用いて検証を行う。

6.4.1 フィールド周回タスクによる同期的行動遷移の検証

タスク I に対応して、移動体群をフィールド内で繰り返し誘導する問題を考える。 $n = 20$ 台の移動体を図 6.4 のような正方形のフィールドに配置する。フィールドの四方は壁に囲まれている。

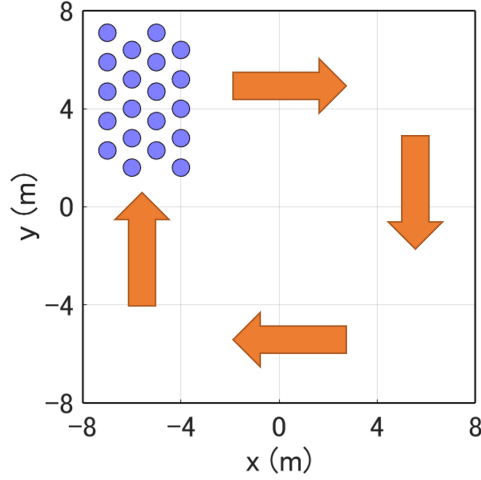


図 6.4: 周回シミュレーションのフィールド. 四方は壁に囲まれていて, オレンジ色の矢印がタスクによって与えられた移動方向を示す.

移動体群は 4 つのタスク $\mathcal{T} = \{\mathcal{T}_1, \mathcal{T}_2, \mathcal{T}_3, \mathcal{T}_4\}$ を与えられている. タスクはそれぞれ

$$\mathcal{T}_1 : x = +8 \text{ の壁まで移動する} \quad (6.10)$$

$$\mathcal{T}_2 : y = -8 \text{ の壁まで移動する} \quad (6.11)$$

$$\mathcal{T}_3 : x = -8 \text{ の壁まで移動する} \quad (6.12)$$

$$\mathcal{T}_4 : y = +8 \text{ の壁まで移動する} \quad (6.13)$$

のように設定した. 従って各サブタスク $\text{Task}_{s,i}$ における移動体 i のノミナル入力 は次式で与えられる.

$$\hat{\mathbf{u}}_i(t) = k \begin{pmatrix} \cos \theta_s \\ \sin \theta_s \end{pmatrix}, \quad \theta_s = \frac{\pi}{2}(s-1) \quad (6.14)$$

移動体はノミナル入力 $\hat{\mathbf{u}}_i(t)$ に従って壁に向かって移動し, 壁または先に壁に到達した移動体との衝突回避制約で停止した段階で, 自身のサブタスク $\text{Task}_{s,i}$ を達成と設定した.

シミュレーションで用いたパラメータを表 6.1 に示す. 加速度入力の大きさを決める k は, 速度が収束した際に表の v に収束するよう, $k = \eta v$ となるように設定した.

以下では 2 種類のアロリズムに従う移動体を考える.

- (i) サブタスク $\text{Task}_{s,i}$ が達成されたら次のサブタスク $\text{Task}_{s+1,i}$ に遷移する.
- (ii) (6.7) によって大域的にタスク \mathcal{T}_s が達成されたと判断したら, 次のサブタスク $\text{Task}_{s+1,i}$ に遷移する.

まず (i) の自身のサブタスク終了を遷移条件とする移動体を考える. そのような移動体は, まず右向きに進んだのち, 壁に当たって停止したのち, 方向を転換して次の方向に移動する. そのようなアロリズムに従う移動体で構成された群体のシミュレーション結果を図 6.5 に示す. $t = 30\text{s}$ ごろまでは一つの群体として移動を行っているが, $t = 60\text{s}$ になると群体から離れる移動体が生じ

表 6.1: Simulation Parameters

Parameter name	Symbol	Value	Unit
Observation Range	r_v	1.5	m
Natural Angular Velocity	ω_i	5	rad/s
Couple Density	κ	80	rad/s ²
Mass of Robots	m	1	kg
Viscosity to Movement	η	10	kg/s
Target Velocity	v	0.8	m/s
Threshold of Time	T	12.8	s
Threshold of Velocity	δ_v	10^{-3}	m ² /s ²
Threshold of Frequency	δ_f	10^{-5}	Hz ²

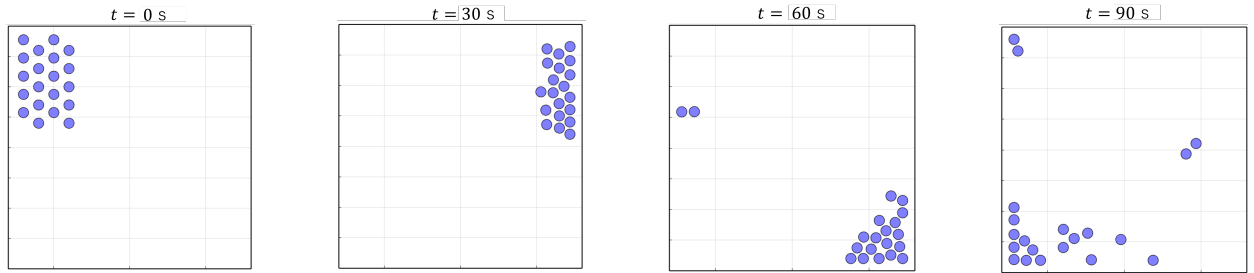


図 6.5: サブタスクの終了で遷移を行う移動体 (i) によって構成された群体のシミュレーション結果

ている。これは、ある時刻で行っているタスクが異なる移動体が存在するためである。タスクのずれが進行し、 $t = 90\text{s}$ では離れる移動体が増えている。また左下に固まっている10台程度の集団に対して、遅れる移動体が複数あることがわかる。したがって $t = 90\text{s}$ 以降も移動体のばらつきが増加すると考えられ、タスク I の性質 4 で要請した、集団の維持ができていないことがわかる。

図 6.6 は (ii) のアルゴリズムで動作する移動体によるシミュレーション結果を示している。 $t = 30\text{s}, 60\text{s}, 90\text{s}$ と経過しても集団を維持していることがわかる。これは、各移動体が他の移動体のサブタスク終了を、大域状態推定を通して待っていることによる。

図 6.7 は 2 つのシミュレーションにおいて移動体が停止していた時間を表している。図 6.7(a) は (i) のアルゴリズムで動作させた場合の各移動体の停止時刻を示している。 $t = 25\text{s}$ 付近で最初の壁に到達し、各移動体が一斉に黒すなわち停止している、ただし、15番や20番の移動体は停止タイミングが遅れている。それ以降も黒い帯の位置のずれが拡大していることがわかる。一方、図 6.7(b)では、停止を示す黒線がほぼ等間隔で並んでおり、方向切り替えの状態遷移が同期的に行われたことを示している。

図 6.8 はタスクにおける要件 4 の達成を確認するため、ある時刻における移動体の位置の分散

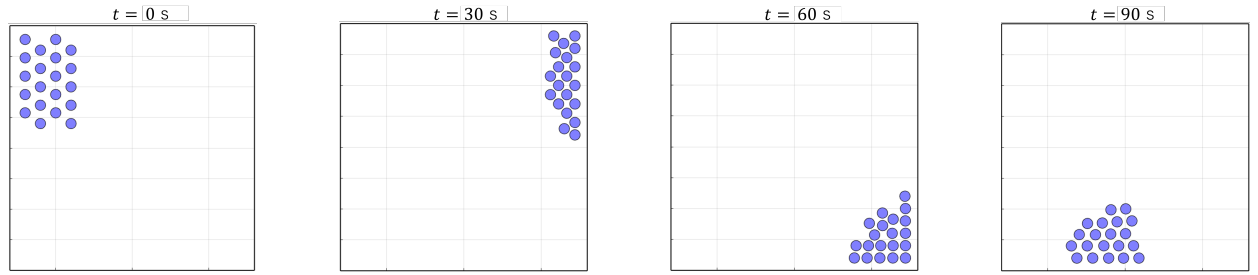
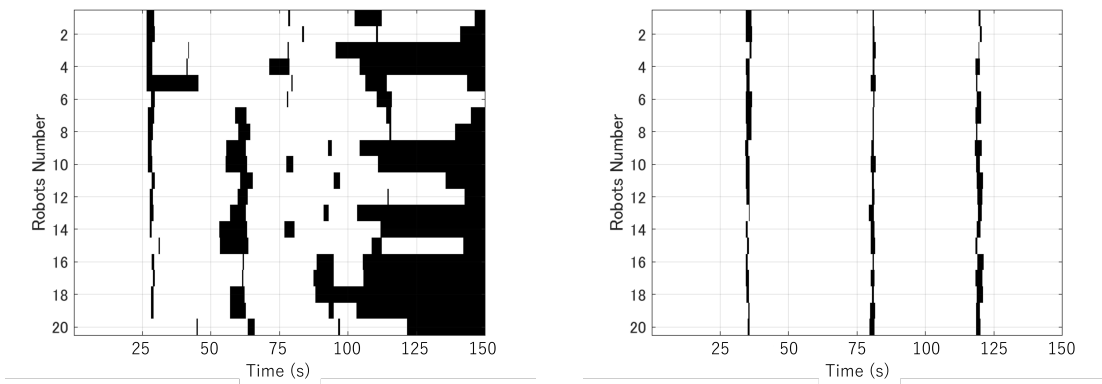


図 6.6: 全体タスクの終了を推定して遷移を行う移動体 (ii) によって構成された群体のシミュレーション結果



(a) (i) のアルゴリズムで動作させた場合

(b) (ii) のアルゴリズムで動作させた場合

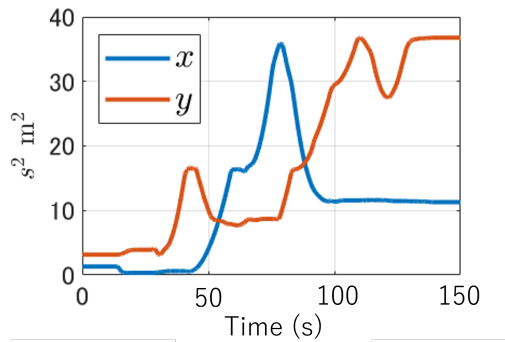
図 6.7: 移動体の停止時間. 黒色の帯になっている部分は, ある時刻に移動体が停止していたことを表す.

s_x^2 及び s_y^2 をプロットしたものである.

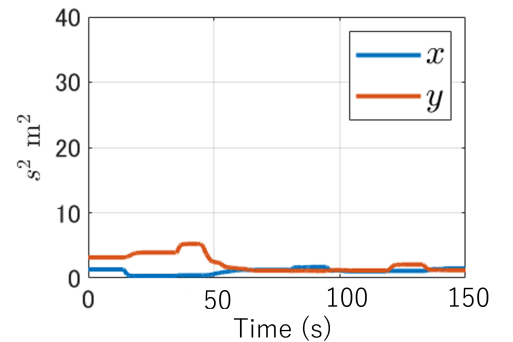
$$s_x^2(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i(t) - \bar{x}(t))^2, \quad \bar{x}(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i(t) \quad (6.15)$$

$$s_y^2(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i(t) - \bar{y}(t))^2, \quad \bar{y}(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i(t) \quad (6.16)$$

青とオレンジの線がそれぞれ s_x^2 と s_y^2 を示している. 図 6.8(a) では, $t = 150\text{s}$ で s_x^2, s_y^2 がそれぞれ 11 m^2 と 38 m^2 まで拡大している. 一方で, 図 6.8(b) では s_x^2, s_y^2 の両者が 3 m^2 以下に抑えられており, 群体はまとまって誘導されているといえる. 従って大域状態推定によってタスク I の要件 4 が満たされていると結論できる.



(a) (i) のアルゴリズムで動作させた場合



(b) (ii) のアルゴリズムで動作させた場合

図 6.8: 移動体の位置の分散の時間変化

6.4.2 狭所領域における停留通過シミュレーション

続いてタスク II の停留解消が，秩序形成によって行われることを検証する．シミュレーション環境を図 6.9 に示す． $n = 20$ 台の移動体が配置され，フィールドの四方は壁に囲まれている．また $x = -2.5\text{m}$ から $+2.5\text{m}$ にかけては， $y = 0$ の周りに幅 3m の狭所部分が存在する．移動体のタ

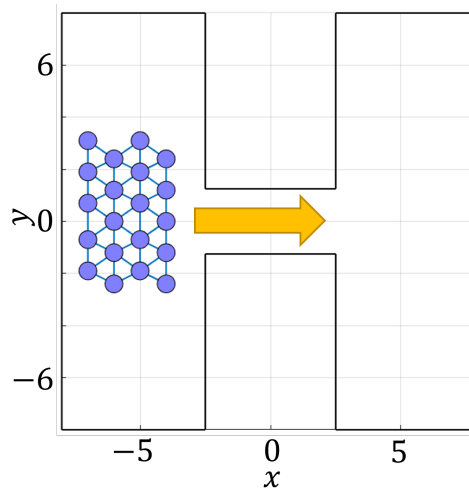


図 6.9: 狭所通過シミュレーションのフィールド．黒線部分は壁に囲まれていて，群体をオレンジ色の矢印方向に誘導する．

スクは狭所を通り抜けて $x > 2.5\text{m}$ 側の領域に移動することである．各移動体には次のノミナル入力が与えられる．

$$\hat{\mathbf{u}}_i(t) = k_i(t) \begin{pmatrix} 1 \\ -y_i(t) \end{pmatrix} \quad (6.17)$$

また、移動体は式 (6.7) によって、停留が発生しているか逐次確認する。式 (6.7) により停留が発生したと判断したら、続けて (5.33) による内外判定を行う。ここでは、各移動体は、目標方向 ($x > 2.5$) に対して直交する向きである y 軸方向について内外判定を行うとした。内外判定の結果を用いて、ゲイン $k_i(t)$ を (6.9) に従って一定時間正負を変化させた。

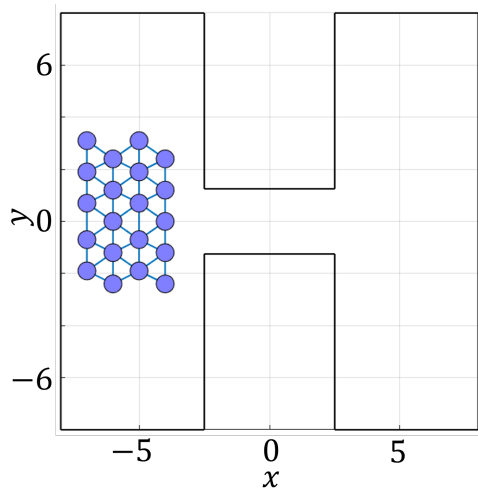
シミュレーションの結果を図 6.10 に示す。シミュレーションが開始して $t = 240\text{s}$ 経過したのち、狭所が開始される前で 6 体の移動体によってアーチが形成されている。この形状は基本的なノミナル入力である x 軸の正の方向に対する力に対しては幾何的に安定であって、これ以上動くことのできない停留状態が発生している。停留の発生を検知すると、移動体は内外判定を行う。(c) の $t = 480\text{s}$ では内側と判断された移動体が水色、外側と判断された移動体がピンクに着色されている。ピンク色の移動体が入力方向を逆転させアーチを崩して、水色の移動体が移動する領域を確保した。これにより、水色の移動体が進むことができるようになっていく。(d) の $t = 720\text{s}$ が経過すると、半数ほどの移動体が右側の領域に到達しており、また残った移動体もアーチを構成しておらず、狭所の通過に成功したと判断できる。

以上により、大域状態推定を用いた時間的・空間的に非対称な秩序の形成により、停留状態を解消できることを示した。

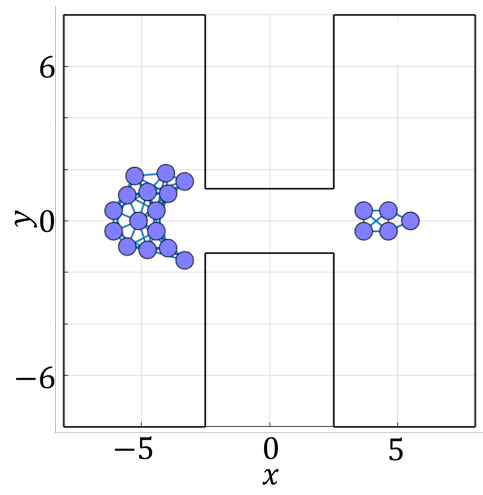
6.5 結言

本章では、前章に提案した大域的な状態推定手法を用いて、リーダ移動体が存在しない下でタスク達成に寄与する機能的秩序の発現法を提案し、シミュレーションで検証を行った。移動体が達成すべきタスクとして、自律分散制御で課題となる同期的な行動切り替え問題と、幾何的な対称性によって生じる停留問題を取り上げた。まず双曲型相互作用によって推定できるネットワークの時間変化に関する情報を用いることで、移動体が個々のタスク達成条件だけでなく、群体としてのタスク達成も観測できることを確認した。ネットワーク変化は、群れの重心の移動に関する情報を持たないので、移動体自身の速度情報と合わせることで、移動タスクの大域的な達成を判断することができる。また、停留が発生すると集団として移動ができなくなることから、ネットワーク変化情報を用いて群体が停留状態に陥ったことを推定できることを示した。さらに、停留の要因である幾何的な対称性を、群体における相対位置関係を推定することで分散的に破る方法を示した。シミュレーションにより、周回的な移動タスクにおいて、同期的行動遷移により集団性を維持した誘導が可能であることを確認した。また、狭所通過問題にて時間的・空間的に非対称な秩序によって幾何的な対称性が打破され、停留解決が可能であることを確認した。

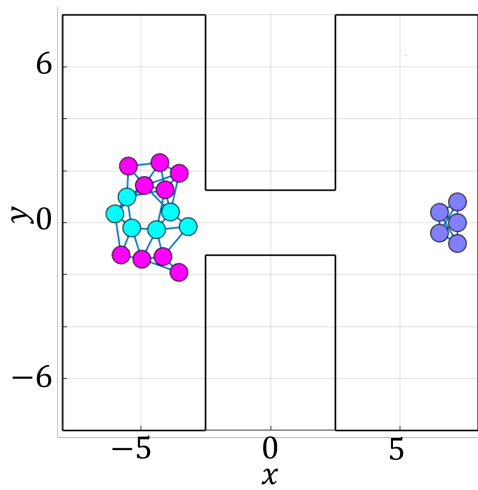
次章では、これまでシミュレーション環境で行ってきた提案手法を実世界のデバイスに搭載し、実世界における実装性を検証する。



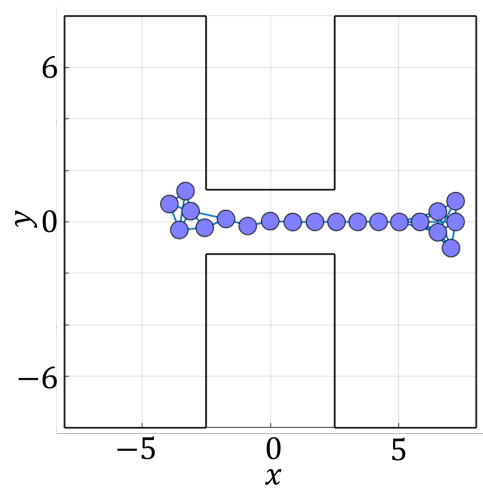
(a) $t = 1$



(b) $t = 240$



(c) $t = 480$



(d) $t = 720$

図 6.10: 狭所侵入シミュレーションの結果. 青いパーティクルが個々のロボットを表す. 停留を検出し, 自身が外側であると判断したロボットはピンク色に, 自身が内側であると判断したロボットは水色に着色されている.

第7章

自律分散的に停留解消を行うロボットシステムの実装

7.1 緒言

本章では、前章までで行われた理論とシミュレーションの結果をもとに、実デバイスに提案手法の導入を行う。シミュレーション上で動作が確認できても、実世界において適用可能とは限らない。例えば、センサからの観測ノイズや計算誤差等の不確かさの存在は工学的に意識されることが多い。また、完全に分散的なシステムではプログラムの開始タイミングや制御周期が異なることも問題を引き起こすことがある。従って本章の目的は相互作用を用いた大域的特徴量推定、及びそれに基づく秩序形成が実世界でも実装可能であることを示すことである。

本研究では、相互作用を LED と受光素子を用いた光の発光タイミングで実装する。これは Kurabayashi らによって提案されたシステム [4] であり、オクルージョン (=移動体や障害物により信号が遮られること) を利用して、各移動体の配置を具体的に計算せずとも、実デバイスの空間配置に基づく通信ネットワークを形成することができる。また、低頻度の信号で提案手法を実装することで、実装可能なシステムの下限を示す。

本章ではまず Kurabayashi らによって提案された発光タイミングを用いた相互作用の実装方式を示す。続いて発光タイミングを用いた通信を使った、双曲型相互作用の実装を提案する。第5章でも見たように、双曲型相互作用では高次のモード情報を伝搬できる代わりに、エネルギー管理を適切に行う必要がある。実装における不確かさは外界からの継続的なエネルギー注入に等しく、これに対処する方法を示す。

続いて、それら相互作用の実現をベースに、第5章で提案した大域的な状態推定が可能であることを確認する。最後に、第4章、第5章、第6章の内容を合わせて、自律分散的に停留解消を行う移動ロボット群を実装する。

以上により、実世界においても局所と大域タスクの干渉の調停として、提案した一連の手法による機能的秩序形成が実現できることを示す。



図 7.1: 実装で利用した実移動ロボット

7.2 移動体システムと発光タイミングによる通信方式

本節では、使用した移動ロボットと、発光タイミングを用いた相互作用の方式について説明する。まず本章で利用した移動ロボットの構成を図 7.1 に示す。

ロボットは半径およそ 30cm、高さ 20cm の円筒形である。プロセッサとして、ソニーセミコンダクタソリューションズ製のマイクロコントローラである Spresense が 2 台搭載されている。一台は LiDAR の計測処理、CBF の計算とモータ制御を行う、もう一台は発光による通信システムと双曲型相互作用及び FFT の計算を行う。2 つのマイコンはシリアル通信で接続されている。ロボットの足回りは 4 輪メカナムホイールで駆動され、全方位への移動が可能である。ホイールにはロータリエンコーダが搭載されており、車輪の速度を計測することができる。付近の移動体や壁との相対的な距離を計測するために LiDAR が搭載されている。LiDAR は 2 台用いることで全周方向の物体検知を可能とした。またロボットには相互作用を行うための LED が全周に取り付けられている。

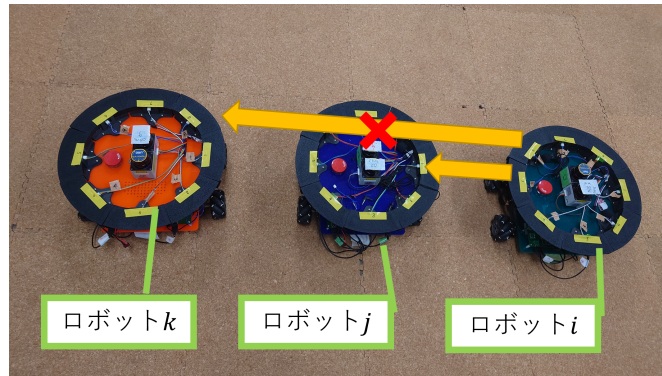


図 7.2: オクルージョンの発生

る。また受光センサが八方向に取り付けられていて、ある移動体の LED を発光させたタイミングを、他の移動体が受光センサを通して知ることができる。受光センサはカバーに覆われていて、外部からの光の影響を遮断している。

Wifi や Bluetooth 等の通信機器は搭載されておらず、付近の移動体との相互作用は LiDAR を用いた相対距離の計測か、LED の発光を用いた信号に限られる。

続いて発光タイミングを用いた位相差観測について説明する。移動ロボット j が $\phi_j(t) = 0$ を正に超えたタイミングで LED を点灯させるとする。その LED 光を時刻 t で移動ロボット i が検知したとすると、移動ロボット i は位相差を次のように計算できる。

$$\phi_j(t) - \phi_i(t) = 0 - \phi_i(t) \quad (7.1)$$

これにより、発光タイミングから相対的な位相差を観測することが可能である。

3章の問題設定に対応させ、移動ロボットと発光タイミングによるシステムの特性をまとめる。

- 4輪メカナムホイールにより、平面上の全方向への移動入力 \hat{u}_i を入れることができる。
- 自身の速度 $\dot{x}_i(t)$ をエンコーダにより計測できる。
- 隣接移動ロボット $j \in \mathcal{N}_i$ との相対位置及び相対位相差を計測できる。
- 障害物との相対位置を計測できる。

これは本研究で用いたモデルの特性を持ったシステムの実例であるといえる。観測可能な移動体を定めた隣接集合 \mathcal{N}_i について述べる。LED から発光された光は、他の移動体や障害物によって遮蔽される。例えば図 7.2 において移動体 i と k の間に移動体 j が存在するので、 i と k は直接相互作用を行うことはできない。これによって、通信構造が自然に移動体が配置された空間を反映することになる。先ほどの例では、 $j \in \mathcal{N}_i$ だが $k \notin \mathcal{N}_i$ であることは、 $\|x_j - x_i\| < \|x_k - x_i\|$ であることを反映している。移動体の存在によって遮蔽されない、例えば無線通信のような場合、互いの位置関係をネットワーク構造に反映させるためには、一度移動体の相対位置を量的に取得して、近接関係を再度計算しなければならない。本システムでは光の遮蔽を積極的に利用することで、近接関係の計算を利用せずとも、移動体の配置関係を反映したネットワークを構成することができる。

システム上、移動体の相対位置については LiDAR の測定上限範囲までは計測が可能である。しかし、障害物と移動体の区別をつけるために、発光が観測された範囲の物体を移動体とみなして計算する。この処理により、位相差の計測が可能な隣接移動体と、相対位置の計測ができる隣接移動体の集合が一致する。

また、本システムでは観測から制御入力の計算までが、各移動体で完全に分散的に行われる。従って、移動体感の観測・制御のタイミングは必ずしも一致しない。

以下では、このシステムに対し相互作用を用いた大域状態推定と、機能的秩序形成を実装する。

7.3 光による相互作用を用いた双曲型相互作用の実装

7.3.1 固有角速度を用いた信号の変調

本節では双曲型相互作用を発光タイミングの通信で実装する方法を示す。ある移動体が $\phi_i(t) = 0$ になり自身の LED を光らせることを、発火と呼ぶことにする。

基本的には5章で検討した時間離散化 (5.39) を用いて位相を更新するようにプログラムすればよい。 κ の設計条件については5章にて議論した通りである。ただし (5.39) では (5.2) において固有角速度 $\omega_i = 0$ としたものであった。ここでは ω_i の実装上の役割を説明する。

$\omega_i = 0$ の双曲型相互作用においても、各移動体の持つ位相は振動するため、繰り返し $\phi_i(t) = 0$ となり、発火タイミングの生成に用いることが出来る。しかし、この実装では振動に対して、発火周期すなわち観測周期がナイキスト条件を満たさない。図 7.3 は振動する位相 $\phi_i(t)$ と、それに対応する発火信号を示している。赤丸で囲われた時刻は発火タイミングを表し、振動周期と同じ頻度で発火が起こることがわかる。定常波による振動を観測するには、定常波の周波数の2倍以上で観測が行われる必要があるが、観測が行われるのは発火タイミングのみなので、振動に対してナイキスト条件を満たさないことが分かる。

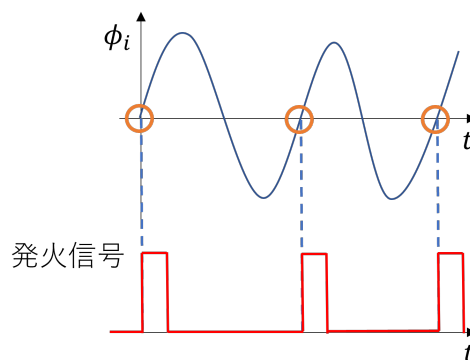


図 7.3: $\phi_i = 0$ をそのまま発火タイミングとして導入した場合の、発火タイミングと発火信号

したがって双曲型相互作用の計算によって生じる振動よりも、十分に細かい周期で発火を起こす必要がある。これは特定の周波数成分を持つ信号を、それよりも周波数の高い変調周波数に載せて

搬送するようなものである。この変調を行うために、固有角速度 ω_i が必要である。

本研究では、2つの新しい位相を表す変数 $\varphi_i(t), \bar{\varphi}_i(t)$ を導入して変調を行う。全ての移動体に同じ固有角速度 $\omega_i = \omega_0$ を与え、時間的に連続な形式では次で表す。

$$\varphi_i = \bar{\varphi}_i + \phi_i \quad (7.2)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{\varphi}_i = \omega_0 \quad (7.3)$$

$$\frac{d^2}{dt^2} \phi_i = \frac{d^2}{dt^2} \varphi_i = \kappa \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\varphi_j - \varphi_i) \quad (7.4)$$

時間的に離散化された形式では次でかける。

$$\varphi_i(t_{k+1}) = \bar{\varphi}_i(t_{k+1}) + \phi_i(t_{k+1}), \quad \varphi_i(t_{k+1}) \in [-\pi, \pi] \quad (7.5)$$

$$\bar{\varphi}_i(t_{k+1}) = \bar{\varphi}_i(t_k) + \omega_0 \Delta t \quad (7.6)$$

$$\phi_i(t_{k+1}) = 2\phi_i(t_k) - \phi_i(t_{k-1}) + \kappa(\Delta t)^2 \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\varphi_j(t_k) - \varphi_i(t_k)) \quad (7.7)$$

まず $\bar{\varphi}_i \in \mathbb{R}$ を変調位相と呼ぶ。この量は式 7.3 で表されるように、ある一定の周波数 $\omega_0 > 0$ にしたがって発展する。 φ_i を出力位相と呼び、変調位相 $\bar{\varphi}_i$ と相互作用を行う位相 ϕ_i の和で計算される。ただし φ_i は 2π での剰余演算を行い、 $[-\pi, \pi]$ の値に変換されるとする。あるロボット i は出力位相 $\varphi_i(t)$ が 0 を正に超えた場合に発火を行う。発火を検出したロボット j は、位相差を $0 - \varphi_j(t)$ を位相差として双曲型相互作用の計算に用いる。この実装により、図 7.4 のように位相変化を変調位相によって早めることで、相互作用 ϕ_i の振動に対し観測の周期を短くすることができる。

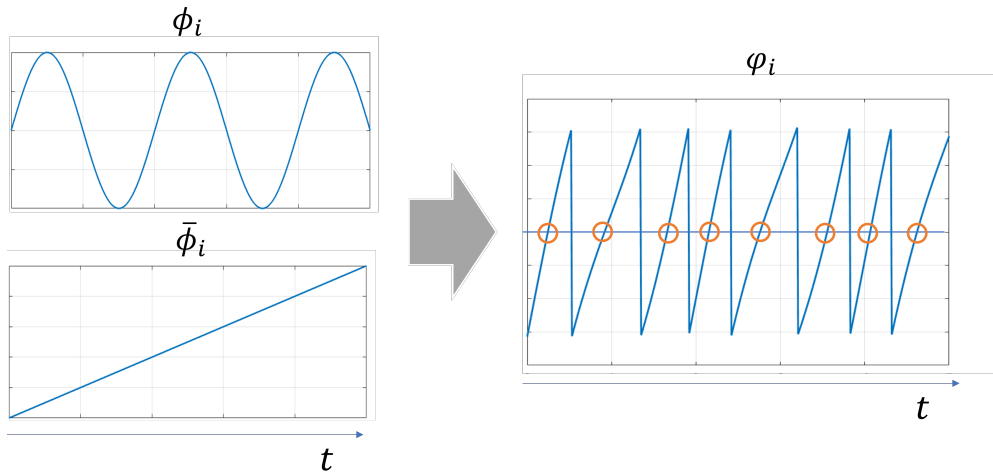


図 7.4: 変調のイメージ

7.3.2 2π 周期性による位相差への条件

発火タイミングを継続的に生成するために、出力位相 φ_i は剰余演算によって $[-\pi, \pi]$ の範囲を取る。これは φ が円周 S^1 上を動くと考えられることができる (図 7.5)。 φ 座標は円周に沿うが、 $\varphi = -\pi, \pi$ をまたぐ点では円周上の位置の変化は連続的でも、値の変化は不連続となる。これは位相差を計算する上で重大な問題となる。図 7.6 は円周上で一定の距離を保ちながら動く 2 つの点

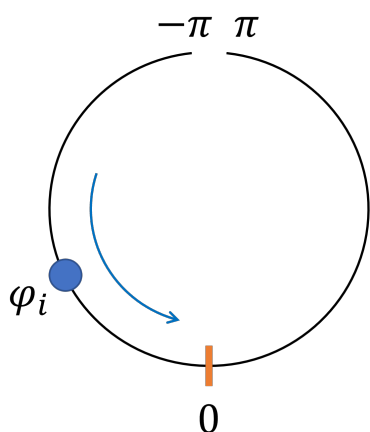


図 7.5: S^1 上を動く φ_i .

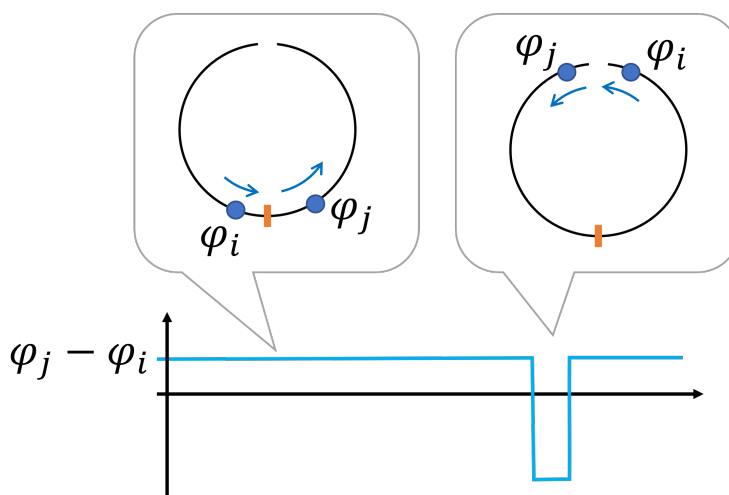


図 7.6: 位相差計算の不連続性

φ_j, φ_i と、その位相差を表したものである。大半の時間で、 $\varphi_j - \varphi_i > 0$ を満たす。しかし φ_j と φ_i が $\pm\pi$ の点をまたぐとき、その値は一時的に $\varphi_j - \varphi_i < 0$ となり、円周上の位置関係と対応しない。

7.3.1 節で導入した発火タイミングの実装では、片方の位相が 0 となった時に観測が行われる。よって位相差が $\pm\pi$ を超えない範囲では相互作用は正しく計算できる。ただし位相差が $\pm\pi$ を超えてしまうと正しい計算を行うことができないため、相互作用の振幅はある程度小さい値となるようにしなければならない。相互作用の振幅が大きい方が SN 比の点で推定の上では有利と考えられるが、この点も実装上の制限として考慮しなければならない。

この制約は図 7.7 によっても説明できる。まず変調付きの相互作用 (実装では $\phi_i(t) + \bar{\phi}_i(t)$ で計算される) は実数空間上である。 $\varphi_i(t)$ はこれを周期性を持つ位相変数上にとったものである。固有角速度、つまり変調を行う場合には φ_i はこの周期軌道上を繰り返し回る。このままでは、 $\varphi_i = \pm\pi$ 周辺で位相差の計算が破綻する。そこで、発火タイミングを $\varphi_i = 0$ に設定することで、位相差観測が行われる瞬間には $\pm\pi$ までの位相差は正しく観測することが可能になる。 $\varphi_i(t) = 0$ の瞬間で繰り返し観測を行うことは、相互作用をポアンカレ断面上で行うことに相当する。断面上では $\omega = 0$ すなわち定常波に基づく位相差が現れるため、ここで観測を行うことで実数上における理論と振動子を使った実装の対応が取られている。断面における周期変数での位相差と実数変数での差が整合するためには、 $\phi_i(t)$ において位相の相対的な差が $\pm\pi$ を下回っていることが要求さ

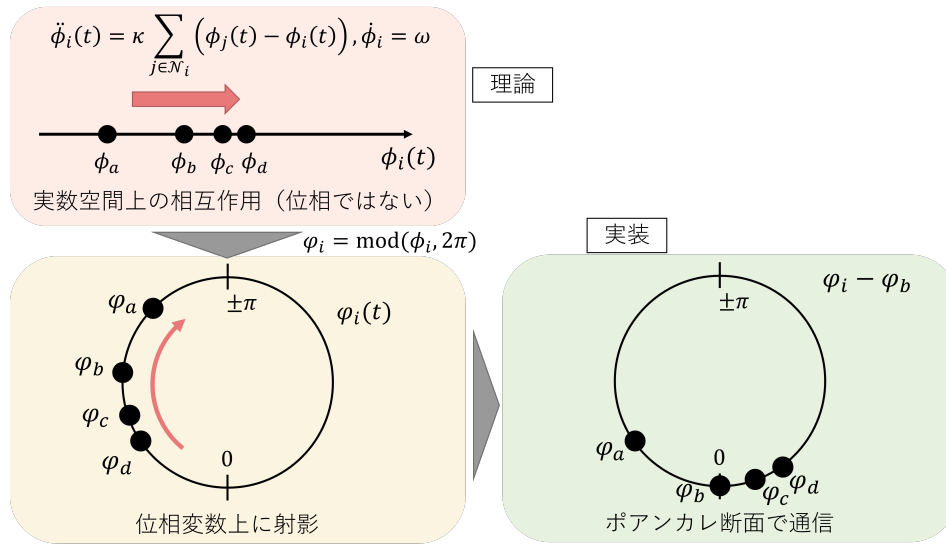


図 7.7: 振動子としての実装と周期性の条件

れる。放物型相互作用について、この実装の妥当性を解析的に確認した結果を付録 D に述べた。

7.4 実デバイスにおける仮想エネルギー管理

理論と実装における最大の違いは、誤差や外乱による不確かさの混入である。さらに、移動ロボットの移動によっても系のエネルギーは変化することが考えられる。特に発光タイミングを用いた実装では、前節で述べたように $[-\pi, \pi]$ に観測できる位相差が制限されることから、系のエネルギーが増大し定常波の振幅が拡大しすぎると相互作用が破綻する恐れがある。これを避けるために、本節では系のエネルギー的な性質を確認したのち、相互作用の安定性と検出性を両立するための実装法を示す。

7.4.1 双曲型相互作用の基本的なエネルギー的性質

この後の議論のため、一度ネットワークが静止していて、かつ外部からのエネルギー注入がないとして、4章で用いた放物型相互作用、そして5章で導入した双曲型相互作用のエネルギーの観点で見た性質を考える。まず放物型相互作用に基づく状態量の発展では、エネルギー関数が時間と共に減少する。これを確認するため、エネルギーライク関数 $E(t) = \frac{1}{2} \phi(t)^\top \phi(t)$ と置く。 $E(t)$ は半正定値関数で、 $E(t) = 0$ となるのは、 $\phi(t)$ の要素が全て零であるときである。 $E(t)$ の時間微分を考えると

$$\dot{E}(t) = \dot{\phi}(t)^\top \phi(t) = -\kappa \phi(t)^\top L \phi(t) \leq 0 \quad (7.8)$$

等号成立は $\phi(t)$ が $\mathbf{1}_n$ の実数倍であるときである。従って位相差がある限りエネルギー関数は減少する。系自体がエネルギーを散逸させるため、システムに多少のエネルギーが注入されても安定

性を維持できる。

一方で、双曲型相互作用 $\ddot{\phi}(t) = -\kappa L\phi(t)$ において、エネルギーライク関数

$$E(t) = \frac{1}{2}\dot{\phi}(t)^\top \dot{\phi}(t) + \frac{1}{2}\kappa\phi^\top(t)L\phi(t)$$

を考える。 $E = 0$ となるのは、 $\dot{\phi}(t)$ の要素が全て 0 かつ、 $\phi(t)$ が 1_n の定数倍の時に限る。 E の時間変化 \dot{E} を計算すると、

$$\begin{aligned}\dot{E}(t) &= \ddot{\phi}^\top(t)\dot{\phi}(t) + \kappa\dot{\phi}^\top(t)L\phi(t) \\ &= -\kappa\dot{\phi}^\top(t)L\dot{\phi}(t) + \kappa\dot{\phi}^\top(t)L\phi(t) \\ &= 0\end{aligned}$$

となる。ただし、 L が対称行列であることを用いた。つまりネットワークが不変で外部からのエネルギー注入がないとき、双曲型相互作用におけるエネルギーライク関数は時間発展で不変である。

7.4.2 ネットワーク変化によるエネルギーの流入出

次に、グラフに時間変化がある場合を考える。本研究の移動体モデルでは、移動体間のユークリッド距離に応じて隣接関係 (3.2) が定義されていた。そのため移動体間の相対距離が観測範囲の値をまたぐとき、瞬時的にグラフの構造変化が生じる。

まず、移動体 i, j 間の距離が観測範囲を超えて、エッジが瞬時的に切れたことを考える。切れる直前の時刻を t_{ij}^{cut} 、切れた直後の時刻を $t_{ij}^{\text{cut}'}$ と置く。この変化は瞬時的であり、 $\phi(t_{ij}^{\text{cut}'}) = \phi(t_{ij}^{\text{cut}}) =: \phi$ かつ $\dot{\phi}(t_{ij}^{\text{cut}'}) = \dot{\phi}(t_{ij}^{\text{cut}}) =: \dot{\phi}$ であったとする。変化前後でのエネルギー変化 $\Delta E = E(t_{ij}^{\text{cut}'}) - E(t_{ij}^{\text{cut}})$ を計算すると、

$$\Delta E = E(t_{ij}^{\text{cut}'}) - E(t_{ij}^{\text{cut}}) \quad (7.9)$$

$$= \frac{1}{2}\dot{\phi}^\top \dot{\phi} + \frac{1}{2}\kappa\phi^\top L(t_{ij}^{\text{cut}'})\phi - \left(\frac{1}{2}\dot{\phi}^\top \dot{\phi} + \frac{1}{2}\kappa\phi^\top L(t_{ij}^{\text{cut}})\phi \right) \quad (7.10)$$

$$= \frac{1}{2}\kappa\phi^\top \left(L(t_{ij}^{\text{cut}'}) - L(t_{ij}^{\text{cut}}) \right) \phi \quad (7.11)$$

となる。エッジが切れると隣接行列 A の i 行 j 列要素と j 行 i 列要素がどちらも 1 から 0 に代わる。従ってラプラシアン行列の i 行 j 列要素 L_{ij} について、

$$L_{ij}(t_{ij}^{\text{cut}'}) - L_{ij}(t_{ij}^{\text{cut}}) = L_{ji}(t_{ij}^{\text{cut}'}) - L_{ji}(t_{ij}^{\text{cut}}) = +1 \quad (7.12)$$

$$L_{ii}(t_{ij}^{\text{cut}'}) - L_{ii}(t) = L_{jj}(t_{ij}^{\text{cut}'}) - L_{jj}(t_{ij}^{\text{cut}}) = -1 \quad (7.13)$$

が成り立つ。これを (7.11) に代入すると ΔE が計算できる。

$$\Delta E = -\frac{1}{2}\kappa \left(\phi_i(t_{ij}^{\text{cut}}) - \phi_j(t_{ij}^{\text{cut}}) \right)^2 \quad (7.14)$$

つまり、エッジが切れると、その時の位相差に応じてエネルギーが減少する。

一方で、移動体 i, j 間にエッジが瞬時的に追加された場合を考える。エッジが切れた場合と同様に、切れる直前の時刻を t_{ij}^{add} 、切れた直後の時刻を $t_{ij}^{\text{add}'}$ と置いて、 $\phi(t_{ij}^{\text{add}'}) = \phi(t_{ij}^{\text{add}}) =: \phi$ かつ $\dot{\phi}(t_{ij}^{\text{add}'}) = \dot{\phi}(t_{ij}^{\text{add}}) =: \dot{\phi}$ であったとする。エネルギー変化を $\Delta E = E(t_{ij}^{\text{add}'}) - E(t_{ij}^{\text{add}})$ と置くと、式 (7.11) までは同様に変形できる。ここでラプラシアン行列の変化は

$$L_{ij}(t_{ij}^{\text{add}'}) - L_{ij}(t_{ij}^{\text{add}}) = L_{ji}(t_{ij}^{\text{add}'}) - L_{ji}(t_{ij}^{\text{add}}) = -1 \quad (7.15)$$

$$L_{ii}(t_{ij}^{\text{add}'}) - L_{ii}(t_{ij}^{\text{add}}) = L_{jj}(t_{ij}^{\text{add}'}) - L_{jj}(t_{ij}^{\text{add}}) = +1 \quad (7.16)$$

に変わる。よって ΔE を計算すると

$$\Delta E = +\frac{1}{2}\kappa (\phi_i(t_{ij}^{\text{add}}) - \phi_j(t_{ij}^{\text{add}}))^2 \quad (7.17)$$

となってエッジを追加した際には仮想的なエネルギーが増加することがわかる。これは、エッジの追加と削除が、マスばね系において質点間のバネによる連結の追加や削除にと対応することを意味する。すなわち、エッジが追加されると 2 体間にバネ定数 κ 、自然長 0 のバネが追加され、系の弾性エネルギーが追加時の位相差の 2 乗に比例して増加する。逆に、エッジが削除されるとバネが取り外され、2 体間に存在した弾性エネルギーが消える。

結合時の位相差を記録しておき、バネの自然長のようにみなすことで、エッジ追加によるエネルギー増加を抑制することが可能であり、ソフトタッチ法と呼ぶ。ただし実装上、ネットワーク変化が頻繁に起こらないようなケースでは、次節にて述べる不確かさによるエネルギー注入が支配的であり、不確かさへの対応でグラフ変化によるエネルギー注入にも対処することができる。ソフトタッチ法の詳細は付録 B にて述べる。

7.4.3 不確かさによるエネルギーの注入とエネルギー管理

実デバイスで実装する上では、不確かさの影響は避けられない。例えば発光タイミングを用いた通信では、LED の発光の立ち上がりや受光センサの立ち上がりや観測の処理によって位相差の観測には誤差が生じる。また、制御周期が移動ロボットによって異なることも、理論的な式に現れない不確かさとして考えることができる。この不確かさによるエネルギーの注入は移動ロボットの電源を入れてから終了まで継続するので、時間経過に伴ってエネルギーが蓄積され、最終的には系が発散する。従ってなんらかの手段で不確かさによるエネルギーを散逸させる必要がある。

本研究では、シンプルな実装として、仮想的な粘性項を追加することで系の発散を防止する。粘性項は、相互作用位相の更新則 (式 7.7) に対して以下の形で導入される。

$$\frac{d^2}{dt^2}\phi_i = -\gamma_i\dot{\phi}_i + \kappa \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\varphi_j - \varphi_i) \quad (7.18)$$

式の右辺第一項が粘性項である。ここで γ_i はロボット毎に決定される粘性の大きさを決める係数

で、設計パラメータである。時間離散化後の形では次のようになる。

$$\phi_i(t_{k+1}) = \frac{1}{1 + \frac{\gamma_i}{2}\Delta t} \left\{ 2\phi_i(t_k) + \left(\frac{\gamma_i}{2}\Delta t - 1\right) \phi_i(t_{k-1}) + \kappa(\Delta t)^2 \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\varphi_j(t_k) - \varphi_i(t_k)) \right\} \quad (7.19)$$

粘性係数 γ_i は正の定数 γ_a と γ_b を用いて以下の形で決定される。

$$\gamma_i = \gamma_a + \gamma_b |\mathcal{N}_i| \quad (7.20)$$

γ_a はロボット内部の計算における不確かさによるエネルギーに対応する。 γ_b は観測における不確かさに対応するため、あるロボットが行う観測の数 \mathcal{N}_i に比例して決定する。 γ_a, γ_b は実験的に決定する。

7.4.4 自励の導入

粘性の導入により、不確かさの存在する実装の環境であっても系の安定性を保つことができる。しかし、不確かさの持つエネルギーを正確に予測することは困難であるため、系のエネルギーを保つように粘性パラメータ γ を調整することは難しい。したがって系のエネルギーが減衰するように設計を行うことになる。

しかしこの場合、例えば初期値によって発生した振動は群れの内部を伝達する過程で減衰する。したがって、時間経過とともに SN 比が減少し、フーリエ変換による固有時間周波数推定の精度が低下してしまう。これは系を安定化するために導入した粘性項の、避けられない副作用といえる。本研究では、各ロボットが観測するピークの減衰を検出して、振動を加えることによってこの問題に対応する。この方法を本研究では自励と呼ぶ。以下に自励の具体的な実装を述べる。

位相の更新において、自励入力 I_i を式の形で導入する。

$$\varphi_i = \bar{\phi}_i + \phi_i + I_i \quad (7.21)$$

入力を相互作用位相 $\phi_i(t)$ の更新でなく、出力位相 $\varphi_i(t)$ の更新に導入したのは、相互作用位相 $\phi_i(t)$ に行うフーリエ変換によるピーク推定への影響を低減するためである。自身の自励入力による振動への影響は、他ロボットの位相変化の結果として観測することになる。

自励入力のタイミングは例えば次のように決定することができる。ロボット i が自身の位相 ϕ_i に対して、時刻 t で行った時間フーリエ変換によって得た μ 個めのピーク時間周波数を $f_{i,\mu}(t)$ とする。パワースペクトラム $\rho_i(f, t)$ の

$$I_i(t) = \begin{cases} I_E & \text{if } \rho_i(f_{i,\mu}(t), t) < \rho_E \ \forall f_{i,\mu}(t) < f_E \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (7.22)$$

ここで I_E は自励入力の大きさである。式 7.22 における自励入力の条件は、ある周波数 f_E より小さい周波数領域で、全てのピーク周波数のモードが ρ_E を下回った状態を意味する。低周波数帯のみで条件を作ることにより、特徴量推定に寄与する周波数帯の減衰を検出することを狙っている。

例えば空間方向の波長がロボット 1 台分に相当する時間周波数 $\sqrt{\kappa}$ などを f_E として選ぶことが考えられる。

自励の導入により、不安定性を防ぐための粘性項が導入されても、継続的な推定が可能となる。自励は各ロボットが自身の位相の情報から行うことができるので、導入後も自律分散システムとしての性質を保つ。

7.4.5 エネルギー管理の実施に伴う大域状態推定への影響について

本節で導入した粘性項、自励項によって 5 章で提案した定常波を通した大域状態推定の実施にどのような影響を及ぼすか述べる。

まず自励入力が入ると、場の定常波が乱されるために空間の構造を反映しなくなる。ただし自励入力が一時的であれば、自励入力がゼロになった時刻からは再び定常波が形成される。したがって各移動体が、観測するピークが自励によって一時的に乱れたとしても、ピークが安定するまで待つてから状態推定を行うように実装すれば、自励項があっても 5 章の大域状態推定を行うことができる。

自励項は一時的な影響しか与えないが、粘性項は全ての時刻ではたらくことから、ピーク検出に継続的な影響を与える。どのような影響があるか検討するために、粘性項の入った双曲型方程式 (7.23) の時間発展を計算する。

$$\ddot{\phi}_i(t) = -\gamma_i \dot{\phi}_i(t) + \kappa \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\phi_j(t) - \phi_i(t)) \quad (7.23)$$

ベクトル表記 $\phi = (\phi_1, \dots, \phi_n)^\top$ を導入すると、(7.23) は式 (7.24) に書き換えられる。

$$\ddot{\phi}(t) = -\Gamma \dot{\phi}(t) - \kappa L \phi(t) \quad (7.24)$$

ここで $\Gamma = \text{diag}(\gamma_1, \dots, \gamma_n)$ の対角行列、 L はグラフラプラシアン行列である。 L が直交行列 P を用いて $L = P \Sigma P^\top$ と対角化できるとする。この P を用いた座標変換を $\hat{\phi}(t) := P^\top \phi(t)$ などと書くことにする。すると式 (7.24) の両辺に左から P^\top を乗じることで式 (7.25) に書き換えられる。

$$\ddot{\hat{\phi}}(t) = -\hat{\Gamma} \dot{\hat{\phi}}(t) - \kappa \Sigma \hat{\phi}(t) \quad (7.25)$$

ここで $\hat{\Gamma} = P^\top \Gamma P$ である。粘性項がなく $\hat{\Gamma} = 0$ で書ける場合には、 Σ が対角行列であることから、各モード毎に分解された発展方程式を得ることができた。しかし、粘性項が存在する $\hat{\Gamma} \neq 0$ である場合には、一般に各モードが互いに影響してしまう。実際、式 (7.25) の各モード毎の発展を書き下してみると、式 (7.27) を得る。

$$\ddot{\hat{\phi}}_\mu(t) = - \sum_{\nu=0}^{n-1} \hat{\gamma}_{\mu\nu} \dot{\hat{\phi}}_\nu(t) - \kappa \sigma_\mu \hat{\phi}_\mu(t) \quad (7.26)$$

$$= - \sum_{\nu=0}^{n-1} \sum_{i=1}^n (p_{\mu,i} \gamma_i p_{\nu,i}) \dot{\phi}_\nu(t) - \kappa \sigma_\mu \hat{\phi}_\mu(t) \quad (7.27)$$

γ_i の分布によって $\hat{\gamma}_{\mu\nu}$ の形が変わるため、粘性項の影響は各移動体の γ_i の値やグラフ構造に依存する。一般の場合を検討することは困難であるため、ここで一度すべての移動体と同じ値の粘性係数を持つ、つまり $\forall \gamma_i = \gamma$ として計算を進める。この仮定は式 (7.20) と相反するが、粘性項の導入による大域状態推定への影響をおおよそ見積もることを目指す。

粘性係数が各移動体で等しいという仮定のもとでは $\Gamma = \gamma I_{n \times n}$ であるから、 $\hat{\Gamma} = \gamma P^\top I_{n \times n} P = \gamma I_{n \times n}$ となり、 $\hat{\Gamma}$ もまた対角行列となる。したがって式 (7.27) は各モードで独立な形になる。

$$\ddot{\hat{\phi}}_\mu(t) = -\gamma \dot{\hat{\phi}}_\mu(t) - \kappa \sigma_\mu \hat{\phi}_\mu(t) \quad (7.28)$$

このとき、 $\gamma^2 - 4\kappa\sigma_\mu$ の正負によって波が生じるか過減衰となるか決まる。定常波を得るためには式 (7.29) の条件が満たされなければならない。

$$\gamma^2 - 4\kappa\sigma_\mu < 0 \quad (7.29)$$

なお、この条件は σ_μ が小さい、すなわち台数が増えるほど、また低次のモードであるほど条件が厳しくなる。0 次モード $\sigma_0 = 0$ では必ず過減衰となるが、そもそも 0 次モードは定常波に寄与しないので、これは問題とならない。考慮しなければならないのは $\mu \geq 1$ においてである。

式 (7.29) の条件が満足されるという仮定の下で、各モードの時間発展を記述すると式 (7.30) が得られる。

$$\hat{\phi}_\mu(t) = \begin{cases} \mathbf{p}_0^\top \phi(0) + \frac{1}{\gamma} \mathbf{p}_0^\top \dot{\phi}(0)(1 - e^{-\gamma t}) & (\mu = 0) \\ A_\mu e^{-\frac{\gamma}{2}t} \sin\left(\sqrt{\kappa\sigma_\mu - \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2}t + \alpha_\mu\right) & (\mu > 0) \end{cases} \quad (7.30)$$

ここで A_μ, α_μ は初期条件から決まる定数である。したがって各移動体の位相 $\phi_i(t)$ の時間発展を計算すると式 (7.31) を得る。

$$\phi_i(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\phi_i(0) + \frac{1}{\gamma} (1 - e^{-\gamma t}) \dot{\phi}(0) \right) + \sum_{\mu=1}^{n-1} p_{\mu,i} A_\mu e^{-\frac{\gamma}{2}t} \sin\left(\sqrt{\kappa\sigma_\mu - \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2}t + \alpha_\mu\right) \quad (7.31)$$

固有値、固有モードに影響を与えうるのは次の 4 点である。

- 第一項の初期値の平均を取る部分が $e^{-\gamma t}$ で収束する時間変化を持つことから、時間周波数成分を持っているためピーク検出に影響を及ぼす可能性がある。
- 定常波の各モードが $e^{-\gamma t}$ で収束する時間変化を持つ。これにより、定常波が時間変化とともに収束して観測が難しくなる。
- 定常波の各モードが $e^{-\gamma t}$ で収束する時間変化を持つことから、時間周波数成分を持っているためピーク検出に影響を及ぼす可能性がある。
- 観測されるピーク周波数が $\left(\frac{\gamma}{2}\right)^2$ ずれる。

一点目、三点目はピークの大きさに影響を及ぼす。ピークの大きさを利用するのは (5.33) のような相対位置推定のときである。ただし 2 つのスペクトラム $\rho_i(f, t)$ と $\rho_{i,x}(f, t)$ において、各時間周

波数成分の強度は同様に变化する。いわば、同じ周波数フィルタが適用されると考えてよい。従って、同一周波数における強度の比を計算する (5.33) の方法では、 $e^{-\gamma t}$ によるフィルタの影響は打ち消される。

二点目はエネルギーの減衰を意味しており、先述した自励項によって対応した。自励が高頻度で繰り返されることを防ぐためには、 γ の値は小さく設定する必要がある。四点目については、 γ の値が小さければ影響は小さいと考えられるものの、必要に応じて各移動体が γ_i の値を使って補正することが必要である。

以上から、粘性項の推定に与える影響を小さくするためには γ_i をなるべく小さく設定する必要があることがわかる。したがって推定精度と安定性との間にトレードオフが存在する。実装においては、安定性を確保できるなるべく小さな γ を実験的に求める必要がある。

7.5 大域的状态推定の実機実験

本節では前節にて示した双曲型相互作用の実装法を用いて、実移動ロボットにて大域状態推定が可能であることを示す。

7.5.1 実ロボットによるネットワーク变化推定

ここでは6章にて提案した移動体の状態变化検出を実験する。

図の通り、3台の移動ロボットを直線状に配置することを考える (図 7.8)。本実験では移動ロボットに制御入力を与えず、位置は外部から手を加えない限り変化しない。各移動ロボットは離散化され、エネルギー管理を加味した双曲型相互作用 (7.19) 及び (7.21) に従って自身の位相と発火タイミングを計算する。各移動体は一定時間ごとに自励入力 $I_i(t)$ を入れるものとする。また移動ロボットは自身の位相 $\phi_i(t)$ の時間履歴に対して FFT 計算を行い、パワースペクトラム $\rho_i(f, t)$ を計算する。パワースペクトラムに対してピーク検出を行い、検出されたピークを小さいものから順に $f_{i,\mu}(t)$ とする。

光の遮蔽により、 $i = 1$ の移動ロボットと $i = 3$ の移動ロボットは、互いを直接認識することはできない。

表 7.1 に実装を行ったパラメータを示した。まず基本的な双曲型相互作用による通信を確認するために、 $i = 1$ と $i = 2$ の2台の移動ロボットを配置した。 $i = 3$ の移動体は一時的に取り除かれている。実験開始から終了まで移動ロボットの配置は変えず、ネットワーク変化のない状態である。2台の移動ロボットのスイッチを入れてから、660秒間に渡って相互作用を行った。図 7.9 は基本ピーク種波数 $f_{i,1}(t)$ とそのパワー $\rho_{i,1}(f_{i,1}(t), t)$ の時間履歴を示している。 $i = 1$ の結果が青線、 $i = 2$ の結果が赤線で示されている。青線と赤線が多くの部分で重なっているのは、異なる移動体でも定常波を共有することで、基本振動周波数やパワーの測定がどちらの移動体でもできていることを示している。開始後から80秒間は、データが存在しないが、これはFFTの計算に必要なデータがたまるまでの時間である。図 7.9(a) を見ると、周期的に緑色の矢印で区切られた平坦な波形

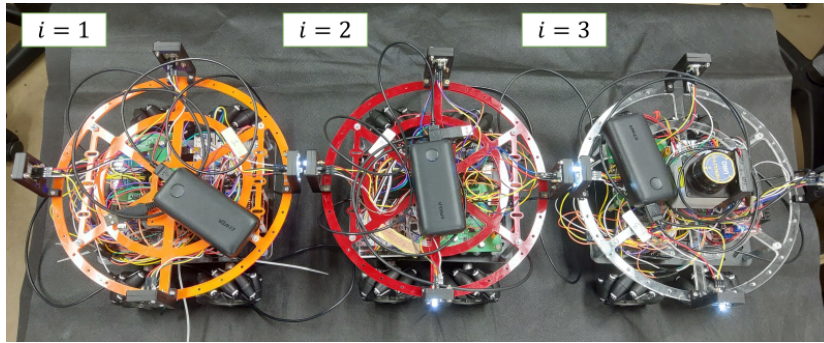


図 7.8: 直線状に並んだ3台からなる移動ロボット群

表 7.1: 実装パラメータ

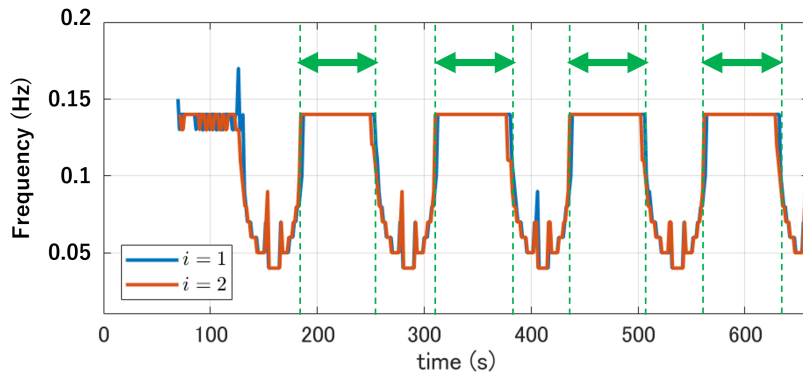
Parameter name	Symbol	Value	Unit
Natural Angular Velocity	ω	20	rad/s
Couple Density	κ	0.5	rad/s ²
Viscosity to Calculation Noise	γ_a	0.09	/s
Viscosity to Observation Noise	γ_b	0.09	/s
FFT Sampling Frequency		$\simeq 5$	Hz
FFT number of Samples		512	
FFT time width	T_B	$\simeq 100$	s

と谷を示す波形が繰り返されていることがわかる。これは自励によるものである。すなわち緑矢印の区間が始まって、双曲型相互作用を行っている間、(a) ピーク周波数はネットワーク構造を反映して一定であるが、(b) パワーは粘性項によって徐々に低下していく。緑矢印区間が終わる時刻で自励が行われ、一度 (a) のピーク周波数は構造状態を反映しなくなり、変化する。またパワーも一時的に大きく上昇する。そして、モード間のエネルギーのやりとりが収束すると再びピーク周波数がネットワーク構造を反映するようになり、緑矢印の区間が始まる。

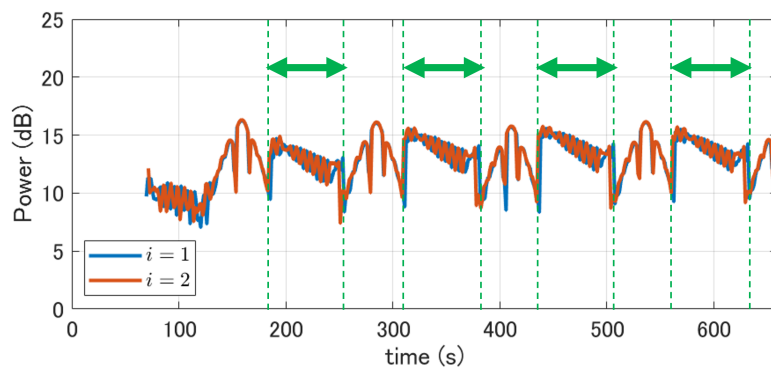
この実験からわかることは、双曲型相互作用により定常波の共有ができていることと、ピーク周波数検出が行えていること、粘性と自励によりピーク検出が継続的に実施できることである。

続いて、ネットワークに変化を加えた実験を行った。初期条件においては、先ほどの実験と同じく移動ロボット $i = 1, i = 2$ のみを配置した。 $t = 240\text{s}$ が経過したら、移動ロボット $i = 3$ を 15 秒毎に追加したり、取り除いたりを繰り返した。 $t = 420\text{s}$ が経過したら、再び移動ロボット $i = 3$ を取り除いたまま、2 台のロボットのみで相互作用を行った。

実験を行った結果のピーク周波数とパワーをそれぞれ図 7.10(a), 7.10(b) に示す。水色の矢印は移動ロボット $i = 3$ の追加と取り除きをおこなった時間である。実験開始から移動ロボット 2 台で相互作用を行った $t = 240\text{s}$ までは、先の実験と同様、緑矢印に示した周波数が平坦でパワーが減衰する波形、及び自励による波形を繰り返している。 $t = 240\text{s}$ 以降、移動ロボット $i = 3$ の追加と取



(a) 第一ピーク周波数 $f_{i,1}(t)$



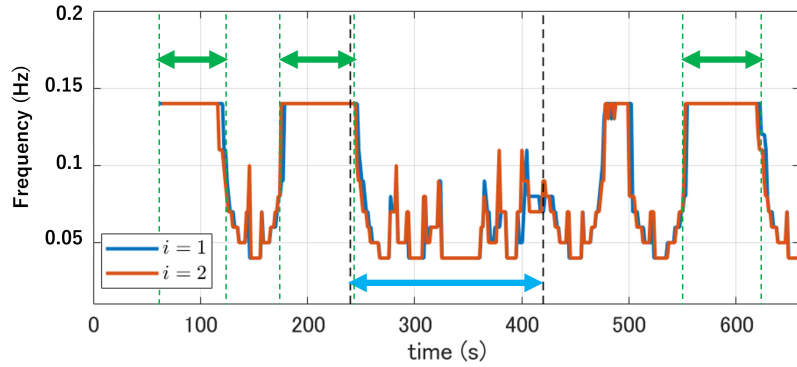
(b) 第一ピークのパワー $\rho_{i,1}(f_{i,1}(t), t)$

図 7.9: ネットワークを固定した移動体群における第一ピークの時間変化

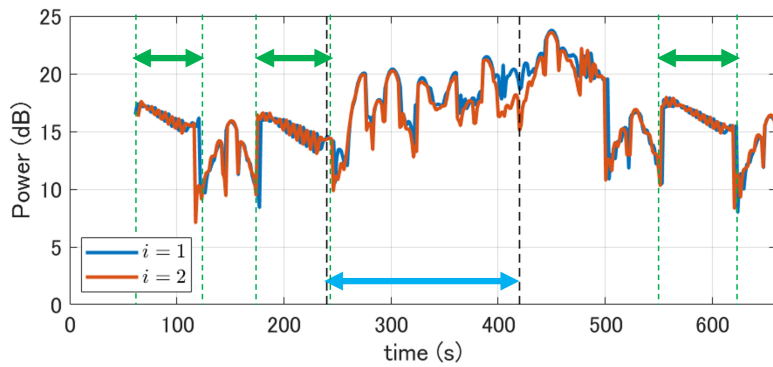
り除きを始めると、まず 7.10(a) の周波数については、計測結果が継続的に変化して一定の値をとらないことがわかる。これはピーク周波数がネットワークの外乱によって変化していることを示している。また、7.10(b) を見ると水色の矢印の区間ではパワーが大きく変動していることがわかる。 $t = 420\text{s}$ が経過したのち、 $t = 550\text{s}$ ごろからは再びピーク周波数が平坦になり、パワーも $t = 240\text{s}$ 以前と同様に減衰している。つまり、ネットワークが再び固定状態になったことを反映している。

この実験から、ネットワーク変化が移動ロボットの観測するピーク周波数、パワーに現れていることがわかる。従って 5 章で提案した式 (5.19) のように、ピーク周波数の分散を見ることで移動体配置の時間変化を推定することができる。すなわち、ピーク周波数変化が小さい時にはネットワークは固定されていると推定できる、この推定はネットワークが変化している地点（今回の実験では $i = 3$ ）を直接観測していない移動体であっても、相互作用を通じた場の情報伝搬により、ネットワーク状態を推定できる。

以上より、発光タイミングによる相互作用の実装を用いて、大域状態推定が可能であることを確認した。



(a) 第一ピーク周波数 $f_{i,1}(t)$



(b) 第一ピークのパワー $\rho_{i,1}(f_{i,1}(t), t)$

図 7.10: ネットワーク変化のある移動体群における第一ピークの時間変化

7.6 機能的秩序としての停留解消実験

本節では、前節で行った大域状態推定の実装を元に、移動入力と組み合わせることで機能的秩序形成の実装を検証する。実験環境を図 7.11 に示す。 $x \geq 0$ の地点に黒色の障害物を向かい合わせに設置した。これにより、 x 軸に対称に幅 1m の狭所通路を構築した。移動ロボットは $x \leq 0$ の地点に配置され、狭所を抜けて $x \geq 0$ 方向に進むことを移動目的とする。ロボットに与えたノミナル移動入力を式 (7.32) に示す。

$$\hat{\mathbf{u}}_i(t) = k_i(t)(\mathbf{v}_{\text{ref},i} - \dot{\mathbf{x}}_i(t)) \quad (7.32)$$

目標速度 $\mathbf{v}_{\text{ref},i}$ は移動ロボットを初期時刻に配置した位置に対応して次のように与えた。単位は全て mm/s である。

$$\mathbf{v}_{\text{ref},i} = \begin{cases} (100, 20)^\top & \text{ロボット } i \text{ が } y < 0 \text{ に配置} \\ (100, 0)^\top & \text{ロボット } i \text{ が } y \simeq 0 \text{ に配置} \\ (100, -20)^\top & \text{ロボット } i \text{ が } y > 0 \text{ に配置} \end{cases} \quad (7.33)$$

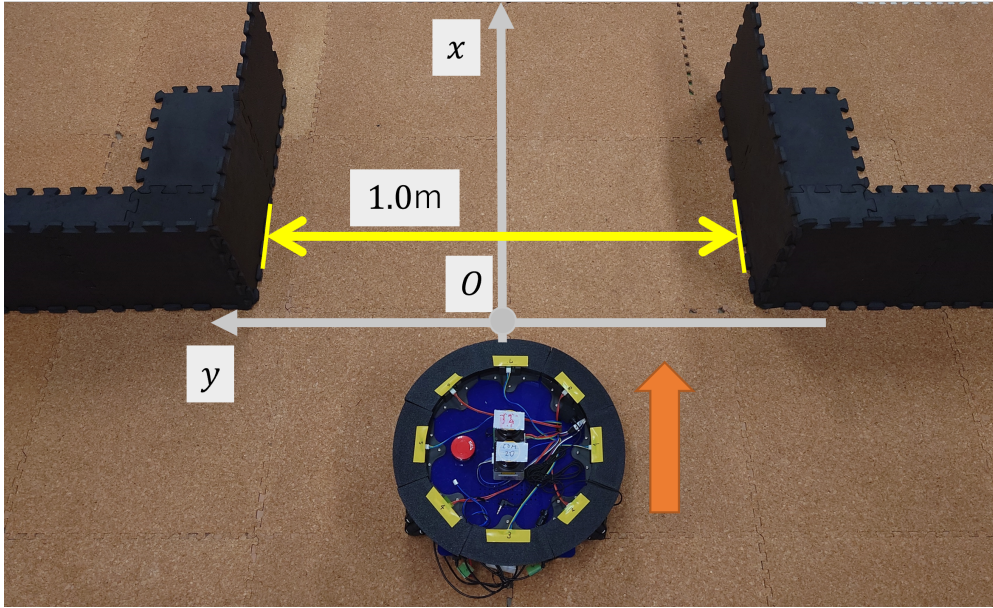


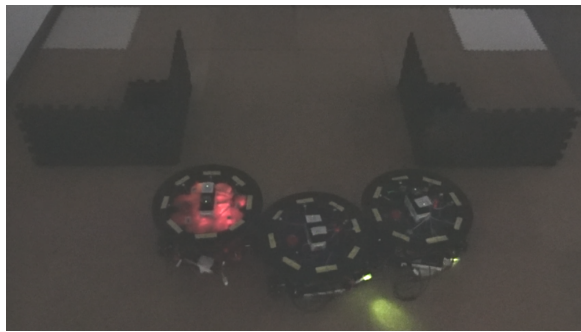
図 7.11: 狭所通過実験環境. 黒色の障害物によって幅 1m の狭所空間を構築した.

基本的に $k_i(t) = 0.4 > 0$ と設定し, 移動速度のネガティブフィードバックによって y 軸を挟んだ両方向から y 軸方向に進み, かつ x 方向に進むことで狭所通過を行う. ノミナル入力のままでは移動ロボット同士が衝突してしまうため, (4.11) によって CBF 制約を入力に導入した. ただし, 常に $k_i(t) > 0$ のままでは狭所の始まる原点付近で移動ロボットが接近し, 互いの衝突を避けるため身動きが取れなくなる停留状態が生じる. そこで, 移動入力ゲイン $k_i(t)$ を大域状態推定に基づいて変更した.

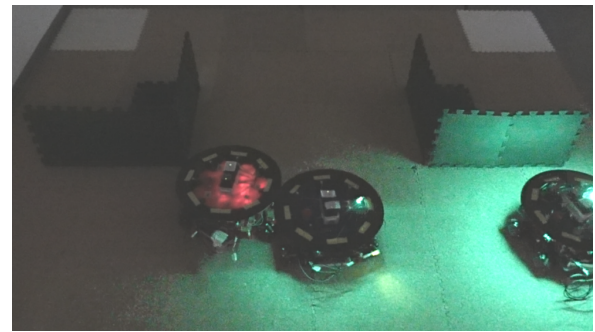
移動ロボットは双曲型相互作用と定常波の観測を行い. ピーク周波数 $f_{i,\mu}(t)$ 及びピーク強度 $\rho_i(f_{i,\mu}(t), t), \rho_{x,i}(f_{i,\mu}(t), t)$ を計算した. 双曲型相互作用及び FFT のパラメータは基本的には表 7.1 と同一としたが, FFT のサンプリング点は 256 点に設定した. これは, 前節の実験と異なり移動体の配置関係が変化しうることから, 過去のデータの蓄積を減らし変化を早く取り出すためである. ピーク強度の検出結果をもとに式 (5.33) を用いて y 方向の内外判定を行った. 移動ロボットは $T = 15$ 秒, $M=1$ として式 (5.34) に従ってピーク周波数の分散を計算した. 外側と判定され, かつ分散が 3×10^{-4} 以下になった時刻から 5 秒間, 移動入力ゲイン $k_i(t) = -0.4 < 0$ のように変更した. これにより, 外柄の移動ロボット群が自律的に停留を解消することを目指した.

移動体は発光タイミング通信のために自身の LED を緑色に発光させるようプログラムした. ただし, ゲインの変更を行っている時間では赤色に LED を発光させるものとした.

実験結果を図 7.12 に示す. 図 7.12(a) の $t = 0$ s では, 移動ロボットが狭所付近に密集している. 図 7.12(b) の $t = 35$ s 頃までは, 狭所中心の中心に向かうノミナル入力の挙動に反して, 図中右端のロボットが他の 2 台から y 軸の負の方向に遠ざかっている. これは, LiDAR の計測誤差により一時的に安全範囲を侵犯したと判断され, CBF の反発効果が生じたためと考えられる. 右側の移



(a) $t = 0\text{s}$



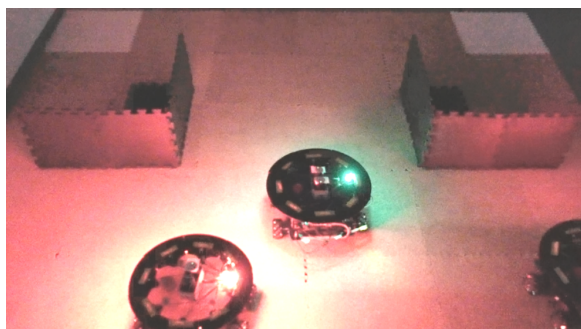
(b) $t = 35\text{s}$



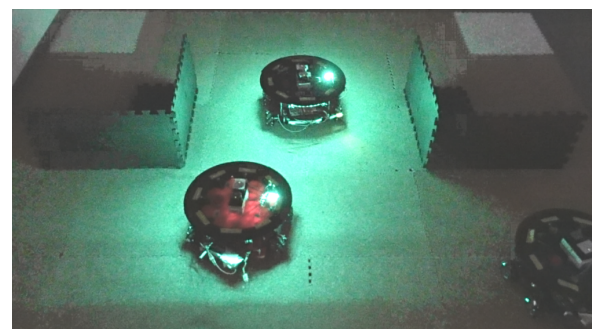
(c) $t = 39\text{s}$



(d) $t = 41\text{s}$



(e) $t = 44\text{s}$



(f) $t = 60\text{s}$

図 7.12: 3 台の移動ロボットを用いた狭所通過実験の様子，緑色の発光は双曲型相互作用のため，各移動体が発火を行ったことを意味する．赤色に発光している移動体は，自身が群れの外側と判定して，移動入力ゲインを反転させている．

動ロボットが他の二台と距離を取ったにも関わらず，残り 2 台の移動体は互いの衝突回避制約のため狭所に進入できず，停留状態が継続している．緑色の LED は発光タイミング通信の発火による光である．

図 7.12(c) の $t = 39\text{s}$ 頃になると，右側の移動体が赤く発火している．これは双曲型相互作用の結果，自身が群れの外側にいると判断しノミナル入力ゲインを反転していることを意味する．その 2 秒後には，図 7.12(d) にて左側のロボットが後退して狭所から離れていることがわかる．また，

図 7.12(d) では右側の移動体も赤色に発火しており、自身が外側と判定しノミナル入力を反転している。左側の移動ロボットがノミナル入力を反転してから、右側の移動ロボットがノミナル入力を反転させるまで 2 秒程度であり、同期的に行動を遷移していることがわかる。また、右側と左側の移動体が外側と判定してノミナル入力を反転しているが、中央の移動体は変わらず狭所への進入を試みていて、相対的な位置に応じて行動が変容していることもわかる。図 7.12(e) では右側、左側の移動ロボットが大きく後退し、中央の移動ロボットが狭所侵入するスペースが確保されている。結果、図 7.12(f) では狭所の通過に成功していることがわかる。

ここで、同期的行動遷移と空間配置に基づく行動変化が停留解消に与えた効果を考察する。今回の狭所環境では、2 台の移動体でも通過できない幅に設定されている。したがって、3 台の状態から非同期的、あるいは空間配置に基づかずに狭所から離れたとしても、図 7.12(b) のように 2 台での停留が生じると考えられる。2 台で停留状態に陥っている中で、一時的に離れた移動ロボットが戻ってきてしまうと、3 台の停留状態に戻ってしまう。大域状態推定を用いて同時に、かつ両端の移動体が狭所から離れるように動作したことで、中央の移動ロボットが進入を行うスペースを十分確保し、効果的な停留解消を行ったといえる。

したがって、移動ロボット 3 台からなる群において、大域状態推定を用いた時間的・空間的な対称性を崩した秩序形成により、停留状態の解決ができた。

7.7 結言

本章では、局所相互作用を発光タイミングによる通信を用いて実装し、大域状態推定と機能的秩序の形成が実システムでも可能であることを示した。まず本研究で仮定した移動体モデルに対応した移動ロボットシステムと、発光タイミングに基づく通信形式を導入した。発光と受光を用いる通信では、光が移動体によって遮断されるため、移動体の位置からネットワークを再計算する必要なく、自然に移動体配置を反映した相互作用ネットワークの形成が可能であった。定常波の発生という観点においては、双曲型相互作用における固有角速度項は不要である。しかしながら、周期的な発光タイミングにより定常波を観測するためには、観測周波数を上げるために固有角速度項が必要である。また位相の取りうる範囲が実数空間から円周上に変わるため、値がジャンプする点では観測に注意が必要である。また双曲型相互作用は外界から受けた不確かさのエネルギーを蓄積してしまうという不安定性を持つ。本研究では粘性項と自励項の追加により系のエネルギー管理を行った。

実機実験の結果、ネットワークの変化が、相互作用とそれによって共有される定常波によって、群れ全体に伝搬していることを確認した。また、本研究の提案手法を利用することで、停留状態に陥った群体が自律分散的に停留状態を解消し、誘導タスクを達成できることを明らかにした。

以上により、本研究によって提案された大域状態推定と秩序形成が実世界でも適用可能な、工学的に価値のある手法であると結論できる。

第 8 章

結論

本研究では、位相変数の相互作用を持つ移動体に対し、放物型、双曲型の相互作用の設計によって、勾配場や定常派などの場の振る舞いを用いて秩序を形成する手法を提案した。またこの秩序形成により、局所的な観測と衝突回避制約を守りながら、同期的遷移や狭所の誘導といった大域タスク達成を両立することができた。また、実移動ロボットを用いた実機実験により、実世界での実装可能性を示した。

まず第 3 章では 2 次元平面上の移動ロボットモデルを定式化した。また観測範囲内との局所結合関係によるネットワークとグラフラプリアン行列及びその性質を示した、続いて相互作用の基本的な形式と制御バリア関数について確認した。局所観測と衝突回避制約を受ける中で、大域タスクの達成を両立できる秩序の形成を本研究の問題設定とした。第 4 章ではまずリーダーフォロワ制御によって生じつ局所制約と大域タスクに生じる干渉の問題を示した。放物型の相互作用でリーダーの方向を伝える位相勾配場が生じることを利用し、方位依存項の追加によって、リーダーの進行方向にフォロワが侵入することを防ぐ秩序を形成した。これにより、リーダーフォロワ制御による狭所通過タスクの達成を確認した。第 5 章では場で伝搬できる情報を増やすことを目指して、2 階微分系で相互作用を行う、双曲型相互作用を導入した。双曲型相互作用の結果場には定常波が生じ、定常波の周波数とパワーをフーリエ解析で取り出すことで、群体の時空間状態を分散的に推定できることを確認した。また、離散化に伴う安定性解析を行い、相互作用における結合パラメータの上限が最大次数とシステムの刻み時間によって決まることを見た。第 6 章では第 5 章で提案された大域状態推定を利用した秩序形成を行った。群体のタスク終了や停留状態を検知し、また相対位置に応じてノミナル入力を切り替えることによって、同期的行動遷移や狭所通過問題を達成できることがわかった。最後に、第 7 章で発光タイミングを用いた実移動体システムに 4 章から 6 章の内容を実装した。双曲型相互作用を実世界の不確かさに対して安定化するために、粘性項と自励項を追加し、系のエネルギー管理を行う手法を示した。また、実機実験により局所観測性能しか持たない移動ロボット群において、停留を迂回し狭所通過を達成できることをみた。以上より、第 3 章で述べた問題設定は満足された。

今後の研究として、放物、双曲型以外の方程式の導入が考えられる。例えば結合振動子系における蔵本モデルのような非線形方程式の導入が考えられる。5 章にて導入した双曲型相互作用は安定

性が課題であり、大域状態推定を継続的に行うには粘性係数や結合強度を適切に設定する必要があった。そこで例えば、相互作用の結果である定常波に、リミットサイクルのようなエネルギーを保持するような性質をもし与えることができれば、安定的な状態推定が可能になると考えられる。そのためには移動体群全体で定義される何らかのエネルギー関数を、分散的に保つように設計しなければならない。つまりリミットサイクルを分配する必要がある。従ってリミットサイクルを局所分散的に形成できる相互作用方程式の導入が、次に目指すべき点の一つである。

また、局所観測のみで機能的な秩序形成を行う手法として、本研究では相互作用、情報、秩序、機能を切り離す基本的な考え方と、ネットワークの時空間構造の推定が可能な相互作用の形式と、秩序形成を示した。複数のタスクを同一の相互作用から取り出すことができたが、他の情報とどのように連携させるかは重大な課題である。例えば、4章ではリーダーは目的地点の方向を知っていたことを活用して秩序を形成した。また第6章では目標地点の位置を全移動体が知っているとして入力を設計した。これらの条件は、妥当であるケースもあれば妥当でないケースもある。また、それらの情報が獲得できるならば、そもそもより高度な通信や観測が可能なのではないかとも考えられる。実際、本研究で提案した相互作用だけで全ての機能実現が可能なのではない。ただし、本研究で獲得できた群れの時空間的状态は、様々な機能を実現する上で共通で必要になるものである。そういった意味では、本研究による相互作用を補助的に利用することで、タスクを追加していく際に行動の追加が簡易になるといえる。タスクに一対一対応する通信や行動を全て記述するのではなく、群れの時空間状態と相補的に追加の通信を利用する形の工学的実装が可能なのではないか。様々なタスクで共通して使える情報推定手法を構築したことによって、環境に適応して自律的に行動できる自律分散的移動体群の実現に貢献できた。

付録

付録 A. 放物型相互作用における時間発展の計算

ここでは、5章で議論した放物型相互作用 (5.35) から時間発展 (3.18) を得る計算過程を確認する。

まず固有角速度差付きの放物型相互作用 (5.35) を再掲する。

$$\dot{\phi}_i(t) = \omega_i + \kappa \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\phi_j(t) - \phi_i(t)). \quad (8.1)$$

ここで κ は結合強度、 ω_i が移動体毎の固有角速度を表す。固有角速度は互いに異なってもよいとする。この場合、角速度差が零になって位相同期が起こり、位相勾配が生じることが期待される。

グラフラプラシアン行列 L を用いて記述すると

$$\dot{\phi}(t) = \omega - \kappa L \phi(t) \quad (8.2)$$

となる。ここで $\phi(t) = (\phi_1(t), \dots, \phi_n(t))^T$, $\omega = (\omega_1, \dots, \omega_n)^T$ とした。直交行列 P と対角行列 Σ によって $L = P \Sigma P^T$ と分解できる時に、両辺に左から P^T を乗じて各行成分を取り出すと

$$\mathbf{p}_\mu^T \dot{\phi}(t) = \mathbf{p}_\mu^T \omega - \kappa \sigma_\mu \mathbf{p}_\mu^T \phi(t) \quad (8.3)$$

の n 本の独立な方程式を得る。ここで \mathbf{p}_μ は P の列ベクトル $P = (\mathbf{p}_0 \cdots \mathbf{p}_{n-1})$ であり、 σ_μ は Σ の対角要素である。 \mathbf{p}_μ は L の固有値 σ_μ に対応する固有ベクトルでもある。

グラフラプラシアン行列 L が連結であるとき、 $\sigma_0 = 0, \forall \mu > 0, \sigma_\mu > 0$ かつ $\mathbf{p}_0 = \frac{1}{\sqrt{n}}(1, \dots, 1)^T = \frac{1}{\sqrt{n}}\mathbf{1}_n$ であることに注意する。ここで各方程式において次の変換を考える。

$$\hat{\phi}_\mu(t) = \begin{cases} \mathbf{p}_\mu^T \phi(t) & \mu = 0 \\ \mathbf{p}_\mu^T \phi(t) - \frac{\mathbf{p}_\mu^T \omega}{\kappa \sigma_\mu} & \mu > 0 \end{cases} \quad (8.4)$$

すると (8.3) は次の n 本の独立した方程式となる。

$$\dot{\hat{\phi}}_\mu(t) = \begin{cases} \mathbf{p}_\mu^T \omega & \mu = 0 \\ -\kappa \sigma_\mu \hat{\phi}_\mu(t) & \mu > 0 \end{cases} \quad (8.5)$$

これを $\mu = 0$ とそれ以外の場合に分けてとく。まずは $\mu = 0$ のとき

$$\hat{\phi}_0(t) = \mathbf{p}_0^T \omega t + \hat{\phi}_0(0) \quad (8.6)$$

となる。次に $\mu > 0$ のとき

$$\hat{\phi}_\mu(t) = \hat{\phi}_\mu(0)e^{-\kappa\sigma_\mu t} \quad (8.7)$$

座標を元に戻す。ベクトル \mathbf{p}_μ の第 i 行成分を $p_{\mu,i}$ と書くことにして

$$\phi_i(t) = p_{0,i}\hat{\phi}_0(t) + \sum_{\mu \in \{1, \dots, n-1\}} p_{\mu,i} \left(\hat{\phi}_\mu(t) + \frac{\mathbf{p}_\mu^\top \boldsymbol{\omega}}{\kappa\sigma_\mu} \right) \quad (8.8)$$

より

$$\phi_i(t) = p_{0,i}(\mathbf{p}_0^\top \boldsymbol{\omega} t + \hat{\phi}_0(0)) + \sum_{\mu \in \{1, \dots, n-1\}} p_{\mu,i} \left(\hat{\phi}_\mu(0)e^{-\kappa\sigma_\mu t} + \frac{\mathbf{p}_\mu^\top \boldsymbol{\omega}}{\kappa\sigma_\mu} \right) \quad (8.9)$$

を得る。右辺第一項について、 $\hat{\phi}_0(0) = \mathbf{p}_0^\top \boldsymbol{\phi}(0)$ であったことと、 $p_{0,i}\mathbf{p}_0^\top = \frac{1}{n}\mathbf{1}_n^\top$ であることから、

$$\phi_i(t) = \frac{1}{n} \sum_{j \in \{1, \dots, n\}} (\omega_j t + \phi_j(0)) + \sum_{\mu \in \{1, \dots, n-1\}} p_{\mu,i} \left(\left(\mathbf{p}_\mu^\top \boldsymbol{\phi}(0) - \frac{\mathbf{p}_\mu^\top \boldsymbol{\omega}}{\kappa\sigma_\mu} \right) e^{-\kappa\sigma_\mu t} + \frac{\mathbf{p}_\mu^\top \boldsymbol{\omega}}{\kappa\sigma_\mu} \right) \quad (8.10)$$

となり、式 (3.18) を得た。右辺第一項が 0 次モードすなわち平均固有角速度と平均初期位相によって発展する項であり、右辺第二項が高次モードの影響をあらわす。

十分に時間が経ったとき、角速度は

$$\dot{\phi}_i(t) \rightarrow \frac{1}{n} \sum_{j \in \{1, \dots, n\}} \omega_j \quad (8.11)$$

となって、平均値に収束することがわかる。角速度が互いに等しいので、同期が生じるといえる。次に位相差であるが、

$$\phi_j(t) - \phi_i(t) \rightarrow \sum_{\mu \in \{1, \dots, n-1\}} (p_{\mu,j} - p_{\mu,i}) \left(\frac{\mathbf{p}_\mu^\top \boldsymbol{\omega}}{\kappa\sigma_\mu} \right) \quad (8.12)$$

となって位相差が固有角速度を集めたベクトル $\boldsymbol{\omega}$ に依存して決まり、この部分が位相勾配を形成していると考えられる。収束速度は $\kappa\sigma_\mu$ で決まる。

付録 B. ソフトタッチ法

ここでは、第 7 章にて述べたエッジの追加によるエネルギー注入を抑制する手法の詳細を述べる。

エッジが追加されると、追加された時刻の位相差の 2 乗に比例してエネルギーが増加することが式 (7.17) からわかる。そこで、エッジが追加された時刻の位相差を保持しておき、位相差から引くことでエネルギーの増加を防ぐ。今、移動体 i, j 間のエッジが最後に追加された時刻 t_{ij}^{add} における位相差 $\phi_{ij}^{\text{add}} := \phi_j(t_{ij}^{\text{add}}) - \phi_i(t_{ij}^{\text{add}})$ を置く。これを用いて双曲型相互作用を次のように修正する。

$$\ddot{\phi}_i(t) = \kappa \sum_{j \in \mathcal{N}_i(t)} (\phi_j(t) - \phi_i(t) - \phi_{ij}^{\text{add}}) \quad (8.13)$$

この修正により，エッジが追加された時刻におけるエネルギー変化量は

$$\Delta E = +\frac{1}{2} (\phi_i(t_{ij}^{\text{add}}) - \phi_j(t_{ij}^{\text{add}}) - \phi_{ij}^{\text{add}})^2 = 0 \quad (8.14)$$

となってエネルギーは保たれる．この修正は，エッジが追加された瞬間の位相差をあたかもばねの自然長のようにみなすことで，瞬時的なエネルギー増加を抑制している．

ソフトタッチ法の効果をシミュレーションで確認した． $i = 1, 2, 3$ のロボット 3 台からなる群れを考える．初期時刻 $t = 0$ において $i = 1$ と 2, 2 と 3 の間にエッジが存在するとする．ここで $t = 1000$ に $i = 1$ と 3 の間にエッジを追加， $t = 2000$ でこのエッジを削除する操作を行った．ソフトタッチ導入前後のエネルギー変化を図 8.1, 8.2 に示す．

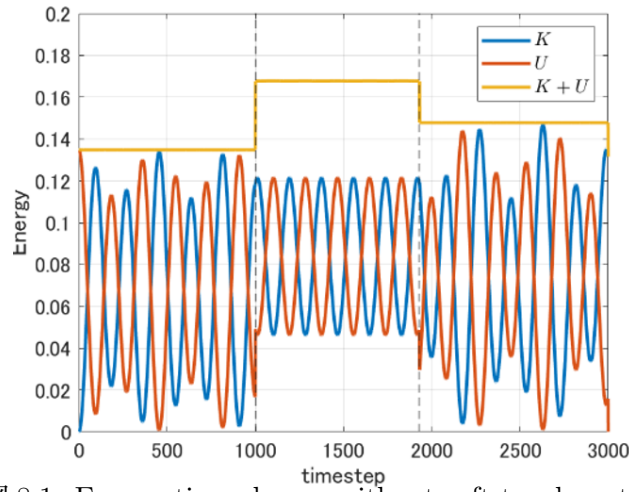


図 8.1: Energy time change without soft-touch method

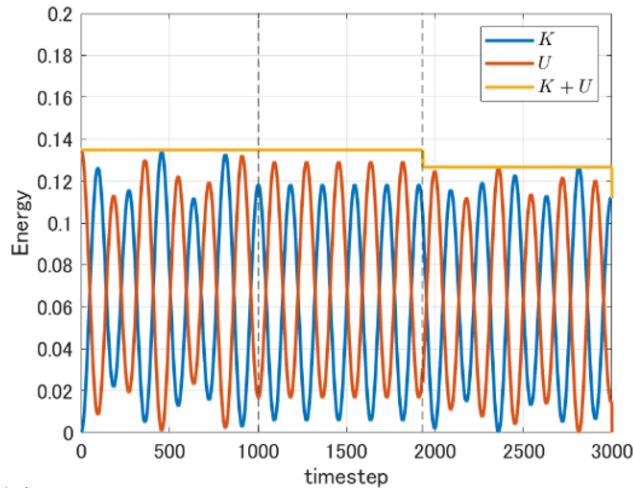


図 8.2: Energy time change with soft-touch method

ソフトタッチ法を導入していない図 8.1 では，エッジ追加時刻の $t = 1000$ においてオレンジ色で表される $K + U$ すなわち全エネルギーの値が増加していることがわかる．エッジが切断される

$t = 2000$ で減少するが、その値は $t = 1000$ 以前とは異なり、結果として $t = 0$ と $t = 3000$ を比較すると全エネルギーは増加している。一方、ソフトタッチ法を導入した図 8.1 では、 $t = 1000$ のエッジ追加前後で全エネルギーが変化していないことがわかる。結果として $t = 0$ と $t = 3000$ を比較すると全エネルギーは減少している。したがってシミュレーションにて、ソフトタッチ法の導入によりグラフ変化に伴うエネルギーの増大を防ぐことができたといえる。

付録 C. 相互作用の形と偏微分方程式における境界条件の関係について

5 章では、双曲型相互作用の式 (5.2) から得られるグラフラプラシアン行列 L の固有値や固有ベクトルと群の空間的な特徴を結びつけるために、連続の波動方程式 (5.20) との対応関係を議論した。式 (5.2) の結果得られる定常波は連続空間における自由端反射に相当する。自由端反射は偏微分方程式ではノイマン型の境界条件を導入した場合に起こる。ただし、双曲型相互作用から時間発展を求める際には境界条件は必要なく、初期条件 $\phi(0), \dot{\phi}(0)$ があれば十分であった。本章ではこの差異について考えたのち、ノイマン型と並んで代表的な境界条件であるディレクレ条件に相当する相互作用方式を求める。最後に対応する境界条件を変えることにより、工学的にどのような利点がありうるか考える。

境界条件から見た連続の方程式と相互作用の違い

偏微分方程式と違い、相互作用では境界条件を定めなくても時間発展を記述できてしまう。これをまず確認するために、一次元直線 $x \in [0, l]$ 上の量 $\psi(t, x)$ について弦の振動に対応する双曲型の偏微分方程式 (8.15) を考える。

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \psi(t, x) = c^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi(t, x) \quad (8.15)$$

c は定数である。この偏微分方程式を変数分離法で解く場合、時間の関数 $T(t)$ と空間の関数 $X(x)$ を用いて $\psi(t, x) = T(t)X(x)$ と書けることを仮定し、両辺を $c^2 T(t)X(x)$ で除することで

$$T''(t) = -\lambda^2 c^2 T(t) \quad (8.16)$$

$$X''(x) = -\lambda^2 X(x) \quad (8.17)$$

の二式を得る。それぞれが 2 階の微分方程式であるから、積分に際し合わせて 4 つの定数が現れる。この定数を定めるために、 $\psi(0, x)$ および $\frac{\partial}{\partial t} \psi(0, x)$ に対する初期条件、及び境界条件が必要と

なる。代表的な境界条件として、ディレクレ境界条件とノイマン境界条件がある [65].

$$\text{ディレクレ境界条件: } \begin{cases} \psi(t, 0) = 0 \\ \psi(t, l) = 0 \end{cases} \quad (8.18)$$

$$\text{ノイマン境界条件: } \begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} \psi(t, 0) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial x} \psi(t, l) = 0 \end{cases} \quad (8.19)$$

管の振動と対応させるならば、ディレクレ境界条件が閉端、ノイマン境界条件が開放端と考えることができる。

次に、双曲型の相互作用 (5.2) の $\ddot{\phi}_i(t)$ に関する部分を再掲する。

$$\ddot{\phi}_i(t) = \kappa \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\phi_j(t) - \phi_i(t)) \quad (8.20)$$

状態をベクトルに並べると、グラフラプラシアン行列 L を用いて次のように書き替えられる。

$$\ddot{\phi}(t) = -\kappa L \phi(t) \quad (8.21)$$

対角化 $L = P \Sigma P^T$ の直交行列 P を用いて座標変換することで具体的な $\phi_i(t)$ の発展を計算できる。定常波に相当する部分を抜き出すと次式である。

$$\phi_i(t) = \sum_{\mu \in \{1, \dots, n-1\}} p_{\mu, i} A_{\mu} \sin(\sqrt{\kappa \sigma_{\mu}} t + \alpha_{\mu}) \quad (8.22)$$

定数は A_{μ} と α_{μ} だけであり、これは初期条件のみで決まる。偏微分方程式の位置 x に対応するのは移動体の添え字 i であるが、これによって決まる項は $p_{\mu, i}$ だけであり、これは L によってのみ決まることから境界条件を考慮する余地はない。このことから、相互作用方程式の形には境界条件が含まれていることが示唆される。

直線状に並んだ 12 台の群について $p_{\mu, i}$ の形をプロットすると図 8.3 のようになる。このことから、従来のグラフラプラシアン行列 L とそれに対応する相互作用は、ノイマン境界条件に相当する。

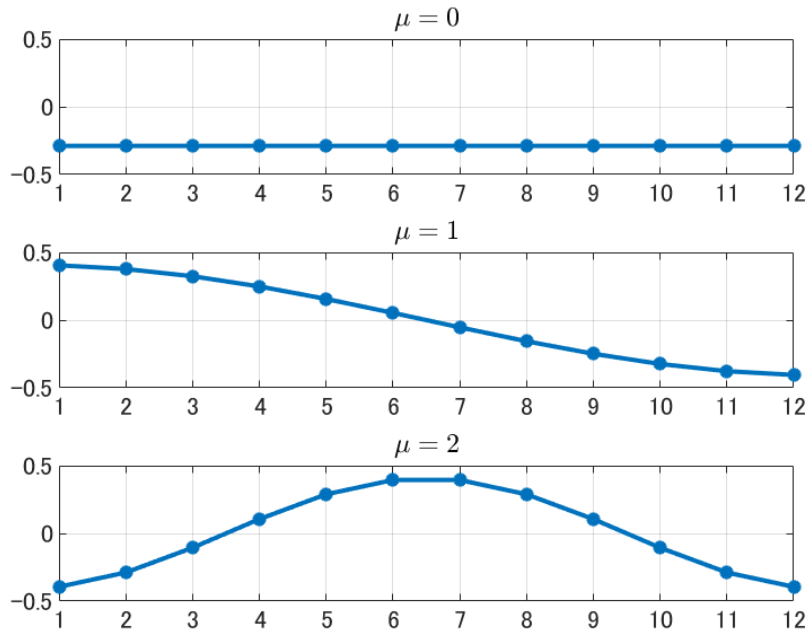


図 8.3: 従来の L の固有ベクトル $p_{\mu,i}$. 縦軸は $p_{\mu,i}$ の値を, 横軸は移動体の番号 i を表す.

そもそも L においては $\mu \neq 0$ のモードは p_0 すなわち 1_n と直交する必要があるが, 両端 0 で中央で腹となる固定端の基本モードはこれを満たさない. 従って相互作用の形そのものを見直さなければならない.

ディレクレ条件に相当する相互作用

浦川は [65] にて, 有限要素法を用いて波動方程式を離散的に計算する際に, 剛性行列や質量行列の取り方によって, 対応する境界条件が変化することを説明した. [65] の記述を簡潔にまとめる. 有限要素解析を行う対象の開領域を Ω と置く. Ω の境界を $\partial\Omega$ と書き, $\bar{\Omega} = \Omega \cup \partial\Omega$ と置く. 行列表現の固有値と, 対応する偏微分方程式の固有値には次の関係がある.

- Ω 内のグリッド点を取り出した行列表現の固有値はディレクレ境界条件問題の固有値と対応
- $\bar{\Omega}$ 内のグリッド点を取り出した行列表現の固有値はノイマン境界条件問題の固有値と対応

ここから着想を得て, L から端の移動体に相当する部分を取り除いた $\mathbb{R}^{n-2 \times n-2}$ の行列 L_0 を考える. 例えば移動体 5 台を直線状に並べたときには次のように計算できる.

$$L = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad L_0 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad (8.23)$$

L_0 の行和, 列和はともに非零であり L とは性質が異なる. [65] では L_0 が正定値行列となることを証明している. この行列 L_0 について 12 台の移動体を並べたときの固有ベクトルの値を図 8.4 に示す. 境界の移動体 $i = 1, 12$ の移動体については 0 としてプロットした.

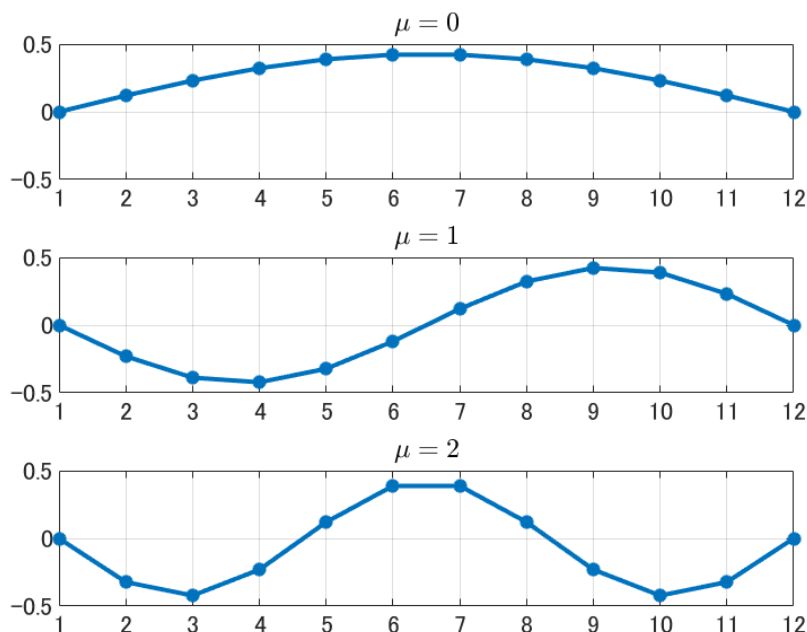


図 8.4: L_0 の固有ベクトルの値. 横軸は移動体の番号 i を表す. $i = 0$ および $i = 12$ における値は 0 とした.

$\mu = 0$ における固有モードが固定端の基本振動モードに対応していることがわかる. L と違い, 平均値に対応するモードは現れない (逆に言えば, このラプラシアン行列では平均合意はできない).

このラプラシアン行列 L_0 に相当する相互作用を記述するにはどうすればよいか考える. まず境界に位置する移動体は自身が境界であることを認識できるとする. 移動体 j が境界に位置することを, j と隣接する移動体は認識できるものとする. 隣接境界集合 $\mathcal{N}_i^e = \{j \mid j \in \mathcal{N}_i \cap \partial\Omega\}$ を定義する. これを用いてディレクレ境界条件に相当する相互作用方程式は

$$\begin{cases} \ddot{\phi}_i(t) = \kappa \sum_{j \in \mathcal{N}_i \setminus \mathcal{N}_i^e} (\phi_j(t) - \phi_i(t)) + \kappa \sum_{j \in \mathcal{N}_i^e} (-\phi_i(t)) & (i \notin \partial\Omega) \\ \ddot{\phi}_i(t) = 0 & (i \in \partial\Omega) \end{cases} \quad (8.24)$$

と書けばよい. このようにすれば, $i \notin \partial\Omega$ の移動体の位相を集めたベクトルについては L_0 を使って発展を記述できる.

ディレクレ型相互作用の応用性

ディレクレ境界条件に従う相互作用が設計できることがわかった。では、 L でなく L_0 を使う工学上のメリットはあるだろうか。まず大域状態推定については L に従う場合と伝播できる状態は本質的には変わらない。対応する境界条件を変えても、固有値や固有ベクトルにはネットワーク構造の情報が含まれている。ディレクレ条件に対応させることで、双曲型におけるリーダフォロワ制御を実現できる可能性がある。例えばリーダが固定端としてふるまい、フォロワ移動体が第一固有モードの大きさを観測すれば、リーダの方向や距離を推定できると考えられる。このように、ディレクレ型では境界と内部が明確に区別されることで、群れ内部に分化のような機能を与えられるといえる。

付録 D. 放物型相互作用の振動子を用いた実装と解析

第 7 章では双曲型相互作用を、周期的な離散観測を持つ振動子を用いて実装する手法を紹介した。4 章で用いた放物型の相互作用 (式 (3.9)) も離散観測を持つ振動子を使って実装できる。この章では、実数上で連続観測を行う放物型相互作用と、円周上の位相変数で周期観測を行った実装の両者で、位相差に関する条件の下で収束先が一致することを確認する。

実数上で連続な観測を行った場合

実数 $\phi_i \in \mathbb{R}$ 上の連続観測に基づく放物型相互作用 式 (3.9) を再掲する。

$$\dot{\phi}_i(t) = \omega_i + \kappa \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\phi_j(t) - \phi_i(t)) \quad (8.25)$$

この相互作用で $\phi_j(t) - \phi_i(t)$ が収束することや、収束先については付録 A にてグラフラプラシアン行列を用いて確認している。付録 A の式 (8.11) で全ての i について $\dot{\phi}_i$ が ω_i の平均値に収束することを見た。この収束値を ω_c と置く。つまり $\forall i, \phi_i(t) \rightarrow \omega_c$ である。ここで $\psi_i(t) = \phi_i(t) - \omega_c t \in \mathbb{R}$ なる変換を考える。この変換を使うと式 (8.26) を得る。

$$\dot{\psi}_i(t) = \omega_i - \omega_c + \kappa \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\psi_j(t) - \psi_i(t)) \quad (8.26)$$

収束状態では $\dot{\psi}_i(t) \rightarrow 0$ となるから、 $\psi_i(t)$ は定数 ψ_i に収束する。従って十分時間が経過すると式 (8.27) を得る。

$$\omega_c = \omega_i + \kappa \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\psi_j - \psi_i) \quad (8.27)$$

これを台数分連立することで $\psi_j - \psi_i$ や ω_c を求めることができる。

位相変数上で周期的な観測を行った場合

7章で導入した振動子を使った実装を、放物型相互作用に適用すると式(8.28)の形となる。

$$\dot{\phi}_i(t) = \omega_i + \kappa \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \int_{t-T}^t \delta(M(\phi_j(\tau)) - c) \{M(\phi_j(\tau)) - M(\phi_i(\tau))\} d\tau \quad (8.28)$$

$$M(\phi) = \{\phi + \pi \bmod 2\pi\} - \pi \quad (8.29)$$

$$\delta(x) = \begin{cases} \infty & x = 0 \\ 0 & x \neq 0 \end{cases} \quad (8.30)$$

ここで $M(\phi) : \mathbb{R} \rightarrow [-\pi, \pi)$ は周期性を生むための剰余を表す関数である。 $\varphi_i(t) = M(\phi_i(t))$ と置けば、 $\varphi_i(t)$ は円周上を動く位相変数である。 c は観測をいつ行うかを決める定数で、 $M(\phi_j(\tau)) = c$ の時刻で位相差が観測される。

以下では、周期観測の幅 T が適切に設定されており、 $M(\phi_j(t_j)) = c$ となる t_j が $t_j \in [t-T, t]$ の区間にただ一つ必ず存在することを仮定する。この仮定の下では、シグマ記号の中の時間積分は

$$\int_{t-T}^t \delta(M(\phi_j(\tau)) - c) \{M(\phi_j(\tau)) - M(\phi_i(\tau))\} d\tau = c - M(\phi_i(t_j)) \quad (8.31)$$

となる。これを代入すると式(8.28)は以下で書ける。

$$\dot{\phi}_i(t) = \omega_i + \kappa \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \{c - M(\phi_i(t_j))\} d\tau, \quad t_j \in [t-T, t] \text{ は } M(\phi_j(t_j)) = c \text{ を満たす} \quad (8.32)$$

$M(\phi_j(t_j)) = c$ を満たす t_j は一般に、整数 n を用いて

$$\{\phi_j(t_j) + \pi \bmod 2\pi\} - \pi = c \quad (8.33)$$

$$\phi_j(t_j) + \pi = 2n\pi + \pi + c \quad (8.34)$$

$$\phi_j(t_j) = 2n\pi + c \quad (8.35)$$

の形で書ける。

ここで式(8.25)に対する変換と同じように、変換 $\phi_j(t) = \psi_j(t) + \omega_c t$ を導入する。この変換を式(8.35)に代入すると

$$\psi_j(t_j) + \omega_c t_j = 2n\pi + c \quad (8.36)$$

$$t_j = \frac{2n\pi + c - \psi_j(t_j)}{\omega_c} \quad (8.37)$$

これは $M(\phi_j(t_j)) = 0$ となるための ψ_j と t_j の条件であるとみなせる。これを使って、 t_j における $M(\phi_i(t_j))$ の値を計算する。ここでも $\phi_i(t) = \omega_c t + \psi_i(t)$ と変換されたことに注意する。

$$M(\phi_i(t_j)) = M(\psi_i(t_j) + \omega_c t_j) \quad (8.38)$$

$$= M\left(\psi_i(t_j) + \omega_c \frac{2n\pi + c - \psi_j(t_j)}{\omega_c}\right) \quad (8.39)$$

$$= M(-(\psi_j(t_j) - \psi_i(t_j)) + c) \quad (8.40)$$

M の中身を考えてみると

$$M(-(\psi_j(t_j) - \psi_i(t_j)) + c) = \{-(\psi_j(t_j) - \psi_i(t_j)) + c + \pi \bmod 2\pi\} - \pi \quad (8.41)$$

であるから, i, j について

$$-\pi < -(\psi_j(t_j) - \psi_i(t_j)) + c < \pi \quad (8.42)$$

が成り立つとき, 式 (8.32) は

$$\dot{\psi}_i(t) = \omega_i - \omega_c + \kappa \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \{\psi_j(t_j) - \psi_i(t_j)\}, \quad t_j \in [t - T, t] \text{ は } M(\phi_j(t_j)) = c \text{ を満たす} \quad (8.43)$$

と剰余の計算を外すことができる. $\psi_j(t_j) - \psi_i(t_j)$ の範囲や観測タイミングが制限されてはいるが線形方程式の形を得ることができた.

全ての i について $\dot{\phi}_i(t) \rightarrow \omega_c$ に収束することを仮定する. 十分時間が経てば $\psi_i(t), \psi_j(t)$ は一定の値 ψ_i, ψ_j を取る. このとき,

$$0 = \omega_i - \omega_c + \kappa \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\psi_j - \psi_i) \quad (8.44)$$

となる. この結果は式 (8.25) の収束状態における形 (8.27) と同一である. 従って収束先の位相差 $\psi_j - \psi_i$ や ω_c が式 (8.25) と式 (8.28) で一致することがわかる.

式 (8.25) と式 (8.28) を対応させるのに必要な条件 (8.42) について考える. 全ての i, j について成立しなければならないので, i, j を入れ替えても成り立つ必要がある. すると ψ_i, ψ_j に対する条件は

$$-\pi < -(\psi_j - \psi_i) + c < \pi \quad \text{かつ} \quad -\pi < -(\psi_i - \psi_j) + c < \pi \quad (8.45)$$

である. 変形して

$$-\pi + c < \psi_j - \psi_i < \pi + c \quad \text{かつ} \quad -\pi - c < \psi_j - \psi_i < \pi - c \quad (8.46)$$

であり, 共通部分を取ると

$$\begin{cases} -\pi + c < \psi_j - \psi_i < \pi - c & c \geq 0 \text{ のとき} \\ -\pi - c < \psi_j - \psi_i < \pi + c & c < 0 \text{ のとき} \end{cases} \quad (8.47)$$

となる. 従って, $\psi_j - \psi_i$ が取ってよい値の範囲は $c = 0$ のときに最大になる. c は $M(\psi_j)$ がいくつの時に観測を行うかを定める値であったから, $c = 0$ すなわち $\varphi_j(t) = M(\phi_j(t)) = 0$ で観測を行うと許容できる位相差を最大にできる.

以上をまとめると, $\varphi_j(t) = M(\phi_j(\tau)) = 0$ のみで観測を行い, この観測が時間 $[t - T, t]$ 内で一度だけ起こるとき, かつ $|\psi_j - \psi_i| < \pi$ が成立するとき, 式 (8.25) の収束結果と式 (8.28) の収束結果が一致することがわかった.

参考文献

- [1] B. M. D. M. Brambilla Manuele, Ferrante Eliseo, “Swarm robotics: a review from the swarm engineering perspective,” *Swarm Intelligence*, vol. 7, pp. 1–41, 2013.
- [2] L. Bayındır, “A review of swarm robotics tasks,” *Neurocomputing*, vol. 172, pp. 292–321, 2016.
- [3] C. W. Reynolds, “Flocks, herds and schools: A distributed behavioral model,” *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, vol. 21, no. 4, p. 25–34, Aug. 1987.
- [4] D. Kurabayashi, T. Choh, J. Cheng, and T. Funato, “Adaptive formation transition among a mobile robot group based on phase gradient,” *2008 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics*, pp. 2001–2006, 2009.
- [5] K. Horayama, D. Kurabayashi, S. Ahmad, A. Hashimoto, T. Moriyama, and T. Choh, “Guidance of robot swarm by phase gradient in 3d space,” in *Intelligent Robotics and Applications*, N. Kubota, K. Kiguchi, H. Liu, and T. Obo, Eds. Cham: Springer International Publishing, 2016, pp. 444–451.
- [6] 橋本 純香, 倉林 大輔, 森山 拓郎, 張 辰樹, “匿名自律移動体群制御のための局所相互作用による非対称大域的秩序形成”, 日本機械学会論文集C編, vol. 79, no. 799, pp. 593–603, 2013.
- [7] 山下 駿野, 倉林 大輔, 服部 佑哉, “振動子の相互作用を用いた匿名移動体群の自律的群分割・統合”, 日本機械学会論文集, vol. 84, no. 857, pp. 17–00 338–17–00 338, 2018.
- [8] 東 俊一 永原 正章 石井 秀明 林 直樹 桜間 一徳 畑中 健志, マルチエージェントシステムの制御 コロナ社, 2005.
- [9] J. Kennedy and R. Eberhart, “Particle swarm optimization,” in *Proceedings of ICNN’95 - International Conference on Neural Networks*, vol. 4, Nov. 1995, pp. 1942–1948 vol.4.
- [10] Y. Shi and R. Eberhart, “A modified particle swarm optimizer,” in *1998 IEEE International Conference on Evolutionary Computation Proceedings. IEEE World Congress on Computational Intelligence (Cat. No.98TH8360)*, 1998, pp. 69–73.
- [11] Q. Yuan and G. Yin, “Analyzing convergence and rates of convergence of particle swarm optimization algorithms using stochastic approximation methods,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 60, no. 7, pp. 1760–1773, 2015.

- [12] A. Takamatsu, T. Gomi, T. Endo, T. Hirai, and T. Sasaki, “Energy-saving with low dimensional network in physarum plasmodium,” *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 50, no. 15, p. 154003, Mar. 2017.
- [13] D. Tanaka, “Swarm oscillators -normal form of motile particles with internal dynamics,” *Progress of Theoretical Physics Supplement*, no. 178, pp. 169–174, 2009, symposium on the 50th Anniversary of the Alder Transition, Kanazawa, JAPAN, NOV 28-30, 2007.
- [14] K. P. O’Keeffe, H. Hong, and S. H. Strogatz, “Oscillators that sync and swarm,” *Nature Communications*, vol. 8, Nov 15 2017.
- [15] A. O. Kasumyan and D. S. Pavlov, “Internal structure of a fish school,” *Journal of Ichthyology*, vol. 63, no. 7, SI, pp. 1251–1263, Dec. 2023.
- [16] S. Ito and N. Uchida, “Vortex phase matching of a self-propelled model of fish with autonomous fin motion,” *Physics of Fluids*, vol. 35, no. 11, Nov. 2023.
- [17] 新地 辰朗, 西村 治彦, 北添 徹郎, “魚行動モデルによる群行動パターンのフラクタル性評価”, *情報処理学会論文誌*, vol. 42, no. 6, pp. 1592–1600, 06 2001.
- [18] K. M. Passino, T. D. Seeley, and P. K. Visscher, “Swarm cognition in honey bees,” *Behavioral Ecology and Sociobiology*, vol. 62, no. 3, pp. 401–414, Jan. 2008.
- [19] O. Peleg, J. M. Peters, M. K. Salcedo, and L. Mahadevan, “Collective mechanical adaptation of honeybee swarms,” *Nature Physics*, vol. 14, no. 12, pp. 1193–1198, Dec. 2018.
- [20] 青沼 仁志, “昆虫の行動決定にかかわる神経機構”, *日本ロボット学会誌*, vol. 23, no. 1, pp. 6–10, 2005.
- [21] Y. Hayashi and K. Sugawara, “Simultaneous coupling of phototaxis and electrotaxis in volvox algae,” *Physical Review E*, vol. 89, no. 4, Apr 24 2014.
- [22] H. de Maleprade, F. Moisy, T. Ishikawa, and R. E. Goldstein, “Motility and phototaxis of gonium, the simplest differentiated colonial alga,” *Physical Review E*, vol. 101, no. 2, Feb 24 2020.
- [23] 田中 玲子, 高松 敦子, “粘菌のみせる数理的世界”, *バイオメカニズム学会誌*, vol. 28, no. 1, pp. 22–26, 2004.
- [24] A. Adamatzky, “Slime mold solves maze in one pass, assisted by gradient of chemo-attractants,” *IEEE Transactions on Nanobioscience*, vol. 11, no. 2, pp. 131–134, June 2012.
- [25] M. Schranz, M. Umlauft, M. Sende, and W. Elmenreich, “Swarm robotic behaviors and current applications,” *Frontiers in Robotics and AI*, vol. 7, Apr 2 2020.
- [26] B. T. Champion and M. A. Joordens, “Underwater swarm robotics review,” in *2015 10TH System of Systems Engineering Conference (SOSE)*, 2015, pp. 111–116, 10th System of Systems Engineering Conference (SoSE), San Antonio, TX, May 17-20, 2015.
- [27] C. W. Reynolds, “Flocks, herds and schools: A distributed behavioral model,” in *Proceedings of the 14th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*,

- ser. SIGGRAPH '87. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 1987, p. 25–34.
- [28] L. C. A. Pimenta, G. A. S. Pereira, N. Michael, R. C. Mesquita, M. M. Bosque, L. Chaimowicz, and V. Kumar, “Swarm coordination based on smoothed particle hydrodynamics technique,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 29, no. 2, pp. 383–399, 2013.
- [29] N. Shimoyama, K. Sugawara, T. Mizuguchi, Y. Hayakawa, and M. Sano, “Collective motion in a system of motile elements,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 76, pp. 3870–3873, May 1996.
- [30] K. Sugawara and K. Hata, “Interactive flocking simulator based on deterministic kinetic model,” in *2009 ICCAS-SICE*, 2009, pp. 4776–4780.
- [31] A. D. Ames, J. W. Grizzle, and P. Tabuada, “Control barrier function based quadratic programs with application to adaptive cruise control,” in *53rd IEEE Conference on Decision and Control*, 2014, pp. 6271–6278.
- [32] U. Borrmann, L. Wang, A. D. Ames, and M. Egerstedt, “Control barrier certificates for safe swarm behavior,” *IFAC-PapersOnLine*, vol. 48, no. 27, pp. 68–73, 2015, analysis and Design of Hybrid Systems ADHS.
- [33] A. D. Ames, X. Xu, J. W. Grizzle, and P. Tabuada, “Control barrier function based quadratic programs for safety critical systems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 62, no. 8, pp. 3861–3876, 2017.
- [34] A. D. Ames, S. Coogan, M. Egerstedt, G. Notomista, K. Sreenath, and P. Tabuada, “Control barrier functions: Theory and applications,” in *2019 18th European Control Conference (ECC)*, 2019, pp. 3420–3431.
- [35] M. Endo, T. Ibuki, and M. Sampei, “Collision-free formation control for quadrotor networks based on distributed quadratic programs,” in *2019 American Control Conference (ACC)*, 2019, pp. 3335–3340.
- [36] T. Ibuki, S. Wilson, J. Yamauchi, M. Fujita, and M. Egerstedt, “Optimization-based distributed flocking control for multiple rigid bodies,” *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 5, no. 2, pp. 1891–1898, 2020.
- [37] A. Li, L. Wang, P. Pierpaoli, and M. Egerstedt, “Formally correct composition of coordinated behaviors using control barrier certificates,” in *2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, ser. IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2018, pp. 3723–3729, 25th IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), Madrid, SPAIN, OCT 01-05, 2018.
- [38] ジェラルド ベニ, “自律分散ロボットシステムと群知能”, *日本ロボット学会誌*, vol. 10, no. 4, pp. 457–463, 1992.
- [39] J. S. Grover, C. Liu, and K. Sycara, “Deadlock analysis and resolution for multi-robot

- systems,” in *Algorithmic Foundations of Robotics XIV*, S. M. LaValle, M. Lin, T. Ojala, D. Shell, and J. Yu, Eds. Cham: Springer International Publishing, 2021, pp. 294–312.
- [40] 前田 陽一郎, 松浦 孝康, 水本 雅晴, “変形ロジスティック写像による間欠性カオスを用いたマルチエージェントロボットのデッドロック回避手法”, 計測自動制御学会論文集, vol. 42, no. 8, pp. 926–933, 2006.
- [41] M. Jäger and B. Nebel, “Decentralized collision avoidance, deadlock detection, and deadlock resolution for multiple mobile robots,” in *IROS 2001: Proceedings of the 2001 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Vols 1-4: Expanding the Societal Role of Robotics in the Next Millennium*. IEEE Ind Electr Soc; IEEE Robot & Automat Soc; Robot Soc Japan; Soc Instrument & Control Engineers, 2001, pp. 1213–1219, IEEE Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2001), MAUI, HI, OCT 29-NOV 03, 2001.
- [42] D. Sakai, H. Fukushima, and F. Matsuno, “Leader–follower navigation in obstacle environments while preserving connectivity without data transmission,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 26, no. 4, pp. 1233–1248, 2018.
- [43] G. A. Patterson, P. I. Fierens, F. Sangiuliano Jimka, P. G. Konig, A. Garcimartin, I. Zuriguel, L. A. Pugnaroni, and D. R. Parisi, “Clogging transition of vibration-driven vehicles passing through constrictions,” *Physical Review Letters*, vol. 119, no. 24, Dec 13 2017.
- [44] M. Hoy, A. S. Matveev, and A. V. Savkin, “Algorithms for collision-free navigation of mobile robots in complex cluttered environments: a survey,” *Robotica*, vol. 33, no. 3, pp. 463–497, Mar. 2015.
- [45] M. S. Ansari, R. K. Annabattula, and S. Subbiah, “Gravity-driven powder flow and the influence of external vibration on flow characteristics,” *Particuology*, vol. 88, pp. 201–209, May 2024.
- [46] T. Masuda, K. Nishinari, and A. Schadschneider, “Critical bottleneck size for jamless particle flows in two dimensions,” *Physical Review Letters*, vol. 112, no. 13, Apr 4 2014.
- [47] M. Bando, K. Hasebe, A. Nakayama, A. Shibata, and Y. Sugiyama, “Dynamical model of traffic congestion and numerical simulation,” *Phys. Rev. E*, vol. 51, pp. 1035–1042, Feb. 1995.
- [48] R. Olfati-Saber, J. A. Fax, and R. M. Murray, “Consensus and cooperation in networked multi-agent systems,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 95, no. 1, pp. 215–233, 2007.
- [49] D. V. Dimarogonas and K. J. Kyriakopoulos, “On the rendezvous problem for multiple nonholonomic agents,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 52, no. 5, pp. 916–922, May 2007.
- [50] Y. Dong, Y. Su, Y. Liu, and S. Xu, “An internal model approach for multi-agent rendezvous and connectivity preservation with nonlinear dynamics,” *Automatica*, vol. 89, pp.

- 300–307, Mar. 2018.
- [51] H. Park and S. Hutchinson, “Robust rendezvous for multi-robot system with random node failures: an optimization approach,” *Autonomous Robots*, vol. 42, no. 8, SI, pp. 1807–1818, Dec. 2018, 13th International Symposium on Distributed Autonomous Robotic Systems (DARS), Nat Hist Mus, London, ENGLAND, NOV 06-09, 2016.
- [52] R. Cui, S. Sam Ge, B. Voon Ee How, and Y. Sang Choo, “Leader–follower formation control of underactuated autonomous underwater vehicles,” *Ocean Engineering*, vol. 37, no. 17, pp. 1491–1502, 2010.
- [53] K.-K. Oh, M.-C. Park, and H.-S. Ahn, “A survey of multi-agent formation control,” *Automatica*, vol. 53, pp. 424–440, Mar. 2015.
- [54] K. Elamvazhuthi and S. Berman, “Nonlinear generalizations of diffusion-based coverage by robotic swarms,” in *2018 IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, ser. IEEE Conference on Decision and Control, 2018, pp. 1341–1346, 57th IEEE Conference on Decision and Control (CDC), Miami Beach, FL, DEC 17-19, 2018.
- [55] Y. Zhou, L. Kong, S. Sosnowski, Q. Liu, and S. Hirche, “Distributed event- and self-triggered coverage control with speed constrained unicycle robots,” in *2021 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, ser. IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE; RSJ, 2021, pp. 1458–1465, IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), ELECTRONIC NETWORK, SEP 27-OCT 01, 2021.
- [56] T. Umedachi, K. Takeda, T. Nakagaki, R. Kobayashi, and A. Ishiguro, “Fully decentralized control of a soft-bodied robot inspired by true slime mold,” *Biological Cybernetics*, vol. 102, no. 3, pp. 261–269, Mar. 2010.
- [57] D. Owaki and A. Ishiguro, “A quadruped robot exhibiting spontaneous gait transitions from walking to trotting to galloping,” *Scientific Reports*, vol. 7, Mar 21 2017.
- [58] 会田雅樹, ネットワークダイナミクス入門 森北出版株式会社, 2020.
- [59] 浦川肇, ラプラス作用素とネットワーク 裳華房, 1996.
- [60] J. Dodziuk, “Difference equations, isoperimetric inequality and transience of certain random walks,” *Transactions of the American Mathematical Society*, vol. 284, no. 2, pp. 787–794, 1984.
- [61] H. Kori and A. S. Mikhailov, “Strong effects of network architecture in the entrainment of coupled oscillator systems,” *Physical Review E*, vol. 74, p. 066115, Dec. 2006.
- [62] 郡 宏, “ネットワーク科学最前線–世界のつながりを知る科学と思考 (3) 振動子ネットワークの引き込みと体内時計”, *数理科学*, vol. 44, no. 12, pp. 62–68, Dec. 2006.
- [63] Y. Origane, Y. Hattori, and D. Kurabayashi, “Frequency response of swarm deformation with control barrier function,” *Artificial Life and Robotics*, vol. 27, pp. 248–254, 2022.
- [64] D. K. Hammond, P. Vandergheynst, and R. Gribonval, “Wavelets on graphs via spectral

graph theory,” *Applied and Computational Harmonic Analysis*, vol. 30, no. 2, pp. 129–150, 2011.

[65] 浦川肇, ラプラシアンの幾何と有限要素法 朝倉書店, 2009.