

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	空気静圧スピンドルの熱解析と空気圧制御法の研究
Title(English)	Study on Thermal Analysis and Pneumatic Control Method of Aerostatic Spindle
著者(和文)	武石桐生
Author(English)	Hisami Takeisi
出典(和文)	学位:博士(工学), 学位授与機関:東京科学大学, 報告番号:甲第256号, 授与年月日:2025年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:肖鋒,青木 尊之,末包 哲也,大西 領,因幡 和晃,門永 雅史
Citation(English)	Degree:Doctor (Engineering), Conferring organization: Institute of Science Tokyo, Report number:甲第256号, Conferred date:2025/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

令和 6 年度 学位論文

空気静圧スピンドルの
熱解析と空気圧制御法の研究

Study on Thermal Analysis and Pneumatic Control Method of Aerostatic Spindle

主指導教員 肖 鋒 教授
副指導教員 大西 領 教授

東京科学大学 工学院 機械系 機械コース 博士課程

武石 桐生

目次

第 1 章	序論	1
1.1	背景	1
1.2	空気静圧スピンドル	4
1.2.1	構造	4
1.2.2	用途	6
1.2.3	空気静圧スピンドルの課題	7
1.2.3.1	空気静圧軸受で発生する剪断発熱	7
1.2.3.2	高速空気静圧スピンドルの位置精度悪化	9
1.3	研究目的	10
1.4	論文構成	11
第 2 章	解析手法	13
2.1	OpenFOAM	13
2.2	レイノルズ方程式	16
2.3	摂動法	19
第 3 章	空気静圧軸受のせん断発熱解析	23
3.1	研究緒言	23
3.2	3次元熱流体解析モデル	23
3.2.1	支配方程式	23
3.2.2	せん断発熱計算機能を実装したモデルの検証	25
3.2.2.1	空気静圧軸受の圧力分布計算	25
3.2.2.2	平行平板クエット流の温度分布計算	29
3.2.3	モデル形状と境界条件	30
3.3	1次元せん断発熱計算モデル	34
3.4	無次元数 H	36
3.5	計算結果と考察	38

	3.5.1	圧力・流速・温度	38
	3.5.2	熱流束分布とせん断発熱量	42
	3.5.3	無次元数 H によるせん断発熱量計算モデルの評価	46
3.6		結言	47
第 4 章		空気静圧スピンドルの位置制御	49
4.1		研究緒言	49
4.2		空気圧制御回路を用いた主軸位置制御の初期研究	49
	4.2.1	ジャイロ効果	49
	4.2.2	空気圧制御回路を考慮した空気静圧軸受の剛性・減衰係数の算出	51
	4.2.2.1	空気圧制御回路	51
	4.2.2.2	自成絞りによって発生する剛性・減衰係数	52
	4.2.2.3	空気圧制御回路によつて発生する剛性・減衰係数	58
	4.2.3	主軸の運動方程式	59
	4.2.4	主軸運動の数値計算	61
	4.2.4.1	計算条件	61
	4.2.4.2	計算結果	62
	4.2.4.3	空気圧制御回路の最適設定	66
	4.2.5	まとめ	68
4.3		圧縮性レイノルズ方程式と摂動法を用いた空気静圧スピンドルの数値解析	69
	4.3.1	考慮する物理現象	69
	4.3.1.1	くさび効果	69
	4.3.1.2	空気圧制御回路の応答遅れ	70
	4.3.2	主軸の運動方程式	72
	4.3.3	ジャーナル軸受の剛性・減衰係数	77
	4.3.4	スラスト軸受の剛性・減衰係数	84
	4.3.5	空気圧制御回路の伝達関数	87
	4.3.6	実験結果と数値解析結果の比較	89
	4.3.7	計算結果	89
	4.3.7.1	空気静圧軸受内の圧力分布	89
	4.3.7.2	空気静圧軸受内の圧力微分値分布	93
	4.3.7.3	空気静圧軸受の剛性・減衰係数	100
	4.3.7.4	主軸の位置精度	105
	4.3.8	まとめ	111
4.4		結言	111

第 5 章	結論	113
5.1	本論文の結論	113
5.2	今後の課題	114
	謝辞	115
参考文献		117

目次

1.1	Photo of lathe[7].	2
1.2	Photo of milling machine[8].	2
1.3	Cross section of aero static spindle.	4
1.4	Structure of journal bearing.	5
1.5	Structure of thrust bearing.	6
1.6	Machining examples of spindle. (a) : Sapphire, (b) : PZT.	7
1.7	Shear heating generation in bearing gap.	8
1.8	Rotor tip displacement when machining load acts on spindle.	9
2.1	Directory structure of OpenFOAM.	14
2.2	One dimensional thin viscous fluid film and control volume in fluid film.	16
2.3	Control volume of thin fluid film considering z axis velocity w and dynamic change of fluid thickness h	18
3.1	Source code of energy equation in original rhoSimpleFoam and added code to consider shear heating.	25
3.2	Structure and size parameters of the bearing referred in verification for OpenFOAM solver.	26
3.3	Measurement (circles) and Calculation (lines) result of Yoshimoto and Kamiyama[40] for several bearing gaps.	27
3.4	Pressure distributions on shaft surface obtained by our OpenFOAM solver (solid and dashed lines) and Yoshimoto's measurement (circles and asterisks) results[39]. Flow rates were 2.76 and 9.19×10^{-4} kg/s for $h=15$ and $30 \mu\text{m}$, respectively.	28
3.5	Structure and size of Couette flow between two parallel flat plates.	29

3.6	Temperature distribution of Couette flow between two parallel flat plates. Solid line and dashed line mean analytical result and Open-FOAM result respectively.	30
3.7	3D model shapes of (a) single slit model, (b) single orifice model, (c) double slit model.	31
3.8	Computational geometry of the single slit model shown in Fig.3.7(a). (a): side view, (b): top view.	31
3.9	Computational geometry of single orifice model shown in Fig.3.7(b). (a): side view, (b): top view.	32
3.10	Computational geometry of double slit model shown in Fig.3.7(c). (a): side view, (b): top view.	32
3.11	Structure and parameters of one dimensional shear heating calculation model.	34
3.12	Cross section of one dimensional shear heating calculation model in plane perpendicular to y axis.	35
3.13	Cross section of one dimensional shear heating calculation model in plane perpendicular to z axis.	37
3.14	Pressure distribution in bearing gap center of single slit model along y axis when $h=20\ \mu\text{m}$, $\Omega=150,000\ \text{min}^{-1}$, $P_s=600\ \text{kPa}(\text{abs})$	38
3.15	Velocity distribution in bearing gap center of single slit model along y axis. Solid line, dashed line, single-pointed line mean circumferential velocity, axial velocity, height direction velocity respectively when $h=20\ \mu\text{m}$, $\Omega=150,000\ \text{min}^{-1}$, $P_s=600\ \text{kPa}(\text{abs})$	39
3.16	Temperature distribution in bearing gap center of single slit model along y axis when $h=20\ \mu\text{m}$, $\Omega=150,000\ \text{min}^{-1}$, $P_s=600\ \text{kPa}(\text{abs})$	39
3.17	Color map of outlet pressure distribution in yz plane of single slit model.	41
3.18	Velocity distribution in bearing gap center just below the orifice of single orifice model along y axis. Solid line, dashed line, single-pointed line mean corcumferential velocity, axial velocity, height direction velocity respectively when $h=20\ \mu\text{m}$, $\Omega=150,000\ \text{min}^{-1}$, $P_s=600\ \text{kPa}(\text{abs})$	41
3.19	Velocity distribution in bearing gap center in cut surface of single orifice model along y axis. Solid line, dashed line, single-pointed line mean corcumferential velocity, axial velocity, height direction velocity respectively when $h=20\ \mu\text{m}$, $\Omega=150,000\ \text{min}^{-1}$, $P_s=600\ \text{kPa}(\text{abs})$	42

3.20	Heat flux distributions obtained for the single slit model when $h=20$ μm , $\Omega=150,000$ min^{-1} , $P_s=600$ $\text{kPa}(\text{abs})$, (a) heat flux on rotor surface, (b) heat flux on housing surface.	43
3.21	Heat flux distributions obtained for the single orifice model when $h=20$ μm , $\Omega=150,000$ min^{-1} , $P_s=600$ $\text{kPa}(\text{abs})$, (a) heat flux on rotor surface, (b) heat flux on housing surface.	43
3.22	Heat flux distributions obtained for the double slit model when $h=20$ μm , $\Omega=150,000$ min^{-1} , $P_s=600$ $\text{kPa}(\text{abs})$, (a) heat flux on rotor surface, (b) heat flux on housing surface.	44
3.23	Change of shear heating amount calculated by one dimensional shear heating calculation model Q_{1D} against shear heating amount calculated by three dimensional thermal fluid analysis model Q_{3D} in three types of bearing.	45
3.24	Change of heat energy ratio γ against H	46
4.1	Coordinate system of a spindle rotor.	50
4.2	Block diagram of gyroscopic precession showing interaction between $\omega_{y'}$ and $\omega_{z'}$	51
4.3	Displacement of rotating spindle rotor when machining load is applied.	51
4.4	Structure of aero static spindle with pneumatic control circuit.	52
4.5	Spring-damper model of aero static bearing considering stiffness and damping coefficient generated by pneumatic control circuit.	53
4.6	Size and boundary condition of aerostatic bearing for calculation of stiffness and damper coefficients.	54
4.7	Structure and size of aero static spindle used in dynamic analysis.	61
4.8	Trajectory of shaft tip without pneumatic control when $\Omega=100,000$ min^{-1} ($f=100$ Hz).	63
4.9	Time variation of shaft tip displacement along y axis without pneumatic control when $\Omega=100,000$ min^{-1} ($f=100$ Hz).	63
4.10	Time variation of shaft tip displacement along z axis without pneumatic control when $\Omega=100,000$ min^{-1} ($f=100$ Hz).	64
4.11	Trajectory of shaft tip with pneumatic control when $\Omega=100,000$ min^{-1} ($f=100$ Hz , $\lambda = 8 \times 10^5$ $\text{Pa}\cdot\text{s}/\text{m}$).	65
4.12	Time variation of shaft tip displacement along y axis with pneumatic control when $\Omega=100,000$ min^{-1} ($f=100$ Hz , $\lambda = 8 \times 10^5$ $\text{Pa}\cdot\text{s}/\text{m}$).	65

4.13	Time variation of shaft tip displacement along z axis with pneumatic control when $\Omega=100,000 \text{ min}^{-1}$ ($f=100 \text{ Hz}$, $\lambda = 8 \times 10^5 \text{ Pa}\cdot\text{s/m}$) . . .	66
4.14	Variation of rotational angle θ with feedback gain λ for three rotational speed Ω ($f = 100 \text{ Hz}$)	67
4.15	Variation of rotational angle θ with feedback gain λ for three frequencies f ($\Omega = 100,000 \text{ min}^{-1}$)	67
4.16	Differential pressure in aero static bearing generated by wedge effect.	69
4.17	Photo of test equipment of presented pneumatic control circuit. . . .	70
4.18	Measurement results of test equipment of presented pneumatic control circuit.	71
4.19	Cross section of aerostatic spindle including presented pneumatic control circuit. A-A cross section : Layer including journal bearing and pilot valve, B-B cross section : Layer including nozzle flapper.	72
4.20	Structure and parameters of pneumatic control circuit with nozzle flapper, pilot valve and journal bearing.	73
4.21	Spring-mass-damper model of aero static spindle considering wedge effect.	74
4.22	Initial pressure and pressure derivative in journal bearing.	78
4.23	Parameters and net geometry of numerical model of aero static journal bearing to calculate initial pressure distribution.	79
4.24	Parameters of numerical model of aero static thrust bearing used to calculate initial pressure distribution.	84
4.25	Feed back system of pneumatic control circuit.	88
4.26	Stiffness measuring instruments of aero static spindle.	90
4.27	Photo of stiffness measuring instruments for aero static spindle. . . .	90
4.28	Results of stiffness measuring and stiffness calculation of aero static spindle.	91
4.29	Pressure distribution in rear journal bearing when shaft rotates in $50,000 \text{ min}^{-1}$	91
4.30	Circumference pressure distributions of rear journal bearing under supply orifice when shaft rotates in 0 and $50,000 \text{ min}^{-1}$	92
4.31	Pressure distribution in thrust bearing when shaft rotates $50,000 \text{ min}^{-1}$.	92
4.32	Circumference pressure distributions of thrust bearing under supply orifice when shaft rotates in 0 and $50,000 \text{ min}^{-1}$	93

4.33	Pressure derivative distribution in rear journal bearing when shaft rotates in $50,000 \text{ min}^{-1}$ (a) $\partial P/\partial y$, (b) $\partial P/\partial y$	94
4.34	Circumference pressure derivative distributions of rear journal bearing under supply orifice when shaft rotates in 0 min^{-1} and $50,000 \text{ min}^{-1}$ (a) $\partial P/\partial y$, (b) $\partial P/\partial y$	95
4.35	Pressure derivative distribution in rear journal bearing generated by pneumatic control circuit when shaft rotates in $50,000 \text{ min}^{-1}$	97
4.36	Circumferential pressure derivative distributions of rear journal bearing generated by pneumatic control circuit when shaft rotates in 0 min^{-1} and $50,000 \text{ min}^{-1}$	97
4.37	Pressure derivative distribution in thrust bearing when shaft rotates in $50,000 \text{ min}^{-1}$ (a) $\partial P/\partial y$, (b) $\partial P/\partial y$	98
4.38	Circumference pressure derivative distributions under supply orifice when shaft rotates in 0 min^{-1} and $50,000 \text{ min}^{-1}$ (a) $\partial P/\partial y$, (b) $\partial P/\partial y$	99
4.39	Stiffness change of rear journal bearing along rotation pre minutes Ω (a) y axis direction, (b) ϕ_y axis direction.	101
4.40	Damping change of rear journal bearing along rotation pre minutes Ω (a) y axis direction, (b) ϕ_y axis direction.	102
4.41	Change of rear journal bearing stiffness generated by pneumatic control circuit along rotation pre minutes Ω (a) y axis direction, (b) ϕ_y axis direction.	103
4.42	Change of $k_{fb,yy}, k_{fb,yz}, k_{fb,\phi_y y}, k_{fb,\phi_y z}$ along rotation per minutes Ω with different gain J (a) y axis direction, (b) ϕ_y axis direction.	104
4.43	Shaft tip trajectories when 5 N machining load is applied ($\Omega=50,000 \text{ min}^{-1}$, gain $J=20G$).	106
4.44	Time variations of shaft tip displacement when 5 N machining load is applied ($\Omega=50,000 \text{ min}^{-1}$, gain $J=20G$).	106
4.45	Time variations of shaft tip displacement when 5 N machining load is applied ($\Omega=50,000 \text{ min}^{-1}$, gain $J=20G$).	107
4.46	Change of steady shaft tip displacement along shaft rotation per minutes Ω with gain $J=20G$ when 5 N machining load is applied.	108
4.47	Shaft tip trajectories when 5 N machining load is applied ($\Omega=30,000 \text{ min}^{-1}$, gain $J=20G$).	109
4.48	Time variations of shaft tip displacement when 5 N machining load is applied ($\Omega=30,000 \text{ min}^{-1}$, gain $J=20G$).	109

4.49 Change of steady shaft tip displacement along gain J with $\Omega=10,000$
 min^{-1} when 5 N machining load is applied. 110

表目次

3.1	Boundary conditions for numerical simulations using OpenFOAM. . .	32
3.2	Conditions of bearing gap h , supply pressure P_s , rotation per minutes Ω for numerical simulation.	33
4.1	Parameters for numerical calculation of shaft motion when periodic machining load is applied.	62
4.2	Size parameters of shaft used in spring-mass-damper model.	75
4.3	Size parameters of journal bearing used to calculate initial pressure distribution.	78
4.4	Size parameters of thrust bearing used to calculate initial pressure distribution.	85
4.5	Parameters used in transfer function of pneumatic control circuit. . .	88

第1章

序論

1.1 背景

産業において、機械加工は重要な技術である。数多くの製品が機械加工によって製作されており、それらの技術の研究・開発は社会の発展に寄与する。主な機械加工の手法として旋削加工が挙げられる。旋削加工は高速で回転させた刃物を材料に接触させる加工方法である。回転する材料を固定した刃物に接触させる場合も同様である。代表的な例としては汎用旋盤やフライス盤が挙げられる (Fig.1.1, Fig.1.2)。旋盤は固定した刃物に回転させた材料を当てることで加工を行う機械であり、軸対称な形状を加工する際に用いられる。フライス盤は回転させた刃物を材料に当てて加工を行う機械であり、平面や溝、歯車など様々な形状を加工できる。近年ではNC旋盤・NCフライス盤が開発されており、機械加工はより高速化・高精度化が進んでいる。

高精度な加工が必要な製品例として半導体や光学レンズ、医療機器の加工が挙げられる ([1], [2])。これらの加工においては、高い寸法精度が要求されるため、通常の加工機で製作することは難しい。そのため半導体や医療機器の加工では、スピンドルが多用される ([3], [4])。スピンドルは主軸に取り付けた刃物を高速で回転させ、それを材料に接触させることで加工を行う。主軸を回転させるモーター、主軸を支える軸受を内蔵しており、軸受には通常転がり軸受が用いられる。転がり軸受は転動体と呼ばれる球状・円柱状をした部品が回転することで摩擦抵抗を減らす軸受である。軸受として広く普及している構造であり、設置や点検が容易、国際的な標準化・規格化が進んでいる等の利点がある [5]。一方、主軸の回転数が非常に高い場合には、摩擦による発熱、摩耗による寿命の短さが問題となる [6]。スピンドルは加工器であるため、材料の歩留まりは高いことが望まれる。発熱や摩耗による損傷は、部品や機器の交換頻度増加につながり、生産効率を下げる。

特に高速回転が要求されるような場合には空気静圧スピンドルが用いられる。空気静圧スピンドルは固体の転動体の代わりに圧縮空気を軸受に用いたスピンドルである。圧縮空

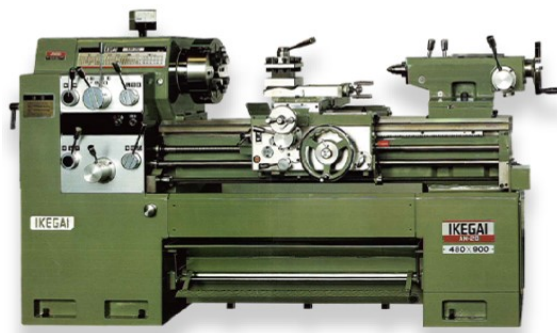


Fig.1.1 Photo of lathe[7].



Fig.1.2 Photo of milling machine[8].

気を用いた軸受は空気静圧軸受とも呼ばれ、流体軸受の一種である。高い剛性が必要となる場合には、空気の代わりに非圧縮性流体である水や油が使用される。空気静圧軸受では圧縮空気の圧力により主軸がスピンドル内部で浮上する。そのため主軸と他の部品は非接触状態が保たれ、転がり軸受のような摩耗が発生しない。理論上、寿命が無限であり、軸受の交換はほとんど不要となる ([9]-[13])。主軸の回転を妨げる抵抗は空気のせん断応力のみであり、摩擦抵抗も転がり軸受と比較して非常に小さい ([14], [15])。その有用性が注目され、設計手法や特性について多くの研究が行われた ([16], [17])。一方、空気静圧軸受は転がり軸受に比べて剛性が小さく、高精度な加工を行うためには適切な設計や空気圧の制御が求められる。主な課題は空気静圧軸受の熱解析と主軸の位置制御である。

空気静圧スピンドルの設計において、熱解析は非常に重要である ([18], [19])。空気静圧スピンドルで発生する熱はモーターのジュール熱と軸受内部で発生するせん断発熱が挙げられる [20]。低速回転時はモーターのジュール熱が支配的であり、せん断発熱は大きな問題とならない。回転速度が増し、軸受内部で大きな速度勾配を持つ流れが発生するときせん断発熱は無視出来ない大きさになる。流れ内部での流体の同士の摩擦損失が熱として拡散し、スピンドルの部品に伝導する。拡散した熱は部品の熱膨張を引き起こし、部品の過大な変形はスピンドルの機能を損なう場合がある。そのため高速回転を想定したスピン

ドルでは、設計段階においてせん断発熱を適切に見積もり、対策を講じる必要がある。熱解析には、3次元流体解析用のソフトウェアが使用されることが多い。現代では多種多様な3次元流体解析用ソフトウェアが市販され、計算精度も向上している。注意すべき点として上記のようなソフトウェアは金銭的、時間的なコストが高くなる傾向がある。特にスピンドルの熱解析のような流体と固体の連成解析、軸受内部の複雑な流れの解析では、1つのモデルを計算するのに数日以上の解析時間を要する場合がある。流れが適切にモデル化できる場合には、簡便な計算式や1次元のモデルを作成することで金銭的、時間的コストを大幅に低減できるため、条件に合わせて使い分けることが望ましい。

主軸の回転速度が増していくと、加工精度を悪化させる現象が発生する。原因の1つはジャイロモーメントである。主軸が高速で回転すると、ジャイロ効果が運動に影響を及ぼす[21]。加工付加によるモーメントが主軸に発生すると、加工負荷のモーメントと90度位相のずれた方向にジャイロモーメントが働き、主軸が振れ回り運動を起こす。切削工具の位置精度が悪化し、加工精度を落としてしまう可能性がある。もう1つの原因は軸受剛性・減衰の連成特性である[22]。主軸が回転しないとき、軸受の剛性・減衰特性は軸受内に圧送される圧縮空気の静圧によって生じる。しかしながら主軸が高速で回転すると、主軸表面とハウジング表面の相対運動によって動圧の作用が生じる。動圧の作用により、加工付加と90度位相のずれた方向にも剛性・減衰特性が発生する。これを連成特性と呼ぶ。この連成特性もジャイロ効果と同様、主軸に振れ回り運動を生じさせる。近年は毎分20万回転に達する空気静圧スピンドルも開発されており、ジャイロ効果やくさび効果が主軸の位置精度に与える影響は強まっている。前述した加工精度の悪化を防ぐためには、軸受に供給される空気圧の適切な制御が必要である。精密かつ能動的に空気圧を制御する流体機器として電磁弁や圧電素子が使用されているが、それらの機器は高価である。制御を行うためには主軸の変位を検出する必要があり、数ミクロン単位の変位を計測しなくてはならない。微小な変位を電氣的なセンサによって検出しようとするセンサそのものも高価であり、スピンドルの単価を上げる原因になる。微小な変位を制御可能で且つ安価な制御システムが望まれている。

上記の課題を受けて、本研究では金銭的・時間的コストを削減可能な熱解析手法の検討および電子機器を使用しない空気静圧スピンドルの制御手法の提案と検討を行った。空気静圧スピンドルの加工精度向上を目指し、熱流体解析モデルを用いた設計指針の開発と新たな空気圧制御回路の提案について報告する。

1.2 空気静圧スピンドル

1.2.1 構造

Fig.1.3 に空気静圧スピンドルの構造を断面図で示す。空気静圧スピンドルは切削工具を取り付ける主軸、主軸を回転させるモーター、主軸を支えるためのジャーナル軸受・スラスト軸受から構成される。主軸に取り付けられた刃が高速で回転し、材料の切削が行われる。高速で回転する主軸を支持するために、空気圧による非接触支持が可能な空気静圧軸受が使用されている。多くの場合、上下2個のジャーナル軸受と1個のスラスト軸受が用いられる。主軸は段付き丸棒であることが多い。これは主軸の x 軸方向の変位を制御するために、スラストプレートと呼ばれるでっぱりを設けることで、主軸の自重及び x

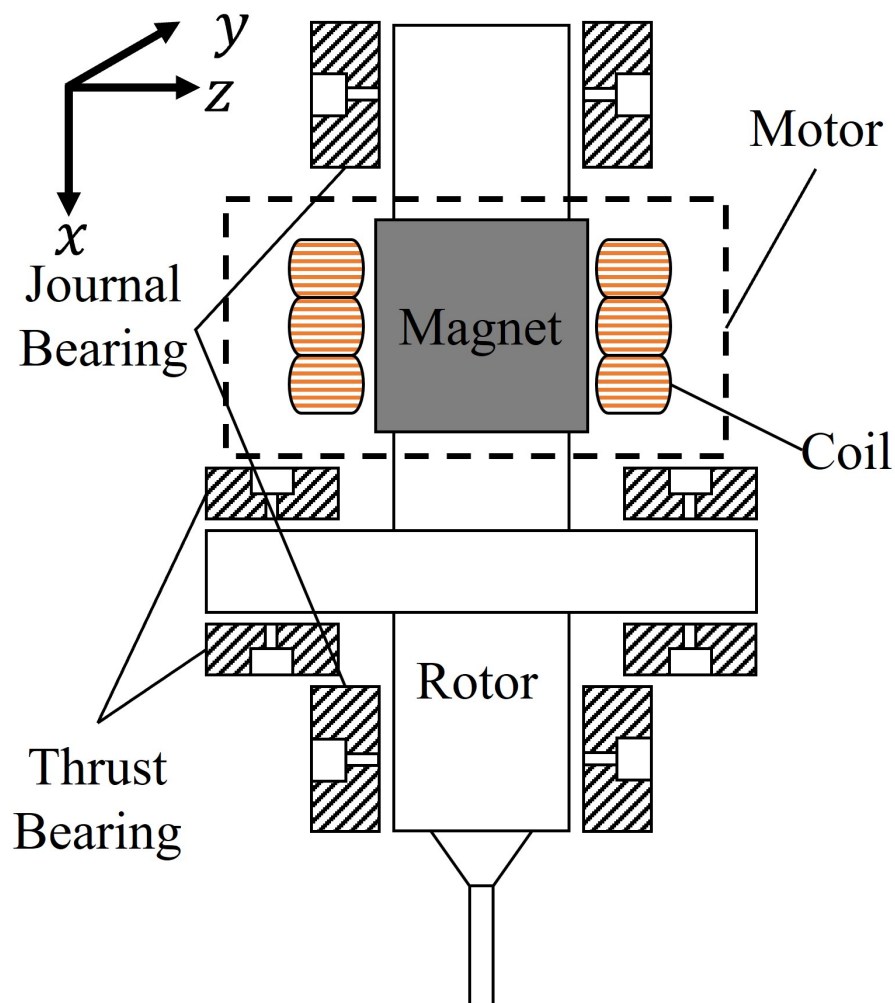


Fig.1.3 Cross section of aero static spindle.

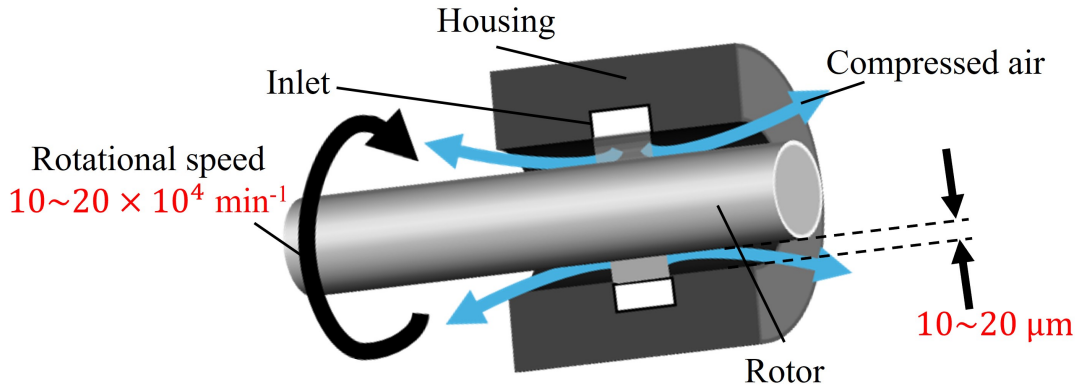


Fig.1.4 Structure of journal bearing.

軸方向の加工負荷を補償している。主軸を駆動するのは主軸と一体化したビルトインモーターである。ビルトインモーターは、主軸そのものがモーターのローターとなる構造をしており、機械的な回転伝達機構が無いため、高速回転で安定した動作をする特徴を持つ。近年ではビルトインモーターと空気静圧軸受を組み合わせ、回転数 $20 \text{ 万 } \text{min}^{-1}$ に達する空気静圧スピンドルの開発・研究が行われている。Fig.1.4 に空気静圧ジャーナル軸受の構造を示す。ハウジング内面と主軸表面は、非常に狭い隙間を挟んで向かい合っており、その隙間幅は $10 \sim 20 \text{ } \mu\text{m}$ 程度である。この隙間を軸受隙間と呼ぶ。軸受隙間には高圧の圧縮空気が圧送される。ハウジングに小径の孔やスリットが設けられ、圧縮空気の供給が行われる。軸受隙間に圧送された空気は隙間内を軸受端に向かって流れ、大気へと放出される。主軸に負荷がかかり偏心すると、軸受隙間が狭まる箇所と広がる箇所が発生する。軸受隙間が狭まる箇所で空気圧が上昇し、広がる箇所で低下する。空気圧が変化した結果、軸受内部に負荷を押し戻すよう差圧が発生する。これが空気静圧軸受の作動原理である。 x 軸方向の負荷はジャーナル軸受では制御できないため、スラスト軸受が使用される。Fig.1.5 に空気静圧スラスト軸受の構造を示す。主軸にはスラストプレートと呼ばれるでっぱりが設けられており、プレートの両面を挟むように圧縮空気の供給孔が設けられる。軸受隙間に供給された圧縮空気はスラスト軸受の内外面から大気に流出する。ジャーナル軸受と異なりスラスト軸受では、スラストプレートを挟む位置に2つの軸受隙間が存在する。これは主軸に沿った2方向の負荷を補償するためである。主軸の軸方向に負荷が発生すると、片方の軸受隙間は狭まり、片方は広がる。その結果2つの軸受隙間の間で差圧が生じ、負荷を押し戻す作用が生じる。

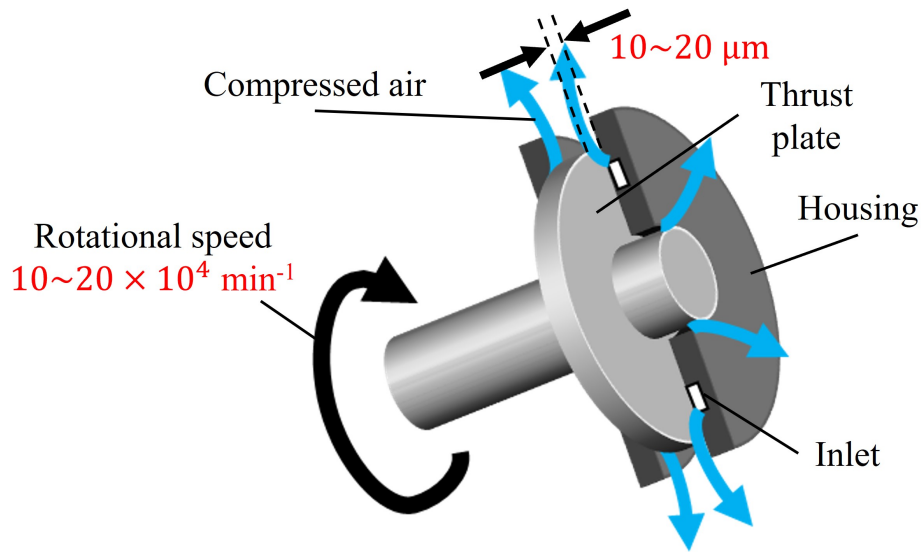


Fig.1.5 Structure of thrust bearing.

1.2.2 用途

スピンドルの一般的な用途として、金属やセラミックの精密加工が挙げられる。小径の切削工具を使用し、高い回転数で駆動できるスピンドルは、精密加工器具として高い需要を持つ [23]。近年、半導体の重要性が増しているため、ウエハー等の微細加工用として、今後も研究や開発が行われると考えられる。

加工対象の材料の中には、難削材料と呼ばれるものがある。硬く脆いという特性（硬脆性）を持つ材料は難削材料に分類され、具体例としてシリコンやサファイアが挙げられる。これらは通常金属が持つような延性が弱く、強い力を加えると欠けや亀裂を生じてしまう。こうした損傷を防ぐための方法として、切削刃の速度を上げ、刃1枚あたりの切削厚さを薄くするという手法がある。また、近年開発された手法として、工具に超音波振動を加えて切削加工に伴う工具のビビリや変形を抑制する超音波加工法もある [24]。

Fig.1.6 に、スピンドルを用いて加工したサファイアと PZT の加工例を示す。どちらの材料も難削材料に分類される材料であるが、スピンドルを使用することで微細かつ精度の良い加工を行うことができる。サファイアは薬品等によって腐食しにくく、その化学的安定性から半導体、医療分野において使用される。PZTはセンサやアクチュエータとして、様々な産業機械に用いられる。

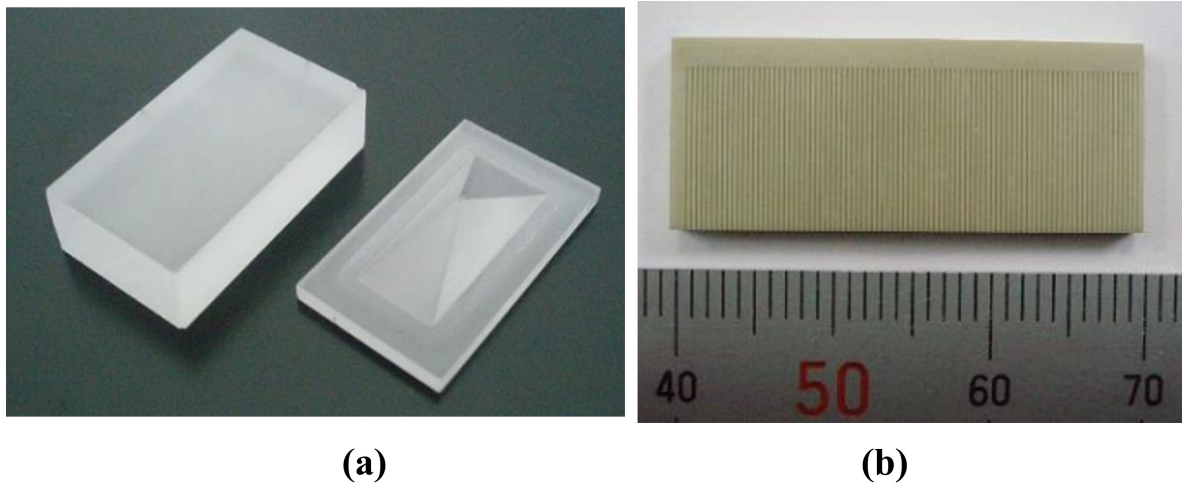


Fig.1.6 Machining examples of spindle. (a) : Sapphire, (b) : PZT.

1.2.3 空気静圧スピンドルの課題

1.2.3.1 空気静圧軸受で発生する剪断発熱

空気静圧スピンドルを設計するには、機器の内部で発生する熱量を算出する必要がある。スピンドル内部で発生する熱は、部品の熱変形を引き起こし、機器の機能を損なう危険がある。そのため、適切なモデルを作成したうえで、熱解析を行うことが求められる。このとき、モデルで考慮されるべき発熱要因は主に2種類ある。1つは駆動に使用されるモーターのジュール熱、もう1つは軸受隙間におけるせん断発熱である。本研究では、軸受隙間で発生するせん断発熱を対象とする。せん断発熱は、ハウジング内面と主軸表面が僅かな隙間を挟んで向かい合い、主軸表面とハウジング内面が大きな相対速度を持つ場合に問題となる。Fig.1.7に空気静圧軸受とせん断発熱の発生原理を示す。主軸はハウジング内部で10万~20万 min^{-1} で回転しており、主軸表面とハウジング内面は10~20 μm の隙間を挟んで向き合う。隙間内部のレイノルズ数が1440を下回る場合に、隙間内部の流れは平面クエット流れとなる。ハウジング内面からの距離に比例して流速が増加し、主軸表面では主軸の周速と一致する。軸受隙間が非常に小さいため、平面クエット流れの速度勾配が大きくなり、それに伴って流れ中の摩擦抵抗も増大する。この摩擦抵抗が熱エネルギーに変換された結果、せん断発熱として主軸、空気、ハウジングを加熱する。20万 min^{-1} で主軸が回転する場合、主軸の周速は100 m/sを超えることがあり、軸受隙間において 10^7s^{-1} を超える大きな速度勾配が発生しうる。

上記のせん断発熱を解析するには、主に2種類の解析手法がある。1つは軸受隙間の流れを1次元クエット流れと仮定した1次元せん断発熱計算モデルである。1次元せん断発

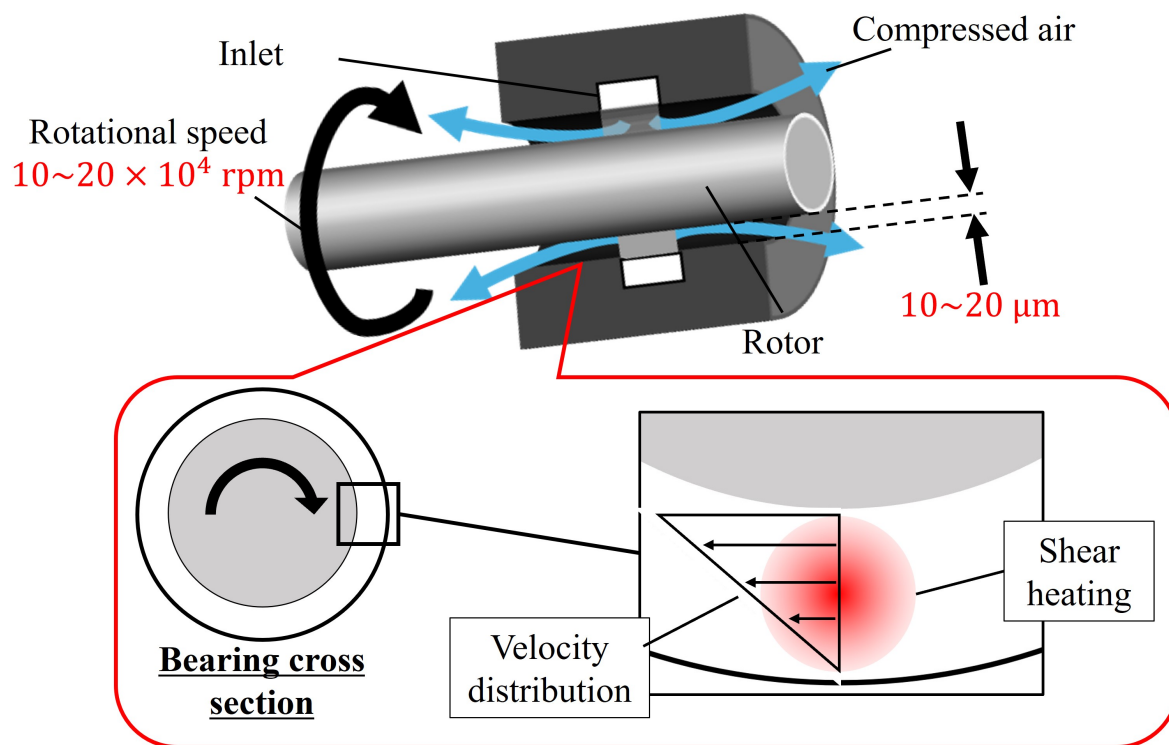


Fig.1.7 Shear heating generation in bearing gap.

熱計算モデルでは軸方向の流れは考慮していない。したがって軸受隙間への空気の流出入は無視される。せん断発熱量を解析的に算出することができ、計算コストが非常に低い。軸方向流れの影響が無視できない場合には、解析結果の妥当性を担保できない。もう一つは3次元CFD解析を用いた3次元熱流体解析モデルである。このモデルでは軸受隙間の3次元複雑流れが考慮され、より実現象に近い解析が可能である。一方、計算準備や結果の解析に長い時間を要し、計算コストは1次元せん断発熱計算モデルに比べて非常に高くなる。導入に伴う金銭的なコストも高く、高価なソフトの価格は数百万円に上る。これらのモデルを使用した熱解析が、先行研究において行われている。Gaoら[25]は1次元せん断発熱計算モデルを用いた空気静圧スピンドルの温度解析を行い、実験結果と良く一致する温度上昇値の算出に成功した。Luら[26]は3次元熱流体解析モデルと有限要素法を組み合わせ、せん断発熱を考慮した空気静圧スピンドルの熱変形について研究した。

しかし、いずれの研究においても、1次元せん断発熱計算モデル、または3次元熱流体解析モデルを選択した理由については明記されていない。1次元せん断発熱計算モデルと3次元熱流体解析モデルの使用条件について考察していないため、1次元せん断発熱計

算モデルが使用できる条件で3次元熱流体解析モデルを使用した可能性がある。解析の時間的コストが増加し、非効率な熱解析が行われたと考えられる。1次元せん断発熱計算モデルの精度については、Amineら[27]の油圧軸受に関する解析例が挙げられるが、気体軸受に関する考察は無い。そのため現在、静圧気体軸受において、1次元せん断発熱計算モデルと3次元熱流体解析モデルの選択基準となる明確な指標はない。

1.2.3.2 高速空気静圧スピンドルの位置精度悪化

空気静圧スピンドルは、空気静圧軸受による非接触支持を用いているため摩擦抵抗が小さく、主軸を高速で回転させることが可能である。これにより加工速度や加工精度の向上が期待できる。一方、主軸が高速で回転することにより、ジャイロ効果や軸受の連成特性が生じ、主軸の位置精度が低下する。このことは先行研究([28]-[31])において指摘されている。Fig.1.8にスピンドルに加工負荷がかかったときの主軸先端の変位を示す。主軸先端に z 軸方向の負荷がかかると、主軸先端には z 軸方向に変位 δz が生じる。このとき、ジャイロ効果や軸受の連成特性によって z 軸方向だけでなく、 y 軸方向にも変位 δy が発生する。これにより刃物の位置を設計通りに制御することができず、加工精度が悪化する。

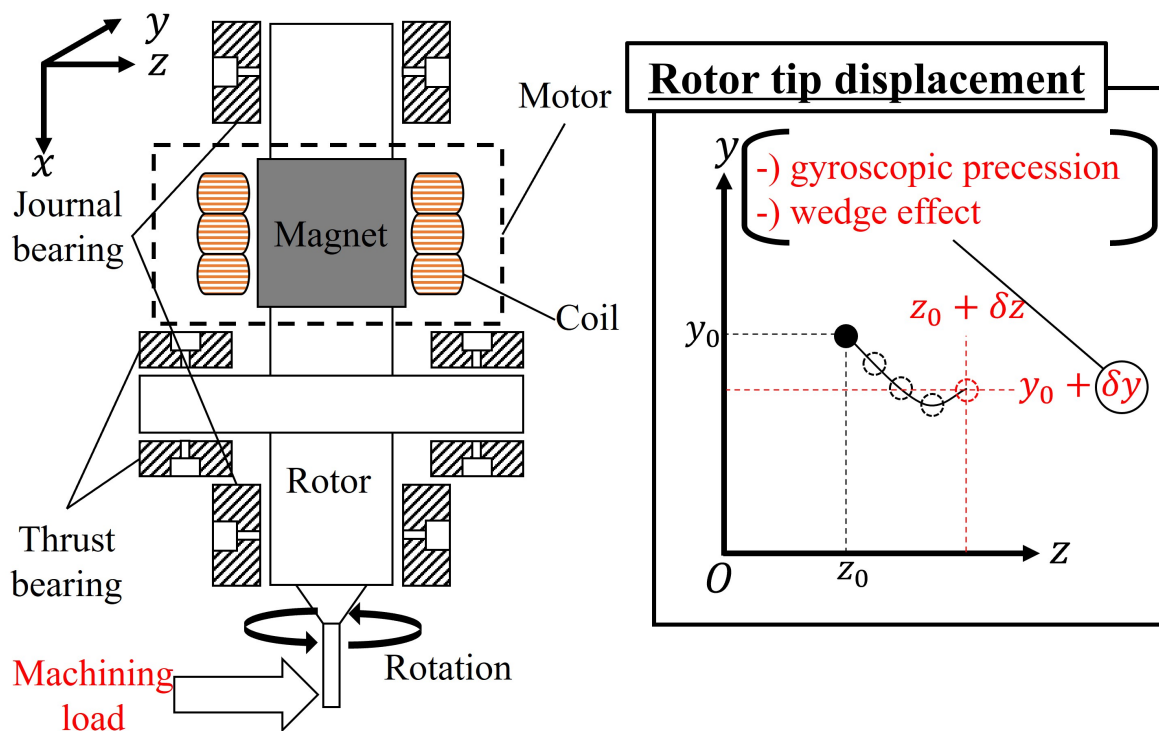


Fig.1.8 Rotor tip displacement when machining load acts on spindle.

ジャイロ効果は回転物体が、外部から掛かるモーメントとは異なる方向に運動する現象を意味する。高速で回転する主軸に対して加工付加によるモーメントが発生すると、加工負荷のモーメントと 90 度位相のずれた方向にジャイロモーメントが働く。その結果、主軸はコマのような振れ回り運動を起こす。切削工具の位置精度が悪化し、加工精度を落としてしまう可能性がある。軸受の連成特性とは、主軸の回転によって生じるくさび効果から発生する剛性・減衰特性のことである。主軸が回転しないとき、軸受の剛性・減衰特性は軸受内に圧送される圧縮空気の静圧によって生じる。しかしながら主軸が高速で回転すると、主軸表面とハウジング内面の相対速度が流れに影響する。主軸表面に付着して流れようとする流体が粘性抵抗を受け、軸受隙間の圧力を変化させる。軸受隙間の圧力変化に伴い、加工負荷と 90 度位相のずれた方向にも剛性・減衰特性が発生する。軸受の連成特性もジャイロ効果と同様、主軸に振れ回り運動を生じさせる。

空気静圧スピンドルの静的・動的な特性は加工精度に影響を及ぼす [32] ため、上記の外乱を抑制するための研究が行われてきた。Mizumoto ら [33] は圧電素子を用いた軸受面の形状制御を提案し、その特性を実験により調べた。50,000 min^{-1} までの優れた安定性を確認し、提案する手法が空気静圧スピンドルの制御に有効であることを示した。Andres ら [34] は電空レギュレータを用いて空気静圧軸受の空気圧制御を行った。危険速度を通過する際の主軸の振動を効果的に抑制することに成功した。Stefano ら [35] は圧電素子を用いた軸受の剛性制御について研究し、スピンドルの数値計算モデルを作成した。研究の結果、圧電素子による剛性制御が有効であることを示した。Tanaka ら [36] は空気静圧スピンドルの制御方法について研究を行い、高速空気圧レギュレータを用いた制御手法を提案した。Dupont [37] は主軸の回転速度や温度が軸受隙間に与える影響を調べ、スピンドルの設計に関する指針を提案した。しかしながらこれまでに提案された空気静圧軸受の制御方法は、電子制御や電子機材を使用している。解析や設計に電子工学の知識が必要であり、導入が困難な場合が生ずる。また電空レギュレータや電磁弁、圧電素子は 1 個当たりの値段が高い。広く加工器として普及させるために、より扱いやすく、低コストであることが望ましい。

1.3 研究目的

本研究の目的は「熱流体解析モデルを用いた設計指針の開発と新たな空気圧制御回路の提案」である。数値計算を用いた空気静圧スピンドルの解析により、精密加工技術の発展に寄与する知見を得る。

空気静圧軸受の熱解析に関する先行研究から、1 次元せん断発熱計算モデルと 3 次元熱流体解析モデルの選択基準が曖昧であると分かった。そこで本研究では、空気静圧軸受内におけるせん断発熱量計算モデルの選定手法の開発を目指した。1 次元せん断発熱計算モ

デルと 3 次元熱流体解析モデルの選択基準として、無次元数 H を提案する。無次元数 H は主軸の周速と軸受内の軸方向空気流速の比である。複数の境界条件、軸受寸法におけるせん断発熱量を計算し、その結果を 1 次元せん断発熱計算モデルと 3 次元熱流体解析モデルで比較する。1 次元せん断発熱計算モデルの結果が、3 次元熱流体解析モデルの結果と一致する無次元数 H の範囲を明らかにし、その範囲を 1 次元せん断発熱計算モデルの適用範囲と定める。

現在、空気静圧スピンドルは高速回転化が進んでおり、それによる加工の高速化・高精度化が期待されている。高精度化を達成するために軸受内の空気圧制御を行う必要があり、先行研究では電磁弁や圧電素子を用いた制御を試みられた。しかし、電磁弁や圧電素子等の電子機器は高価であり、スピンドルの製造コストが上がってしまうため導入の障害になると考えられる。先行研究で提案された制御はセンサ信号をコンピュータで処理して電磁弁や圧電素子の制御を行うアクティブ制御であり、システムが複雑になりやすい点も課題である。そこで本研究では、空気圧パイロット弁とノズルフラップを用いた安価なパッシブ空気圧制御を提案する。初期研究としてジャイロ効果のみを考慮した空気静圧スピンドルの数値計算モデルを作成し、提案する空気圧制御回路がジャイロ効果に対して有効であることを確認する。その後、ジャイロ効果、軸受の連成特性、空気圧制御回路の応答遅れを考慮した、新たな数値計算モデルを作成する。作成した数値計算モデルを用いて主軸の位置精度について検討し、提案した空気圧制御回路の有効性について検討する。

1.4 論文構成

本論文は 5 章で構成される。

第 1 章では本研究の背景、先行研究、課題、研究目的について述べた。

第 2 章では本研究で使用する研究手法について記述する。使用する方程式や数値流体ソフトウェアについて解説する。

第 3 章では空気静圧軸受の熱解析に関する研究成果を報告する。空気静圧軸受内流れの 3 次元性を評価できる無次元数 H を導出し、計算コストの異なる 2 つのせん断発熱計算モデルの結果を H を変化させながら比較した。研究の結果、計算コストの低い 1 次元せん断発熱計算モデルから、空気静圧軸受で発生するせん断発熱量を算出できる範囲を明らかにした。

第 4 章では主軸の位置制御に関する研究成果を報告する。ノズルフラップと空気圧パイロット弁を用いた空気圧制御回路の原理と構成について記述し、数値計算モデルを用いて制御手法の有効性を明らかにする。

第 5 章では本研究のまとめおよび、今後の展望について記述する。

第 2 章

解析手法

2.1 OpenFOAM

OpenFOAM は有限体積法を用いた流体解析ソフトウェアの一つである。オープンソースのソフトウェアであり、圧縮・非圧縮性の単層流の流れから気液混合・構造流体連成まで様々な流れを計算することができる。主なソルバーを以下に列挙する。ただし以下に記述するのは OpenFOAM v7 の内容である。現在 OpenFOAM は v13 まで公開されており、そのたびにソルバーの統合や改造が行われた。

- basic : 基本ソルバー
 - laplacianFoam : 拡散方程式ソルバー
 - potentialFoam : ポテンシャル流れソルバー
 - scalarTransportFoam : スカラー輸送方程式ソルバー
- incompressible : 非圧縮性流体ソルバー
 - icoFoam : 非定常層流解析ソルバー
 - simpleFoam : 定常乱流解析ソルバー (SIMPLE 法)
 - pisoFoam : 非定常乱流解析ソルバー (PISO 法)
 - pimpleFoam : 非定常乱流解析ソルバー (PIMPLE 法)
- compressible : 圧縮性流体ソルバー
 - rhoSimpleFoam : 圧力ベースの定常層流・乱流解析ソルバー
 - rhoPimpleFoam : 圧力ベースの非定常層流・乱流解析ソルバー
 - rhoCentralFoam : 密度ベースの非定常解析ソルバー
- heatTransfer : 熱流動ソルバー
 - buoyantSimpleFoam : 定常熱流動解析ソルバー
 - buoyantBoussinesqSimpleFoam : 定常熱流動解析ソルバー (ブシネスク近似)

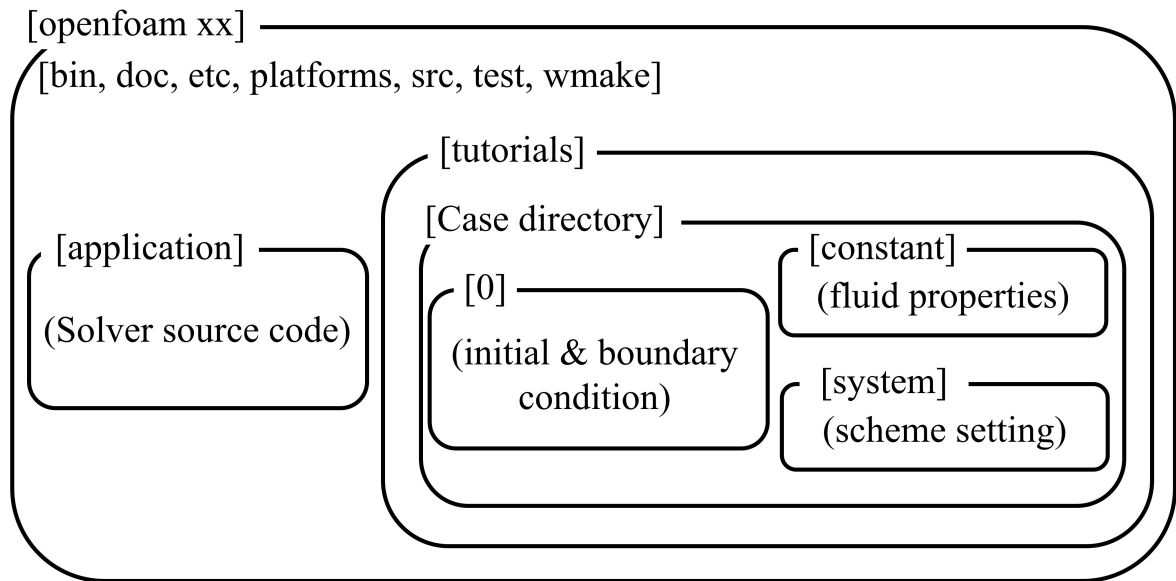


Fig.2.1 Directory structure of OpenFOAM.

- buoyantPimpleFoam : 非定常熱流動解析ソルバー
- buoyantBoussinesqPimpleFoam : 非定常熱流動解析ソルバー (ブシネスク近似)
- multiphase : 混相流ソルバー
 - interFoam : VOF 法による 2 相流解析ソルバー
 - multiphaseInterFoam : VOF 法による多相流解析ソルバー

これらのソルバーは C++ を用いてプログラミングされる。ダウンロードすることで各ソルバーを自由にカスタマイズ可能であり、解析に必要な要素をコードに書き込むことで新しい解析ソルバーを短期間で開発できる。

解析を行うにあたり、OpenFOAM のディレクトリの構造を理解する必要がある。Fig.2.1 に簡単なディレクトリ間の関係を図示する。OpenFOAM は openfoam xx のディレクトリ名 (xx にはバージョン番号) でダウンロードされる。内部にはチュートリアルを収めた tutorials, ソースコードを収めた application がある。他にも複数のディレクトリが存在するが、それらがユーザーに意識されることはほとんど無いためここでは割愛する。tutorials は OpenFOAM の実行例を示したディレクトリである。内部にはケースディレクトリと呼ばれる、各種の流れ (高速圧縮性流れ, 混相流等) に対応した計算例が用意され、これらを実行することで OpenFOAM の動作を学習できる。application には各流れに対応した解析ソルバーのソースコードが保存される。各ソースコードは C++ によって書かれ、内部で多くのヘッダファイルとつながっている。オブジェクト指向の考え

方が非常に強く出た構成で、各ソースコードは多くのヘッダファイルとつながっている。

ケースディレクトリには 0, constant, system ディレクトリが必要である。各ディレクトリの構成を以下に列挙する。

- 0
 - p
圧力場の境界・初期条件を設定するファイル。非圧縮性流体を解析するソルバーでは、圧力は密度で割った値を用いているため、単位が m^2/s^2 となる。
 - U
速度場の境界・初期条件を設定するファイル。
 - T
温度場の境界・初期条件を設定するファイル。
 - その他
乱流モデルを設定する場合には、乱流運動エネルギー等の条件も設定する必要がある。必要に応じて設定を記述してディレクトリに保存する。
- constant
 - polyMesh
計算領域のメッシュ情報を保存するディレクトリ。メッシュ同士の接点の座標などが記述されている。計算領域の境界条件も定義されている。
 - transportProperties, thermophysicalProperties
物性値の定義付けがなされているファイル。粘性や密度等の物性値を、必要に応じて定義する。
 - g
重力の大きさや向きを定義するファイル。熱流動など、重力が重要な要素となる場合に設定する。
 - turbulenceProperties, RASProperties
乱流モデルの設定ファイル。定常解析ソルバーでは RASProperties, 非定常解析ソルバーでは turbulenceProperties で設定を行う。
- system
 - fvSchemes
微分方程式の離散化スキームの設定ファイル。
 - fvSolution
代数方程式ソルバーの設定、および流体解析ソルバーの設定ファイル。
 - controlDict
計算の時間に関する設定ファイル。計算の開始・終了時刻、時間の刻み幅、計

算結果の出力タイミング等を設定できる.

– blockMeshDict

メッシュに関する設定ファイル. 計算領域の形状や各辺の分割数, 各境界面の種類 (流入出口, 壁面, 移動境界等) を設定する. blockMeshDict では構造メッシュを主に使用するが, テトラメッシュやポリヘドラルメッシュを使用することもできる.

2.2 レイノルズ方程式

レイノルズ方程式は以下の 3 点の特徴を有する流れの支配方程式である.

1. 流路が非常に薄い
2. 圧力が流路の高さ方向に一定
3. 流体の慣性力に対して粘性力が大きい

上記のような条件を満たす流路として, 流体軸受内の薄い流体膜が挙げられる. 空気静圧軸受内部の流路は, 幅数十 mm, 高さ数十 μm 程度であり, 膜状の流れとなる. 圧力も高さ方向では一定であり, 2次元の圧力場となる. また非常に薄い流路を流れるため, 壁面から受ける粘性抵抗が大きく, 運動方程式の慣性項の影響は小さい. 以下にレイノルズ方程式の導出過程を示す.

Fig.2.2 に平板と曲げ板に挟まれた流路の模式図と流路内の検査体積を示す. 平板表面は x 軸方向に速度 U で移動する. 流体には粘性があり, 平板表面では流体が平板と同じく速度 U で移動する. 曲げ板は固定される. 流路の幅は単位長さとする. 流路高さ h は x の関数であり, 一定ではない. ここで流路の一部を切り取り, 検査体積にかかる力を考える. 今, 平板と曲げ板が非常に近く, 流路の高さが十分に狭いと考えるとき, 検査体積

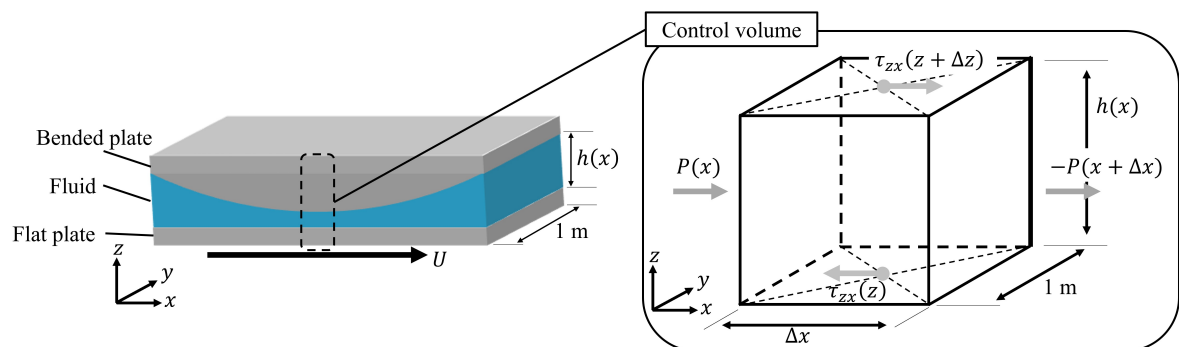


Fig.2.2 One dimensional thin viscous fluid film and control volume in fluid film.

に作用する外力は静圧及び粘性応力が支配的になると考えられる。このとき、検査体積の運動方程式から慣性項を無視することができて、静圧と粘性応力のつり合いを考えることで Eq.2.1 を得る。

$$\begin{aligned}
& P(t, x, y, z)\Delta y\Delta z - \tau_{zx}(t, x, y, z)\Delta x\Delta y \\
& - P(t, x + \Delta x, y, z)\Delta y\Delta z + \tau_{zx}(t, x, y, z + \Delta z)\Delta x\Delta y = 0 \\
\iff & P(t, x, y, z)\Delta y\Delta z - \tau_{zx}(t, x, y, z)\Delta x\Delta y \\
& - \left(P(t, x, y, z) + \frac{\partial P}{\partial x}\Delta x \right) \Delta y\Delta z + \left(\tau_{zx}(t, x, y, z) + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\Delta z \right) \Delta x\Delta y = 0 \\
\iff & \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \tag{2.1}
\end{aligned}$$

粘性応力はせん断応力として検査体積に作用する。流体中のせん断応力は、ニュートン流体であれば速度勾配に比例するから、Eq.2.1 は次式のように変形できる。ただし、 μ は流体の粘性係数を表わす。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\
\iff \frac{\partial P}{\partial x} &= \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \tag{2.2}
\end{aligned}$$

よって、静圧と粘性応力のつり合いは、 x 軸方向の圧力勾配が z 軸方向の速度の 2 階微分に比例することを表わす。圧力勾配が分かっているものとして z 軸方向に積分し、境界条件を適用すると次式のような流速分布が得られる。

$$u = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \frac{z^2}{2} - \frac{U}{h}z + U \tag{2.3}$$

さらに、密度 ρ を掛けて積分することで、単位流路幅当たりの質量流量 G_x を次式のように算出できる。

$$\begin{aligned}
G_x &= \int_0^h \rho u dz \\
&= \rho \int_0^h \left(\frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \frac{z^2}{2} - \frac{U}{h}z + U \right) dz \\
&= -\frac{\rho h^3}{12\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + \rho U \frac{h}{2} \tag{2.4}
\end{aligned}$$

ここで連続の式を考える。レイノルズ方程式の導出においては、運動方程式から慣性項が無視される。これは流れの時間変化の影響が小さいことと同義であり、この仮定を連続の式にも適用する。このとき、連続の式は流量が流路のどの地点でも等しいことを意味し、次式のように書ける。

$$\frac{\partial G_x}{\partial x} = 0 \tag{2.5}$$

Eq.2.5 に Eq.2.4 の結果を代入すると，1次元の圧縮性レイノルズ方程式として次式が得られる．

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\rho h^3}{12\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + \rho U \frac{h}{2} \right) &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \right) - 6 \frac{\partial}{\partial x} (\rho U h) &= 0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

以上が1次元圧縮性レイノルズ方程式の導出過程であり，上記の導出は2次元の場合でも同様である．平板が x 軸方向にのみ移動するとき， y 軸方向の流量 G_y は，Eq.2.4 から次式のように求まる．

$$G_y = -\frac{\rho h^3}{12\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} \quad (2.7)$$

連続の式は x ， y 軸方向の流量が流路内で一定であることから次式のように算出できる．

$$\frac{\partial G_x}{\partial x} + \frac{\partial G_y}{\partial y} = 0 \quad (2.8)$$

Eq.2.4, Eq.2.7 を Eq.2.8 に代入すると，次式のような2次元圧縮性レイノルズ方程式が得られる．

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} \right) - 6 \frac{\partial}{\partial x} (\rho U h) = 0 \quad (2.9)$$

最後に z 軸方向の流入および流路高さの動的変化を考慮する場合を考える．Fig.2.3 に z 軸方向の流入および流路高さの動的変化を考慮した1次元膜流れ中の検査体積を示す．

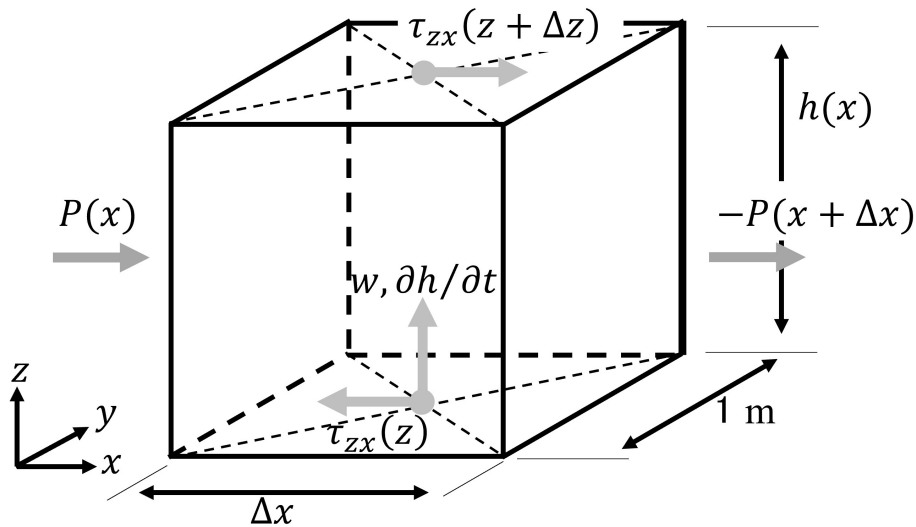


Fig.2.3 Control volume of thin fluid film considering z axis velocity w and dynamic change of fluid thickness h .

検査体積は長さ Δx 、奥行き 1 m、高さ h の直方体である。今、検査体積下面からの流入流速を w で示す。流路高さの動的変化は流路高さ h を時間 t で微分して得られる。流路高さが減少すると検査体積内の流体は圧縮され、圧力が増加する。逆に流路高さが増加すると検査体積内の流体は膨張して圧力が減少する。これらの現象は、 x 軸方向に流体が流入・流入したことと同義であり、 z 軸方向の質量流量 G_z は次式のように書ける。ただし検査体積の奥行きが単位長さであることから、 G_z は下面の単位面積当たりの流量を表わす。

$$\begin{aligned} G_z &= \rho \left(w + \frac{\partial h}{\partial t} \right) + \frac{\partial \rho}{\partial t} h \\ &= \rho w + \frac{\partial \rho h}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.10)$$

これを 3 次元の連続の式に代入して変形すると z 軸方向の流れおよび流路高さの動的変化を考慮した 2 次元圧縮性レイノルズ方程式が次式のように得られる。

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} \right) - 6 \frac{\partial}{\partial x} (\rho U h) + 12 \left(\rho w + \frac{\partial \rho h}{\partial t} \right) = 0 \\ \Leftrightarrow &\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} \right) \\ &= 6 \left(\frac{\partial}{\partial x} (\rho U h) - 2 \left(\rho w + \frac{\partial \rho h}{\partial t} \right) \right) \end{aligned} \quad (2.11)$$

Eq.2.11 には、密度と圧力が含まれている。圧縮性流体の密度を求めるには、流体の圧力と温度が必要となる。数値流体解析においては、流体の温度はエネルギー方程式を解くことによって得られるが、レイノルズ方程式を使用した解析では等温過程を導入することが多い。等温過程では密度は圧力に比例するため、Eq.2.11 を次式のように書き換えることができる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{2\mu} \cdot \frac{\partial P^2}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h^3}{2\mu} \cdot \frac{\partial P^2}{\partial y} \right) = 6 \left(\frac{\partial}{\partial x} (P U h) - 2 \left(P w + \frac{\partial P h}{\partial t} \right) \right) \quad (2.12)$$

2.3 摂動法

摂動法は微分方程式の解法の 1 種である。流体力学の支配方程式は微分方程式の形で記述され、非線形偏微分方程式の形をとることが多い。非線形偏微分方程式は通常厳密に解くことができず、数値計算により近似解を求めることがほとんどである。しかし摂動法を使用することにより、近似解を解析的に求めたり、非線形微分方程式を線型微分方程式に変形して解析することができる。

摂動法の手続きでは、主要な物理現象に、微小な変動が加えられたという仮定の下で解を求めていく。例として 1 次元の非圧縮性ナビエーストークス方程式を挙げ、説明する。1

次元非圧縮性ナビエーストークス方程式は次式のように書ける。ただし、 Re は流れのレイノルズ数を表わす。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.13)$$

非圧縮性ナビエーストークス方程式は、流体にかかる慣性力が、静圧による垂直応力と流体の粘性によるせん断応力に釣り合うことを意味する。このとき、せん断応力に注目すると、レイノルズ数の逆数と速度の二階微分の積で表されていることが分かる。今、レイノルズ数が非常に大きい流れを考える。レイノルズ数の逆数は1に比べて非常に小さくなり、せん断応力による流れへの影響は微小なものになると考えられる。これは慣性力と粘性力の比を意味するレイノルズ数の物理的意味を考えても妥当である。上記のように考えると、Eq.2.13 は、慣性力と静圧の釣り合いに、微小なせん断応力が作用していると解釈できる。このように、微分方程式を主要な部分と、微小な変動を与える項に分けて考えるのが摂動法の特徴である。

次に、実際に摂動法を用いて非線形微分方程式の例題を解き、その計算過程を示す。Eq.2.14 に、区間 $[0, 1]$ で定義された関数 f (境界条件： $f(0) = 0, f(1) = 12$) が満たすべき微分方程式を示す。

$$\frac{d^2 f}{dx^2} - \epsilon x f = 0 \quad (2.14)$$

式中の ϵ が十分小さく ($\epsilon \ll 1$)、 $\epsilon = 0$ 近傍で f が微分可能であるとき、Eq.2.14 の解は次式のようにテーラー展開できる。

$$f = f_0 + \epsilon f_1 + \epsilon^2 f_2 + \dots \quad (2.15)$$

Eq.2.15 を Eq.2.14 に代入すると次式のように整理できる。ただし $'$ は d/dx を表わし、 n 個の $'$ は d^n/dx^n を意味する。

$$(f_0'' + \epsilon f_1'' + \epsilon^2 f_2'' + \dots) - \epsilon x (f_0 + \epsilon f_1 + \epsilon^2 f_2 + \dots) = 0 \quad (2.16)$$

さらに ϵ のべき乗でそろえると、次式のように整理できる。

$$f_0'' + \epsilon(f_1'' - x f_0) + \epsilon^2(f_2'' - x f_1) + \dots = 0 \quad (2.17)$$

Eq.2.17 が常に成り立つためには、 ϵ の各べき乗の係数が常に0で無くてはならない。したがって、 ϵ のべき乗に関して低次の方から順に解を求めていく。

i) ϵ^0 の項

Eq.2.17 より $f_0'' = 0$ であるから $f = a_0 x + b_0$ となる。境界条件より $f_0(0) = 0, f_0(1) = 12$ であるから、

$$\begin{cases} a_0 = 0 \\ a_0 + b_0 = 12 \end{cases} \quad (2.18)$$

a_0, b_0 に関する上記の連立方程式を解くと $a_0 = 12, b_0 = 0$ であるため, 求める解は次式のように書ける.

$$f_0 = 12x \quad (2.19)$$

ii) ϵ^1 の項

Eq.2.17 より $f_1'' - x f_0 = 0$ である. Eq.2.19 より $f_0 = 12x$ であるから, 解くべき微分方程式は $f_1'' = 12x^2$ となる. これを積分することにより次式が得られる.

$$f_1 = x^4 + a_1 x + b_1 \quad (2.20)$$

ここで境界条件を考えると,

$$\begin{cases} f(0) = f_0(0) + \epsilon f_1(0) + \epsilon^2 f_2(0) + \dots = 0 + \epsilon \times 0 + \epsilon^2 \times 0 + \dots \\ f(1) = f_0(1) + \epsilon f_1(1) + \epsilon^2 f_2(1) + \dots = 12 + \epsilon \times 0 + \epsilon^2 \times 0 + \dots \end{cases} \quad (2.21)$$

と表せる. i) で $f_0(0) = 0, f_0(1) = 12$ であったから, f_1 の境界条件は $f_1(0) = 0, f_1(1) = 0$ となる. この境界条件を Eq.2.20 に与えると, 未定定数に関する連立方程式が次式のように得られる.

$$\begin{cases} a_1 + b_1 = -1 \\ b_1 = 0 \end{cases} \quad (2.22)$$

a_1, b_1 に関する上記の連立方程式を解くと $a_1 = -1, b_1 = 0$ であるため, 求める解は次式のように書ける.

$$f_1 = x^4 - x \quad (2.23)$$

iii) ϵ^2 の項

Eq.2.17 より $f_2'' - x f_1 = 0$ である. Eq.2.23 より $f_1 = x^4 - x$ であるから, 解くべき微分方程式は $f_2'' = x^5 - x^2$ となる. これを積分することにより次式が得られる.

$$f_2 = \frac{x^7}{42} - \frac{x^4}{12} + a_2 x + b_2 \quad (2.24)$$

ここで境界条件を考えると, i) で $f_0(0) = 0, f_0(1) = 12$ であったから, f_2 の境界条件は $f_2(0) = 0, f_2(1) = 0$ となる. この境界条件を Eq.2.24 に与えると, 未定定数に関する連立方程式が次式のように得られる.

$$\begin{cases} a_2 + b_2 = \frac{5}{84} \\ b_2 = 0 \end{cases} \quad (2.25)$$

a_2, b_2 に関する上記の連立方程式を解くと $a_2 = 5/84, b_2 = 0$ であるため, 求める解は次式のように書ける.

$$f_2 = \frac{x^7}{42} - \frac{x^4}{12} + \frac{5}{84}x \quad (2.26)$$

以上の計算より, ϵ の 2 次までの近似解として次式が得られる.

$$f = 12x + \epsilon(x^4 - x) + \epsilon^2 \frac{1}{84}(2x^7 - 7x^4 + 5x) + O(\epsilon^3) \quad (2.27)$$

以上が摂動法による非線形微分方程式の解法例である.

本研究では, 圧縮性レイノルズ方程式を解く際に摂動法を用いた (第 4.3 節). 空気静圧軸受の剛性や減衰は, 軸受隙間を流れる空気の圧力分布により発生する. その圧力分布から軸受の剛性・減衰係数を求める必要がある. 圧縮性レイノルズ方程式が非線形偏微分方程式であるために, そのままでは剛性・減衰係数を算出することが困難である. そこで微小パラメータとして主軸の変位や傾きを採用して圧力をテーラー展開し, 近似的に剛性・減衰係数を求めた. 詳細は第 4.3 節で解説する.

第 3 章

空気静圧軸受のせん断発熱解析

3.1 研究緒言

空気静圧軸受は圧縮空気による非接触支持により、主軸を支える軸受である。非接触支持であるため摩擦抵抗が非常に小さく、特に主軸を高速回転させる場合に有用である。一方、空気は主軸とハウジング間の非常に狭い隙間に圧送されており、主軸表面が高速で移動するため大きな速度勾配が発生する。大きな速度勾配は空気中での多量のせん断発熱発生につながり、それがスピンドルの部品に伝わることで熱膨張を引き起こす可能性がある。そのためスピンドルの設計段階において、熱解析を行うことは非常に重要であるが、解析の際、軸受内流れを 1 次元流れとして解析するか、3 次元流れとして解析するかで計算コストが大きく変化する。せん断発熱量を計算するために適切なモデルの選定がなされるべきだが、明確な指標はない。そこで本研究では、空気静圧軸受内におけるせん断発熱量計算モデルの選定手法の開発を目的とする。空気静圧軸受内の軸方向流速と主軸の周速の比 H を選定基準の無次元数として提案し、軸受内流れを 3 次元流れとした 3 次元熱流体解析モデルと 1 次元流れとした 1 次元せん断発熱計算モデルの使用を切り替える H の閾値を調べる。

3.2 3次元熱流体解析モデル

3.2.1 支配方程式

3次元熱流体解析モデルでは、3次元の圧縮性流体の支配方程式を CFD 解析によって解く。内部の複雑流れを考慮可能なモデルであり、せん断発熱を考慮した 3次元エネルギー方程式から部品に伝播する熱エネルギーを算出する。次式に 3次元熱流体解析モデ

ルの支配方程式を示す.

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} \rho u_x \\ \rho u_x^2 + P \\ \rho u_x u_y \\ \rho u_x u_z \\ u_x (\rho E + P) \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial y} \begin{bmatrix} \rho u_y \\ \rho u_x u_y \\ \rho u_y^2 + P \\ \rho u_y u_z \\ u_y (\rho E + P) \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} \rho u_z \\ \rho u_x u_z \\ \rho u_y u_z \\ \rho u_z^2 + P \\ u_z (\rho E + P) \end{bmatrix} \\
& - \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ k_a \frac{\partial \theta}{\partial x} \end{bmatrix} - \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ u_x \tau_{xx} + u_y \tau_{xy} + u_z \tau_{xz} \end{bmatrix} \\
& - \frac{\partial}{\partial y} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ k_a \frac{\partial \theta}{\partial y} \end{bmatrix} - \frac{\partial}{\partial y} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ u_x \tau_{yx} + u_y \tau_{yy} + u_z \tau_{yz} \end{bmatrix} \\
& - \frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \tau_{zz} \\ k_a \frac{\partial \theta}{\partial z} \end{bmatrix} - \frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ u_x \tau_{zx} + u_y \tau_{zy} + u_z \tau_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.1)
\end{aligned}$$

ここで, ρ は空気の密度, P は空気の圧力, E は単位体積当たりの空気の内部エネルギー, u_x, u_y, u_z はそれぞれ x, y, z 方向の流速, τ はせん断応力を表す. τ_{xy} は x 軸に垂直な面に働く, y 方向のせん断応力を表す. 列ベクトルの 1 行目が連続の式, 2~4 行目が運動量保存の式, 5 行目がエネルギー方程式である. 軸受隙間の熱流体数値計算には, OpenFOAM[38] を使用した. OpenFOAM はオープンソースの流体解析ソフトウェアであり, 無料で使用できる. 圧縮性・非圧縮性流れ等の様々な流れが計算可能である. 本研究では OpenFOAM 内の定常圧縮性流れ解析用ソルバー (rhoSimpleFoam) を使用した. rhoSimpleFoam は圧縮性流体用のソルバーであり, 定常の層流または乱流の解析に使用できる. 定常流れ用のソルバーであるため, エネルギー方程式に非定常項は含まれない. 元々の rhoSimpleFoam では, エネルギー方程式にせん断応力による仕事は考慮されておらず, 流体内の全エネルギーの変化は静圧から流体が受ける仕事と熱伝導によるエネルギー伝播で決まる. 空気静圧軸受の解析においては, 速度勾配が非常に大きなせん断流れが発生するため, せん断応力は無視するべきではない. せん断応力を無視した場合, せん断発熱は発生せず, 空気静圧軸受の熱解析に適用することができない. そこで rhoSimpleFoam のソースコードを変更し, エネルギー方程式にせん断応力による仕事を追加するプログラミングを行った. Fig.3.1 に rhoSimpleFoam 内のエネルギー方程式を示すソースコードと, せん断発熱を考慮するために追加したコードを示す. 図中の微分方

```

fvScalarMatrix EEqn
(
    fvm::div(phi, he)
    + (
        he.name() == "e"
        ? fvc::div(phi, volScalarField("Ekp", 0.5*magSqr(U) * p/rho))
        : fvc::div(phi, volScalarField("K", 0.5*magSqr(U)))
    )
    - fvm::laplacian(turbulence->alphaEff(), he)
    ==
    fvOptions(rho, he)
);

```

$$\nabla \cdot (\rho e \mathbf{U}) + \nabla \cdot (\rho K \mathbf{U}) + \nabla \cdot (P \mathbf{U}) = \alpha \Delta e + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \mathbf{U})$$

Shear heating term

Added term

```

- (fvc::div(muEff*Foam::T(fvc::grad(U)) & U)
  + fvc::div(muEff*dev2(fvc::grad(U)) & U))

```

Fig.3.1 Source code of energy equation in original rhoSimpleFoam and added code to consider shear heating.

程式がせん断応力を考慮したエネルギー方程式である。rhoSimpleFoam では図中のエネルギー方程式のうち赤丸で囲んだ項のみコーディングされる。そこで図中の Added term をソースコードに追加し、せん断発熱を考慮した数値流体解析を可能にした。変更を加えたエネルギー方程式では、左辺の第 2 項にせん断応力と流速の積の発散が追加された。これによりせん断応力が空気中のエネルギーおよび温度に与える影響が考慮され、流れ中で発生するせん断発熱量を評価することができる。追加した項は、Eq.3.1 のは左辺の第 5, 7, 9 項に対応している。

3.2.2 せん断発熱計算機能を実装したモデルの検証

3.2.2.1 空気静圧軸受の圧力分布計算

開発したモデルの妥当性を確認するために、先行研究の計測結果と比較を行った。Yoshimoto ら [39] および神山ら [40] は、空気静圧軸受内部の圧力計測を行い、その結果を公表している。Yoshimoto はレイノルズ方程式を用いて空気静圧軸受内部の圧力分布の解析を行った。断熱噴流におけるエネルギー損失をレイノルズ方程式に考慮し、その計算結果を計測結果と比較した。神山らも Yoshimoto の計測結果を参照データとして数値

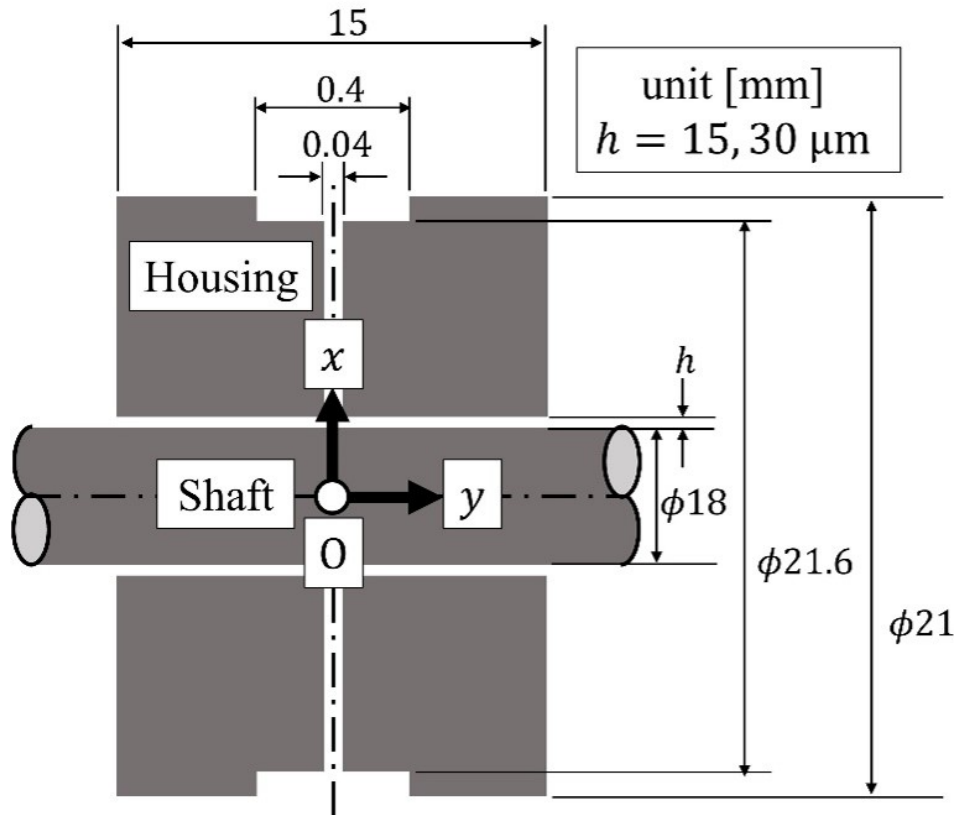


Fig.3.2 Structure and size parameters of the bearing referred in verification for OpenFOAM solver.

計算モデルを構築した。構築した数値計算モデルを使用し、空気静圧軸受内部の流動現象を解明した。Fig.3.2 に Yoshimoto と神山らが使用した軸受の寸法を示す。図中の h は軸受隙間の幅を表す。空気は幅 0.4 mm の流入口から流れ込み、幅 h の隙間を通過して大気に放出される。ハウジングに幅 0.04 mm のスリット状の隙間が切られており、ここを通過して軸受隙間に空気が流入する。Yoshimoto らは主軸表面の圧力を、流入口直下から流出口に向けて y 軸に沿って測定し、グラフ化した。実験は供給圧力を 710 kPa(abs) として行われた。測定範囲は流入口直下から y 軸方向に ± 0.5 mm の範囲で行われた。開発したモデルによる計算では、 $y = 0.5$ mm での圧力測定値を出口境界の静圧に設定した。

Fig.3.3 に Yoshimoto と神山らの計測・計算結果を示す。グラフは横軸が y 軸上の座標、縦軸が圧力を表わす。グラフ中の点が Yoshimoto による計測結果を、実線が神山らによる計算結果を表わす。グラフ中の C は軸受隙間 h を表わしており、15~50 μm の 6 パターンの結果が発表された。本研究では Yoshimoto の結果のうち、軸受隙間が 15, 30 μm のものを参照する。軸受隙間が 15, 30 μm のときの結果を参照した理由は、ほとんどの空気静圧軸受で軸受隙間を 20 μm 前後に設計するからである。例えば [16] では軸受

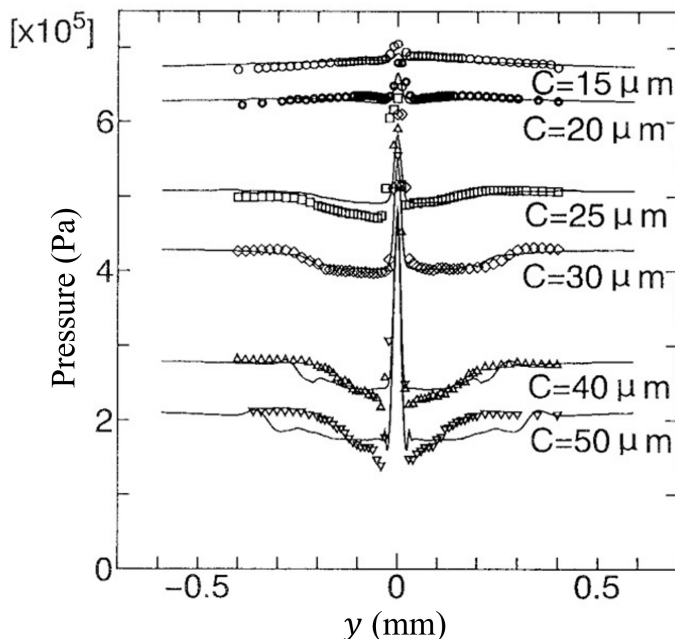


Fig.3.3 Measurement (circles) and Calculation (lines) result of Yoshimoto and Kamiyama[40] for several bearing gaps.

隙間は 16 または 19 μm , [17] では 20 μm であった。グラフから $y = 0.5 \text{ mm}$ における静圧は 15 μm のとき 428 kPa(abs), 30 μm のとき 673 kPa(abs) とグラフから読み取れる。読み取った上記の値を軸受隙間の出口静圧として用いた。

軸受内部の流れは、流路が非常に狭いため層流になる。計算時には乱流モデルを使用せず、流体の温度、流速、圧力を直接解いた。メッシュ数は軸受隙間が 15 μm の場合で 22,800 個、30 μm の場合で 31,600 個であった。以下に各物理量の境界条件を列挙する。ただし、カッコ内は OpenFOAM の設定ファイルの記述を示す。

- 温度 T

inlet - 等温 293 K (type fixedValue; value uniform 293;)

outlet - 勾配 0 (type zeroGradient;)

wall - 等温 293 K (type fixedValue; value uniform 293;)

symm - 鏡像対称境界 (type symmetryPlane;)

default - 2次元解析 (type empty;)

- 流速 U

inlet - 圧力勾配から計算 (type pressureInletVelocity; value uniform (0 0 0);)

outlet - 流出条件 (type inletOutlet; inletValue uniform (0 0 0); value uniform (0 0 0);)

- wall - 滑りなし条件 (type noSlip;)
- symm - 鏡像対称境界 (type symmetryPlane;)
- default - 2次元解析 (type empty;)
- 静圧 P
 - inlet - 全圧 710 kPa(abs) (type totalPressure; rho none; psi thermo:psi; gamma 1.4; p0 uniform 710e3; value uniform 710;)
 - outlet - 静圧 673 kPa(abs) または 428 kPa(abs)(type fixedValue; value uniform 673e3 or 428e3;)
 - wall - 勾配 0 (type zeroGradient;)
 - symm - 鏡像対称境界 (type symmetryPlane;)
 - default - 2次元解析 (type empty;)

Fig.3.4 に主軸表面の圧力の計算結果と計測結果を比較したグラフを示す。グラフの横軸は y 軸上の座標，縦軸は軸受隙間内の圧力を表す。丸記号およびアスタリスクが Yoshimoto らの計測結果を示し，実線および鎖線が本計算結果を示す。軸受隙間が $15\ \mu\text{m}$ のとき，計算結果と計測結果が良く一致しているのが分かる。計測結果から圧力は流入口から流出口に向かって滑らかに降下していることが分かり，作成したソルバーでも同

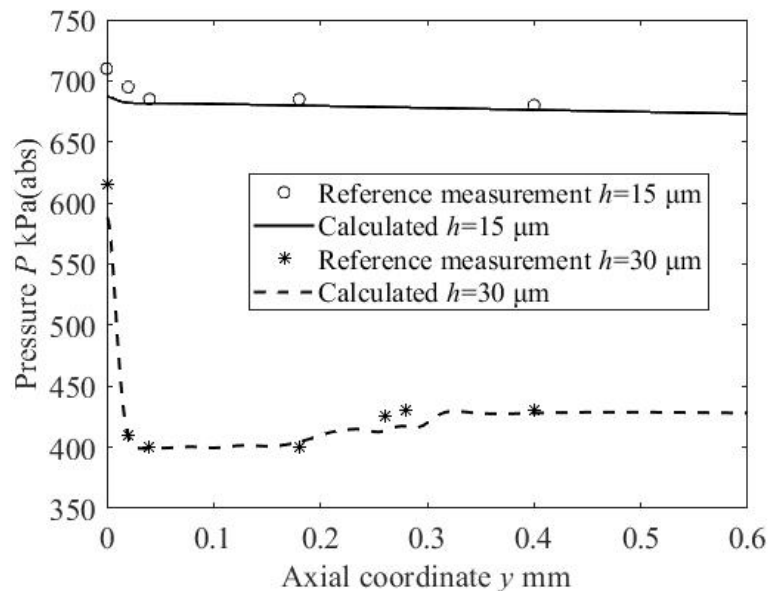


Fig.3.4 Pressure distributions on shaft surface obtained by our OpenFOAM solver (solid and dashed lines) and Yoshimoto's measurement (circles and asterisks) results[39]. Flow rates were 2.76 and 9.19×10^{-4} kg/s for $h=15$ and $30\ \mu\text{m}$, respectively.

様の結果が得られた。軸受隙間が 30 μm のときも、計算結果と計測結果が良く一致した。軸受隙間が広がると、軸受隙間に空気が流れ込む箇所で急激な圧力降下が起こる。これは空気が大きく加速されることによる断熱膨張が原因と考えられる。作成したソルバーでもこの急激な圧力変化を捉えており、圧力値も計測結果とよく一致した。以上の結果より、開発したソルバーが狭い軸受隙間内の流れを計算可能であることを確認した。

3.2.2.2 平行平板クエット流の温度分布計算

流体のせん断発熱計算機能の妥当性を確認するために、平行平板クエット流の温度分布を OpenFOAM を用いて計算した。OpenFOAM によって計算した温度分布を解析解と比較した。

Fig.3.5 に平行平板クエット流と流路のパラメータを示す。平板の片方は速度 U で移動しており、内部にクエット流が発生している。平板間の距離が h であるとき、その速度勾配は U/h であるから流路内のエネルギー方程式は以下のようにかける。

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = -\frac{\mu}{k} \left(\frac{U}{h} \right)^2 \quad (3.2)$$

ここで θ は流体の温度、 μ は流体の粘性係数、 k_a は流体の熱伝導係数を表す。平板表面温度を θ_a とすると、式 (3.2) から平板間の温度分布は以下の式で表せる。

$$\begin{aligned} \theta(z) &= -\frac{\mu}{2k} \left(\frac{U}{h} \right)^2 z^2 + -\frac{\mu U^2}{2kh} z + \theta_a \\ &= -\frac{\mu}{2k} \left(\frac{U}{h} \right)^2 \left(z - \frac{h}{2} \right)^2 + \frac{\mu U^2}{8k} + \theta_a \end{aligned} \quad (3.3)$$

式 (3.3) から平板間の温度分布は放物線の形をしており、平板間の中央で最大値を取ることが分かる。Fig.3.6 に $h=20 \mu\text{m}$ 、 $\theta_a=293 \text{ K}$ 、 $U=125 \text{ m/s}$ のときの式 (3.3) の計算結

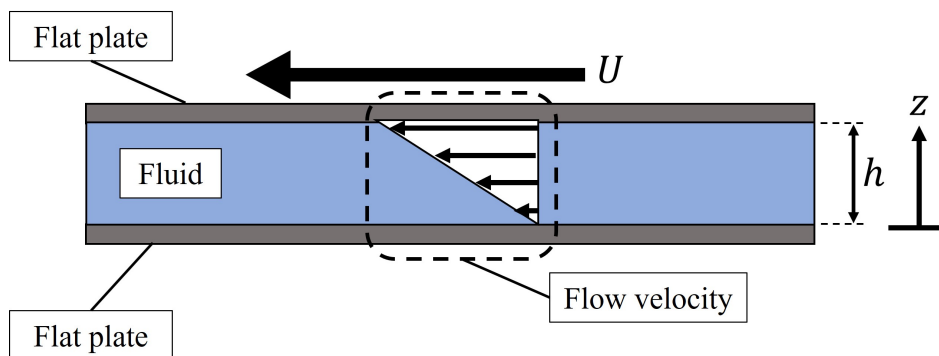


Fig.3.5 Structure and size of Couette flow between two parallel flat plates.

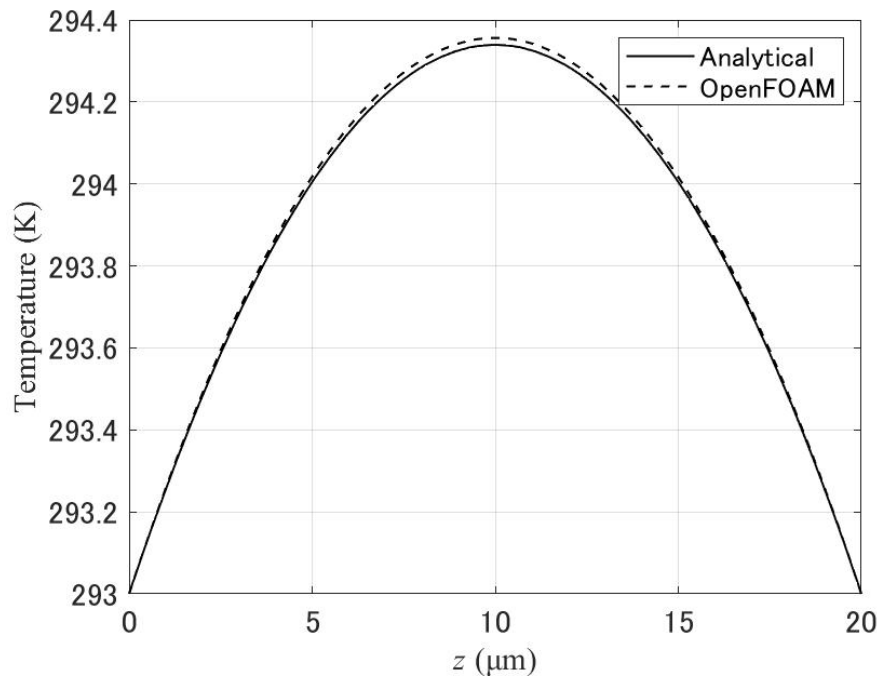


Fig.3.6 Temperature distribution of Couette flow between two parallel flat plates. Solid line and dashed line mean analytical result and OpenFOAM result respectively.

果と OpenFOAM の温度分布計算結果をグラフで示す。グラフの横軸は z 軸を表し、縦軸は流体の温度を表す。実線が解析解の計算結果、破線が OpenFOAM での計算結果を示す。グラフから 2 つの計算結果がよく一致することが分かる。 $z=10 \mu\text{m}$ 付近で解析解と OpenFOAM の計算結果が異なっているが、その差は約 1.5 % であり大きな問題とならない。よって OpenFOAM に追加したせん断発熱計算機能は正常に動作していると判断した。

3.2.3 モデル形状と境界条件

Fig.3.7 に、計算対象となる流路モデルの外観を示す。形状の影響を考慮するため、流路モデルは 3 種類作成した。本研究ではそれぞれ (a) 単列スリットモデル、(b) 単列オリフィスモデル、(c) 複列スリットモデルと呼ぶ。単列スリットモデルはスリット状の流入口を全周に有する。単列オリフィスモデルでは、 $\phi 0.8$ オリフィス形状の流入口が 40 個等間隔に配置される。流入口の数求める剛性等によって変化する。[2] では 45 個のオリフィス形状の流入口が設けられた。本研究においては、単列スリットモデルと単列オリフィスモデルでは、流入面積が等しくなるよう、流入口の個数や寸法を決めた。複列ス

リットモデルは、単列スリットモデルを縦に2つ重ねたモデルであり、スリット状の流入口が2か所に設置された。

Fig.3.8～Fig.3.10にOpenFOAM内で作成した流路の形状モデルと寸法を示す。計算コスト削減のために、単列スリットモデルと複列スリットモデルでは、流路は周方向に4等分したモデルを使用した(Fig.3.8, Fig.3.10)。切断面には周期境界条件を適用した。単列オリフィスモデルについては、隣り合ったオリフィスの中間でモデルを切断し、40等

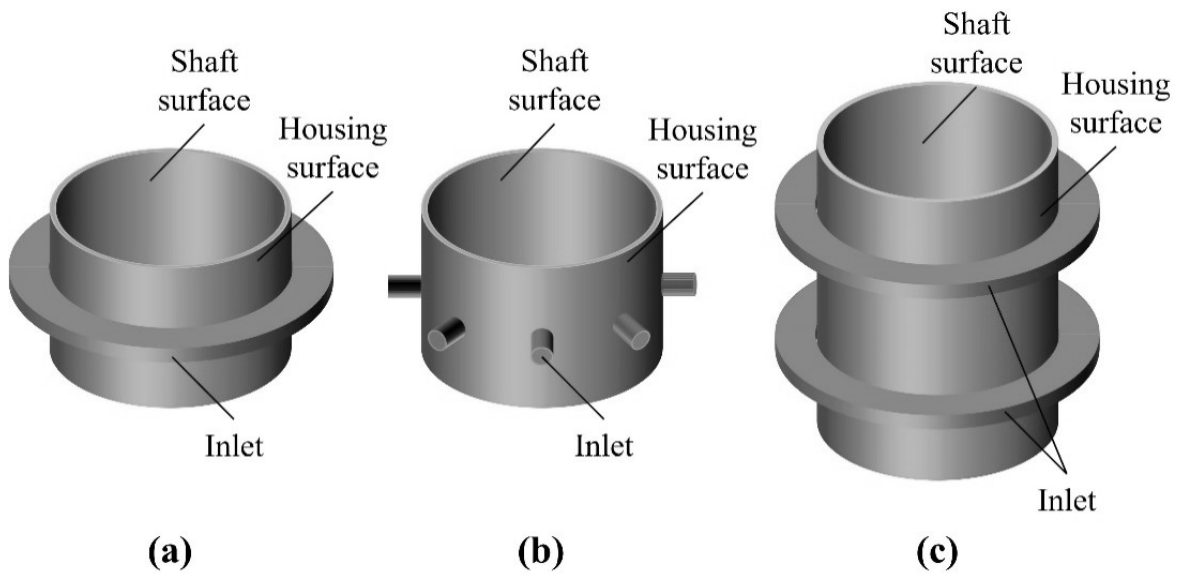


Fig.3.7 3D model shapes of (a) single slit model, (b) single orifice model, (c) double slit model.

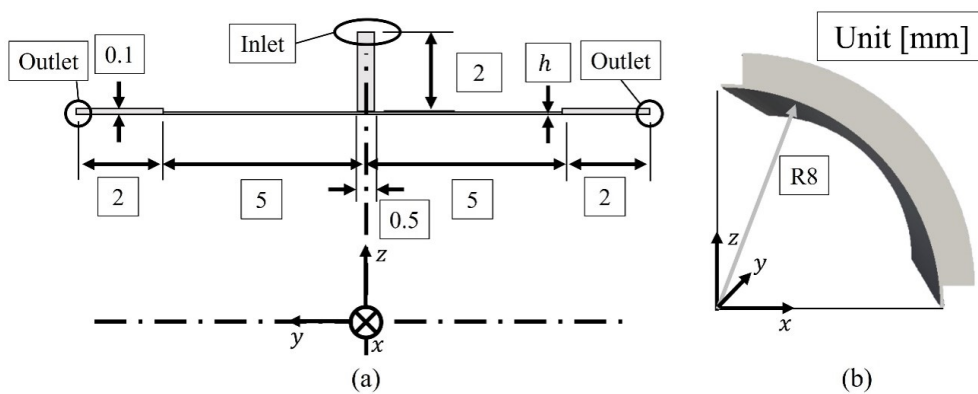


Fig.3.8 Computational geometry of the single slit model shown in Fig.3.7(a). (a): side view, (b): top view.

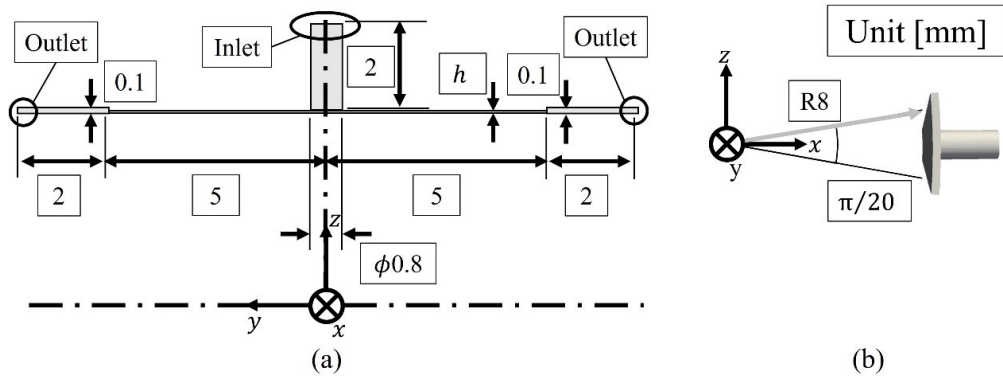


Fig.3.9 Computational geometry of single orifice model shown in Fig.3.7(b). (a): side view, (b): top view.

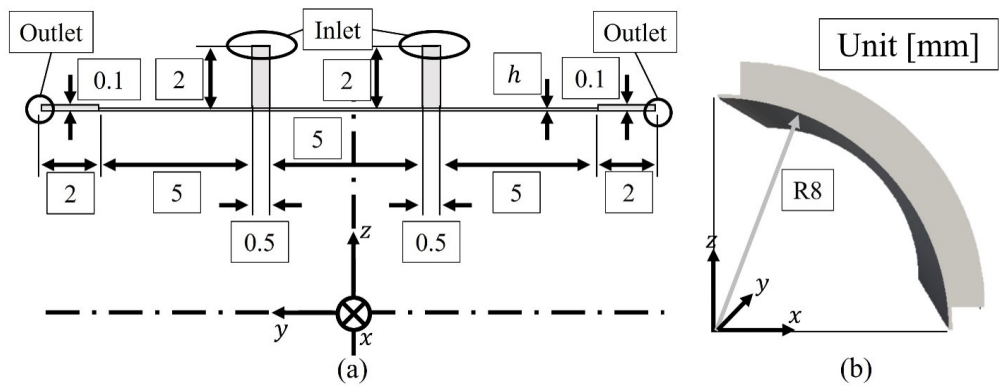


Fig.3.10 Computational geometry of double slit model shown in Fig.3.7(c). (a): side view, (b): top view.

Table.3.1 Boundary conditions for numerical simulations using OpenFOAM.

Boundary name	Velocity	Temperature	Pressure
Inlet	Pressure determined	293 K	Total pressure P_s
Outlet	Zero gradient	Zero gradient	P_a
Shaft surface	Circumferential velocity of shaft	293 K	Zero gradient
Housing surface	No slip	293 K	Zero gradient
Others	Slip	293 K	Zero gradient

分したモデルを使用した (Fig.3.9). 切断面には周期境界条件を適用した. 図中の h は軸

受隙間であり，軸受隙間を挟む面上の熱流束を OpenFOAM により算出する．軸受隙間の端部には，計算を安定させるために，幅 0.1mm，長さ 2 mm の空間を設けた．この空間を設けることで，軸受隙間の圧力が自然に大気圧まで降下した．Table.3.1 に数値計算の境界条件を示す．流入口と流出口には，それぞれ境界条件として供給圧 P_s と大気圧 P_a

Table.3.2 Conditions of bearing gap h , supply pressure P_s , rotation per minutes Ω for numerical simulation.

Boundary name	Parameters			
	h	P_s	Ω	mesh number
Single slit model	10 μm	600 kPa(abs)	150,000 min^{-1}	3,195,000
	13.5 μm	600 kPa(abs)	150,000 min^{-1}	3,342,000
	17.5 μm	600 kPa(abs)	150,000 min^{-1}	3,510,000
	20 μm	600 kPa(abs)	150,000 min^{-1}	3,615,000
	20 μm	300 kPa(abs)	150,000 min^{-1}	3,615,000
	20 μm	400 kPa(abs)	150,000 min^{-1}	3,615,000
	20 μm	700 kPa(abs)	150,000 min^{-1}	3,615,000
Single orifice model	10 μm	600 kPa(abs)	150,000 min^{-1}	5,152,000
	13.5 μm	600 kPa(abs)	150,000 min^{-1}	6,127,200
	20 μm	600 kPa(abs)	150,000 min^{-1}	6,528,000
	20 μm	600 kPa(abs)	180,000 min^{-1}	6,528,000
	20 μm	600 kPa(abs)	200,000 min^{-1}	6,528,000
	20 μm	600 kPa(abs)	220,000 min^{-1}	6,528,000
	20 μm	300 kPa(abs)	150,000 min^{-1}	6,528,000
	20 μm	400 kPa(abs)	150,000 min^{-1}	6,528,000
	20 μm	700 kPa(abs)	150,000 min^{-1}	6,528,000
Double slit model	10 μm	600 kPa(abs)	150,000 min^{-1}	3,702,000
	14.5 μm	600 kPa(abs)	150,000 min^{-1}	3,950,400
	20 μm	600 kPa(abs)	150,000 min^{-1}	4,254,000
	20 μm	600 kPa(abs)	180,000 min^{-1}	4,806,000
	20 μm	600 kPa(abs)	200,000 min^{-1}	5,358,000
	20 μm	600 kPa(abs)	220,000 min^{-1}	5,358,000
	20 μm	300 kPa(abs)	150,000 min^{-1}	4,254,000
	20 μm	400 kPa(abs)	150,000 min^{-1}	4,254,000
	20 μm	700 kPa(abs)	150,000 min^{-1}	4,254,000

を設定した．主軸と接する面に対しては，主軸の周速と同様の向きと大きさを持つ移動速度を設定した．ハウジングと接する面に対しては，滑りなしの条件を適用した．Table.3.2に，計算で使用した軸受隙間の幅 h ，供給圧力 P_s ，回転数 Ω ，モデルのメッシュ数の組み合わせを示す．パラメータの組み合わせは，無次元数 H が幅を持って分布するよう，値を試行錯誤から決定した．1列目がモデルの種類，2～4列目がパラメータの値を示す．

求める剪断発熱量 Q_{3D} は，主軸表面およびハウジング表面を通過する熱量に等しい．主軸表面の熱流束を q_{sh} ，ハウジング表面の熱流束を q_h と書き，次式のように積分することで剪断発熱量 Q_{3D} を求めた．ただし L は軸受の長さを表す．

$$Q_{3D} = \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{2\pi} q_{sh} \cdot \frac{D}{2} d\phi dy + \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{2\pi} q_h \cdot \left(\frac{D}{2} + h \right) d\phi dy \quad (3.4)$$

3.3 1次元せん断発熱計算モデル

Fig.3.11 に1次元せん断発熱計算モデルの座標系を示す．1次元せん断発熱計算モデルは主軸，圧縮空気，ハウジングから構成される．図中の D は主軸直径， q は軸受内を半径方向に流れる熱流束を表す．鎖線矢印は熱流束が正となる向きを表わす． r は主軸の中心から半径方向に延びる座標軸である． ω は主軸の回転速度を表わす．熱流束は r 軸に沿って流れる向きを正とした．空気はハウジングに空いた供給孔から軸受隙間に流入し，軸受の端面から大気へと放出される． x, y, z 軸の原点は主軸および軸受の中心と一致する．ただし，計算を簡単にするために， r 軸は主軸表面を0とする． ϕ は r 軸と z 軸のなす角

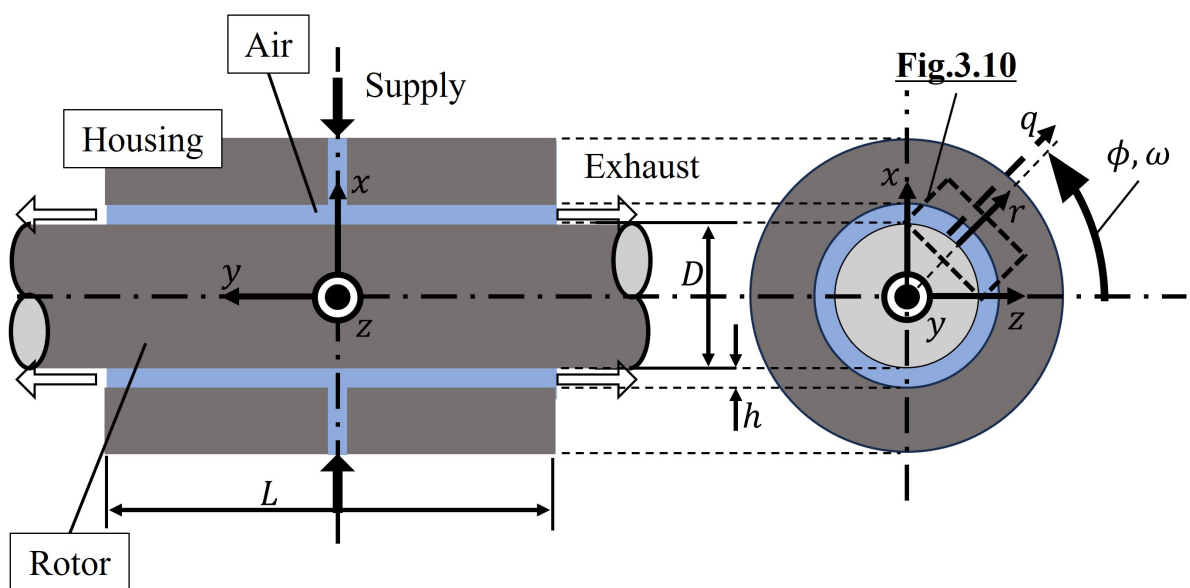


Fig.3.11 Structure and parameters of one dimensional shear heating calculation model

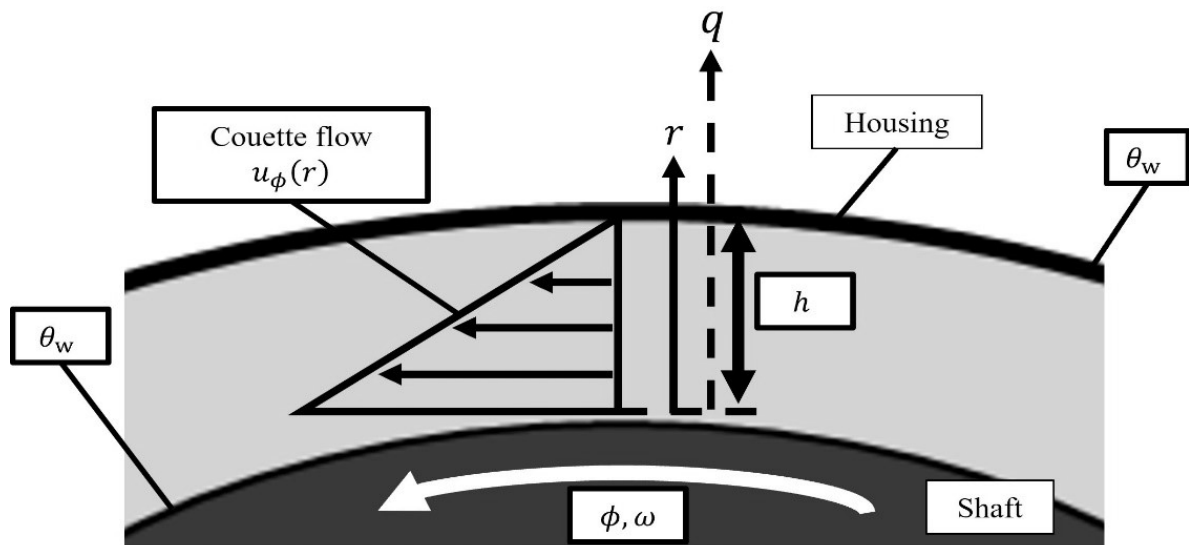


Fig.3.12 Cross section of one dimensional shear heating calculation model in plane perpendicular to y axis.

度を表す.

1次元せん断発熱計算モデルにおいて、以下の3つの仮定をする.

1. 軸受隙間への空気の流入および、軸受隙間からの空気の流出は考慮しない.
2. 軸受隙間は十分狭く、圧力は隙間の高さ方向に一定である.
3. 流体の慣性力は粘性力に比べて無視できるほど小さく、周方向流れは定常な平面クエット流れである.

3番目の仮定との整合を確認するため、Table.3.2の各パラメータの組み合わせにおけるクエット流れのレイノルズ数を算出し、臨界レイノルズ数と比較した。以下にレイノルズ数 Re の計算式を示す.

$$Re = \frac{\rho_a U h}{\mu} \quad (3.5)$$

ここで、 ρ_a は標準状態における空気密度であり、 1.204 kg/m^3 である。 U は主軸の周速、 μ は空気の粘性係数を表す。算出したレイノルズ数は $80 \sim 250$ の範囲内に収まり、全てのパラメータの組み合わせにおいてクエット流れの臨界レイノルズ数 1440 [41] を下回ることを確認した。

Fig.3.12 に1次元せん断発熱計算モデルを y 軸に垂直な面で切断した断面図を示す。Fig.3.12 は Fig.3.11 内の鎖線で囲んだ部位を拡大した図である。仮定 2, 3 および軸受内流れのレイノルズ数から、軸受隙間内の流れはクエット流れになることが分かる。

Fig.3.12 の表記から，クエット流れの半径方向の速度勾配は次式のように書ける．

$$\frac{\partial u_\phi}{\partial r} = -\frac{D\omega}{2h} \quad (3.6)$$

ここで， u_ϕ は ϕ 軸方向の流速を表す．定常流であるから，隙間内部のエネルギー方程式は次式のように書ける．

$$\begin{aligned} k_a \frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} &= -\mu \left(\frac{\partial u_\phi}{\partial r} \right)^2 \\ &= -\mu \left(\frac{D\omega}{2h} \right)^2 \end{aligned} \quad (3.7)$$

ここで， θ は温度， k_a は空気の熱伝導率を表す．Eq.3.7 は隙間内で発生するせん断発熱量と，熱伝導により主軸とハウジングに伝播する熱量のつり合いを表す．Eq.3.7 を r 軸上で積分すると，次式のように隙間内の温度分布を得ることができる．

$$\theta = -\frac{\mu}{2k_a} \left(\frac{D\omega}{2h} \right)^2 r^2 + C_1 r + C_2 \quad (3.8)$$

ここで， C_1 ， C_2 は積分定数を表す．空気静圧軸受において，軸受隙間は非常に薄く，空気層は熱の良導体と見做せる [42]．そのためハウジング表面と主軸表面で温度が等しく θ_w であると仮定する．境界条件から Eq.3.8 中の積分定数を決定すると，軸受隙間内の温度分布として次式が得られる．

$$\theta = -\frac{\mu}{2k_a} \left(\frac{D\omega}{2h} \right)^2 r^2 + \frac{\mu(D\omega)}{8k_a h} r + \theta_w \quad (3.9)$$

定常状態においては，軸受隙間から主軸・ハウジングに流入する熱量の和は，軸受隙間内のせん断発熱量 Q_{1D} に等しい．そこで Eq.3.9 から主軸表面およびハウジング表面を通過する熱量を導出する．壁面の熱流束は壁面の温度勾配，空気の熱伝導率，壁面積の積で書ける．よって求めるせん断発熱量 Q_{1D} は Eq.3.10 のように書ける．

$$\begin{aligned} Q_{1D} &= k_a \frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{r=0 \text{ or } h} \times 2\pi DL \\ &= \pi \frac{\mu(D\omega)}{4h} DL \end{aligned} \quad (3.10)$$

3.4 無次元数 H

本研究ではせん断発熱量計算モデルを選定する指標として，軸受内部の速度比に着目した．Fig.3.11 において， y 軸方向の流速が主軸の周速に比べて大きい場合，剪断発熱量は

y 軸方向の流速にも影響を受けることが予想される。主軸の周速が、 y 軸方向流速に比べて十分に大きい場合には、剪断発熱量に対する影響は、主軸の周方向の流れが支配的になると考えられる。そこで y 軸方向流速と主軸の周速の比を取って無次元数 H を導出した。

Fig.3.13 に 1 次元せん断発熱計算モデルを z 軸に垂直な面で切断した断面図を示す。隙間には流入口と流出口の圧力差によって空気が流れており、 P_s が供給圧、 P_a が大気圧を表す。軸受隙間内の検査体積について、定常流れの場合の力のつり合いを考える。定常流れでかつ 3.3 節の仮定 3 から慣性項が無視できるから、流れ中では静圧とせん断応力が釣り合っていると考えられる。静圧とせん断応力のつり合いは次式のように書ける。

$$\begin{aligned}\frac{\partial P}{\partial y} &= \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \\ &= \mu \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2}\end{aligned}\quad (3.11)$$

ここで、 P は軸受隙間内の静圧を表す。Eq.3.11 を x 軸上で積分することで流速分布を導出できる。壁面上の y 軸方向の流速が 0 m/s であることを考慮すると、 u_y は次式のように書ける。

$$u_y = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial y} (x^2 - xh) \quad (3.12)$$

u_y は x の関数である。そこで x 軸方向に積分して軸受隙間 h で除することにより、平均流速 \bar{u}_y を次式のように書く。

$$\bar{u}_y = \frac{1}{h} \int_0^h u_y dx = -\frac{h^2}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial y} \quad (3.13)$$

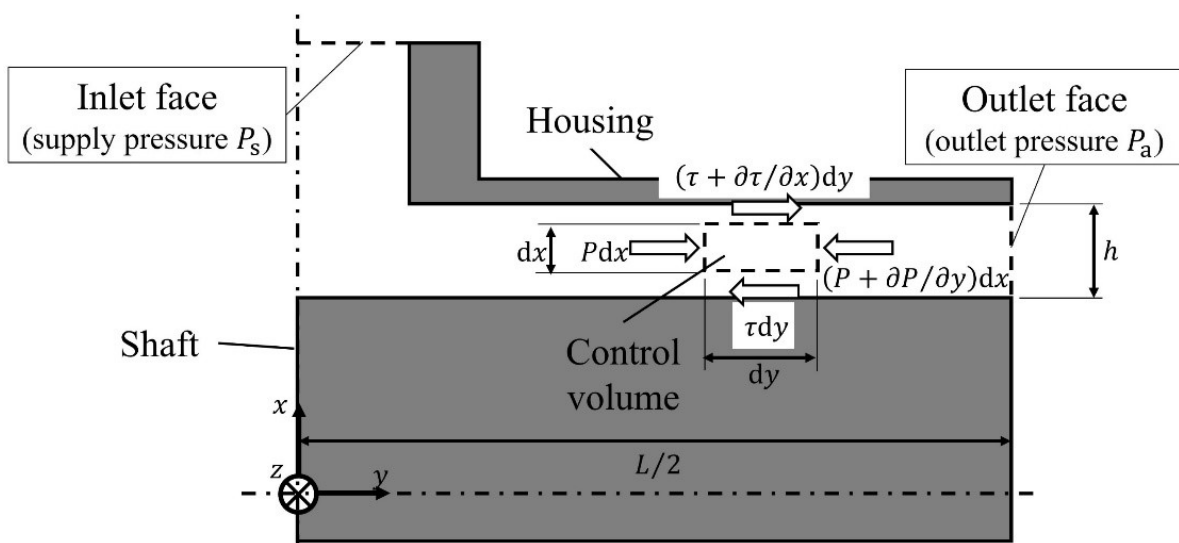


Fig.3.13 Cross section of one dimensional shear heating calculation model in plane perpendicular to z axis.

Eq.3.13 は y 軸方向の圧力勾配 $\partial P/\partial y$ を含んでいる。 $\partial P/\partial y$ は y 軸上で分布する変数であるが、無次元数を導出するためには定数が望ましい。本研究では圧力勾配を供給圧力 P_s 、大気圧 P_a 、軸受長さ L で近似し、平均流速 \bar{u}_y を次式のように定義した。

$$\bar{u}_y = -\frac{h^2}{12\mu} \frac{P_a - P_s}{L/2} \quad (3.14)$$

主軸の周速 U は回転速度 ω と主軸直径 D から次式のように書ける。

$$U = \frac{D\omega}{2} \quad (3.15)$$

Eq.3.14, Eq.3.15 の結果の比を取ることで、無次元数 H を次式のように定義した。

$$\begin{aligned} H &= \frac{\bar{u}_y}{U} \\ &= -\frac{h^2}{3\mu D\omega} \frac{P_a - P_s}{L} \end{aligned} \quad (3.16)$$

3.5 計算結果と考察

3.5.1 圧力・流速・温度

Fig.3.14～Fig.3.16 に単列スリットモデルの y 軸方向の圧力・流速・温度分布をグラフで示した。グラフは軸受隙間 h が $20 \mu\text{m}$ 、回転数 Ω が $150,000 \text{ min}^{-1}$ 、供給圧 P_s が 600

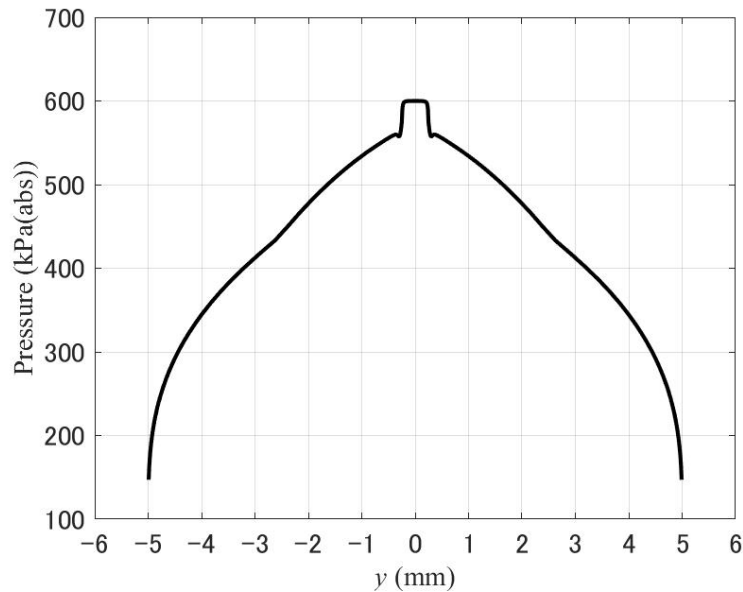


Fig.3.14 Pressure distribution in bearing gap center of single slit model along y axis when $h=20 \mu\text{m}$, $\Omega=150,000 \text{ min}^{-1}$, $P_s=600 \text{ kPa(abs)}$.

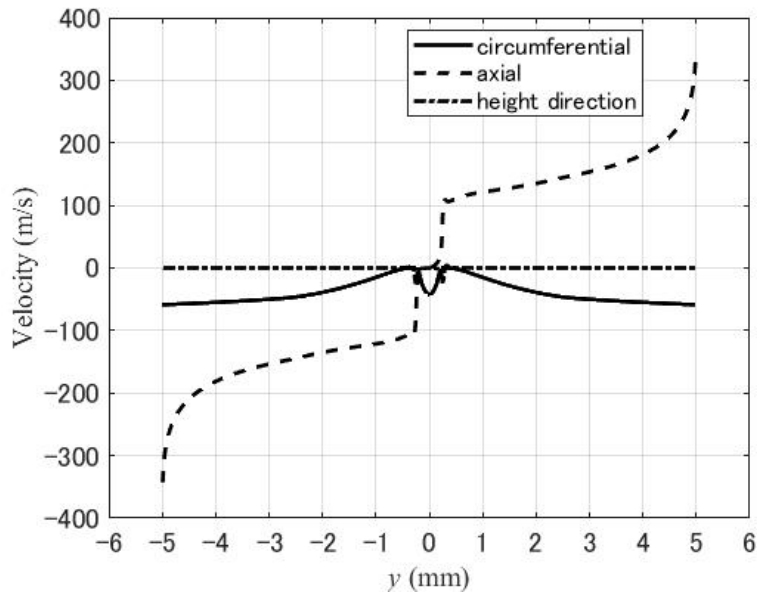


Fig.3.15 Velocity distribution in bearing gap center of single slit model along y axis. Solid line, dashed line, single-pointed line mean circumferential velocity, axial velocity, height direction velocity respectively when $h=20\ \mu\text{m}$, $\Omega=150,000\ \text{min}^{-1}$, $P_s=600\ \text{kPa}(\text{abs})$.

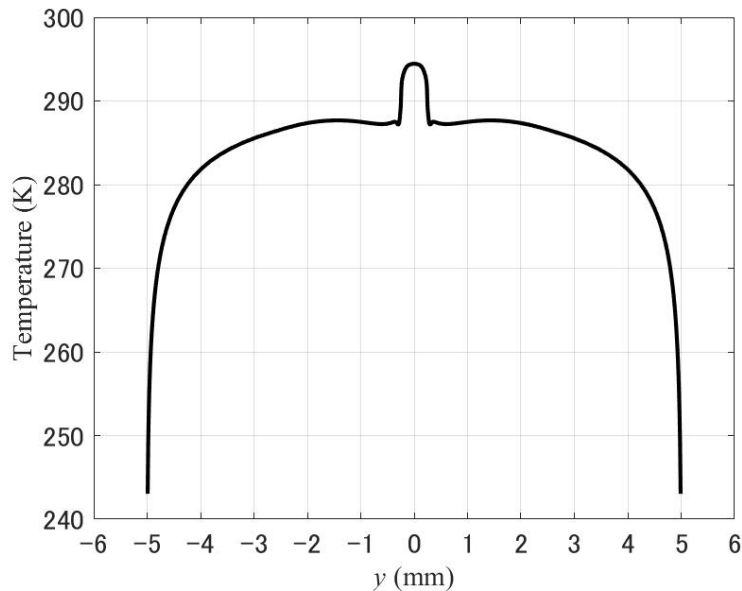


Fig.3.16 Temperature distribution in bearing gap center of single slit model along y axis when $h=20\ \mu\text{m}$, $\Omega=150,000\ \text{min}^{-1}$, $P_s=600\ \text{kPa}(\text{abs})$.

kPa(abs) のときの結果を表す。グラフの横軸は y 軸座標を表し、縦軸が軸受隙間内の圧

力・流速・温度を表す。圧力・流速・温度は主軸表面から 10 μm だけ離れた軸受隙間の中央の値を参照した。

Fig.3.14 から、流入路と軸受隙間の接続部で圧力がステップ状に降下したことが分かった。軸受隙間内では軸受端に向かってほとんど単調に大気圧まで減少した。軸受端付近で圧力勾配が特に大きくなった。

Fig.3.15 には周方向、軸方向、隙間の高さ方向の流速分布を示した。グラフ中の実線が周方向流速、破線が軸方向流速、一点鎖線が隙間の高さ方向の流速を示す。周方向流速は流入路直下で極小値を取り、流入路と軸受隙間の接続部付近で極大値を取った。極大値を取った後は、軸受端まで加速され最終的に約 60 m/s に達した。高さ方向の流速は殆ど 0 であった。軸方向流速は流入路と軸受隙間の接続部でステップ状に増加した。この箇所では圧力がステップ状に降下しており、流速が急激に増加した結果オイラーの定理に従って圧力が降下したと考えられる。軸受端付近で急激に加速されており、これは圧力勾配が大きくなった箇所と同じ部位だった。最大軸方向流速は約 400 m/s に達した。

Fig.3.16 から温度は軸受端付近と、流入路から軸受隙間に流入する箇所で大きく変化することが分かった。流入路と軸受隙間の接続部では温度がステップ状に 7~8 K 程度降下した。流入路に近い軸受隙間ではほとんど温度変化せず、280~290 K の値を維持した。軸受端付近に近づくと急激に温度が降下した。温度は軸受端で最小値を取り、約 220 K になった。急激な温度降下の起こった範囲は圧力勾配が増加した箇所と重なる。そのため圧力の急激な減少に伴う断熱膨張で温度が降下したと考えられる。

Fig.3.17 に単列スリットモデルの断面図 (Fig.3.8(a)) と流出口付近の圧力分布のカラーマップを示す。今回流路の形状モデルには、流出口に高さ 0.1 mm、長さ 2 mm の空間を設けている。これは不自然な圧力降下を防止するための措置である。カラーマップから軸受隙間の終端において圧力が大気圧まで減圧していることが分かる。このことから、流出口に設けた空間が隙間内の圧力変化に悪影響を与えることは無いと考えられる。

単列スリットモデルと単列オリフィスモデルでは流れ構造に違いが見られた。Fig.3.18, Fig.3.19 に、単列オリフィスモデルの軸受隙間内の流速分布をグラフで示した。グラフは軸受隙間 h が 20 μm 、回転数 Ω が 150,000 min^{-1} 、供給圧 P_s が 600 kPa(abs) のときの結果を表す。グラフの横軸は y 軸座標を表し、縦軸が軸受隙間内の流速を表す。流速は主軸表面から 10 μm だけ離れた軸受隙間中央の値を参照した。グラフ中の実線が周方向流速、破線が軸方向流速、一点鎖線が隙間の高さ方向の流速を示す。Fig.3.18 はオリフィス直下での流速分布、Fig.3.19 は計算コストを削減するためにモデルをカットしたときの切断面での流速分布を示す。オリフィス直下での流速は単列スリットモデルと似た傾向を示した。周方向流速は流入路直下で極小値を取り、流入路と軸受隙間の接続部付近で極大値を取った。極大値を取った後は、軸受端まで加速され最終的に約 60 m/s に達した。高さ方向の流速は殆ど 0 であった。軸方向流速は流入路と軸受隙間の接続部でステップ状に

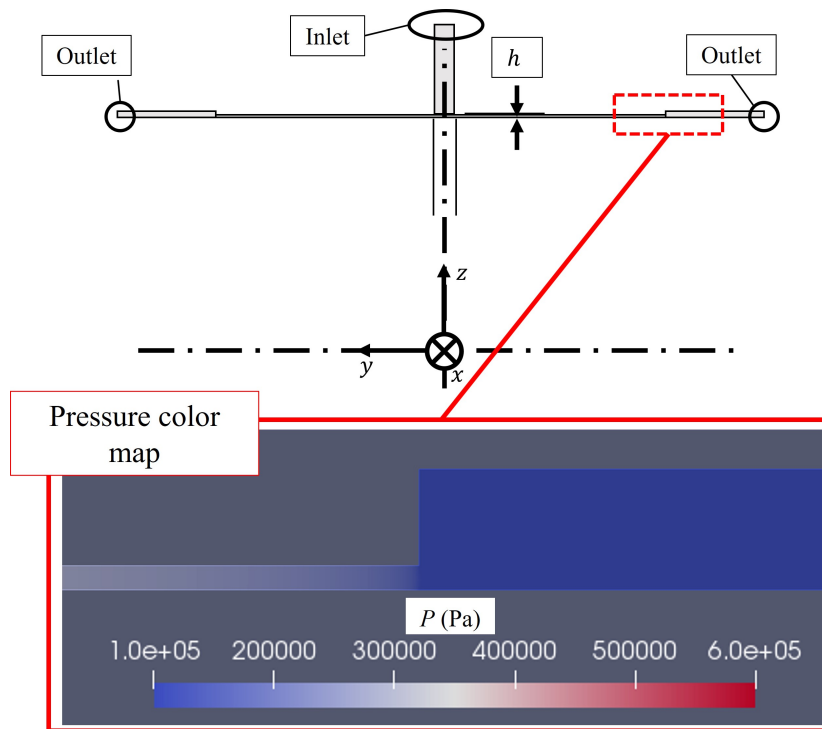


Fig.3.17 Color map of outlet pressure distribution in yz plane of single slit model.

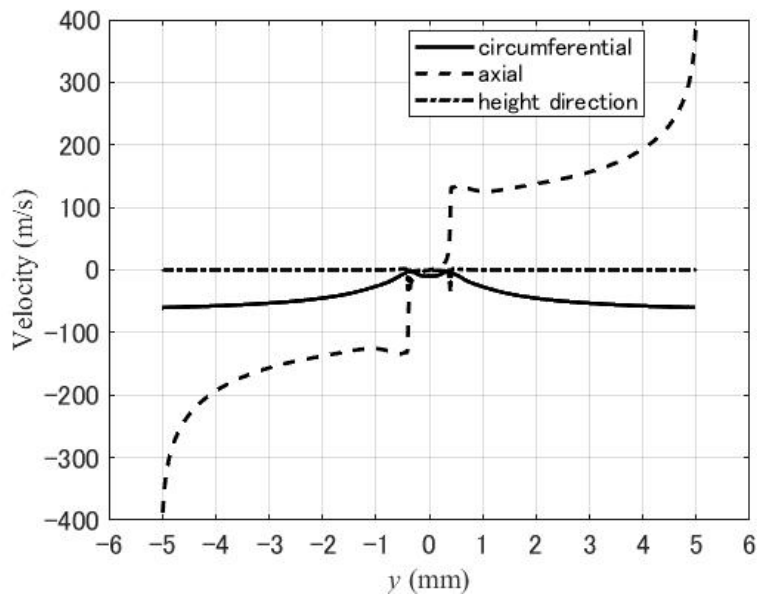


Fig.3.18 Velocity distribution in bearing gap center just below the orifice of single orifice model along y axis. Solid line, dashed line, single-pointed line mean corcumferential velocity, axial velocity, height direction velocity respectively when $h=20 \mu\text{m}$, $\Omega=150,000 \text{ min}^{-1}$, $P_s=600 \text{ kPa(abs)}$.

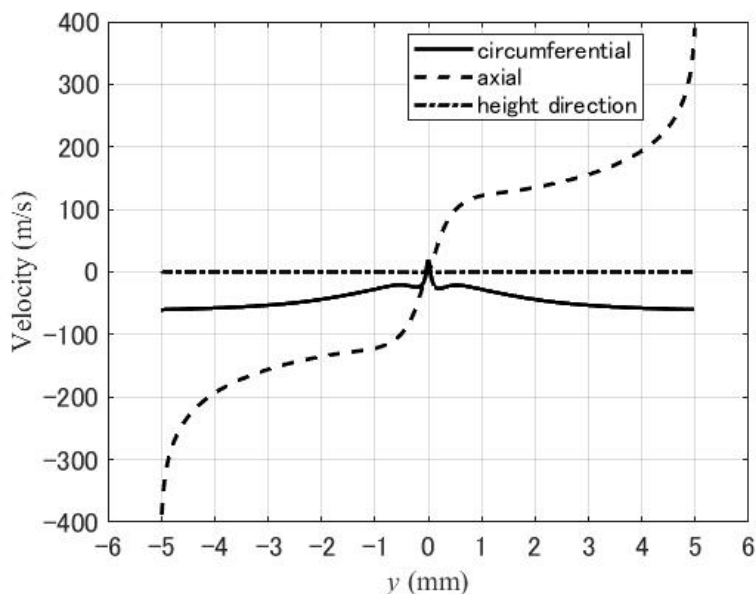


Fig.3.19 Velocity distribution in bearing gap center in cut surface of single orifice model along y axis. Solid line, dashed line, single-pointed line mean circumferential velocity, axial velocity, height direction velocity respectively when $h=20\ \mu\text{m}$, $\Omega=150,000\ \text{min}^{-1}$, $P_s=600\ \text{kPa}(\text{abs})$.

増加した。軸受端付近で急激に加速されており、最大軸方向流速は約 $400\ \text{m/s}$ に達した。一方、切断面では周方向および軸方向流速がオリフィス直下の流速とは異なる分布を示した。周方向流速は極大値を3つ、極小値を2つもつ分布であった。オリフィス直下とは極大値と極小値の数や位置が変化した。オリフィス直下での軸方向流速は原点付近でステップ状の流速変化が見られたが、切断面での軸方向流速は比較的滑らかな変化だった。これらの結果から、単列オリフィスモデルの流れ構造は単列スリットモデルの流れ構造と比較して複雑であることが分かる。

3.5.2 熱流束分布とせん断発熱量

Fig.3.20～Fig.3.22 に単列スリットモデル、単列オリフィスモデル、複列スリットモデルの熱流束分布のグラフを示す。グラフは横軸は y 座標、縦軸は r 軸方向の熱流束 q を示す。図中の (a) は主軸表面の熱流束の計算結果、(b) はハウジング表面の熱流束の計算結果を表わす。実線が3次元熱流体解析モデルの結果、鎖線が1次元せん断発熱計算モデルの結果を表す。Fig.3.11, Fig.3.12 に記述したように、熱流束は r 軸の正の方向に流れる場合を正とする。そのため (a) では正の値が主軸から軸受隙間へ、負の値が軸受隙間から主軸へ熱が移動していることを示す。(b) では正の値が軸受隙間からハウジングへ、負の

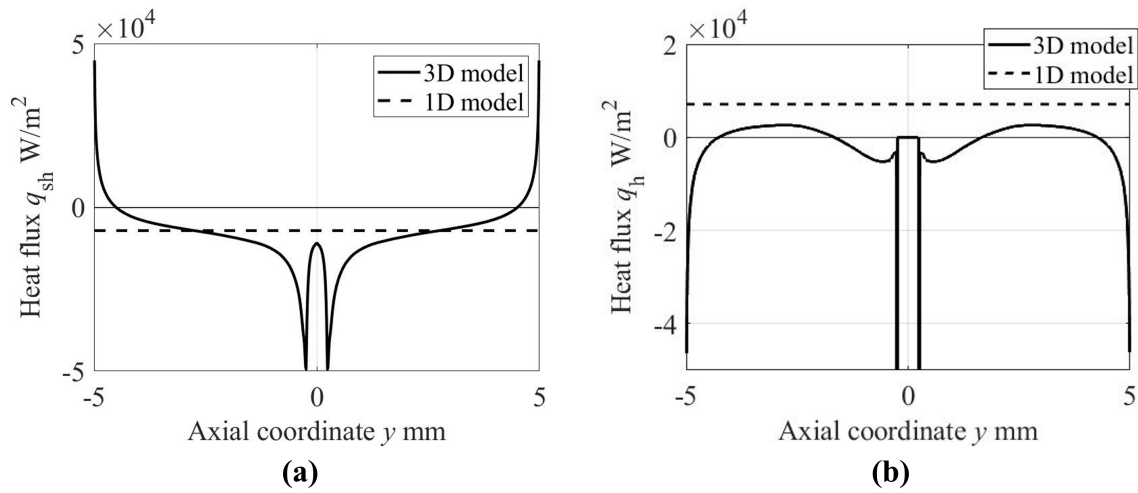


Fig.3.20 Heat flux distributions obtained for the single slit model when $h=20\ \mu\text{m}$, $\Omega=150,000\ \text{min}^{-1}$, $P_s=600\ \text{kPa}(\text{abs})$, (a) heat flux on rotor surface, (b) heat flux on housing surface.

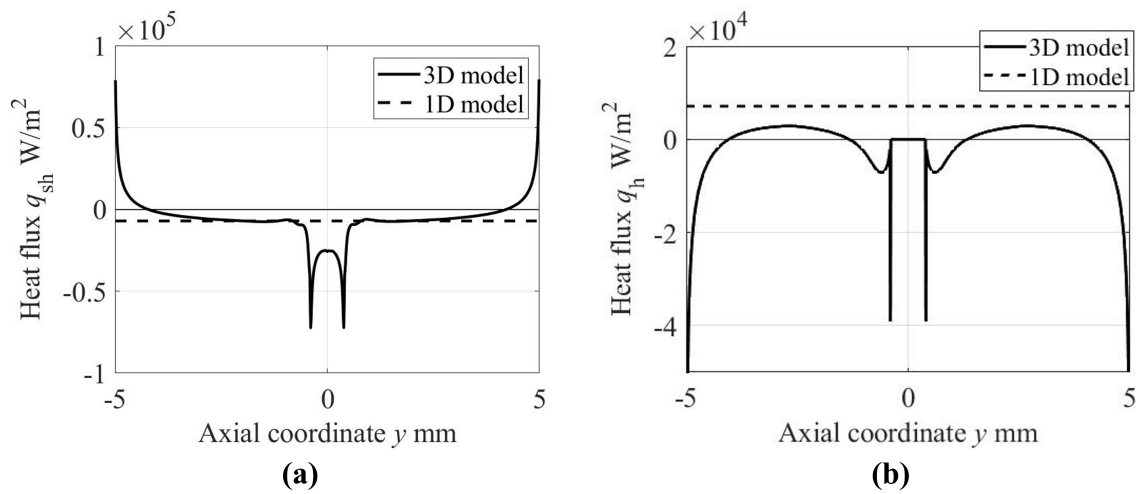


Fig.3.21 Heat flux distributions obtained for the single orifice model when $h=20\ \mu\text{m}$, $\Omega=150,000\ \text{min}^{-1}$, $P_s=600\ \text{kPa}(\text{abs})$, (a) heat flux on rotor surface, (b) heat flux on housing surface.

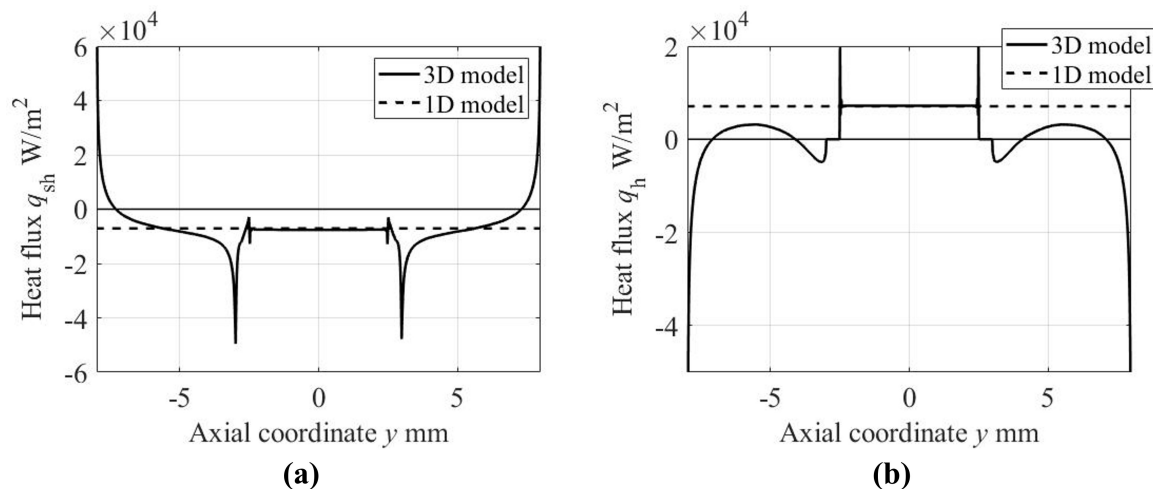


Fig.3.22 Heat flux distributions obtained for the double slit model when $h=20$ μm , $\Omega=150,000$ min^{-1} , $P_s=600$ $\text{kPa}(\text{abs})$, (a) heat flux on rotor surface, (b) heat flux on housing surface.

値がハウジングから軸受隙間へ熱が移動していることを意味する。

Fig.3.20～Fig.3.22 の (a) から、主軸表面の熱流束は、スリットやオリフィス状の流入路から軸受隙間に流入する際にスパイク状の極小値を取り、軸受端に向けて単調に増加することが分かる。極小値の絶対値は 1 次元せん断発熱計算モデルで算出される熱流束 (7100 (W/m^2)) よりも高い値を示した。スパイク状の値が生じる理由は、軸受隙間に流れ込む際に流れが剥離し、渦が発生したことが原因と考えられる。渦によって局所的に熱流束が変化し、それがせん断流れに影響を与えた結果と考えられる。値が 1 次元せん断発熱計算モデルよりも高くなるのは剥離渦によって熱交換が促進されたためと考えられる。しかし軸受端付近では 1 次元せん断発熱計算モデルの算出値よりも低い値を示し、一部では流路が冷却されていた。これは軸受隙間内の流れに沿って圧力が減少し、断熱膨張によって空気の温度が低下した結果と考えられる。

Fig.3.20～Fig.3.22 の (b) から、ハウジング表面の熱流束は、主軸表面に比べて加熱領域が小さいことが分かった。流入路から軸受隙間に流れ込む箇所では熱流束の極小値が生じた。流入路の直下では熱流束の値が 0 になったが、これは熱流束を計算すべき壁面が存在しないことで値が不定になるからである。軸受隙間の入り口で極小値を取った熱流束は、軸受端に向けて増加し、符号がプラスに変化した。これは符号がプラスに変化した地点より下流で、ハウジング表面が加熱されていることを意味する。増加した熱流束は、極大値を取った後に再び減少した。軸受端付近では再び符号が負になり、ハウジング表面が冷却された。複列スリットモデルでは 2 つの流入路の間で流路が加熱された。2 つの流入路の間の熱流束は、1 次元せん断発熱計算モデルの計算値とほぼ一致した。このことか

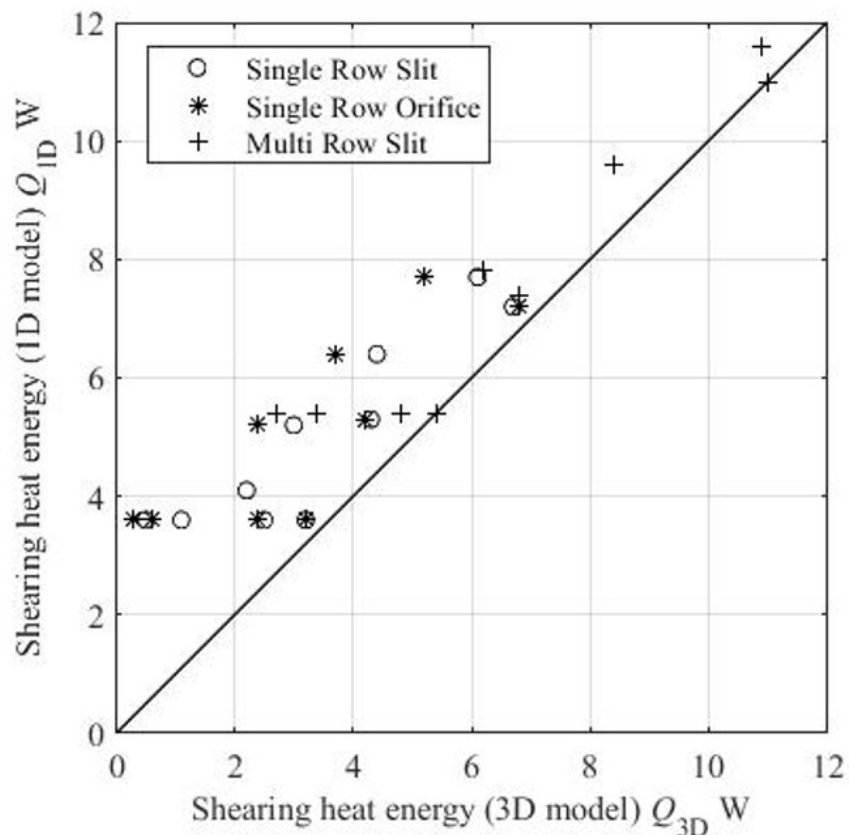


Fig.3.23 Change of shear heating amount calculated by one dimensional shear heating calculation model Q_{1D} against shear heating amount calculated by three dimensional thermal fluid analysis model Q_{3D} in three types of bearing.

ら、2つの流入路の間は1次元のクエット流れに極めて近い流れになっていると考えられる。主軸の回転に伴うせん断流れが支配的であり、 y 軸方向に空気が流れていないと考えられる。

Eq.3.4 および Eq.3.10 を用いて算出した Q_{3D} , Q_{1D} を比較する。Fig.3.23 に、 Q_{3D} を横軸に、 Q_{1D} を縦軸にとったグラフを示す。グラフ中の実線は $Q_{3D} = Q_{1D}$ の直線である。o, *, + は流路の形状の違いを表し、それぞれ単列スリットモデル、単列オリフィスモデル、複列スリットモデルの結果を表す。グラフから、 Q_{1D} は Q_{3D} に等しいか、より大きな値を持つことが分かる。値が等しい場合には、1次元せん断発熱モデルにより、せん断発熱量を適切に見積もれたことを意味する。一方 Q_{1D} が Q_{3D} よりも大きい場合、1次元せん断発熱モデルがせん断発熱量を過大評価したことを意味するこの場合は、3次元熱流体解析モデルを使用してせん断発熱量を見積もるのが適切と考えられる。1次元せん断発熱計算モデルによるせん断発熱量の過大評価は、 y 軸方向の流れを無視しているた

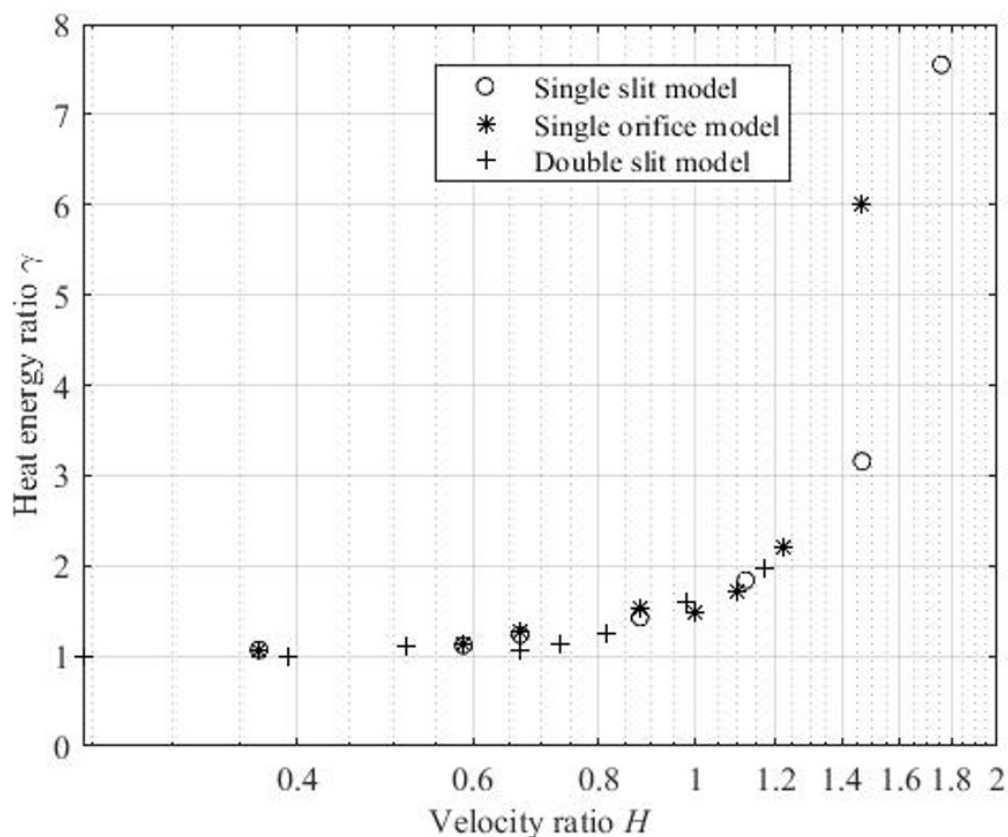


Fig.3.24 Change of heat energy ratio γ against H .

めに起こったと考えられる。

3.5.3 無次元数 H によるせん断発熱量計算モデルの評価

無次元数 H を用いて、1次元せん断発熱量計算モデルの精度を評価する。1次元せん断発熱量計算モデルで算出した軸受隙間のせん断発熱量 Q_{1D} を、3次元熱流体解析モデルで算出した軸受隙間のせん断発熱量 Q_{3D} で割った熱量比 γ について、無次元数 H に対する変化を調べた。 γ は次式のように書ける。

$$\gamma = \frac{Q_{1D}}{Q_{3D}} \quad (3.17)$$

Fig.3.24 に、 H に対する γ の変化を片対数グラフで示す。グラフより、 γ は1以上の値をとり、かつ、 H に対して単調増加することが分かる。これは1次元せん断発熱量計算モデルでは、せん断発熱量を過大評価し、その過大評価は H とともに増加することを意味する。一方、 $H \leq 0.6$ の範囲においては γ は1に近い。これは、1次元せん断発熱量計算モデ

ルによるせん断発熱量の過大評価は無視できるほど小さいことを意味する。本研究における計算結果は $H \leq 2$ の範囲に分布しているが、これは実際の空気静圧スピンドルの稼働条件と対応する。例えば、Gao らの先行研究 [25] では、 $h=21.5 \mu\text{m}$, $P_s=700 \text{ kPa}(\text{abs})$ の条件下において、 Ω を $20,000 \text{ min}^{-1}$ から $200,000 \text{ min}^{-1}$ まで変化させて特性を計測した。このとき、 H は 2.5 から 0.24 の範囲に分布する。閾値 $H=0.6$ は $\Omega=80,000 \text{ min}^{-1}$ に相当しており、それよりも大きい Ω の場合には、1次元せん断発熱計算モデルを用いて発熱量を評価できる。つまり、詳細な3次元熱流体解析モデルによる発熱量計算の実施数を削減できることを意味する。

1次元せん断発熱計算モデルがせん断発熱量を過大評価し得る理由として、軸方向流速を考慮していないことが考えられる。軸方向流速があるとき、軸受け内の空気の入れ替えが起こる。これはせん断発熱によって温度の上昇した空気が軸受から流出し、室温の空気と入れ替わることを意味する。軸受内の発熱量は、軸受内空気の入れ替えによる損失と、せん断発熱による供給の差で決まる。軸方向流速が比較的小さい場合、せん断発熱による発熱が支配的となり、軸方向流速を考慮しない1次元せん断発熱計算モデルでも熱解析が可能である。一方、軸方向流速が無視できなくなると、軸受内空気の入れ替えによる熱量の損失が無視できない。軸受内の発熱量はせん断発熱量から上記の損失分を引いた値となり、1次元せん断発熱計算モデルで算出されるよりも低い値となる。結果として、1次元せん断発熱計算モデルではせん断発熱量を過大評価することになったと考えられる。もうひとつの理由として、1次元せん断発熱計算モデルでは状態変化に伴う空気の温度変化を考慮していないことが考えられる。空気は急激な圧力変化に伴い温度が変化する。3次元熱流体解析モデルでは、軸受隙間内の空気は供給圧力から大気圧まで圧力が低下し、圧力の低下に伴って温度が低下する。空気の温度が大きく低下するとせん断発熱を考慮しても空気の温度は室温を下回る。せん断発熱によって発生した熱量は空気の温度低下によるエネルギー消費と打ち消し合い、壁面の加熱は起こらない。一方、1次元せん断発熱計算モデルでは空気の圧力変化は考慮されておらず、熱的平衡状態において発生したせん断発熱はすべて壁面の加熱に寄与する。そのため、1次元せん断発熱計算モデルから算出される壁面熱流束は3次元熱流体解析モデルで算出される壁面熱流束よりも大きくなり、せん断発熱量の過大評価が発生すると考えられる。

3.6 結言

本研究では高速空気静圧スピンドルに使用される空気静圧軸受の数値解析を行った。研究の結果、以下の結論を得た。

1. 空気静圧軸受内部の3次元複雑熱流動を計算できる数値計算モデルを開発した。

オープンソースの流体解析ソフトウェア OpenFOAM に、せん断発熱を計算するモジュールを追加することで、せん断発熱を考慮した3次元熱流動解析を可能とした。

2. 空気静圧軸受内部の熱解析に使用する2つのモデル（1次元せん断発熱計算モデル、3次元熱流体解析モデル）を選定する指標として無次元数 H を提案した。
3. 無次元数 H の算出方法を示し、形状の異なる軸受のせん断発熱量計算モデルを無次元数 H で評価した。
4. $H \leq 0.6$ の場合に1次元せん断発熱計算モデルにより、軸受隙間内のせん断発熱量を評価可能であると示した。つまり、 $H \leq 0.6$ の場合には、計算コストの高い3次元熱流体解析モデルによる計算を省略できる。

以上、本研究により、空気静圧軸受の熱解析モデルの選定基準を得ることができた。

第4章

空気静圧スピンドルの位置制御

4.1 研究緒言

本章では空気静圧スピンドルの位置制御について研究した成果を報告する。空気静圧スピンドルは、微細加工に対応するため高速化が進んでいる。高速化に伴い、ジャイロ効果、くさび効果を考慮した位置制御が必要であり、これらの補償にノズルフラップと空気圧パイロット弁を用いた新たな空気圧制御回路を提案した。4.2節では提案した空気圧制御回路を考慮した空気静圧スピンドルの初期研究を行い、提案手法がジャイロ効果の補償に有効で、より高精度な主軸の位置制御を達成できることを確認した。4.3節では初期研究のモデルを改良した数値計算モデルを作成した。初期研究では考慮されていないくさび効果や空気圧制御回路の応答遅れをモデルに組み込み、解析を行った。

4.2 空気圧制御回路を用いた主軸位置制御の初期研究

4.2.1 ジャイロ効果

Fig.4.1 に主軸の座標系を示す。主軸は単純な円筒形と考えた。座標系は空間に固定された慣性座標と、主軸に固定された剛体座標からなる。このとき、剛体座標の姿勢はオイラー角で表現される。 ψ , θ , ϕ はそれぞれ方位角、ピッチ角、バンク角を表わす。2つの座標系の原点は主軸の重心に固定されており、剛体座標は主軸の重心まわりに回転する。初期研究では主軸の並進移動は考慮していない。主軸に外力が作用すると、それが重心まわりの回転モーメント $[T_{x'} T_{y'} T_{z'}]^T$ となって主軸に作用する。このとき、ジャイロ効果を考慮した主軸の回転の運動方程式は次式のように書ける。

$$\begin{bmatrix} I_{x'} \dot{\omega}_{x'} \\ I_{y'} \dot{\omega}_{y'} \\ I_{z'} \dot{\omega}_{z'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ (I_{x'} - I_{z'}) \omega_{x'} \omega_{z'} \\ -(I_{x'} - I_{y'}) \omega_{x'} \omega_{y'} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_{x'} \\ T_{y'} \\ T_{z'} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

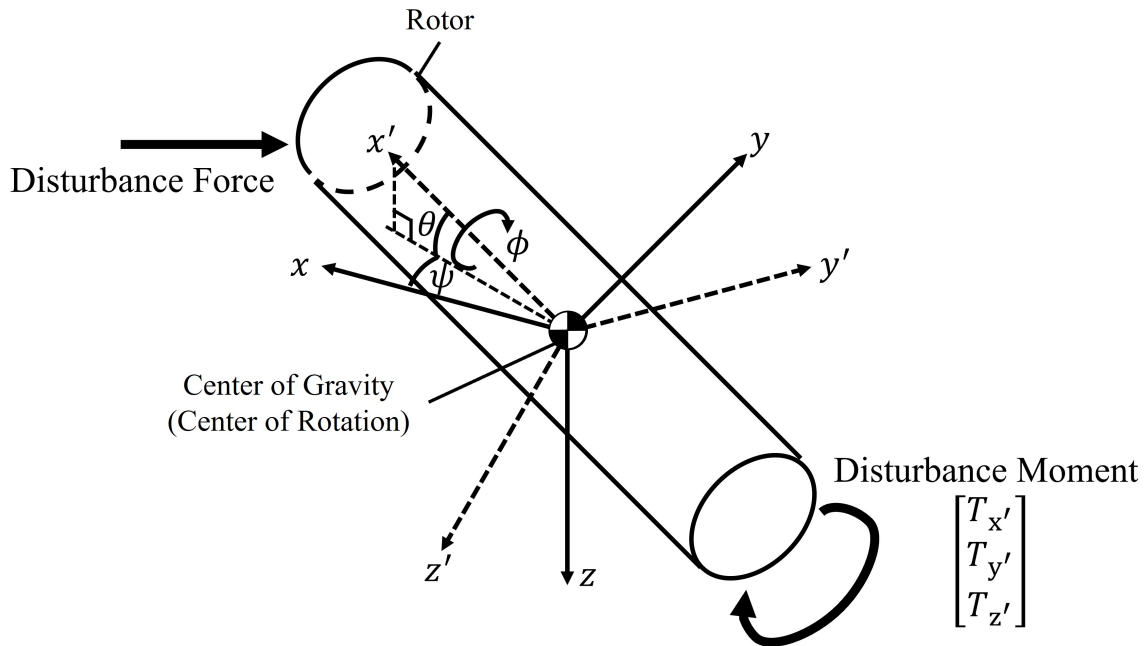


Fig.4.1 Coordinate system of a spindle rotor.

ここで、 I は主軸の慣性モーメント (k g/m^2)、 ω が回転速度 (rad/s)、 x, y, z は慣性座標、 x' は剛体座標のうち、主軸の軸方向の座標軸、 y', z' は剛体座標のうち主軸の半径方向の座標軸を表わす。変数上の $\dot{\cdot}$ は変数の時間微分を表わす。回転の運動方程式中でジャイロ効果を表わしているのは右辺の第 1 項である。例として、 $\dot{\omega}_{y'}$ を取り上げる。 $\dot{\omega}_{y'}$ は y' 軸周りの回転角加速度であるが、その値は外力によるモーメントの他に主軸の x' 軸周りの回転速度 $\omega_{x'}$ にも影響を受ける。 $(I_{x'} - I_{z'})\omega_{x'}\omega_{z'}$ が y 軸周りのジャイロモーメントを表わしており、主軸が x' 軸周りに回転することによって、 z' 軸周りの回転が y' 軸周りの回転角速度 $\dot{\omega}_{y'}$ を発生させることを意味する。これは z' 軸周りについても同様である。Fig.4.2 に $\omega_{x'}$ と $\omega_{y'}$, $\omega_{z'}$ の相互作用をブロック線図で示す。 $T_{y'}$ のみ発生した場合を考えると、 $T_{y'}$ によって y' 軸周りの回転が始まる。主軸が x' 周りに回転している場合を考えると、 $(I_{x'} - I_{y'})/I_{y'}\omega_{x'}\omega_{y'}$ の分、 z' 軸周りの回転角加速度が発生する。結果として z' 軸周りの回転が発生し、 $T_{y'}$ と 90 度位相が異なる向きに回転を始める。上記の現象がジャイロ効果と呼ばれるものであり、スピンドルの加工精度を悪化させ得る。加工荷荷によって $T_{y'}$ が発生すると、 z' 軸周りにも回転を始める。これはスピンドルの切削方向に対して 90 度位相が異なる向きに主軸が変位することを意味しており、溝加工のような直線を掘る加工の場合、溝の幅の精度を低下させる。Fig.4.3 にジャイロ効果を受けた際の主軸の運動を示す。加工荷荷が y 軸方向に作用し、主軸が重心まわりに回転した結果 y 軸方向に変位 Δy が発生した場合を考える。このときジャイロ効果によって 90 度位相のずれ

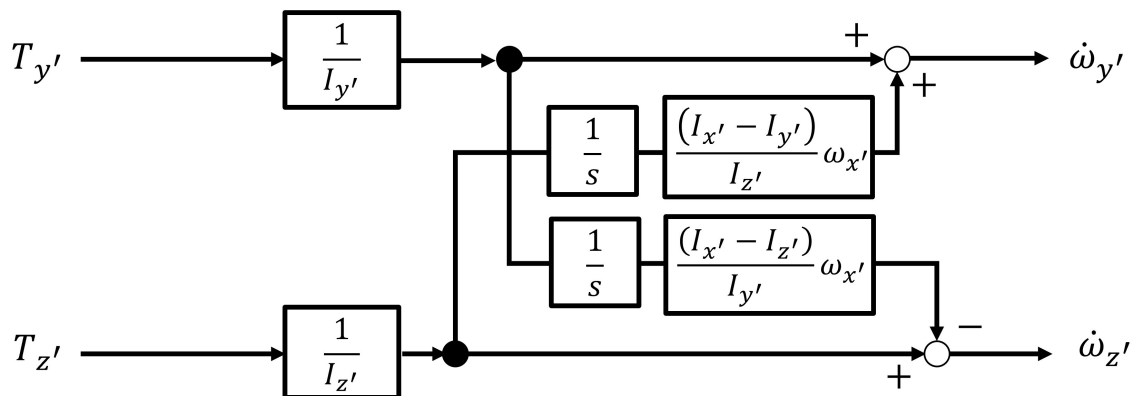


Fig.4.2 Block diagram of gyroscopic precession showing interaction between $\omega_{y'}$ and $\omega_{z'}$.

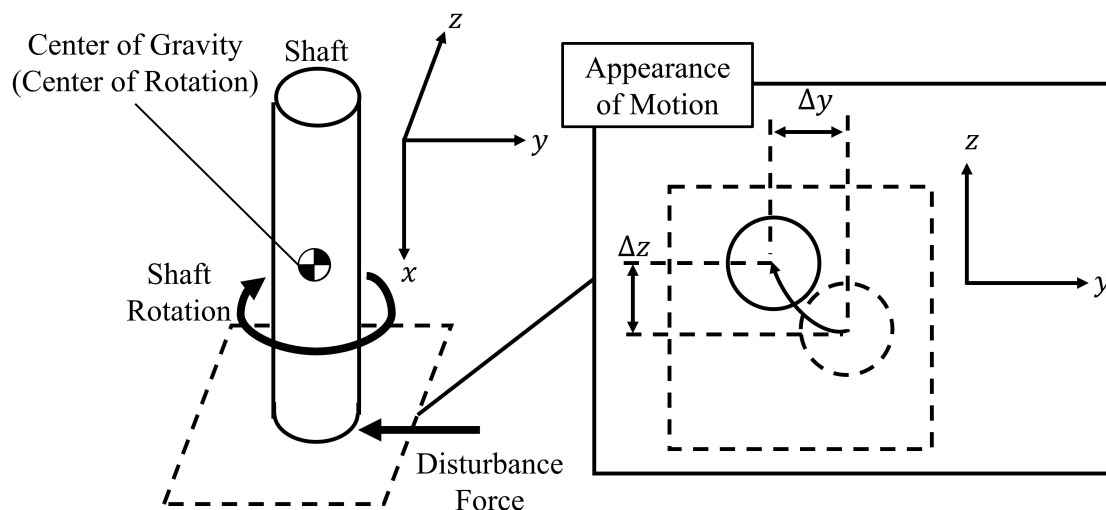


Fig.4.3 Displacement of rotating spindle rotor when machining load is applied.

た方向に変位 Δz が発生する。従来の空気静圧軸受で想定していたのは加工負荷方向の変位のみであり、設計時にジャイロ効果が考慮されることは無い。

4.2.2 空気圧制御回路を考慮した空気静圧軸受の剛性・減衰係数の算出

4.2.2.1 空気圧制御回路

Fig.4.4 に、提案する空気圧制御回路の構造を示した。主軸は2個のジャーナル軸受によって両端が支えられる。各ジャーナル軸受は主軸の重心に対して対称に配置され、それぞれに空気圧制御回路を取り付ける。空気圧制御回路は主軸の変位を計測する変位センサと、軸受の圧力を制御するバルブから構成される。変位センサとしてノズルフラップを、

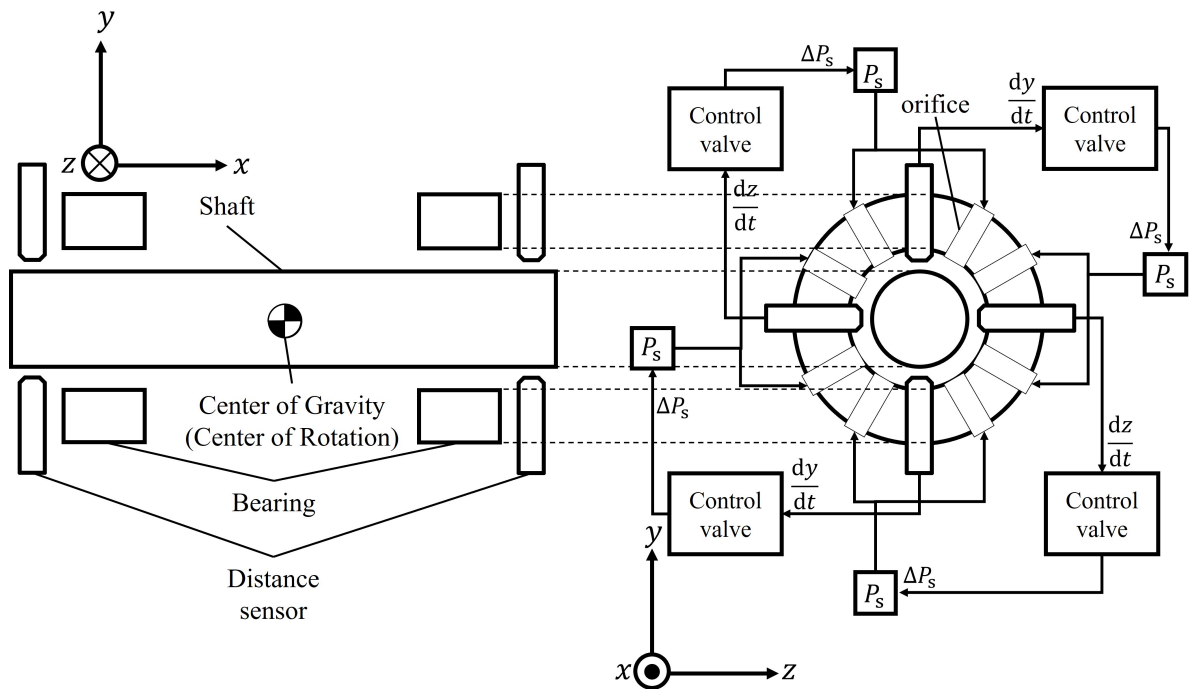


Fig.4.4 Structure of aero static spindle with pneumatic control circuit.

バルブとして空気圧パイロット弁を使用することを考える。ノズルフラップと空気圧パイロット弁は一般的な空気圧用のウレタンチューブによって接続され、主軸の変位に応じて変化したノズルフラップの制御圧がパイロット弁を駆動する。ノズルフラップと空気圧パイロット弁は各ジャーナル軸受に4個ずつ配置される。ジャイロ効果は加工負荷と90度位相が異なる向きに発生するため、ノズルフラップと空気圧パイロット弁は90度ずらした位置同士が接続される。これにより y 軸方向の変位が z 軸方向の軸受圧に反映され、ジャイロ効果が補償される。初期研究では、主軸は2個のジャーナル軸受で支持される場合を考える。各ジャーナル軸受には8個の流入孔が等間隔に開いている。軸受のハウジング表面に円形の孔を開けた自成絞り方式を想定する。8個の流入孔のうち、2個が1個の空気圧パイロット弁に接続され、供給圧が空気圧制御回路によって制御される。図中の ΔP_s が空気圧制御回路によって負荷される供給圧変化である。ジャイロ効果は角速度に比例して発生するため、 ΔP_s は変位の時間微分に比例した値を与える。変位の時間微分はノズルフラップの信号から計算する。

4.2.2.2 自成絞りによって発生する剛性・減衰係数

自成絞りによって発生するジャーナル軸受の剛性・減衰係数を算出する。空気静圧軸受の剛性・減衰係数は、軸受内の空気の質量保存則を用いて算出できる [43]。Fig.4.5 に、空

気静圧ジャーナル軸受のバネ-ダンパモデルを示す．空気静圧軸受では圧縮空気により主軸が支えられる．バネ-ダンパモデルでは圧縮空気の支持力をバネとダンパーでモデル化する．図中の k_1 , c_1 は自成絞りによって発生する剛性・減衰係数, k_2 , c_2 は空気圧制御回路によって発生する剛性・減衰係数を表わす．空気静圧軸受の剛性は, 軸受内部の静圧および動圧によって発生する．減衰は軸受内部で主軸が運動した際のスクイーズ効果により発生する．これらの特性はそれぞれ剛性係数と減衰係数によってあらわすことができる．

剛性・減衰係数を算出するために, 空気静圧軸受の寸法や境界条件が必要となる．Fig.4.6 にジャーナル軸受の寸法および境界条件を示す．ジャーナル軸受は長さ L (m), 軸受隙間 h (m), 主軸の直径 D (m), 流入孔の直径 d (m) であり, 流入流量 M_{in} (kg/s), 流出流量 M_{out} (kg/s) である． x, y, z は空間内の直交座標を表わしており, x 軸は主軸の中心軸と一致する．座標系の原点は流入孔直下に存在する．主軸は軸受内部で回転しており, 圧縮空気によって非接触に支えられる．流入孔は軸受の中心に設置されており, 軸受内部の流れは流入孔及び yz 平面に対して対称である．ジャーナル軸受内部の質量保存則を考えるために, 流入流量 M_{in} , 流出流量 M_{out} , 軸受内空気質量 M を考える．断熱噴流の式より, 流入流量 M_{in} は次式のように書ける．

$$M_{in} = \frac{\pi d h n c_f Q p_s}{RT_a} \quad (4.2)$$

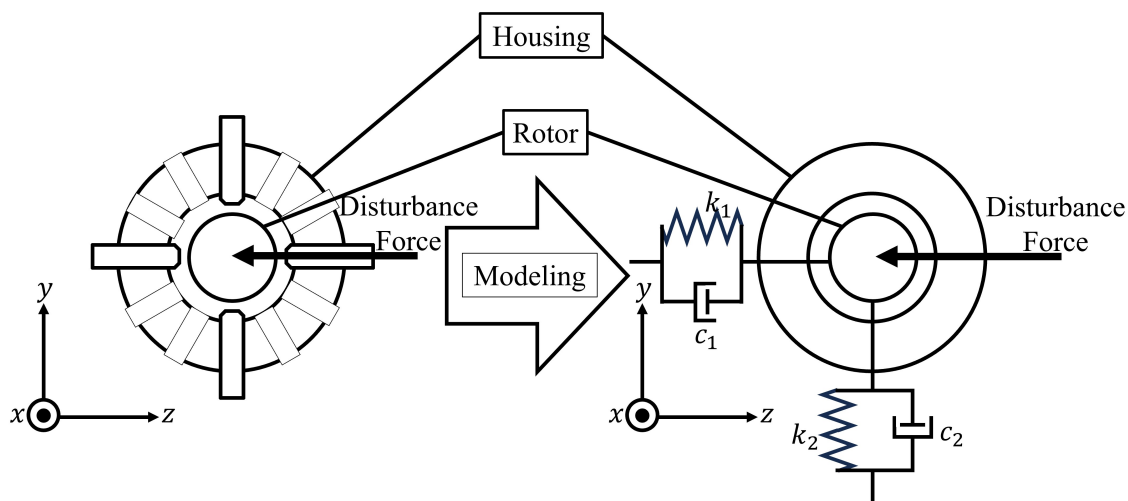


Fig.4.5 Spring-damper model of aero static bearing considering stiffness and damping coefficient generated by pneumatic control circuit.

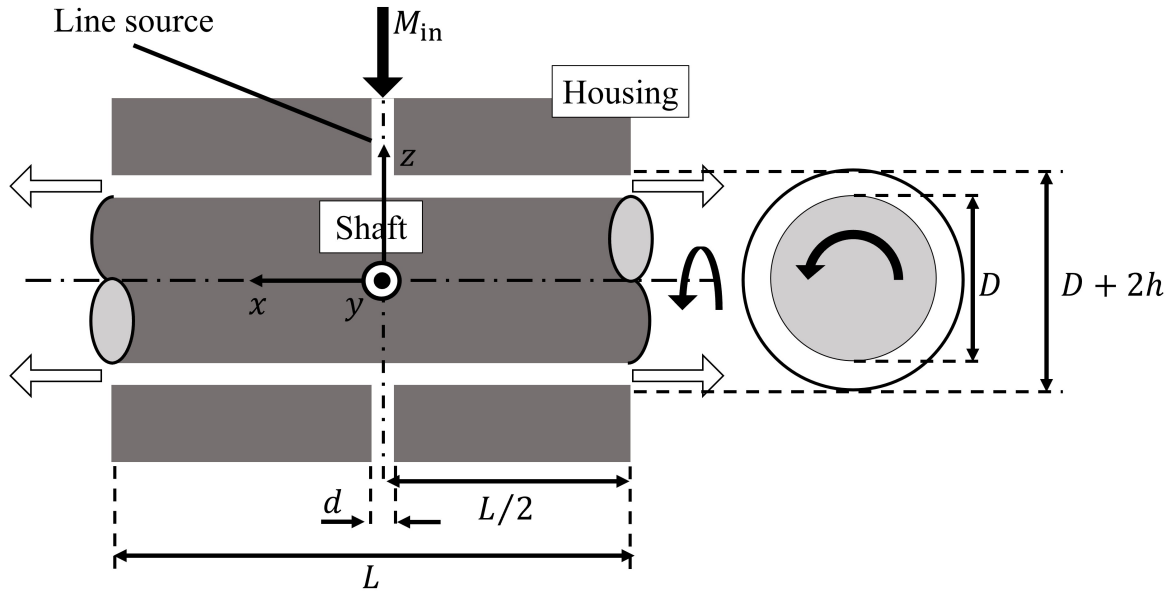


Fig.4.6 Size and boundary condition of aerostatic bearing for calculation of stiffness and damper coefficients.

$$Q = \begin{cases} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left(\left(\frac{P_o}{P_a} \right)^{2/\gamma} - \left(\frac{P_o}{P_a} \right)^{(\gamma+1)/\gamma} \right)} & \text{when } \frac{P_o}{P_a} \geq \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\gamma/\gamma-1} \\ \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma+1} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\gamma/\gamma-1}} & \text{when } \frac{P_o}{P_a} < \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\gamma/\gamma-1} \end{cases} \quad (4.3)$$

ここで、 n は流入孔の数、 c_f は流量係数、 P_s は流入孔の供給圧 (Pa)、 R は理想気体の気体定数 (J/kg·K)、 θ_a は大気温度 (K)、 μ は空気の粘性係数 (Pa·s)、 P_o は流入孔直下の圧力 (Pa)、 c_{ff} は軸受の形状係数、 γ は空気の比熱比を表わす。

流出流量 M_{out} は 1 次元の圧縮性のレイノルズ方程式から導出できる。 x 軸方向の圧縮性レイノルズ方程式は次式のように書ける。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) = 0 \quad (4.4)$$

軸受内の状態変化を等温変化とすると、理想気体の状態方程式より $P \propto \rho$ である。よって Eq.4.4 は次式のように変形できる。

$$\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial P^2}{\partial x} \right) = 0 \quad (4.5)$$

Eq.4.5 は圧力の 2 乗を x で微分した値が 0 であることを意味する。そのため、以下のよ

うに積分を行うことで、圧力を x の関数として表わすことができる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial P^2}{\partial x} &= 0 \\ \iff P^2 &= C_1 x + C_2 \end{aligned} \quad (4.6)$$

C_1, C_2 は積分定数を表わす。流入孔直下 ($x = 0$) では $P = P_o$ 、軸受端 ($x = L/2$) では $P = P_a$ である。これらの境界条件をもとに積分定数を決定すると、軸受内の x 軸方向の圧力分布は次式のように書ける。

$$\begin{aligned} P^2 &= C_1 x + C_2 \\ \iff P^2 &= \frac{2(P_a^2 - P_o^2)}{L} x + P_o^2 \\ \iff P &= \sqrt{\frac{2(P_a^2 - P_o^2)}{L} x + P_o^2} \end{aligned} \quad (4.7)$$

流れが層流であるとき、隙間内の流量は圧力勾配に比例し、次式のように書ける。

$$\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \rho c_{ff} \quad (4.8)$$

理想気体の状態方程式より等温過程において $P \propto \rho$ であるから、Eq.4.8 は次式のように変形できる。

$$\frac{h^3}{24\mu R \theta_a} \frac{\partial P^2}{\partial x} c_{ff} \quad (4.9)$$

Eq.4.7 の結果を Eq.4.9 に代入すると、流出流量 M_{out} は次式のように書ける。

$$M_{out} = \frac{\pi d h^3}{6\mu L \Gamma T_a} (p_o^2 - p_a^2) c_{ff} \quad (4.10)$$

軸受内の空気質量 M は x 軸上の幅 Δx の検査体積内の空気質量を x 軸に沿って積分することによって求まる。位置 x における空気の密度を ρ とすると、 M は次式のように書ける。

$$M = 2 \int_{L/2}^0 c_{ff} \pi D h \rho dx \quad (4.11)$$

今、軸受内の状態変化は等温変化であるから、 $P/\rho = \text{const}$ である。これを Eq.4.11 に代入すると、軸受内の空気質量 M は次式のように導出できる。

$$\begin{aligned} M &= 2 \int_{L/2}^0 c_{ff} \pi D h \rho dx \\ &= 2 \int_{L/2}^0 c_{ff} \pi D h \frac{\rho_a}{P_a} \sqrt{\frac{2(P_a^2 - P_o^2)}{L} x + P_o^2} dx \\ &= 2\pi D h L \frac{P_o^2 + P_o P_a + P_a^2}{3R\theta_a (P_o + P_a)} \end{aligned} \quad (4.12)$$

Eq.4.2, Eq.4.10, Eq.4.12 を利用して, 空気静圧軸受の剛性・減衰係数を計算する. 軸受内の空気質量 M は, 流入流量 M_{in} と流出流量 M_{out} の変分で変化する. 単位時間当たりの軸受内の空気質量 M の変化は次式で表わせる.

$$\frac{dM}{dt} = \Delta M_{\text{in}} + \Delta M_{\text{out}} \quad (4.13)$$

右辺の流入流量 M_{in} と流出流量 M_{out} は, 流入孔直下の圧力 P_o , 軸受隙間 h によって変化すると考えられる. そのため流入流量 M_{in} と流出流量 M_{out} の変分は以下に2つの式で表わせる.

$$\begin{aligned} \Delta M_{\text{in}} &= \left(\frac{\partial M_{\text{in}}}{\partial P_o} \right) \Delta P_o + \left(\frac{\partial M_{\text{in}}}{\partial h} \right) \Delta h \\ &= -\alpha \Delta P_o + \Psi_1 \Delta h \end{aligned} \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned} \Delta M_{\text{out}} &= \left(\frac{\partial M_{\text{out}}}{\partial P_o} \right) \Delta P_o + \left(\frac{\partial M_{\text{out}}}{\partial h} \right) \Delta h \\ &= \beta \Delta P_o + \Theta_1 \Delta h \end{aligned} \quad (4.15)$$

さらに, 軸受内の空気質量 M も, 流入孔直下の圧力 P_o , 軸受隙間 h によって変化するから, 次式のように書ける.

$$\begin{aligned} \frac{dM}{dt} &= \left(\frac{\partial M}{\partial P_o} \right) \frac{d\Delta P_o}{dt} + \left(\frac{\partial M}{\partial h} \right) \frac{\Delta h}{dt} \\ &= q \frac{d\Delta P_o}{dt} + s_1 \frac{d\Delta h}{dt} \end{aligned} \quad (4.16)$$

Eq.4.14, Eq.4.15, を Eq.4.13 に代入すると, 軸受隙間の変分 Δh に対する流入孔直下の圧力 P_o の変化率を求めることができる. 以下に整理した流入孔直下の圧力 P_o の変化率を示す.

$$-\frac{\Delta P_o}{\Delta h} = \frac{\Theta_1 - \Psi_1}{\alpha + \beta} \frac{1 + \tau_{11} \mathbf{D}}{1 + \tau_{12} \mathbf{D}} \quad (4.17)$$

ただし, τ_{11} , τ_{12} はそれぞれ以下のように計算される.

$$\begin{aligned} \tau_{11} &= \frac{s_1}{\Theta_1 - \Psi_1} \\ &= \frac{\partial M}{\partial h} \frac{1}{\frac{\partial M_{\text{out}}}{\partial h} - \frac{\partial M_{\text{in}}}{\partial h}} \\ &= \frac{\pi D L h}{M_{\text{in}}} \frac{P_o^2 + P_o P_a + P_a^2}{3 R \theta_a (P_o + P_a)} \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned}
\tau_{12} &= \frac{q}{\alpha - \beta} \\
&= \frac{\partial M}{\partial P_o} \frac{1}{\frac{\partial M_{\text{out}}}{\partial P_o} - \frac{\partial M_{\text{in}}}{\partial P_o}} \\
&= \frac{2\pi DLC_r}{M_{\text{in}}} \frac{(P_o^2 + 2P_o P_a)(P_o^2 - P_o P_a)}{3R\theta_a(P_o + P_a)((F + 2)P_o^2 - FP_a^2)} \quad (4.19)
\end{aligned}$$

$$F = \begin{cases} \frac{1}{\gamma} \frac{\frac{\gamma+1}{2} \left(\frac{P_o}{P_s}\right)^{1/\gamma} - \left(\frac{P_o}{P_s}\right)^{2-\gamma/\gamma}}{\left(\frac{P_o}{P_s}\right)^{2/\gamma} - \left(\frac{P_o}{P_s}\right)^{\gamma+1/\gamma}} & \text{when } \frac{P_o}{P_a} \geq \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\gamma/\gamma-1} \\ 0 & \text{when } \frac{P_o}{P_a} < \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\gamma/\gamma-1} \end{cases} \quad (4.20)$$

ここで、有効軸受面積 A_e を導入する。これは、軸受内の圧力が、位置に依らず流入孔直下の圧力 P_o に等しいと考えたとき、主軸に掛かる負荷 W と以下の関係を満たす面積である。

$$W = P_o A_e \quad (4.21)$$

Eq.4.17 の左辺に有効軸受面積を掛けると次式に示す関係が得られる。

$$-\frac{\Delta W}{\Delta h} = -A_e \frac{\Delta P_o}{\Delta h} \quad (4.22)$$

Eq.4.22 の左辺は、軸受隙間が変化したときの、軸受の反力の変化を表す。これは軸受の剛性・減衰特性と同義であり、Eq.4.17 を Eq.4.22 に代入することで次式が得られる。ただし、 \mathbf{D} は微分演算子であり、時間微分を表わす。

$$-\frac{\Delta W}{\Delta h} = A_e \frac{\Theta_1 - \Psi_1}{\alpha + \beta} \frac{1 + \tau_{11} \mathbf{D}}{1 + \tau_{12} \mathbf{D}} \quad (4.23)$$

Eq.4.23 のうち、 τ_{12} は実際に計算を行うと $\tau_{12} \ll 1$ と分かる。そのため Eq.4.23 は次式のように変形できる。

$$-\frac{\Delta W}{\Delta C_r} = A_e \frac{\Theta_1 - \Psi_1}{\alpha + \beta} + A_e \frac{\Theta_1 - \Psi_1}{\alpha + \beta} (\tau_{11} - \tau_{12}) \mathbf{D} \quad (4.24)$$

Eq.4.24 は、主軸が変位し、軸受隙間が変動したときの、軸受反力の変化率を表わす。特に、右辺の第 1 項が定常変位に対する反力の変化率を、第 2 項が非定常変位に対する反力の変化率を表わす。これらはそれぞれ軸受の剛性と減衰に対応する。よって軸受の剛性係数 k_1 、減衰係数 c_1 は以下の 2 式のように書ける。

$$k_1 = A_e \frac{\Theta_1 - \Psi_1}{\alpha + \beta} \quad (4.25)$$

$$c_1 = A_e \frac{\Theta_1 - \Psi_1}{\alpha + \beta} (\tau_{11} - \tau_{12}) \quad (4.26)$$

4.2.2.3 空気圧制御回路によって発生する剛性・減衰係数

提案する空気圧制御回路によって発生する剛性・減衰係数の算出を行う。

提案する空気圧制御回路は、流入孔の供給圧 P_s を空気圧パイロット弁により変化させることで主軸の位置制御を行う。このとき、供給圧 P_s が変化する流入孔の位置は、加工負荷がかかる方向とは 90 度位相がずれる。そのため加工負荷と平行な向きに設置された流入孔直下の軸受隙間は変化しない。空気圧制御回路による流入流量の変分 ΔM_{in} と、流出流量の変分 ΔM_{out} は以下の 2 式のように書ける。

$$\begin{aligned}\Delta M_{in} &= \left(\frac{\partial M_{in}}{\partial P_o} \right) \Delta P_o + \left(\frac{\partial M_{in}}{\partial P_s} \right) \Delta P_s \\ &= -\alpha \Delta P_o + \Psi_2 \Delta P_s\end{aligned}\quad (4.27)$$

$$\begin{aligned}\Delta M_{out} &= \left(\frac{\partial M_{out}}{\partial P_o} \right) \Delta P_o + \left(\frac{\partial M_{out}}{\partial P_s} \right) \Delta P_s \\ &= \beta \Delta P_o + \Theta_2 \Delta P_s\end{aligned}\quad (4.28)$$

また、軸受内空気質量の時間変化は次式のように書ける。

$$\begin{aligned}\frac{dM}{dt} &= \left(\frac{\partial M}{\partial P_o} \right) \frac{d\Delta P_o}{dt} + \left(\frac{\partial M}{\partial P_s} \right) \frac{\Delta P_s}{dt} \\ &= q \frac{d\Delta P_o}{dt} + s_2 \frac{d\Delta P_s}{dt}\end{aligned}\quad (4.29)$$

Eq.4.27, Eq.4.28, Eq.4.29 を Eq.4.13 に代入すると、供給圧の変分 ΔP_s に対する流入孔直下の圧力 P_o の変化率を求めることができる。Eq.4.30 に整理した流入孔直下の圧力 P_o の変化率を示す。

$$-\frac{\Delta P_o}{\Delta P_s} = \frac{\Theta_2 - \Psi_2}{\alpha + \beta} \frac{1 + \tau_{21} \mathbf{D}}{1 + \tau_{22} \mathbf{D}}\quad (4.30)$$

ただし、 τ_{21} , τ_{22} はそれぞれ以下のように計算される。

$$\begin{aligned}\tau_{21} &= \frac{s_2}{\Theta_2 - \Psi_2} \\ &= \frac{\partial M}{\partial P_s} \frac{1}{\frac{\partial M_{out}}{\partial P_s} - \frac{\partial M_{in}}{\partial P_s}} \\ &= \frac{\pi DLC_{r\text{eff}} (P_o + 2P_a) (P_o^4 - P_a^4)}{2M_{in} \quad 3R\theta_a P_a^2 (P_o + P_a)^2}\end{aligned}\quad (4.31)$$

$$\begin{aligned}\tau_{22} &= \frac{q}{\alpha - \beta} \\ &= \tau_{12}\end{aligned}\quad (4.32)$$

空気圧制御回路は、変位速度に比例した供給圧変化を発生させる。このときの比例定数を λ とすると、 $\Delta P_s = \lambda \Delta \dot{h}$ となる。上記の関係を Eq.4.30 に代入すると次式が得られる。

$$-\frac{\Delta W}{\Delta \dot{h}} = A_e \lambda \frac{\Theta_1 - \Psi_1}{\alpha + \beta} \frac{1 + \tau_{21} \mathbf{D}}{1 + \tau_{22} \mathbf{D}} \quad (4.33)$$

$\tau_{22} = \tau_{12}$ であるから、 $\tau_{22} \ll 1$ である。よって、Eq.4.33 は次式のように変形できる。

$$-\frac{\Delta W}{\Delta \dot{h}} = A_e \lambda \frac{\Theta_2 - \Psi_2}{\alpha + \beta} + A_e \lambda \frac{\Theta_2 - \Psi_2}{\alpha + \beta} (\tau_{21} - \tau_{22}) \mathbf{D} \quad (4.34)$$

よって空気圧回路によって発生する軸受の剛性係数 k_2 、減衰係数 c_2 は以下の 2 式のように書ける。

$$k_2 = A_e \lambda \frac{\Theta_2 - \Psi_2}{\alpha + \beta} \quad (4.35)$$

$$c_2 = A_e \lambda \frac{\Theta_2 - \Psi_2}{\alpha + \beta} (\tau_{21} - \tau_{22}) \quad (4.36)$$

4.2.3 主軸の運動方程式

本研究では、スピンドルの主軸の運動を、バネ-マス-ダンパモデルを用いて計算する。導出した剛性・減衰係数を用いて主軸の重心まわりの回転の運動方程式を書くと次式のように書ける。

$$\mathbf{I}' \boldsymbol{\omega}' = \mathbf{r}'_{\text{dis}} \times (\mathbf{R}^{-1} \mathbf{F}_{\text{dis}}) + \mathbf{r}'_{b1} \times (\mathbf{R}^{-1} \mathbf{F}_{b1}) + \mathbf{r}'_{b2} \times (\mathbf{R}^{-1} \mathbf{F}_{b2}) - \boldsymbol{\omega}' \times \mathbf{I}' \boldsymbol{\omega}' \quad (4.37)$$

ここで、 $\mathbf{r}'_{\text{dis}, b1, b2}$ はそれぞれ外力・前部ジャーナル軸受の反力・後部ジャーナル軸受の反力の作用点の位置ベクトル、 \mathbf{R} は慣性座標と剛体座標の間の回転行列、 $\mathbf{F}_{\text{dis}, b1, b2}$ はそれぞれ外力・前部ジャーナル軸受の反力・後部ジャーナル軸受の反力の力ベクトル、 \mathbf{I}' は剛体座標上の主軸の慣性行列、 $\boldsymbol{\omega}'$ は剛体座標上の主軸の回転ベクトルを表わす。主軸の慣性行列 \mathbf{I}' 、回転ベクトル $\boldsymbol{\omega}'$ はそれぞれ以下の式で書ける。

$$\mathbf{I}' = \begin{bmatrix} I_{x'} & 0 & 0 \\ 0 & I_{y'} & 0 \\ 0 & 0 & I_{z'} \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

$$\boldsymbol{\omega}' = \begin{bmatrix} \omega_{x'} \\ \omega_{y'} \\ \omega_{z'} \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

軸受の供給圧は、主軸の変位速度によって変化するため、Eq.4.37 は右辺に角加速度を含む。Eq.4.37 の第 1 項、第 2 項を展開すると次式のように書ける。ただし $i = 1$ or 2 で

ある.

$$\begin{aligned}
& \mathbf{r}'_{bi} \times (\mathbf{R}^{-1} \mathbf{F}_{bi}) \\
&= \mathbf{r}'_{bi} \times \left(\mathbf{R}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ -k_1 y_{bi} - c_1 \dot{y}_{bi} + k_2 \dot{z}_{bi} + c_2 \ddot{z}_{bi} \\ -k_1 z_{bi} - c_1 \dot{z}_{bi} - k_2 \dot{y}_{bi} - c_2 \ddot{y}_{bi} \end{bmatrix} \right) \\
&= \mathbf{r}'_{bi} \times \left(\mathbf{R}^{-1} \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_1 & 0 \\ 0 & 0 & -k_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{bi} \\ y_{bi} \\ z_{bi} \end{bmatrix} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & k_2 \\ 0 & -k_2 & -c_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_{bi} \\ \dot{y}_{bi} \\ \dot{z}_{bi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_2 \\ 0 & -c_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_{bi} \\ \ddot{y}_{bi} \\ \ddot{z}_{bi} \end{bmatrix} \right) \right) \\
&= \mathbf{r}'_{bi} \times \left(\mathbf{R}^{-1} \left(\mathbf{K}_1 \begin{bmatrix} x_{bi} \\ y_{bi} \\ z_{bi} \end{bmatrix} + \mathbf{K}_2 \begin{bmatrix} \dot{x}_{bi} \\ \dot{y}_{bi} \\ \dot{z}_{bi} \end{bmatrix} + \mathbf{K}_3 \begin{bmatrix} \ddot{x}_{bi} \\ \ddot{y}_{bi} \\ \ddot{z}_{bi} \end{bmatrix} \right) \right) \tag{4.40}
\end{aligned}$$

初期研究においては、主軸の回転のみを考慮し、重心の並進移動は無視する. Eq.4.40 を解くためには、 $[x_{bi}; y_{bi}; z_{bi}]^T$, $[\dot{x}_{bi}; \dot{y}_{bi}; \dot{z}_{bi}]^T$, $[\ddot{x}_{bi}; \ddot{y}_{bi}; \ddot{z}_{bi}]^T$ を角速度とその時間微分で表す必要がある. 回転行列 \mathbf{R} を用いると、 $[x_{bi}; y_{bi}; z_{bi}]^T$, $[\dot{x}_{bi}; \dot{y}_{bi}; \dot{z}_{bi}]^T$, $[\ddot{x}_{bi}; \ddot{y}_{bi}; \ddot{z}_{bi}]^T$ は以下の3式のように書き換えることができる.

$$\begin{bmatrix} x_{bi} \\ y_{bi} \\ z_{bi} \end{bmatrix} = \mathbf{R} \mathbf{r}'_{bi} \tag{4.41}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{bi} \\ \dot{y}_{bi} \\ \dot{z}_{bi} \end{bmatrix} = \mathbf{R} (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}'_{bi}) \tag{4.42}$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_{bi} \\ \ddot{y}_{bi} \\ \ddot{z}_{bi} \end{bmatrix} = \dot{\mathbf{R}} (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}'_{bi}) + \mathbf{R} (\dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r}'_{bi}) \tag{4.43}$$

Eq.4.41, Eq.4.42, Eq.4.43 を Eq.4.40 に代入すると、主軸の回転の運動方程式は Eq.4.44 のように書ける.

$$\begin{aligned}
& (\mathbf{I}' + \mathbf{r}'_{b1} \times \mathbf{R}^{-1} \mathbf{K}_3 \mathbf{R} \tilde{\mathbf{r}}'_{b1} + \mathbf{r}'_{b2} \times \mathbf{R}^{-1} \mathbf{K}_3 \mathbf{R} \tilde{\mathbf{r}}'_{b2}) \dot{\boldsymbol{\omega}} \\
&= \mathbf{r}'_{dis} \times (\mathbf{R}^{-1} \mathbf{F}_{dis}) \\
&\quad + \mathbf{r}'_{b1} \times \left(\mathbf{R}^{-1} \left(\mathbf{K}_1 \mathbf{R} \mathbf{r}'_{b1} + \mathbf{K}_2 \mathbf{R} (\boldsymbol{\omega}' \times \mathbf{r}'_{b1}) + \mathbf{K}_3 \dot{\mathbf{R}} (\boldsymbol{\omega}' \times \mathbf{r}'_{b1}) \right) \right) \\
&\quad + \mathbf{r}'_{b2} \times \left(\mathbf{R}^{-1} \left(\mathbf{K}_1 \mathbf{R} \mathbf{r}'_{b2} + \mathbf{K}_2 \mathbf{R} (\boldsymbol{\omega}' \times \mathbf{r}'_{b2}) + \mathbf{K}_3 \dot{\mathbf{R}} (\boldsymbol{\omega}' \times \mathbf{r}'_{b1}) \right) \right) \\
&\quad + \boldsymbol{\omega}' \times \mathbf{I}' \boldsymbol{\omega}' \tag{4.44}
\end{aligned}$$

ただし、 $\tilde{\mathbf{a}}$ はベクトル $\mathbf{a} = [a_x; a_y; a_z]^T$ のチルダ行列を表わし、Eq.4.45 のように書ける.

$$\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -a_z & a_y \\ a_z & 0 & -a_x \\ -a_y & a_x & 0 \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

剛体座標は主軸に固定されており、主軸の運動と共に向きを変える. これは回転行列 R が時間と共に変化することを意味し、回転の運動方程式と共に回転行列 R の微分方程式も解く必要がある. 回転行列 R の微分方程式は次式のように書ける.

$$\dot{R} = R \times \omega' \quad (4.46)$$

主軸の運動を支配する微分方程式として、Eq.4.44, Eq.4.46 が得られた. これらを状態方程式の形に変形して MATLAB でプログラミングし、主軸の運動を計算した. 計算では、MATLAB の常微分方程式ソルバーである ode45 solver を使用した. ode45 solver はルンゲクッタ法を用いた時間積分により常微分方程式の数値解を得る. ルンゲクッタ法は 4 次と 5 次の手法の結果を比較し、その結果から動的に時間ステップを変更する. 上記の計算手順により、精度と計算コストを両立して常微分方程式を解く.

4.2.4 主軸運動の数値計算

4.2.4.1 計算条件

Fig.4.7 に、初期研究で使用した主軸の座標系を示す. 図中の ϕ は、重心における y 軸周りの主軸の回転角度を表わす. 主軸の寸法は、精密加工用の空気静圧スピンドルに関する先行研究を参考にした [44]. 主軸の材料は SUS304 とし、当該材料の密度から慣性

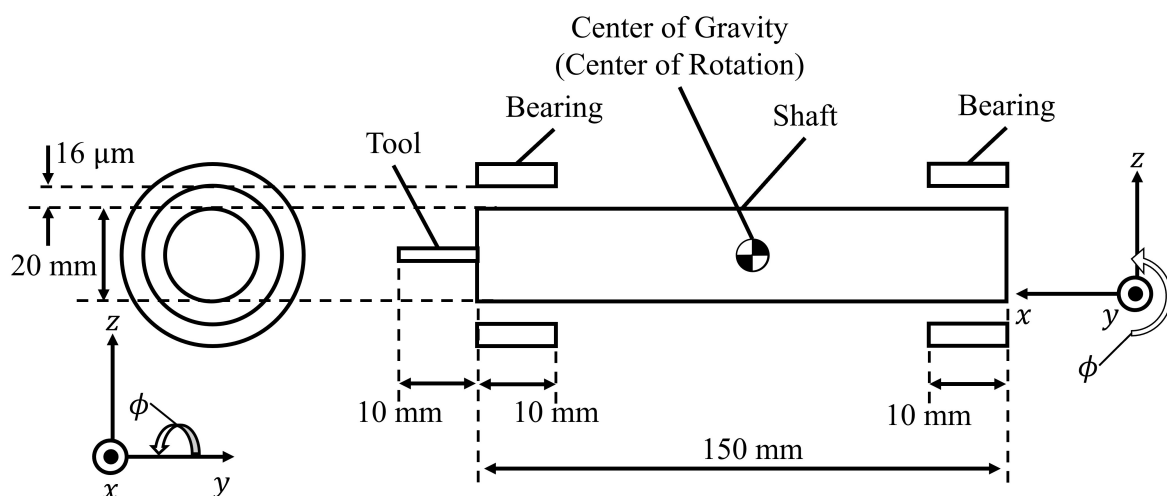


Fig.4.7 Structure and size of aero static spindle used in dynamic analysis.

モーメントを算出した。SUS304 の密度は 8.03×10^3 (kg/m³) である。ジャイロ効果の大きさは主軸の回転速度で異なる。そこで主軸の回転数として 50,000, 100,000, 150,000 min⁻¹ の 3 種類設定し、提案する空気圧制御回路が異なる回転数に対してどう応答をするか検証した。

主軸には加工負荷を模した外力を作用させた。繰り返し加工することを考え、正弦波状の加工負荷を仮定した。加工負荷の振幅は F_e 、周波数を f とした。よって加工負荷 F は以下の式で表せる。

$$F = F_e \sin(2\pi ft) \quad (4.47)$$

実際の計算では、 $F_e = 10$ (N) で一定とし、振幅は 3 種類の値を使用した。 $f = 50, 100, 150$ (Hz) とし、周波数を変えた際の主軸の運動の変化を検討した。Table.4.1 に計算時に使用したパラメータの値を示した。

4.2.4.2 計算結果

Fig.4.8 に空気圧制御回路を組み込まない場合の主軸先端の軌跡をグラフで示す。グラフの横軸は y 軸方向の主軸先端の変位 Δy 、縦軸は z 軸方向の主軸先端の変位 Δz を示

Table.4.1 Parameters for numerical calculation of shaft motion when periodic machining load is applied.

Parameter	Value
shaft length L_s	150 mm
shaft diameter D	20 mm
shaft density ρ	8030 kg/m ³
bearing length L	10 mm
bearing clearance C_r	16 μ m
number of orifice n	8
orifice diameter d	0.4 mm
supply pressure P_s	300 kPa(abs)
atmospheric pressure P_a	100 kPa(abs)
atmospheric temperature T_a	293 K
air viscosity μ	1.8×10^{-5} Pa·s
specific heat ratio γ	1.4
gas constant R	287 J/(kg·K)
correct coefficient for flow rate c_f	0.85
correct coefficient for geometry c_{ff}	0.8

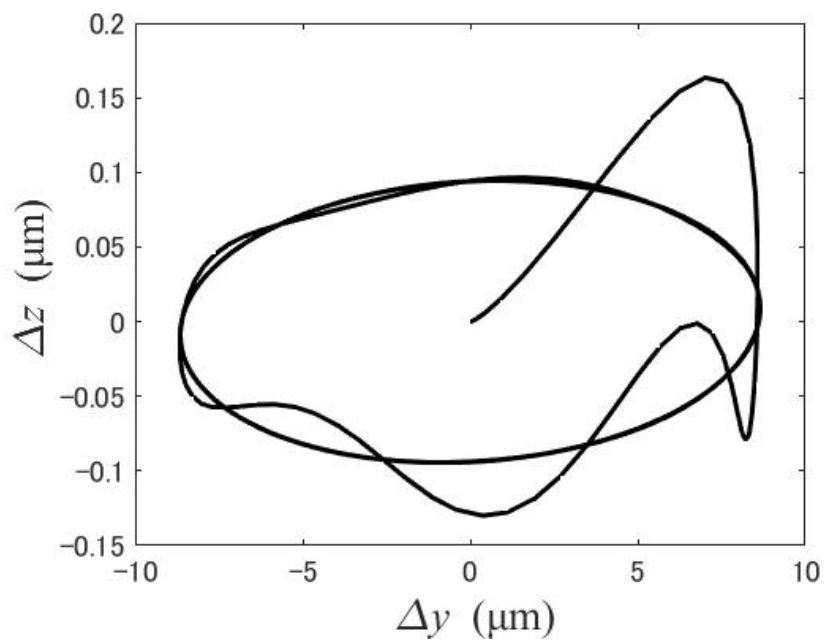


Fig.4.8 Trajectory of shaft tip without pneumatic control when $\Omega=100,000 \text{ min}^{-1}$ ($f=100 \text{ Hz}$).

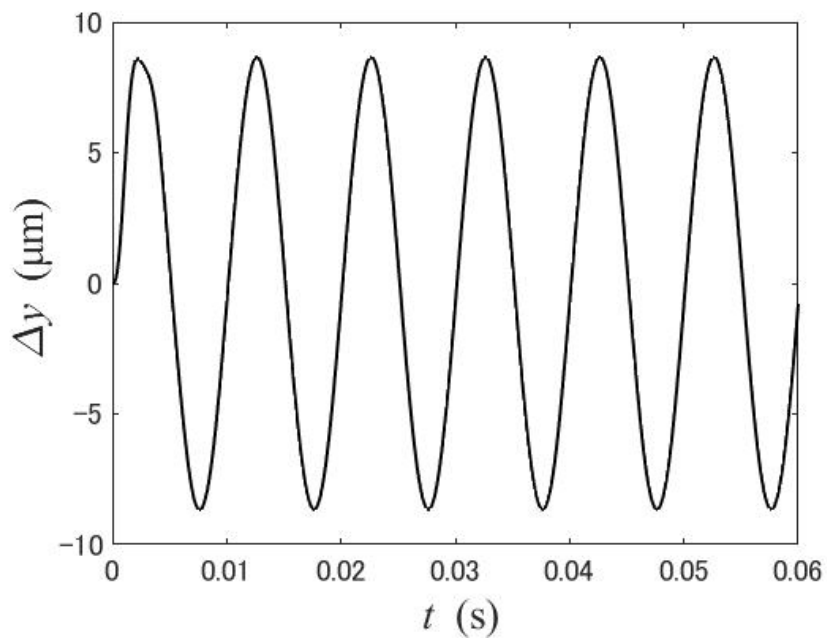


Fig.4.9 Time variation of shaft tip displacement along y axis without pneumatic control when $\Omega=100,000 \text{ min}^{-1}$ ($f=100 \text{ Hz}$).

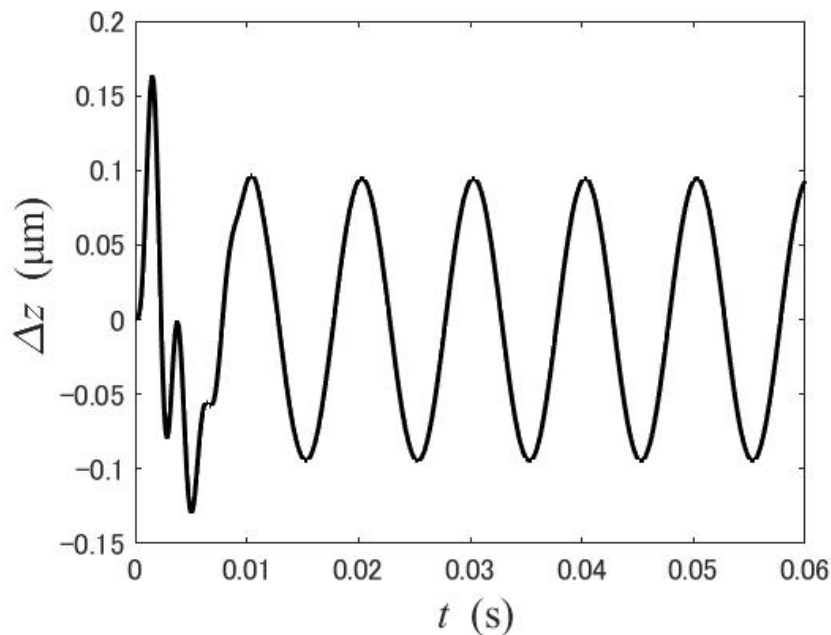


Fig.4.10 Time variation of shaft tip displacement along z axis without pneumatic control when $\Omega=100,000 \text{ min}^{-1}$ ($f=100 \text{ Hz}$).

す。主軸先端の初期値は yz 平面の原点にあり、 y 軸方向の加工負荷を受けて変位する。加工負荷の周波数は 100 Hz とした。主軸の回転数は $100,000 \text{ min}^{-1}$ であった。運動の初期では波打ちながら円運動を行うが、次第に振動が減衰して円運動のみが残る。ジャイロ効果によって発生する z 軸方向の変位は y 軸方向の変位よりも小さかった。

Fig.4.9, Fig.4.10 に、 y 、 z 軸方向の変位の時間変化をグラフで示す。グラフの横軸は時間、縦軸はそれぞれ y 、 z 軸方向の主軸先端の変位を示す。 y 軸方向の変位は、 $\pm 10 \mu\text{m}$ の間で振動した。殆ど正弦波状に振動しており、初期位置付近においても正弦波とのずれは殆ど見られない。 z 軸方向の変位は、 $\pm 0.1 \mu\text{m}$ の間で振動した。 y 軸方向の変位と異なり、正弦波状の振動状態に移行するまでに不規則な振動が発生した。初期位置付近の振動が最も大きく、 $0.15 \mu\text{m}$ に達した。

Fig.4.11 に空気圧制御回路による制御を実施した場合の主軸先端の軌跡を示す。主軸先端の初期値は yz 平面の原点にあり、 y 軸方向の加工負荷を受けて運動する。加工負荷の周波数は 100 (Hz) であり、空気圧制御回路のゲイン $\lambda = 8 \times 10^5 \text{ (Pa}\cdot\text{s/m)}$ とした。主軸の回転数は $100,000 \text{ min}^{-1}$ であった。空気圧制御回路を使用しない場合と同様、運動の初期では波打ちながら円運動を行うが、次第に円運動のみが残る。しかし、空気圧制御回路を使用しない場合と比べて、 z 軸方向の変位が非常に小さい

Fig.4.12, Fig.4.13 に、 y 、 z 軸方向の変位の時間変化を示す。 y 軸方向の変位は、 $\pm 10 \mu\text{m}$ の間で振動している。殆ど正弦波状に振動しており、初期位置付近においても正弦

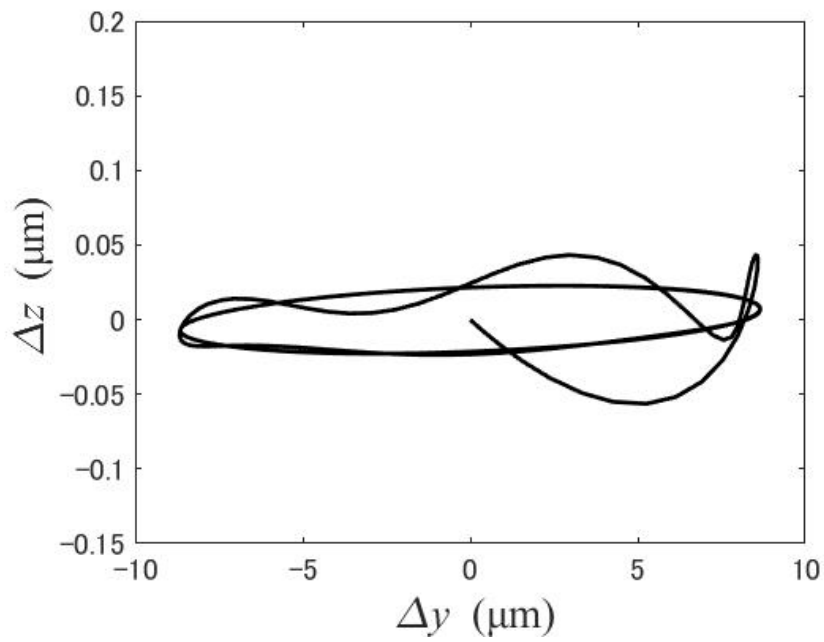


Fig.4.11 Trajectory of shaft tip with pneumatic control when $\Omega=100,000 \text{ min}^{-1}$ ($f=100 \text{ Hz}$, $\lambda = 8 \times 10^5 \text{ Pa}\cdot\text{s/m}$).

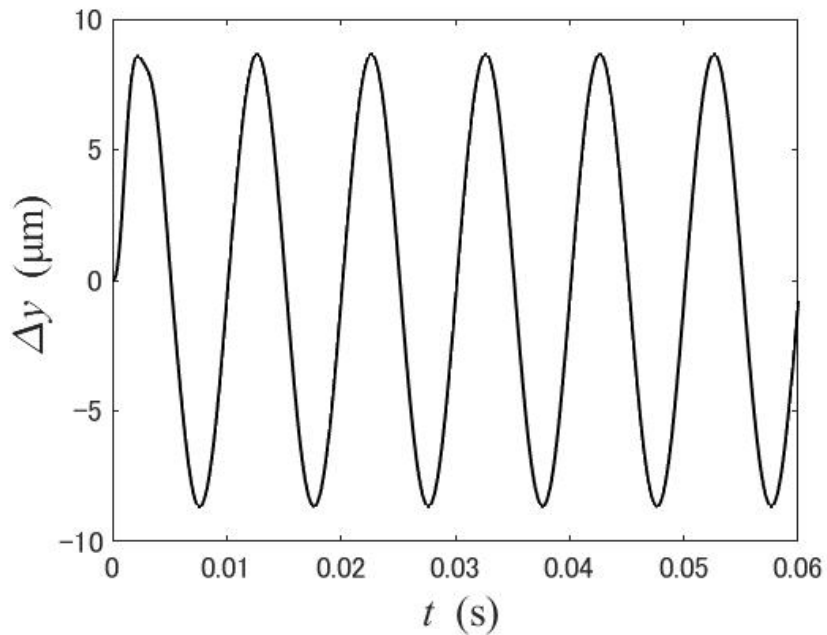


Fig.4.12 Time variation of shaft tip displacement along y axis with pneumatic control when $\Omega=100,000 \text{ min}^{-1}$ ($f=100 \text{ Hz}$, $\lambda = 8 \times 10^5 \text{ Pa}\cdot\text{s/m}$).

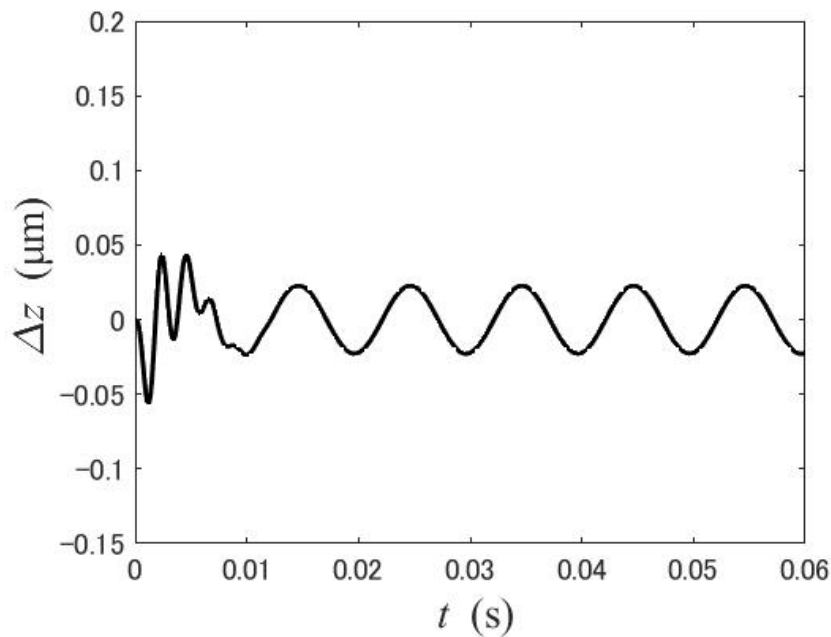


Fig.4.13 Time variation of shaft tip displacement along z axis with pneumatic control when $\Omega=100,000 \text{ min}^{-1}$ ($f=100 \text{ Hz}$, $\lambda = 8 \times 10^5 \text{ Pa}\cdot\text{s/m}$).

波とのずれは殆ど見られない。 y 軸方向については、空気圧制御回路を使用しなかった場合とほとんど違いは見られなかった。 z 軸方向の変位は、 $\pm 0.05 \text{ μm}$ の間で振動している。初期位置付近で不規則な振動が発生しており、この傾向は空気圧制御回路を使用しなかった場合と同様であった。

空気圧制御回路を使用しない場合と使用した場合の軌跡を比較すると、ジャイロ効果によって発生する z 軸方向の振幅が大きく減少したことが分かる。初期位置付近で発生する不規則な振動は、 $1/3$ 程度まで減少した。また定常振動の振幅も半分以下まで減少した。上記の結果から、ゲイン λ を適切に調節することで、ジャイロ効果を打ち消すことが可能であると分かる。

4.2.4.3 空気圧制御回路の最適設定

Fig.4.14, Fig.4.15 に、主軸の回転速度 $\omega_{x'}$ と加工負荷の周波数 f を変化させたときの、空気圧制御回路のゲイン λ に対する Fig.4.7 中の回転角度 ϕ の振幅を示す。 ϕ はジャイロ効果によって生じる主軸の回転角である。図中の $\Delta\phi$ は $\Delta\phi = \arctan(\Delta z/l_t)$ で表され、 Δz は z 方向の変位、 l_t は回転中心から主軸先端までの距離を表す。 $\lambda = 0$ のプロット点は、空気圧制御回路による制御をしない場合の結果を示す。

Fig.4.14 に示すように、 ϕ の最小角度振幅に対応する λ の値は、主軸の回転速度 $\omega_{x'}$ に

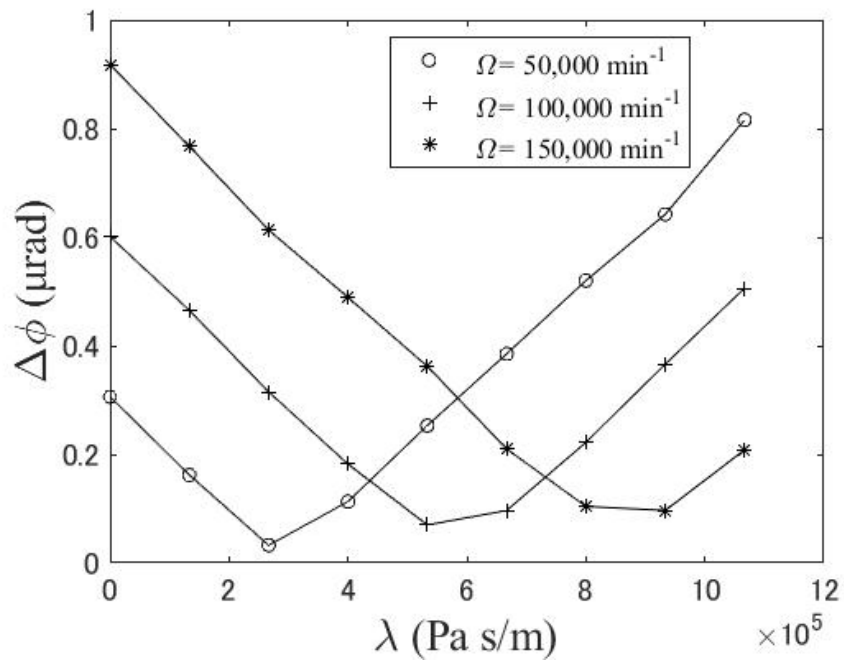


Fig.4.14 Variation of rotational angle θ with feedback gain λ for three rotational speed Ω ($f = 100 \text{ Hz}$).

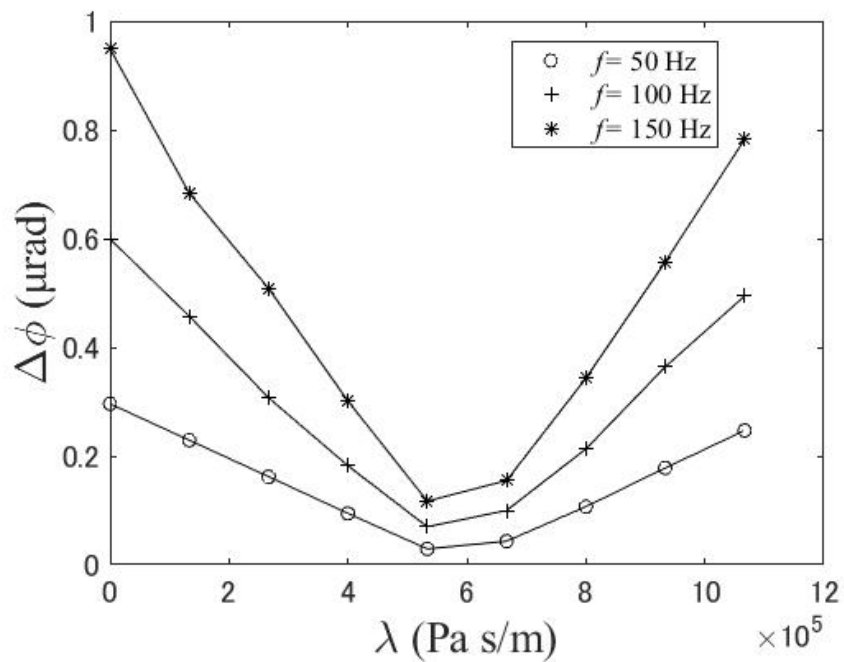


Fig.4.15 Variation of rotational angle θ with feedback gain λ for three frequencies f ($\Omega = 100,000 \text{ min}^{-1}$).

よって変化した。φの最小角度振幅を与えるλの値を、λの最適値と定義すると、その値は回転速度の増加とともに変化した。回転速度が高いほど、φの最小角度振幅を与えるλの最適値は大きな値となった。これは、回転速度が高くなるとジャイロ効果の影響が大きくなるため、回転速度に合わせてゲインλを大きくする必要があることを意味する。

Fig.4.15は、主軸の回転数 Ω を $100,000 \text{ min}^{-1}$ に固定し、加工負荷の周波数 f を50, 100, 150Hzと変化させた場合について、空気圧制御回路のゲインλが回転角度φに与える影響を調べたものである。加工負荷の周波数 f が低いほど、回転角度φは小さくなった。λの最適値を与えるゲインλは約 5.3×10^5 であり、加工負荷の周波数によって変化しなかった。これらの結果から、空気静圧スピンドルに発生するジャイロ効果は、提案する空気圧制御回路のゲインλを適切に設定することで抑制でき、主軸の回転数や加工負荷の周波数に対応したλの最適値が存在することが分かった。

4.2.5 まとめ

本研究によって以下の知見が得られた。

- 1) 空気静圧スピンドルに発生するジャイロ効果を補償する空気圧制御回路を提案し、それを考慮した空気静圧軸受の剛性・減衰係数の算出方法を示した。
- 2) 算出した剛性・減衰係数を用いて、空気静圧スピンドルのバネ-マス-ダンパモデルの数値計算を行った。計算の結果、ジャイロ効果によって発生する主軸の変位を抑制できる場合があると分かった。
- 3) 提案する空気圧制御回路の効果が、回路のゲインλによって変化することを確かめた。ジャイロ効果を最も効果的に抑制するゲインλの値は回転数が高いほど高くなることが分かった。加工負荷の周波数はゲインの最適値には影響を与えなかった。

4.3 圧縮性レイノルズ方程式と摂動法を用いた空気静圧スピンドルの数値解析

4.3.1 考慮する物理現象

4.3.1.1 くさび効果

くさび効果とは、粘性を持つ流体が、高さの変化する膜状の流路を流れる際、圧力が変化する現象のことを指す。Fig.4.16 に、流体軸受でくさび効果が発生する様子を示す。軸受内で反時計回りに主軸が回転する。主軸に負荷がかかると、主軸は軸受の中心から偏心して軸受隙間は収縮流路と拡大流路が連なった構造になる。このとき、内部の流体は粘性の効果によって主軸の表面に引きずられながら隙間内を流れ、収縮流路では狭い空間に流体が押し込まれる影響で圧力が上昇する。拡大流路では広い空間に流体が放出される影響で圧力が低下する。軸受隙間内に圧力が上昇する領域と低下する領域が現れ、その差圧によって主軸に力がかかる。上記の差圧は偏心方向とは90度位相がずれた向きに発生する。以上がくさび効果の概要である。流体軸受では、特に主軸が高速回転する場合や粘性の強い流体を使用する場合にくさび効果が強く生じ、負荷を支える役割を果たす。しかしながら、くさび効果によって発生する昇圧は、偏心方向とは位相がずれた位置で発生する。そのため負荷と直交する向きにも剛性が発生し、意図しない変位が主軸に発生してしまう。負荷と直交する向きにも剛性が発生する特性を連成特性と呼ぶ。高速で駆動される主軸の周速は非常に速く、100 m/s を超える場合もある。そのためくさび効果による外乱を適切に抑制する必要がある。上記のくさび効果は4.2節で報告した初期研究では考慮されていない。

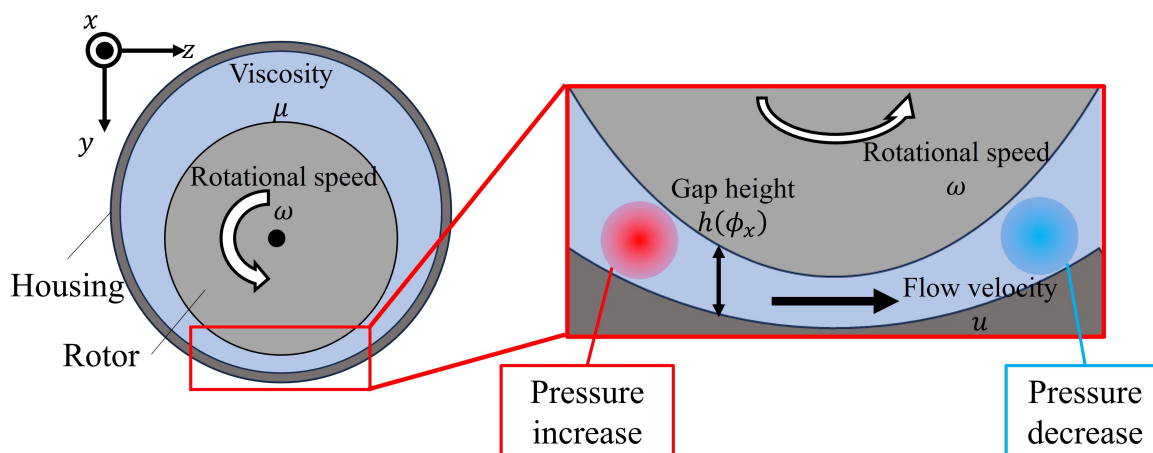


Fig.4.16 Differential pressure in aero static bearing generated by wedge effect.

ない。そこで、新たな数値計算モデルを作成した。

4.3.1.2 空気圧制御回路の応答遅れ

空気圧は音速で伝播し、ある空間の圧力が変化するためには空気の流出入が必要となる。そのため空気圧回路では圧力の応答に時間が必要で、回路の時定数を考慮した設計が必要となる。空気圧制御回路の応答遅れが1次遅れでモデル化できることを確認するため、提案する空気圧制御回路を模擬した実験装置を作製した。Fig.4.17に、提案する空気圧制御回路の実験装置の写真を示す。実験装置はノズルフラップを模擬した可変絞り、空気圧パイロット弁、空気圧タンク、流量計、圧力センサ、ハンドバルブで構成される。空気圧タンクは圧力制御用とバッファ用の2つを使用した。圧力制御用空気圧タンクは、内部の圧力が空気圧パイロット弁によって制御される。バッファ用は空気圧パイロット弁の自励振動を抑制するために用いた。それぞれの要素は空気圧用ウレタンチューブによって接続した。実験は以下の手順で行われた。

1. 実験装置に圧縮空気をコンプレッサーから供給し、各センサーからの出力を計測器に接続する。
2. 可変絞りの下流のハンドバルブを開放する。

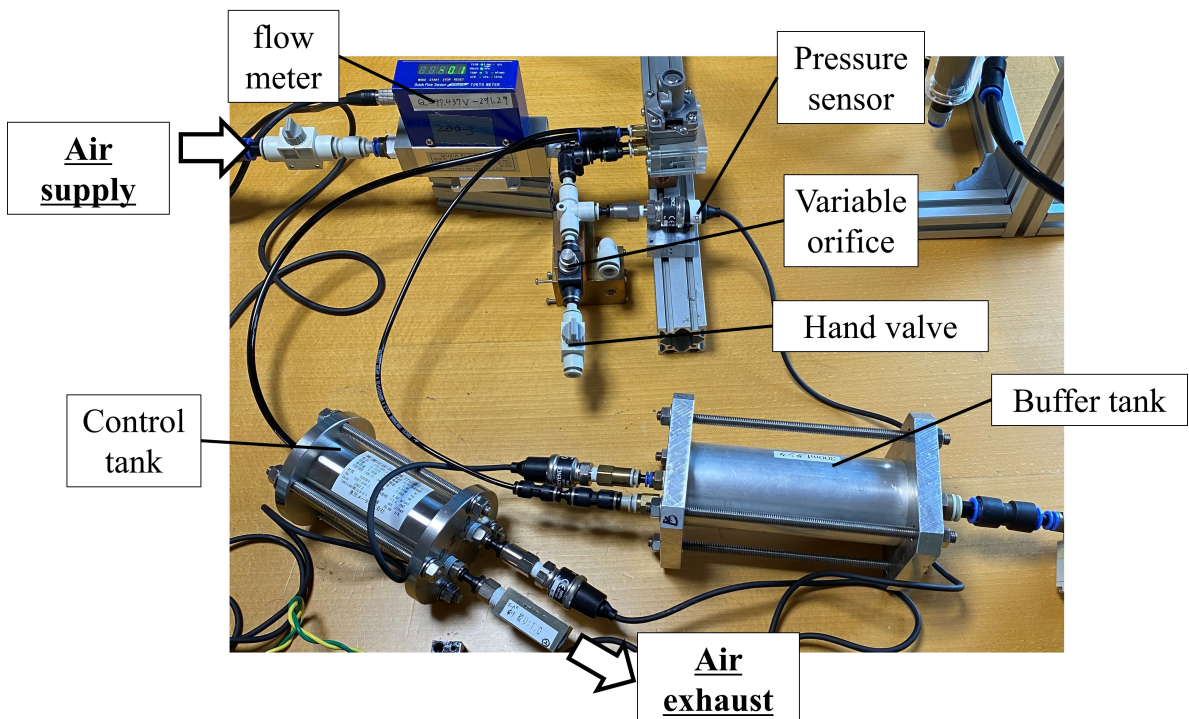


Fig.4.17 Photo of test equipment of presented pneumatic control circuit.

3. 圧力制御用空気圧タンク内の圧力が整定するまで待つ.
4. 可変絞り下流のハンドバルブを閉じる.
5. 圧力制御用空気圧タンク内の圧力が整定するまで待つ.
6. 可変絞り上流の圧力値および圧力制御用空気圧タンク内の圧力値の時間変化をグラフ化する.

Fig.4.18 に圧力の計測結果をグラフで示す. グラフは横軸が時間, 縦軸が圧力の計測値を表わす. 実線が可変絞りでの圧力, 鎖線が圧力制御用空気圧タンク内の圧力を表わす. 可変絞り上流の圧力は空気圧パイロット弁への指令値となっており, 空気圧パイロット弁のダイヤフラムに作用する. グラフから, 可変絞りでの圧力や圧力制御用空気圧タンクの圧力は, オーバーシュートやアンダーシュートを生じることなく変化していることが分かる. グラフでノズルフラップの圧力変化が非対称になっており, 圧力が低下するときの方が変化に時間がかかっている. これは空間の圧力変化は, 空気の充填時と放出時で圧力応答の時定数が異なるためである. 一般的に, ある容積内の圧力変化は, 低下するときのほうが, 上昇するとき比べて時間がかかる. 大きな振動を生じることなく, 漸近しながら目標値で整定した. 上記の圧力の変化は, 1次遅れの応答に近い. そこで本研究では, 1次伝達関数を用いて空気圧制御回路の応答をモデル化する. 空気圧制御回路に使用したノズルフラップと空気圧パイロット弁の時定数とゲインを先行研究から引用してモデルに使

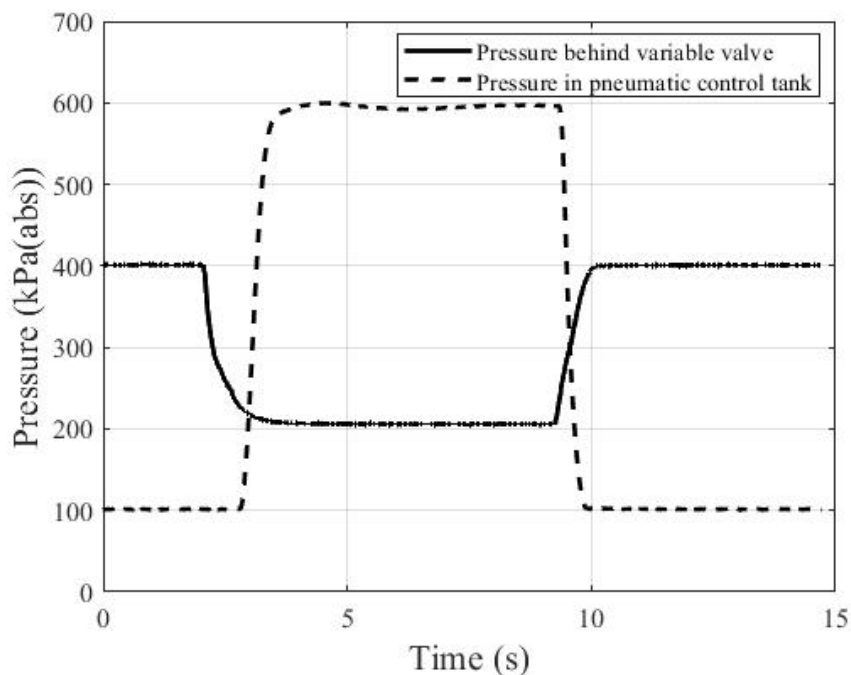


Fig.4.18 Measurement results of test equipment of presented pneumatic control circuit.

用する。

4.3.2 主軸の運動方程式

Fig.4.19 に提案した空気圧制御回路を内蔵した空気静圧スピンドルの構造を示す。空気静圧スピンドルは切削工具を取り付ける主軸、主軸を支えるジャーナル軸受とスラスト軸受、主軸を回転させるモーター、空気圧パイロット弁、ノズルフラップで構成される。図中の A-A で示される断面はジャーナル軸受けと空気圧パイロット弁を含む切断面、B-B で示される断面はノズルフラップを含む切断面を示す。主軸は数万 min^{-1} の回転数で回転する。ジャーナル軸受とスラスト軸受は空気静圧軸受である。本研究の提案では、ジャーナル軸受に空気圧パイロット弁とノズルフラップを接続して給気圧の制御を行う。

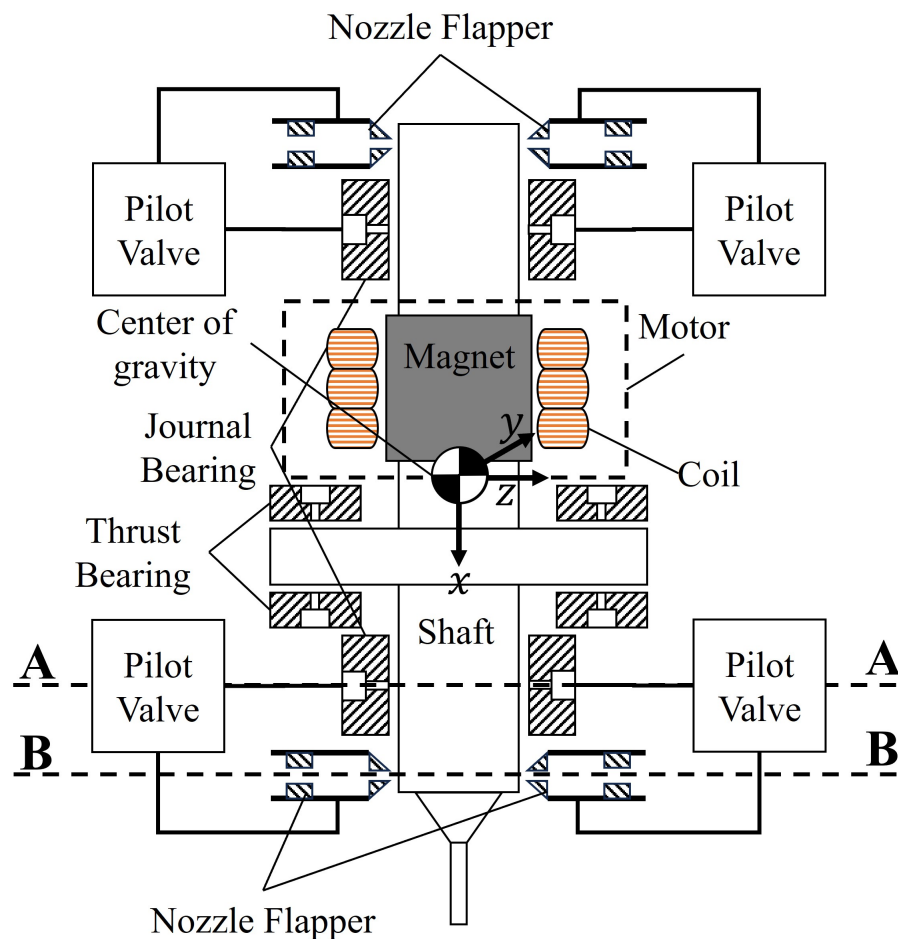


Fig.4.19 Cross section of aerostatic spindle including presented pneumatic control circuit. A-A cross section : Layer including journal bearing and pilot valve, B-B cross section : Layer including nozzle flapper.

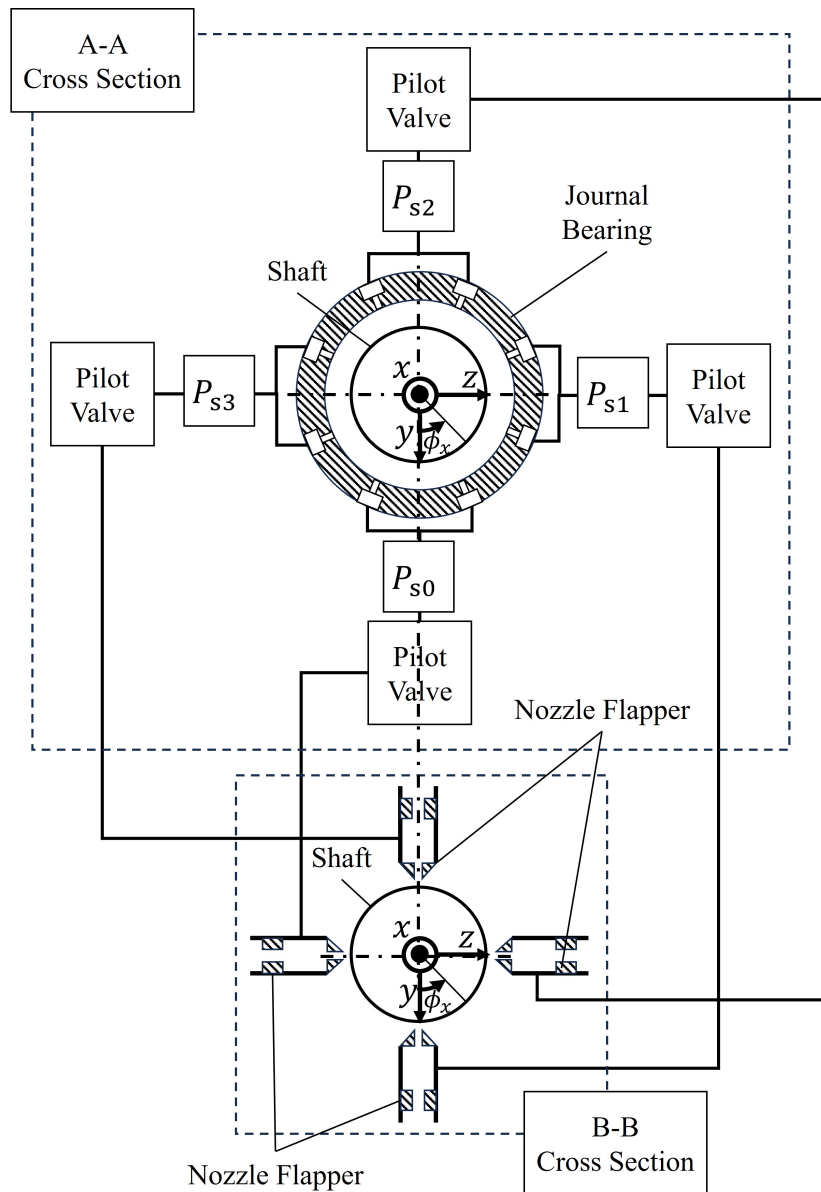


Fig.4.20 Structure and parameters of pneumatic control circuit with nozzle flapper, pilot valve and journal bearing.

Fig.4.20 に空気圧パイロット弁とノズルフラップの接続を示す。A-A 断面および B-B 断面は Fig.4.19 に示した断面である。空気圧パイロット弁とノズルフラップは、各ジャーナル軸受に 4 個ずつ配置する。ジャーナル軸受の給気孔は 8 等配で、各空気圧パイロット弁は 2 個の給気孔の給気圧を制御する。空気圧パイロット弁とノズルフラップの接続は 90 度ずつ位相をずらす。これはジャイロ効果とくさび効果の発生する向きが、加工付加と 90 度位相がずれるからである。供給圧は $\phi_x=0$ の位置から反時計回りに P_{s0} , P_{s1} , P_{s2} , P_{s3} と呼ぶ。

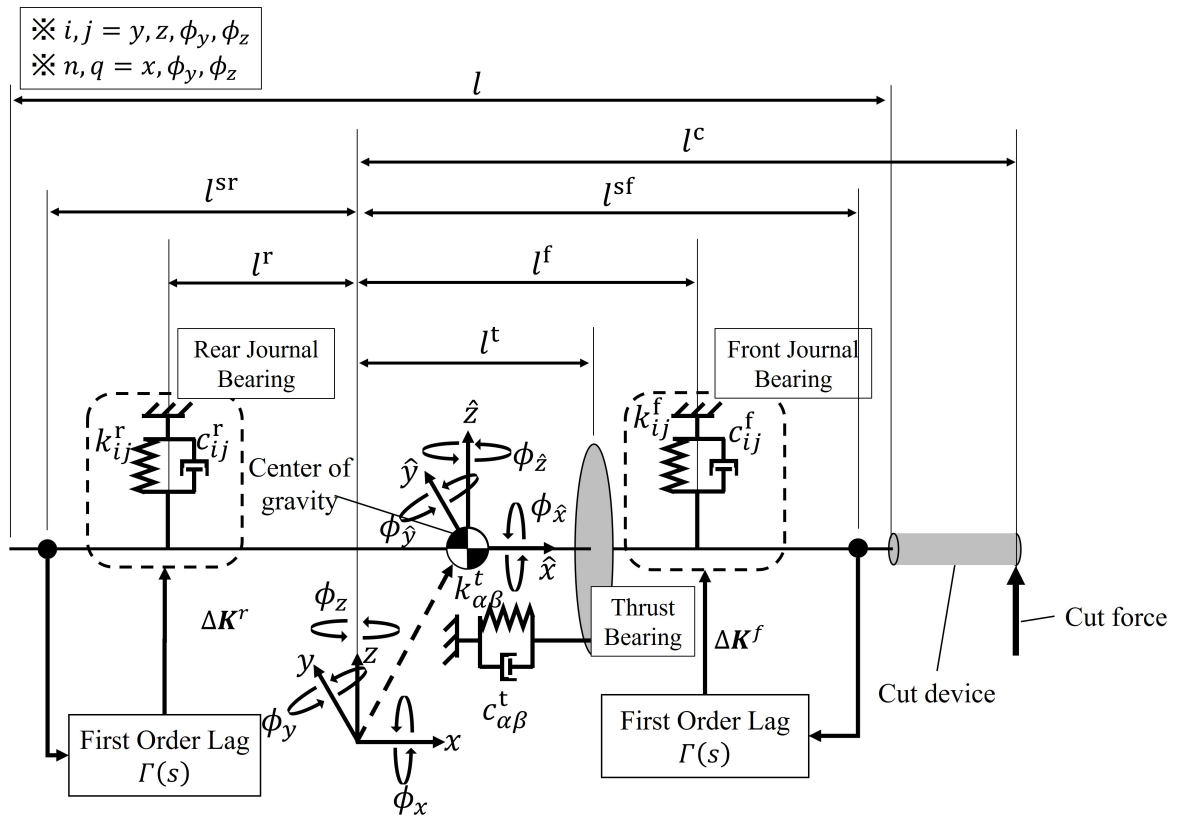


Fig.4.21 Spring-mass-damper model of aero static spindle considering wedge effect.

本研究では空気静圧スピンドルの主軸の運動を、バネ-マス-ダンパモデルとして解析する。Fig.4.21 に主軸のバネ-マス-ダンパモデルを示す。 x, y, z は空間に固定された慣性座標、 $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ は主軸の重心に固定された剛体座標である。バネ要素およびダンパ要素は、2個のジャーナル軸受と1個のスラスト軸受で構成される。 l は主軸の長さ、 l^f, l^r はそれぞれ慣性座標原点からジャーナル軸受中央までの距離、 l^c は加工付加が掛かる点と慣性座標原点との距離、 l^{sf}, l^{sr} はそれぞれノズルフラップによるセンシング点と慣性座標原点との距離、 k_{ij} は j 方向の変位に対する i 方向の剛性を表す剛性係数、 c_{ij} は j 方向の変位に対する i 方向の減衰を表す減衰係数、 $\Gamma(s)$ は空気圧制御回路の伝達関数、 ΔK は空気圧制御回路による剛性係数の変化量を表す。数値計算の際には、各寸法を実物のスピンドルから引用した。Table.4.2 に本研究で参照したスピンドルの寸法を示す。主軸の回転により連成特性が発生するため、ジャーナル軸受とスラスト軸受の剛性・減衰係数はそれぞれ 4×4 、 3×3 のマトリックスとなる。ジャーナル軸受とスラスト軸受の剛性・減衰係数マト

Table.4.2 Size parameters of shaft used in spring-mass-damper model.

l	150 mm
l^f	47.5 mm
l^r	53 mm
l^{sf}	75 mm
l^{sr}	75 mm
l^c	95

リックスを以下の6式のように書く。

$$\mathbf{K}^f = \begin{bmatrix} k_{yy}^f & k_{yz}^f & k_{y\phi_y}^f & k_{y\phi_z}^f \\ k_{zy}^f & k_{zz}^f & k_{z\phi_y}^f & k_{z\phi_z}^f \\ k_{\phi_y y}^f & k_{\phi_y z}^f & k_{\phi_y \phi_y}^f & k_{\phi_y \phi_z}^f \\ k_{\phi_z y}^f & k_{\phi_z z}^f & k_{\phi_z \phi_y}^f & k_{\phi_z \phi_z}^f \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

$$\mathbf{K}^r = \begin{bmatrix} k_{yy}^r & k_{yz}^r & k_{y\phi_y}^r & k_{y\phi_z}^r \\ k_{zy}^r & k_{zz}^r & k_{z\phi_y}^r & k_{z\phi_z}^r \\ k_{\phi_y y}^r & k_{\phi_y z}^r & k_{\phi_y \phi_y}^r & k_{\phi_y \phi_z}^r \\ k_{\phi_z y}^r & k_{\phi_z z}^r & k_{\phi_z \phi_y}^r & k_{\phi_z \phi_z}^r \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

$$\mathbf{K}^t = \begin{bmatrix} k_{xx}^t & k_{x\phi_y}^t & k_{x\phi_z}^t \\ k_{\phi_y x}^t & k_{\phi_y \phi_y}^t & k_{\phi_y \phi_z}^t \\ k_{\phi_z x}^t & k_{\phi_z \phi_y}^t & k_{\phi_z \phi_z}^t \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

$$\mathbf{C}^f = \begin{bmatrix} c_{yy}^f & c_{yz}^f & c_{y\phi_y}^f & c_{y\phi_z}^f \\ c_{zy}^f & c_{zz}^f & c_{z\phi_y}^f & c_{z\phi_z}^f \\ c_{\phi_y y}^f & c_{\phi_y z}^f & c_{\phi_y \phi_y}^f & c_{\phi_y \phi_z}^f \\ c_{\phi_z y}^f & c_{\phi_z z}^f & c_{\phi_z \phi_y}^f & c_{\phi_z \phi_z}^f \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

$$\mathbf{C}^r = \begin{bmatrix} c_{yy}^r & c_{yz}^r & c_{y\phi_y}^r & c_{y\phi_z}^r \\ c_{zy}^r & c_{zz}^r & c_{z\phi_y}^r & c_{z\phi_z}^r \\ c_{\phi_y y}^r & c_{\phi_y z}^r & c_{\phi_y \phi_y}^r & c_{\phi_y \phi_z}^r \\ c_{\phi_z y}^r & c_{\phi_z z}^r & c_{\phi_z \phi_y}^r & c_{\phi_z \phi_z}^r \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

$$\mathbf{C}^t = \begin{bmatrix} c_{xx}^t & c_{x\phi_y}^t & c_{x\phi_z}^t \\ c_{\phi_y x}^t & c_{\phi_y \phi_y}^t & c_{\phi_y \phi_z}^t \\ c_{\phi_z x}^t & c_{\phi_z \phi_y}^t & c_{\phi_z \phi_z}^t \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

ここで、 \mathbf{K}^f 、 \mathbf{C}^f は前部ジャーナル軸受の剛性・減衰係数マトリクス、 \mathbf{K}^r 、 \mathbf{C}^r は後部ジャーナル軸受の剛性・減衰係数マトリクス、 \mathbf{K}^t 、 \mathbf{C}^t はスラスト軸受の剛性・減衰係数

マトリクスである。主軸の並進および回転の運動方程式は剛性・減衰係数マトリクスを用いて以下のように書ける。ただし、回転の運動方程式は剛体座標参照である。

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} \\
& = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{yy}^f + k_{yy}^r & k_{yz}^f + k_{yz}^r & k_{y\phi_y}^f + k_{y\phi_y}^r + k_{y\phi_y}^t & k_{y\phi_z}^f + k_{y\phi_z}^r + k_{y\phi_z}^t \\ k_{zy}^f + k_{zy}^r & k_{zz}^f + k_{zz}^r & k_{z\phi_y}^f + k_{z\phi_y}^r + k_{z\phi_y}^t & k_{z\phi_z}^f + k_{z\phi_z}^r + k_{z\phi_z}^t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ z \\ \phi_y \\ \phi_z \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{yy}^f + c_{yy}^r & c_{yz}^f + c_{yz}^r & c_{y\phi_y}^f + c_{y\phi_y}^r + c_{y\phi_y}^t & c_{y\phi_z}^f + c_{y\phi_z}^r + c_{y\phi_z}^t \\ c_{zy}^f + c_{zy}^r & c_{zz}^f + c_{zz}^r & c_{z\phi_y}^f + c_{z\phi_y}^r + c_{z\phi_y}^t & c_{z\phi_z}^f + c_{z\phi_z}^r + c_{z\phi_z}^t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\phi}_y \\ \dot{\phi}_z \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} k_{xx}^t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} c_{xx}^t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Delta k_{yy}^f + \Delta k_{yy}^r & \Delta k_{yz}^f + \Delta k_{yz}^r & \Delta k_{y\phi_y}^f + \Delta k_{y\phi_y}^r & \Delta k_{y\phi_z}^f + \Delta k_{y\phi_z}^r \\ \Delta k_{zy}^f + \Delta k_{zy}^r & \Delta k_{zz}^f + \Delta k_{zz}^r & \Delta k_{z\phi_y}^f + \Delta k_{z\phi_y}^r & \Delta k_{z\phi_z}^f + \Delta k_{z\phi_z}^r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ z \\ \phi_y \\ \phi_z \end{bmatrix} \tag{4.54}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} I_{\hat{x}} & 0 & 0 \\ 0 & I_{\hat{y}} & 0 \\ 0 & 0 & I_{\hat{z}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\phi}_{\hat{x}} \\ \ddot{\phi}_{\hat{y}} \\ \ddot{\phi}_{\hat{z}} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} l_c \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \mathbf{R}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ f_y \\ 0 \end{bmatrix} \\
&+ \mathbf{R}^{-1} \\
&\times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{\phi_y y}^f + k_{\phi_y y}^r & k_{\phi_y z}^f + k_{\phi_y z}^r & k_{\phi_y \phi_y}^f + k_{\phi_y \phi_y}^r + k_{\phi_y \phi_y}^t & k_{\phi_y \phi_z}^f + k_{\phi_y \phi_z}^r + k_{\phi_y \phi_z}^t \\ k_{\phi_z y}^f + k_{\phi_z y}^r & k_{\phi_z z}^f + k_{\phi_z z}^r & k_{\phi_z \phi_y}^f + k_{\phi_z \phi_y}^r + k_{\phi_z \phi_y}^t & k_{\phi_z \phi_z}^f + k_{\phi_z \phi_z}^r + k_{\phi_z \phi_z}^t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ z \\ \phi_y \\ \phi_z \end{bmatrix} \\
&+ \mathbf{R}^{-1} \\
&\times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{\phi_y y}^f + c_{\phi_y y}^r & c_{\phi_y z}^f + c_{\phi_y z}^r & c_{\phi_y \phi_y}^f + c_{\phi_y \phi_y}^r + c_{\phi_y \phi_y}^t & c_{\phi_y \phi_z}^f + c_{\phi_y \phi_z}^r + c_{\phi_y \phi_z}^t \\ c_{\phi_z y}^f + c_{\phi_z y}^r & c_{\phi_z z}^f + c_{\phi_z z}^r & c_{\phi_z \phi_y}^f + c_{\phi_z \phi_y}^r + c_{\phi_z \phi_y}^t & c_{\phi_z \phi_z}^f + c_{\phi_z \phi_z}^r + c_{\phi_z \phi_z}^t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\phi}_y \\ \dot{\phi}_z \end{bmatrix} \\
&+ \mathbf{R}^{-1} \\
&\times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Delta k_{\phi_y y}^f + \Delta k_{\phi_y y}^r & \Delta k_{\phi_y z}^f + \Delta k_{\phi_y z}^r & \Delta k_{\phi_y \phi_y}^f + \Delta k_{\phi_y \phi_y}^r & \Delta k_{\phi_y \phi_z}^f + \Delta k_{\phi_y \phi_z}^r \\ \Delta k_{\phi_z y}^f + \Delta k_{\phi_z y}^r & \Delta k_{\phi_z z}^f + \Delta k_{\phi_z z}^r & \Delta k_{\phi_z \phi_y}^f + \Delta k_{\phi_z \phi_y}^r & \Delta k_{\phi_z \phi_z}^f + \Delta k_{\phi_z \phi_z}^r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ z \\ \phi_y \\ \phi_z \end{bmatrix} \\
&- \begin{bmatrix} \dot{\phi}_{\hat{x}} \\ \dot{\phi}_{\hat{y}} \\ \dot{\phi}_{\hat{z}} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_{\hat{x}} & 0 & 0 \\ 0 & I_{\hat{y}} & 0 \\ 0 & 0 & I_{\hat{z}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_{\hat{x}} \\ \dot{\phi}_{\hat{y}} \\ \dot{\phi}_{\hat{z}} \end{bmatrix} \tag{4.55}
\end{aligned}$$

ここで m は主軸の質量, f_y は加工負荷, $I_{\hat{x}}, I_{\hat{y}}, I_{\hat{z}}$ は \hat{x} 軸, \hat{y} 軸, \hat{z} 軸周りの主軸の慣性モーメント, \mathbf{R} は剛体座標上のベクトルを慣性座標での表示に変換する回転行列, \dot{X}, \ddot{X} はそれぞれパラメータ X の 1 階, 2 階の時間微分を表す.

4.3.3 ジャーナル軸受の剛性・減衰係数

定常圧縮性レイノルズ方程式の数値計算と摂動法を用いてジャーナル軸受の剛性・減衰係数を算出する.

剛性・減衰係数を得るためには, 初期主軸位置・姿勢における軸受内部の初期圧力分布 P_0 , 主軸の位置及び速度に対する圧力変化率分布 $\partial P_0 / \partial y, \partial P_0 / \partial z, \partial P_0 / \partial \phi_y, \partial P_0 / \partial \phi_z, \partial P_0 / \partial \dot{y}, \partial P_0 / \partial \dot{z}, \partial P_0 / \partial \dot{\phi}_y, \partial P_0 / \partial \dot{\phi}_z$ を求める必要がある. Fig.4.22 にジャーナル軸受の初期圧力分布と圧力変化率分布を示す. 主軸の初期位置を軸受の中心とすると, 初期圧力分布は主軸中心に対して対称な形になり, 流入孔直下で極大値をとる. 初期圧力分布を図中に赤色の線と矢印で示した. 主軸が初期位置から変位すると, 初期圧力分布は圧力変化率分布に従って変化する. 図中に変位に対する圧力変化率分布を青色の線と矢印で, 速

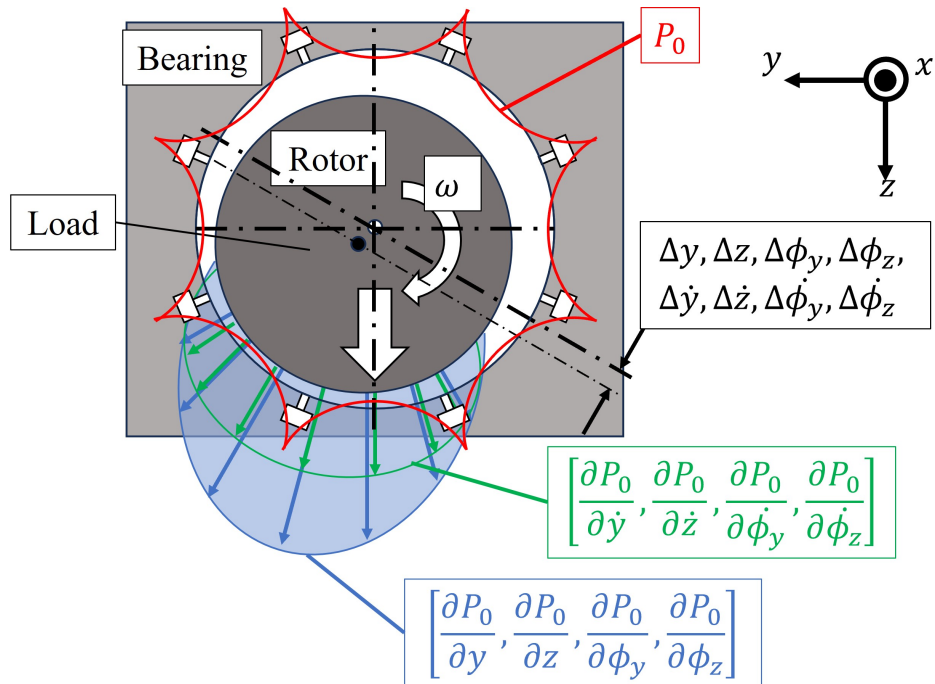


Fig.4.22 Initial pressure and pressure derivative in journal bearing.

度に対する圧力変化率分布を緑色の線と矢印で示した。主軸の変位が小さい場合、軸受内の圧力分布は初期圧力分布と圧力変化率分布の和で表現できる。圧力変化率分布は初期圧力分布から求められる。本研究では初期圧力分布は圧縮性レイノルズ方程式の数値計算から求めた。Fig.4.23 にジャーナル軸受の初期圧力分布を算出するための数値計算モデルを示す。図中の L , D , h はそれぞれ軸受長さ、主軸直径、軸受隙間の幅を表す。 x 軸方向に n_x 分割、 ϕ_x 軸方向に n_{ϕ_x} 分割し、セル番号を x , ϕ_x 軸方向にそれぞれ ζ ($0 \leq \zeta \leq n_x$), η ($0 \leq \eta \leq n_{\phi_x}$) と定義する。数値計算時に用いたパラメータの値を Table.4.3 に示す。

Table.4.3 Size parameters of journal bearing used to calculate initial pressure distribution.

D	21.7 mm
d	0.2 mm
h	15 mm
L	15 mm (front bearing) or 20 mm (rear bearing)
P_s	500 kPa(abs)
n_x	105 (front bearing) or 141 (rear bearing)
n_{ϕ_x}	480

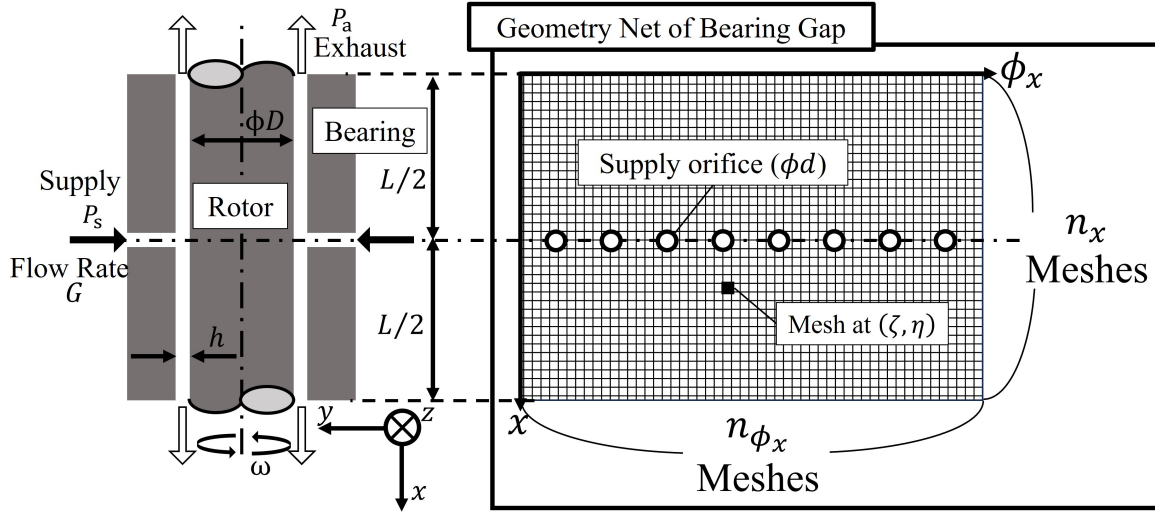


Fig.4.23 Parameters and net geometry of numerical model of aero static journal bearing to calculate initial pressure distribution.

ジャーナル軸受の定常圧縮性レイノルズ方程式は次式のように書ける。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\mu} P \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{2}{D} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{2h^3}{\mu D} P \frac{\partial P}{\partial \phi} \right) + 12P_s u_{in} = \frac{12}{D} \frac{\partial}{\partial \phi} (PUh) \quad (4.56)$$

ここで、 μ は 20 °C における空気の粘性係数、 P は軸受内の空気の圧力、 P_s は供給圧力、 u_{in} は給気孔から軸受への流入速度、 U は主軸の周速を表す。軸受隙間の幅 h は次式のように書ける。

$$h = h_0 - (\Delta y \cos \phi_x + \Delta z \sin \phi_x) + x (\Delta \phi_y \sin \phi_x - \Delta \phi_z \cos \phi_x) \quad (4.57)$$

ここで h_0 は軸受隙間の幅の初期値、 Δy 、 Δz はそれぞれ、 y 、 z 軸方向への初期値からの変化量、 x は隙間内の x 座標を表す。Eq.4.56 は $P \partial P / \partial x$ 、 $P \partial P / \partial \phi$ の項を含むため、このままでは差分化しにくい。そこで $\tilde{P} = P^2$ と置換し、次式のように整理した。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{2\mu} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} \right) + \frac{2}{D} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{2h^3}{2\mu D} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial \phi} \right) + 12\sqrt{\tilde{P}} u_{in} = \frac{12}{D} \frac{\partial}{\partial \phi} (\sqrt{\tilde{P}} U h) \quad (4.58)$$

Eq.4.58 を差分化すると、以下のように変形できる。

$$\tilde{P}_{\zeta, \eta} = F \left(\tilde{P}_{\zeta, \eta}, \tilde{P}_{\zeta+1, \eta}, \tilde{P}_{\zeta-1, \eta}, \tilde{P}_{\zeta, \eta+1}, \tilde{P}_{\zeta, \eta-1} \right) \quad (4.59)$$

ここで F は $\tilde{P}_{\zeta, \eta}$ 、 $\tilde{P}_{\zeta+1, \eta}$ 、 $\tilde{P}_{\zeta-1, \eta}$ 、 $\tilde{P}_{\zeta, \eta+1}$ 、 $\tilde{P}_{\zeta, \eta-1}$ から $\tilde{P}_{\zeta, \eta}$ を算出する関数である。Eq.4.59 を満たす $\tilde{P}_{\zeta, \eta}$ の分布を数値計算で得るために、Eq.4.59 から $\tilde{P}_{\zeta, \eta}$ の漸化式を考える。計算回数を N と表すと、漸化式は次式のように書ける。

$$\tilde{P}_{\zeta, \eta, N+1} = F \left(\tilde{P}_{\zeta, \eta, N}, \tilde{P}_{\zeta+1, \eta, N}, \tilde{P}_{\zeta-1, \eta, N}, \tilde{P}_{\zeta, \eta+1, N}, \tilde{P}_{\zeta, \eta-1, N} \right) \quad (4.60)$$

Eq.4.60 が収束するまで繰り返し計算することで, Eq.4.59 を満たす $\tilde{P}_{\zeta,\eta}$ の分布を得る. 次式に繰り返し計算の収束条件を示す.

$$\frac{|\tilde{P}_{\zeta,\eta,N+1} - \tilde{P}_{\zeta,\eta,N}|}{\tilde{P}_{\zeta,\eta,N}} < 10^{-6} \quad (4.61)$$

収束条件は解が十分収束するよう, 試行錯誤的から求めた. 算出した圧力分布から圧力変化率を求める. 軸受内の圧力を次式のようにマクローリン展開する. ただし, 2 次以上の項は無視する.

$$P = P_0 + \frac{\partial P_0}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial P_0}{\partial z} \Delta z + \frac{\partial P_0}{\partial \phi_y} \Delta \phi_y + \frac{\partial P_0}{\partial \phi_z} \Delta \phi_z + \frac{\partial P_0}{\partial \dot{y}} \Delta \dot{y} + \frac{\partial P_0}{\partial \dot{z}} \Delta \dot{z} + \frac{\partial P_0}{\partial \dot{\phi}_y} \Delta \dot{\phi}_y + \frac{\partial P_0}{\partial \dot{\phi}_z} \Delta \dot{\phi}_z \quad (4.62)$$

給気孔からの流入流速 u_{in} は軸受隙間の幅と供給圧に依存して変化する. 流入流速 u_{in} を y, z, ϕ_y, ϕ_z と P_s でマクローリン展開すると, 次式が得られる.

$$u_{in} = u_{in,0} + \frac{\partial u_{in,0}}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial u_{in,0}}{\partial z} \Delta z + \frac{\partial u_{in,0}}{\partial \phi_y} \Delta \phi_y + \frac{\partial u_{in,0}}{\partial \phi_z} \Delta \phi_z + \frac{\partial u_{in,0}}{\partial P_{s0}} \Delta P_{s0} + \frac{\partial u_{in,1}}{\partial P_{s1}} \Delta P_{s1} + \frac{\partial u_{in,2}}{\partial P_{s2}} \Delta P_{s2} + \frac{\partial u_{in,3}}{\partial P_{s3}} \Delta P_{s3} \quad (4.63)$$

$u_{in,0}$ は初期流入流速, $\Delta P_{s0}, \Delta P_{s1}, \Delta P_{s2}, \Delta P_{s3}$ は $\phi_x = 0, \pi/2, 3\pi/2$ における供給圧力の変化量を表す. 軸受への供給圧はノズルフラップからパイロット弁への信号によって決まる. Fig.4.20 より y 軸方向の変位は y 軸と平行に配置されたノズルフラップによって検出され, z 軸方向の変位は z 軸と平行に配置されたノズルフラップによって検出されることが分かる. 本研究で提案した空気圧制御回路は前例の無い機構である. そのためノズルフラップと空気圧パイロット弁による供給圧変化を考慮した計算方法は前例が無い. そこで本研究では, 逆ラプラス変換した空気圧制御回路の伝達関数 $\Gamma(s)$ と主軸の変位の積で供給圧力の変分を新たに定式化した. ノズルフラップと, 当該ノズルフラップに接続される空気圧パイロット弁が 90 度位相をずらして配置されることを考慮すると, $\Delta P_{s0}, \Delta P_{s1}, \Delta P_{s2}, \Delta P_{s3}$ は以下の 4 式のように書ける.

$$\Delta P_{s0} = \begin{cases} (-\Delta z + l_{sf} \Delta \phi_y) \mathcal{L}^{-1}(\Gamma(s)) & \text{(front journal bearing)} \\ (-\Delta z - l_{sr} \Delta \phi_y) \mathcal{L}^{-1}(\Gamma(s)) & \text{(rear journal bearing)} \end{cases} \quad (4.64)$$

$$\Delta P_{s1} = \begin{cases} (\Delta y + l_{sf} \Delta \phi_z) \mathcal{L}^{-1}(\Gamma(s)) & \text{(front journal bearing)} \\ (\Delta y - l_{sr} \Delta \phi_z) \mathcal{L}^{-1}(\Gamma(s)) & \text{(rear journal bearing)} \end{cases} \quad (4.65)$$

$$\Delta P_{s2} = \begin{cases} (\Delta z - l_{sf} \Delta \phi_y) \mathcal{L}^{-1}(\Gamma(s)) & \text{(front journal bearing)} \\ (\Delta z + l_{sr} \Delta \phi_y) \mathcal{L}^{-1}(\Gamma(s)) & \text{(rear journal bearing)} \end{cases} \quad (4.66)$$

$$\Delta P_{s3} = \begin{cases} (-\Delta y - l_{sf} \Delta \phi_z) \mathcal{L}^{-1}(\Gamma(s)) & \text{(front journal bearing)} \\ (-\Delta y + l_{sr} \Delta \phi_z) \mathcal{L}^{-1}(\Gamma(s)) & \text{(rear journal bearing)} \end{cases} \quad (4.67)$$

流入流速 u_{in} の微分値を求めるために、流量式から流速を計算する。給気孔 1 個当たりの供給流量 G は次式のように書ける。

$$G = \begin{cases} Se P_s \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{1}{R\theta_a} \left(\left(\frac{P_o}{P_s} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{P_o}{P_s} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right)} & \text{when } \frac{P_o}{P_s} \geq \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\gamma/\gamma-1} \\ Se P_s \sqrt{\frac{\gamma}{R\theta_a} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} & \text{when } \frac{P_o}{P_s} < \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\gamma/\gamma-1} \end{cases} \quad (4.68)$$

ここで、 Se は給気孔の有効断面積であり、給気孔の直径 d 、軸受隙間の幅 h 、流量係数 α を用いて $Se = \pi dh \alpha$ と書く。 γ は空気の比熱比、 R は空気の気体定数、 θ_a は大気温度、 P_o は給気孔直下の圧力を表す。流入流速 u_{in} は供給圧力下での体積流量を、流入路面積 πdh で除して算出する。流入流速 u_{in} は次式のように書ける。

$$u_{\text{in}} = \begin{cases} \frac{\alpha P_a}{\rho_a} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{1}{R\theta_a} \left(\left(\frac{P_o}{P_s} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{P_o}{P_s} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right)} & \text{when } \frac{P_o}{P_s} \geq \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\gamma/\gamma-1} \\ \frac{\alpha P_a}{\rho_a} \sqrt{\frac{\gamma}{R\theta_a} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} & \text{when } \frac{P_o}{P_s} < \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\gamma/\gamma-1} \end{cases} \quad (4.69)$$

ここで、 ρ_a は大気圧下での空気密度を表す。Eq.4.69 より、流入流速 u_{in} の導関数は、以下の 2 式のように書ける。ただし、 $X = y, z, \phi_y, \phi_z$ である。

$$\frac{\partial u_{\text{in}}}{\partial X} = \begin{cases} \frac{\alpha P_a}{\rho_a \sqrt{R\theta_a}} \frac{1}{(\gamma-1) P_s \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left(\left(\frac{P_o}{P_s} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{P_o}{P_s} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right)}} \left(2 \left(\frac{P_o}{P_s} \right)^{\frac{2-\gamma}{\gamma}} - (\gamma+1) \left(\frac{P_o}{P_s} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right) \frac{\partial P_o}{\partial X} & \text{when } \frac{P_o}{P_s} \geq \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\gamma/\gamma-1} \\ 0 & \text{when } \frac{P_o}{P_s} < \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\gamma/\gamma-1} \end{cases} \quad (4.70)$$

$$\frac{\partial u_{\text{in}}}{\partial P_s} = \begin{cases} \frac{\alpha P_a}{\rho_a \sqrt{R\theta_a}} \frac{1}{(\gamma-1) P_s \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left(\left(\frac{P_o}{P_s} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{P_o}{P_s} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right)}} \left(2 \left(\frac{P_o}{P_s} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - (\gamma+1) \left(\frac{P_o}{P_s} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right) \frac{\partial P_o}{\partial X} & \text{when } \frac{P_o}{P_s} \geq \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\gamma/\gamma-1} \\ 0 & \text{when } \frac{P_o}{P_s} < \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\gamma/\gamma-1} \end{cases} \quad (4.71)$$

Eq.4.62, Eq.4.63 を圧縮性レイノルズ方程式に代入し, $\Delta y, \Delta z, \Delta \phi_y, \Delta \phi_z, \Delta \dot{y}, \Delta \dot{z}, \Delta \dot{\phi}_y, \Delta \dot{\phi}_z$, の2次以上の項を無視して整理すると, 圧力変化率に関する微分方程式として以下の2式が得られる. ただし, Eq.4.72 は2種類のソース項を右辺に持つ. 右辺の第1, 2項は元の空気静圧軸受の剛性, 第3項が空気圧制御回路の剛性への寄与を表わす.

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial x^*} \left[\begin{array}{l} -3h_0^{*2} \cos \phi_x \frac{\partial P_0^{*2}}{\partial x^*} + 2h_0^{*3} \frac{\partial}{\partial x^*} \left(P_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial y^*} \right) \\ -3h_0^{*2} \sin \phi_x \frac{\partial P_0^{*2}}{\partial x^*} + 2h_0^{*3} \frac{\partial}{\partial x^*} \left(P_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial z^*} \right) \\ 3h_0^{*2} x^* \frac{L}{h_c} \sin \phi_x \frac{\partial P_0^{*2}}{\partial x^*} + 2h_0^{*3} \frac{\partial}{\partial x^*} \left(P_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial \phi_y} \right) \\ -3h_0^{*2} x^* \frac{L}{h_c} \cos \phi_x \frac{\partial P_0^{*2}}{\partial x^*} + 2h_0^{*3} \frac{\partial}{\partial x^*} \left(P_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial \phi_z} \right) \end{array} \right] \\
& + \left(\frac{2L}{D} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \phi_x} \left[\begin{array}{l} -3h_0^{*2} \cos \phi_x \frac{\partial P_0^{*2}}{\partial \phi_x} + 2h_0^{*3} \frac{\partial}{\partial \phi_x} \left(P_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial y^*} \right) \\ -3h_0^{*2} \sin \phi_x \frac{\partial P_0^{*2}}{\partial \phi_x} + 2h_0^{*3} \frac{\partial}{\partial \phi_x} \left(P_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial z^*} \right) \\ 3h_0^{*2} x^* \frac{L}{h_c} \sin \phi_x \frac{\partial P_0^{*2}}{\partial \phi_x} + 2h_0^{*3} \frac{\partial}{\partial \phi_x} \left(P_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial \phi_y} \right) \\ -3h_0^{*2} x^* \frac{L}{h_c} \cos \phi_x \frac{\partial P_0^{*2}}{\partial \phi_x} + 2h_0^{*3} \frac{\partial}{\partial \phi_x} \left(P_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial \phi_z} \right) \end{array} \right] \\
& = 2 \frac{6\mu\omega L^2}{h_c^2 P_a} \frac{\partial}{\partial \phi_x} \left[\begin{array}{l} -P_0^* \cos \phi_x + h_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial y^*} \\ -P_0^* \sin \phi_x + h_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial z^*} \\ P_0^* x^* \frac{L}{h_c} \sin \phi_x + h_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial \phi_y} \\ -P_0^* x^* \frac{L}{h_c} \cos \phi_x + h_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial \phi_z} \end{array} \right] \\
& - 4 \frac{6\mu L a}{h_c^2 P_a} \frac{L}{h_c} \left[\begin{array}{l} P_{s,0}^* \frac{\partial u_{in,0}^*}{\partial y^*} \\ P_{s,0}^* \frac{\partial u_{in,0}^*}{\partial z^*} \\ P_{s,0}^* \frac{\partial u_{in,0}^*}{\partial \phi_y} \\ P_{s,0}^* \frac{\partial u_{in,0}^*}{\partial \phi_z} \end{array} \right] \\
& - 4 \frac{6\mu L a}{h_c^2 P_a} \frac{L}{h_c} \left[\begin{array}{l} P_{s,0}^* \frac{Jh_0}{P_a} \frac{\partial u_{in,0}^*}{\partial P_s} + u_{in,0}^* \frac{Jh_0}{P_a} \\ P_{s,0}^* \frac{Jh_0}{P_a} \frac{\partial u_{in,0}^*}{\partial P_s} + u_{in,0}^* \frac{Jh_0}{P_a} \\ P_{s,0}^* \frac{Jl_s}{P_a} \frac{\partial u_{in,0}^*}{\partial P_s} + u_{in,0}^* \frac{Jl_s}{P_a} \\ P_{s,0}^* \frac{Jl_s}{P_a} \frac{\partial u_{in,0}^*}{\partial P_s} + u_{in,0}^* \frac{Jl_s}{P_a} \end{array} \right] \tag{4.72}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 2 \frac{\partial}{\partial x^*} \begin{bmatrix} h_0^{*3} \frac{\partial}{\partial x^*} \left(P_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial y^*} \right) \\ h_0^{*3} \frac{\partial}{\partial x^*} \left(P_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial z^*} \right) \\ h_0^{*3} \frac{\partial}{\partial x^*} \left(P_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial \phi_y} \right) \\ h_0^{*3} \frac{\partial}{\partial x^*} \left(P_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial \phi_z} \right) \end{bmatrix} \\
& + 2 \left(\frac{2L}{D} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \phi_x} \begin{bmatrix} h_0^{*3} \frac{\partial}{\partial \phi_x} \left(P_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial y^*} \right) \\ h_0^{*3} \frac{\partial}{\partial \phi_x} \left(P_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial z^*} \right) \\ h_0^{*3} \frac{\partial}{\partial \phi_x} \left(P_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial \phi_y} \right) \\ h_0^{*3} \frac{\partial}{\partial \phi_x} \left(P_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial \phi_z} \right) \end{bmatrix} \\
& = 4 \frac{6\mu La}{h_c^2 P_a} \frac{L}{h_c} \begin{bmatrix} -P_0^* \cos \phi_x \\ -P_0^* \sin \phi_x \\ P_0^* x^* \frac{L}{h_x} \sin \phi_x \\ -P_0^* x^* \frac{L}{h_x} \cos \phi_x \end{bmatrix} + 2 \frac{6\mu La}{h_c^2 P_a} \frac{\partial}{\partial \phi_x} \begin{bmatrix} h_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial y^*} \\ h_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial z^*} \\ h_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial \phi_y} \\ h_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial \phi_z} \end{bmatrix} \quad (4.73)
\end{aligned}$$

ここで、 h_c は主軸が軸受の中心にあるときの軸受隙間の幅、 ω は主軸の回転速度、 a は 20 °C における空気中の音速を表す。上付きの*は無次元化した変数を表す。各無次元変数は $x^* = x/L$, $y^* = y/h_c$, $z^* = z/h_c$, $h_0^* = h_0/h_c$, $P_0^* = P_0/P_a$, $P_{s,0}^* = P_{s,0}/P_a$, $u_{in}^* = u_{in}/a$ と定義する。Eq.4.72, Eq.4.73 は差分化することで $\Theta \left(= \partial P_0/\partial y, \partial P_0/\partial z, \partial P_0/\partial \phi_y, \partial P_0/\partial \phi_z, \partial P_0/\partial \dot{y}, \partial P_0/\partial \dot{z}, \partial P_0/\partial \dot{\phi}_y, \partial P_0/\partial \dot{\phi}_z \right)$ について以下のようにまとめることができる。

$$\Theta_{\zeta,\eta} = F(\Theta_{\zeta,\eta}, \Theta_{\zeta+1,\eta}, \Theta_{\zeta-1,\eta}, \Theta_{\zeta,\eta+1}, \Theta_{\zeta,\eta-1}) \quad (4.74)$$

Eq.4.74 から $\Theta, \dot{\Theta}$ に関する漸化式を作ると次式のように書ける。

$$\Theta_{\zeta,\eta,N+1} = F(\Theta_{\zeta,\eta,N}, \Theta_{\zeta+1,\eta,N}, \Theta_{\zeta-1,\eta,N}, \Theta_{\zeta,\eta+1,N}, \Theta_{\zeta,\eta-1,N}) \quad (4.75)$$

Eq.4.75 を繰り返し計算することで、Eq.4.74 を満たす Θ の解が得られる。 Θ は主軸の変位や速度による軸受内圧力の変化率を表しており、求める軸受の剛性・減衰係数は、圧力変化率を以下の 2 式のように積分することで得られる。

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} k_{yy} & k_{yz} & k_{y\phi_y} & k_{y\phi_z} \\ k_{zy} & k_{zz} & k_{z\phi_y} & k_{z\phi_z} \\ k_{\phi_y y} & k_{\phi_y z} & k_{\phi_y \phi_y} & k_{\phi_y \phi_z} \\ k_{\phi_z y} & k_{\phi_z z} & k_{\phi_z \phi_y} & k_{\phi_z \phi_z} \end{bmatrix} \\
& = \int_{l_j-L/2}^{l_j+L/2} \int_0^{2\pi} \begin{bmatrix} -\cos \phi_x \\ -\sin \phi_x \\ x^* L \sin \phi_x \\ -x^* L \cos \phi_x \end{bmatrix} \cdot \left[\frac{\partial P_0^*}{\partial y^*} \frac{P_a}{h_c} \quad \frac{\partial P_0^*}{\partial z^*} \frac{P_a}{h_c} \quad \frac{\partial P_0^*}{\partial \phi_y} P_a \quad \frac{\partial P_0^*}{\partial \phi_z} P_a \right] \frac{DL}{2} d\phi_x dx^* \quad (4.76)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} c_{yy} & c_{yz} & c_{y\phi_y} & c_{y\phi_z} \\ c_{zy} & c_{zz} & c_{z\phi_y} & c_{z\phi_z} \\ c_{\phi_y y} & c_{\phi_y z} & c_{\phi_y \phi_y} & c_{\phi_y \phi_z} \\ c_{\phi_z y} & c_{\phi_z z} & c_{\phi_z \phi_y} & c_{\phi_z \phi_z} \end{bmatrix} \\
& = \int_{l_j-L/2}^{l_j+L/2} \int_0^{2\pi} \begin{bmatrix} -\cos \phi_x \\ -\sin \phi_x \\ x^* L \sin \phi_x \\ -x^* L \cos \phi_x \end{bmatrix} \cdot \left[\frac{\partial P_0^*}{\partial y^*} \frac{P_a L}{h_c a} \quad \frac{\partial P_0^*}{\partial z^*} \frac{P_a L}{h_c a} \quad \frac{\partial P_0^*}{\partial \phi_y} \frac{P_a L}{a} \quad \frac{\partial P_0^*}{\partial \phi_z} \frac{P_a L}{a} \right] \frac{DL}{2} d\phi_x dx^* \\
& \hspace{20em} (4.77)
\end{aligned}$$

4.3.4 スラスト軸受の剛性・減衰係数

Fig.4.24 にスラスト軸受の初期圧力分布を算出するための数値計算モデルを示す。 D_{t1} はスラスト軸受の内径、 D_{t2} はスラスト軸受の外径を表す。 r 軸方向に n_r 分割、 ϕ_x 軸方向に n_{ϕ_x} 分割し、セル番号を r 、 ϕ_x 軸方向にそれぞれ ζ ($0 \leq \zeta \leq n_r$)、 η ($0 \leq \eta \leq n_{\phi_x}$) と定義する。 Table.4.4 に数値計算に用いたパラメータの値を示す。 スラスト軸受内の初期圧力分布は極座標系の圧縮性レイノルズ方程式で解ける。 極座標系の圧縮性レイノルズ方

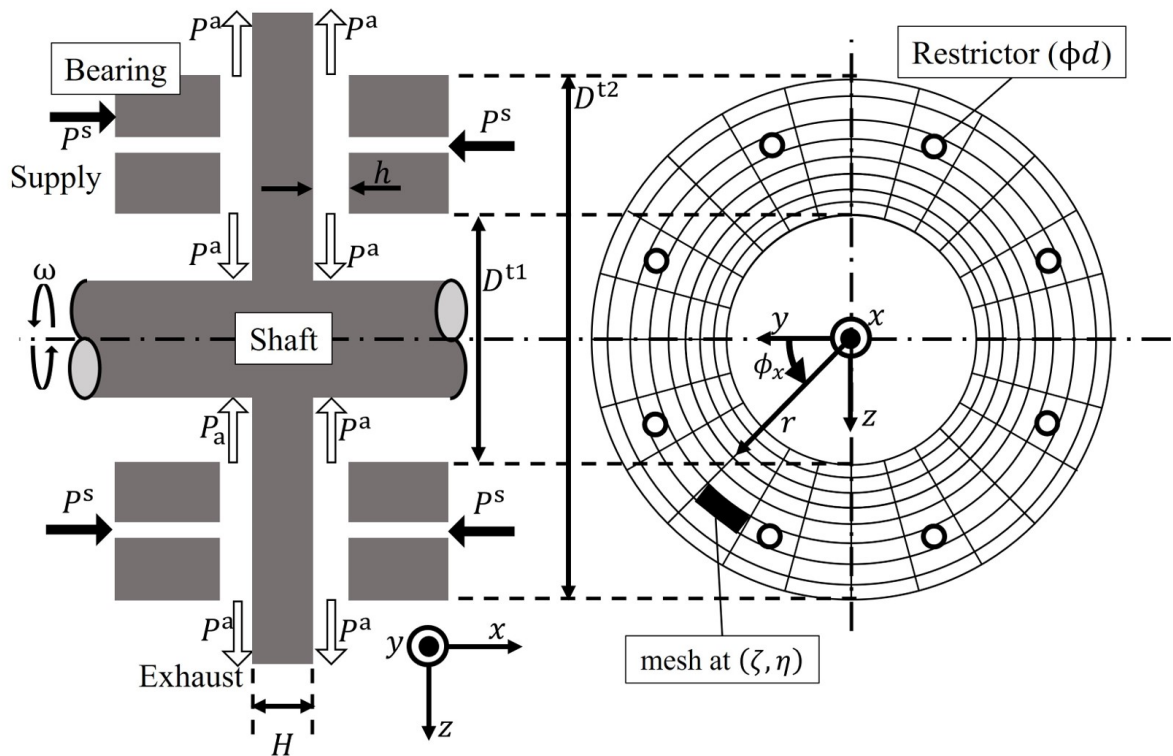


Fig.4.24 Parameters of numerical model of aero static thrust bearing used to calculate initial pressure distribution.

Table.4.4 Size parameters of thrust bearing used to calculate initial pressure distribution.

D_{t1}	24 mm
D_{t2}	35 mm
d	0.2 mm
h_c	15 μ m
H	5 mm
P_s	500 kPa(abs)
n_r	58
n_{ϕ_x}	720

程式は次式のように書ける.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r h^3}{\mu} P \frac{\partial P}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi_x} \left(\frac{h^3}{\mu} P \frac{\partial P}{\partial \phi_x} \right) + 24 P_s u_{in} = 12 \frac{\partial}{\partial \phi_x} (P \omega h) \quad (4.78)$$

ここで, ω は主軸の回転速度 (rad/s) を表す. 軸受隙間の幅 h は次式のように書ける.

$$h = h_0 \pm \Delta x + r(\Delta \phi_y \sin \phi_x - \Delta \phi_z \cos \phi_x) \quad (4.79)$$

Δx の符号は \pm である. x 軸の正の向きを下向きと表現するとき, $+$ が上側のスラスト軸受隙間, $-$ が下側のスラスト軸受隙間の変化を表わす. ジャーナル軸受の場合と同様, 圧縮性レイノルズ方程式には P^2 の項が存在する. 計算を簡単にするために $\tilde{P} = P^2$ と置換し, Eq.4.78 を次式のように整理する.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{2\mu} \frac{\tilde{P}}{\partial x} \right) + \frac{2}{D} \frac{\partial}{\partial \phi_x} \left(\frac{h^3}{\mu D} \frac{\tilde{P}}{\partial \phi_x} \right) + \sqrt{\tilde{P}} u_{in} = \frac{12}{D} \frac{\partial}{\partial \phi_x} \left(\sqrt{\tilde{P}} U h \right) \quad (4.80)$$

Eq.4.80 を差分化すると, 以下のように変形できる.

$$\tilde{P}_{\zeta, \eta} = F(\tilde{P}_{\zeta, \eta}, \tilde{P}_{\zeta+1, \eta}, \tilde{P}_{\zeta-1, \eta}, \tilde{P}_{\zeta, \eta+1}, \tilde{P}_{\zeta, \eta-1}) \quad (4.81)$$

Eq.4.81 から $\tilde{P}_{\zeta, \eta}$ の漸化式を考える. 計算回数を N と表すと, 漸化式は次式のように書ける.

$$\tilde{P}_{\zeta, \eta, N+1} = F(\tilde{P}_{\zeta, \eta, N}, \tilde{P}_{\zeta+1, \eta, N}, \tilde{P}_{\zeta-1, \eta, N}, \tilde{P}_{\zeta, \eta+1, N}, \tilde{P}_{\zeta, \eta-1, N}) \quad (4.82)$$

Eq.4.82 が収束するまで繰り返し計算することで, Eq.4.81 を満たす $\tilde{P}_{\zeta, \eta}$ の分布を得る. 繰り返し計算の収束条件はジャーナル軸受と同じである. 算出した初期圧力分布から圧力変化率を求める. 軸受内の圧力を以下のようにマクローリン展開する. ただし, 2 次以上の項は無視する.

$$P = P_0 + \frac{\partial P_0}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial P_0}{\partial \phi_y} \Delta \phi_y + \frac{\partial P_0}{\partial \phi_z} \Delta \phi_z + \frac{\partial P_0}{\partial \dot{x}} \Delta \dot{x} + \frac{\partial P_0}{\partial \dot{\phi}_y} \Delta \dot{\phi}_y + \frac{\partial P_0}{\partial \dot{\phi}_z} \Delta \dot{\phi}_z \quad (4.83)$$

給気孔からの流入流速 u_{in} は軸受隙間の幅に依存して変化する．スラスト軸受については，空気圧制御回路による制御は行わないため供給圧は一定である．流入流速 u_{in} を x, ϕ_y, ϕ_z でマクローリン展開すると，次式が得られる．

$$u_{in} = u_{in,0} + \frac{\partial u_{in,0}}{\partial x} \Delta x + \frac{u_{in,0}}{\partial \phi_y} \Delta \phi_y + \frac{\partial u_{in,0}}{\partial \phi_z} \Delta \phi_z \quad (4.84)$$

初期流入流速 $u_{in,0}$ の微分値は Eq.4.70 を用いて算出できる．ただし $X = x, \phi_y, \phi_z$ である．Eq.4.83, Eq.4.84 を極座標系の圧縮性レイノルズ方程式に代入し， $\Delta x, \Delta \phi_y, \Delta \phi_z, \Delta \dot{x}, \Delta \dot{\phi}_y, \Delta \dot{\phi}_z$ の 2 次以上の項を無視して整理すると，圧力変化率に関する微分方程式が得られる．圧力変化率に関する微分方程式は以下の 2 式のように書ける．

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \begin{bmatrix} \pm 3h_0^{*2} r^* \frac{P_0^{*2}}{\partial r^*} + 2h_0^{*3} r^* \frac{\partial}{\partial r^*} \left(P_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial x^*} \right) \\ 3h_0^{*2} r^{*2} \frac{D}{2h_c} \sin \phi_x \frac{\partial P_0^{*2}}{\partial r^*} + 2h_0^{*3} r^* \frac{\partial}{\partial r^*} \left(P_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial \phi_y} \right) \\ -3h_0^{*2} r^{*2} \frac{D}{2h_c} \cos \phi_x \frac{\partial P_0^{*2}}{\partial r^*} + 2h_0^{*3} r^* \frac{\partial}{\partial r^*} \left(P_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial \phi_z} \right) \end{bmatrix} \\ & + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial}{\partial \phi_x} \begin{bmatrix} \pm 3h_0^{*2} r^* \frac{P_0^{*2}}{\partial \phi_x} + 2h_0^{*3} r^* \frac{\partial}{\partial \phi_x} \left(P_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial x^*} \right) \\ 3h_0^{*2} r^{*2} \frac{D}{2h_c} \sin \phi_x \frac{\partial P_0^{*2}}{\partial \phi_x} + 2h_0^{*3} r^* \frac{\partial}{\partial \phi_x} \left(P_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial \phi_y} \right) \\ -3h_0^{*2} r^{*2} \frac{D}{2h_c} \cos \phi_x \frac{\partial P_0^{*2}}{\partial r^*} + 2h_0^{*3} r^* \frac{\partial}{\partial \phi_x} \left(P_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial \phi_z} \right) \end{bmatrix} \\ & + 4 \frac{6\mu Da}{h_c^2 P_a} \frac{D}{h_c} \begin{bmatrix} P_{s,0}^* \frac{\partial u_0^*}{\partial x^*} \\ P_{s,0}^* \frac{\partial u_0^*}{\partial \phi_y} \\ P_{s,0}^* \frac{\partial u_0^*}{\partial \phi_z} \end{bmatrix} = 2 \frac{6\mu D^2 \omega}{h_c^2 P_a} \frac{\partial}{\partial \phi_x} \begin{bmatrix} \pm P_0^* + h_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial x^*} \\ P_0^* r^* \frac{D}{2h_c} \sin \phi_x + h_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial \phi_y} \\ -P_0^* r^* \frac{D}{2h_c} \cos \phi_x + h_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial \phi_z} \end{bmatrix} \quad (4.85) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \begin{bmatrix} 2h_0^{*3} r^* \frac{\partial}{\partial r^*} \left(P_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial x^*} \right) \\ 2h_0^{*3} r^* \frac{\partial}{\partial r^*} \left(P_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial \phi_y} \right) \\ 2h_0^{*3} r^* \frac{\partial}{\partial r^*} \left(P_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial \phi_z} \right) \end{bmatrix} + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial}{\partial \phi_x} \begin{bmatrix} 2h_0^{*3} \frac{\partial}{\partial \phi_x} \left(P_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial \dot{x}^*} \right) \\ 2h_0^{*3} \frac{\partial}{\partial \phi_x} \left(P_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial \dot{\phi}_y} \right) \\ 2h_0^{*3} \frac{\partial}{\partial \phi_x} \left(P_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial \dot{\phi}_z} \right) \end{bmatrix} \\ & = 2 \frac{6\mu \omega D^2}{h_c^2 P_a} \frac{\partial}{\partial \phi_x} \begin{bmatrix} h_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial \dot{x}^*} \\ h_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial \dot{\phi}_y} \\ h_0^* \frac{\partial P_0^*}{\partial \dot{\phi}_z} \end{bmatrix} + 4 \frac{6\mu Da}{h_c^2 P_a} \frac{D}{h_c} \begin{bmatrix} \pm 1 \\ r^* \frac{D}{2h_c} \sin \phi_x \\ -r^* \frac{D}{2h_c} \cos \phi_x \end{bmatrix} \quad (4.86) \end{aligned}$$

ここで， h_c はスラストプレートが軸受の中心にあるときの軸受隙間の幅を表す．上付きの*は無次元化した変数を表す．各無次元変数は $r^* = x/D, h_0^* = h_0/h_c$ と定義する．Eq.4.85, Eq.4.86 は差分化することで $\Theta (= \partial P_0/\partial x, \partial P_0/\partial \phi_y, \partial P_0/\partial \phi_z, \partial P_0/\partial \dot{x}, \partial P_0/\partial \dot{\phi}_y, \partial P_0/\partial \dot{\phi}_z)$ について以下のようにまとめることができる．

$$\Theta_{\zeta, \eta} = F(\Theta_{\zeta, \eta}, \Theta_{\zeta+1, \eta}, \Theta_{\zeta-1, \eta}, \Theta_{\zeta, \eta+1}, \Theta_{\zeta, \eta-1}) \quad (4.87)$$

Eq.4.87 から Θ に関する漸化式を作ると次式のように書ける.

$$\Theta_{\zeta, \eta, N+1} = F(\Theta_{\zeta, \eta, N}, \Theta_{\zeta+1, \eta, N}, \Theta_{\zeta-1, \eta, N}, \Theta_{\zeta, \eta+1, N}, \Theta_{\zeta, \eta-1, N}) \quad (4.88)$$

Eq.4.88 を繰り返し計算することで, Eq.4.87 を満たす Θ の解が得られる. Θ は主軸の変位や速度による軸受内圧力の変化率を表しており, 求める軸受の剛性・減衰係数は Θ を以下の 4 式のように積分することで得られる.

$$k_{xx} = \int_{D_{t1}/2}^{D_{t2}/2} \int_0^{2\pi} \left(\left. \frac{\partial P_0^*}{\partial x^*} \right|_{\text{upper}} + \left. \frac{\partial P_0^*}{\partial x^*} \right|_{\text{below}} \right) \frac{P_a}{c} D^2 r^* d\phi_x dr^* \quad (4.89)$$

$$\begin{bmatrix} k_{\phi_y \phi_y} & k_{\phi_y \phi_z} \\ k_{\phi_z \phi_y} & k_{\phi_z \phi_z} \end{bmatrix} = \int_{D_{t1}/2}^{D_{t2}/2} \int_0^{2\pi} \begin{bmatrix} r^* D \sin \phi_x \\ -r^* D \cos \phi_x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{P_0^*}{\partial \phi_y} P_a D^2 & \frac{P_0^*}{\partial \phi_z} P_a D^2 \end{bmatrix} r^* d\phi_x dr^* \quad (4.90)$$

$$c_{xx} = \int_{D_{t1}/2}^{D_{t2}/2} \int_0^{2\pi} \left(\left. \frac{\partial P_0^*}{\partial \dot{x}^*} \right|_{\text{upper}} + \left. \frac{\partial P_0^*}{\partial \dot{x}^*} \right|_{\text{below}} \right) \frac{P_a D}{ca} D^2 r^* d\phi_x dr^* \quad (4.91)$$

$$\begin{bmatrix} c_{\phi_y \phi_y} & c_{\phi_y \phi_z} \\ c_{\phi_z \phi_y} & c_{\phi_z \phi_z} \end{bmatrix} = \int_{D_{t1}/2}^{D_{t2}/2} \int_0^{2\pi} \begin{bmatrix} r^* D \sin \phi_x \\ -r^* D \cos \phi_x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{P_0^*}{\partial \phi_y} P_a D^2 & \frac{P_0^*}{\partial \phi_z} P_a D^2 \end{bmatrix} \frac{D}{a} r^* d\phi_x dr^* \quad (4.92)$$

4.3.5 空気圧制御回路の伝達関数

Fig.4.25 にノズルフラップと空気圧式パイロット弁を用いた空気圧制御回路の構成および変位フィードバックの原理を示す. ノズルフラップは, ノズルの背圧室で空気圧用ウレタンチューブを介して空気圧パイロット弁と接続される. 主軸とノズルの間の距離 δ が変化すると, ノズルから放出される空気流量 G_n の変化によって, ノズル背圧 P_n が変化する. その圧力変化が空気圧パイロット弁のダイヤフラムを駆動し, 軸受供給圧 P_s を制御する. この制御回路をスピンドルのバネ-マス-ダンパモデルで考慮するため, ノズルフラップと空気圧パイロット弁を 1 次遅れ伝達関数でモデル化した. 1 次遅れの伝達関数では, 時定数とゲインを設定する必要がある. そこで参考文献 [45] よりノズルフラップの変位-圧力ゲインを 10 kPa/ μm 以下, 圧力時定数を 0.1 s, 参考文献 [46], [47] より, 空気圧パイロット弁の圧力ゲインを 2 以下, 圧力時定数を 0.1 s と設定した. 上記のゲインや時定数はノズルフラップや空気圧パイロット弁の寸法によって決まってしまうため, 制御特性を調整する場合には上記の機器を別の寸法のものに取り換える. Table.4.5 に空気圧制御回路の伝達関数に使用したパラメータの値をまとめた. ノズルフラップと空気圧パイロット弁の伝達関数を以下に示す.

$$\Gamma_n(s) = \frac{J_n}{1 + T_n s} \quad (4.93)$$

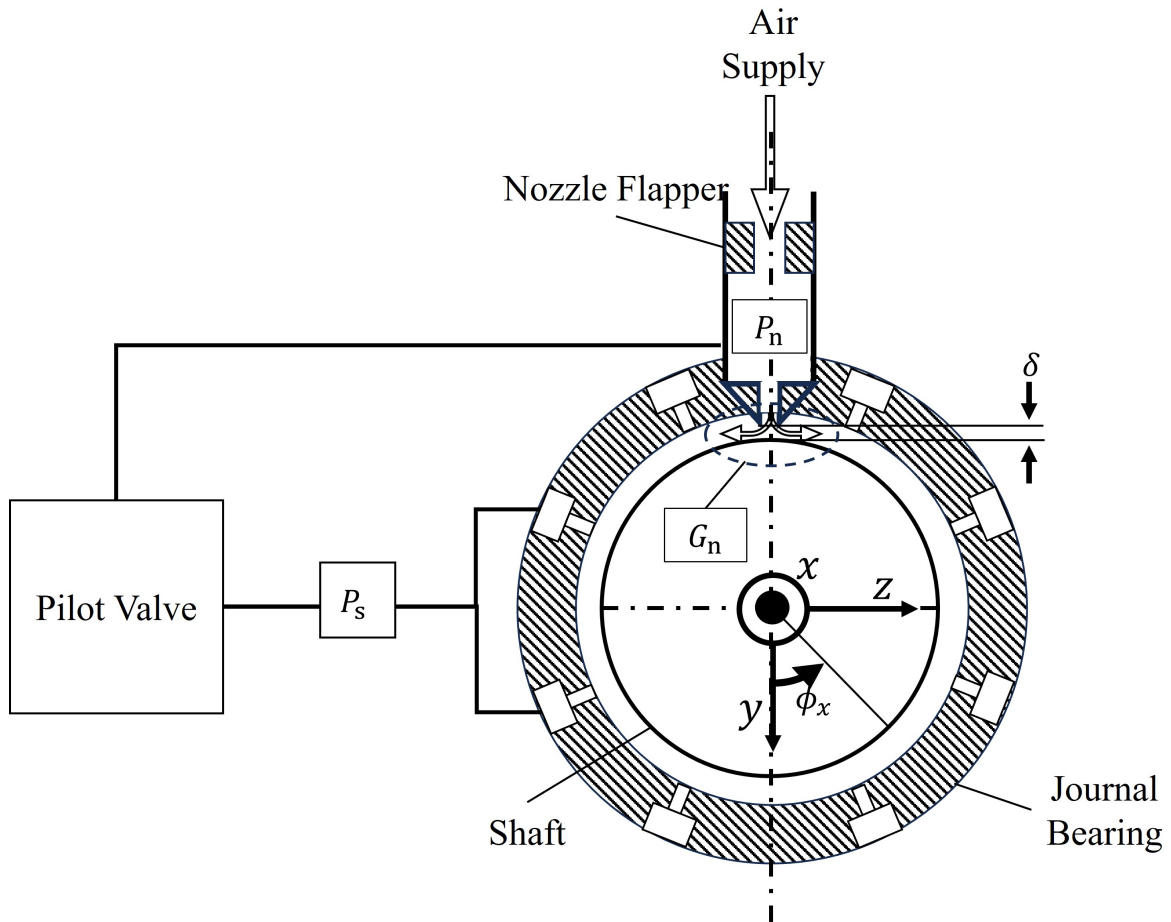


Fig.4.25 Feed back system of pneumatic control circuit.

Table.4.5 Parameters used in transfer function of pneumatic control circuit.

J_n	Less than 10 kPa μ m
T_n	0.1 s
J_v	Less than 2
T_v	0.1 s

$$\Gamma_v(s) = \frac{J_v}{1 + T_v s} \quad (4.94)$$

Eq.4.93, Eq.4.94 より空気圧制御回路の伝達関数 $\Gamma(s)$ は次式のように表せる.

$$\frac{J_n J_v}{T_n T_v s^2 + (T_n + T_v) s + 1} \quad (4.95)$$

Eq.4.95 より, Eq.4.64~Eq.4.67 で用いた変位-供給圧ゲイン J は $J = J_n J_v$ であると分かる. 伝達関数から求めた J をレイノルズ方程式に代入し, 空気圧制御回路により発生

する剛性係数を求めた。空気圧制御回路内部の空気圧の応答遅れは、ゲインで正規化した伝達関数 $\Gamma'(s)$ で求めた。 $\Gamma'(s)$ を表す式を以下に示す。

$$\Gamma'(s) = \frac{\Gamma(s)}{J} \quad (4.96)$$

4.3.6 実験結果と数値解析結果の比較

作成した数値計算モデルの妥当性を検証するために、実験と比較を行った。 Fig.4.26 に実験装置の構成を示す。実験装置は、空気静圧スピンドル、フォースゲージ、ダイヤルゲージ、リニアステージから構成される。フォースゲージは紐で主軸の先端につながっており、リニアステージを移動させることで、主軸に力を加えつつ、その大きさを計測する。同時にダイヤルゲージも主軸先端に接触しており、力を加えた際の主軸の変位を計測した。力点および変位計測点は、主軸の重心からそれぞれ 95.2 mm, 100.2 mm の地点とした。 Fig.4.27 に実験装置の写真を示す。計測はスピンドルを回転させずに行った。これは主軸の回転中にセンサ類を主軸に接触させることができず、計測が困難だからである。リニアステージはハンドルで位置を制御し、0.5 μm ずつ移動させながら計測を行った。 Fig.4.28 に空気静圧スピンドルの変位-力特性をグラフで示す。グラフ中の点 \circ は計測値、実線が数値計算モデルから得られた計算結果を表わす。グラフから、数値計算モデルの変位-力特性は、計測結果とよく一致していることが分かり、モデルの妥当性を確認できた。

4.3.7 計算結果

4.3.7.1 空気静圧軸受内の圧力分布

Fig.4.29 に 50,000 min^{-1} 時のリアジャーナル軸受の圧力分布をカラーマップで示す。圧力は給気孔直下で最も高い値を取り、約 200 kPa(abs) であった。周方向には圧力の増減が周期的に繰り返された。軸受端ではこのような周期構造は弱まっており、周方向に対して均一な圧力分布となった。 Fig.4.30 にジャーナル軸受の圧力分布をグラフで示す。主軸の回転数が 0 min^{-1} または 50,000 min^{-1} での結果で、給気孔直下における ϕ_x 軸方向の圧力分布を示す。グラフ中の実線が 0 min^{-1} 時の結果、鎖線が 50,000 min^{-1} 時の結果を示す。給気孔の数と同じ 8 個の周期構造が確認できた。0 min^{-1} の場合には、圧力のピークに対して対称な分布となるが、50,000 min^{-1} の場合には、分布の極小値が $+\phi_x$ 軸方向にずれた。これは主軸の回転により流速分布が変化し、それに伴って圧力分布が変化したと考えられる。 Fig.4.31 に 50,000 min^{-1} 時のスラスト軸受の圧力分布をカラーマップで示す。圧力は給気孔直下で最大値を取っており、約 160 kPa に達した後、軸受端面に向けて大気圧まで降下した。 Fig.4.32 にスラスト軸受の圧力分布をグラフで示す。主軸の回転数が 0 min^{-1} または 50,000 min^{-1} での結果で、給気孔直下における ϕ_x 軸方向の圧

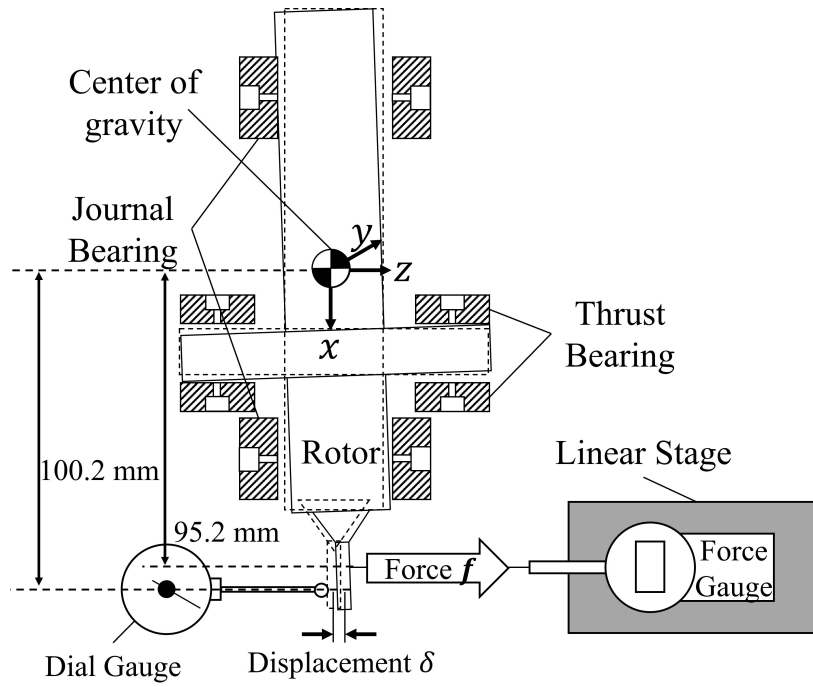


Fig.4.26 Stiffness measuring instruments of aero static spindle.

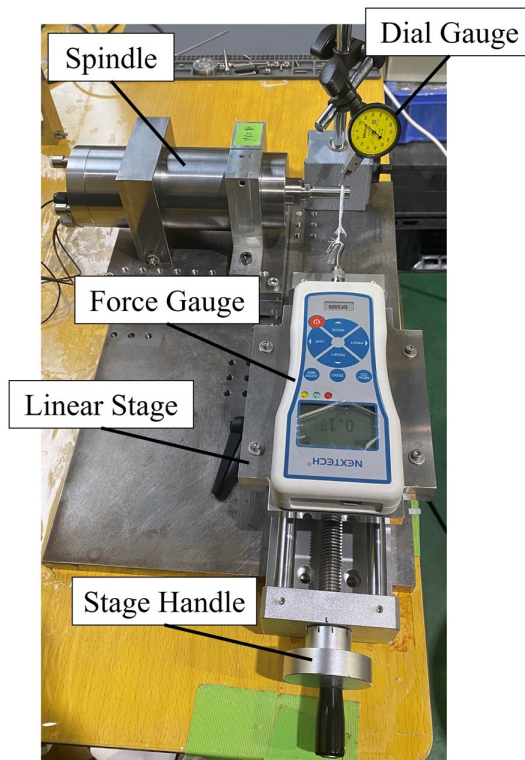


Fig.4.27 Photo of stiffness measuring instruments for aero static spindle.

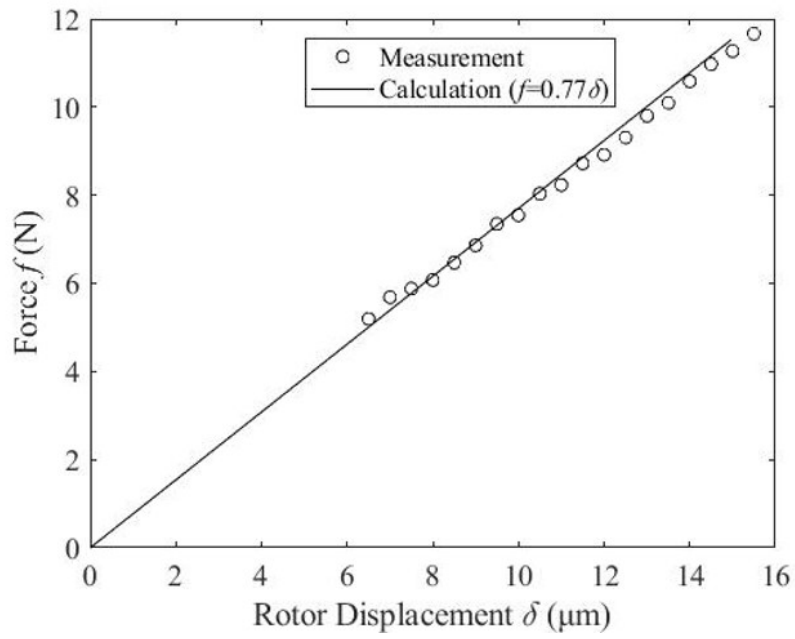


Fig.4.28 Results of stiffness measuring and stiffness calculation of aero static spindle.

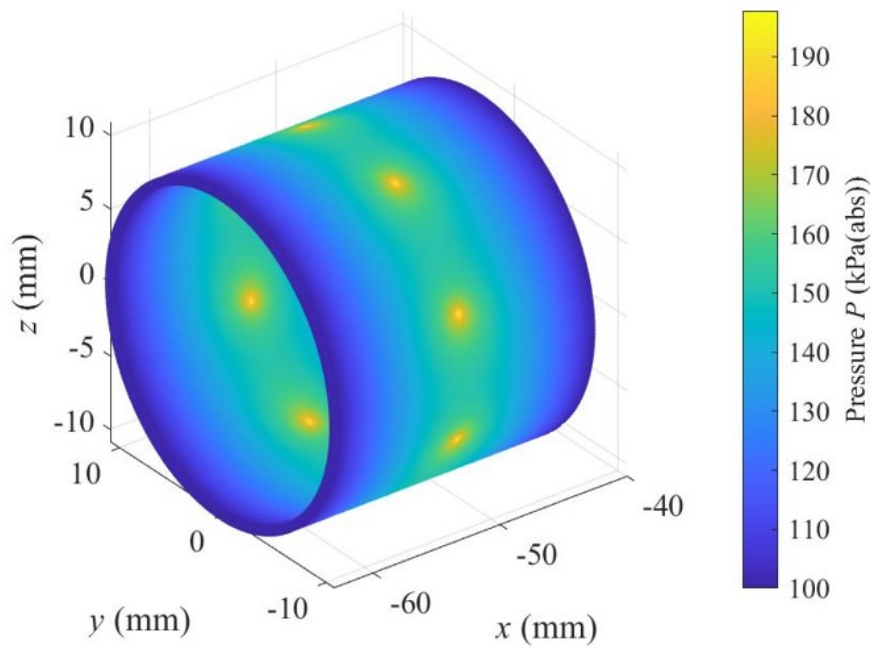


Fig.4.29 Pressure distribution in rear journal bearing when shaft rotates in $50,000 \text{ min}^{-1}$.

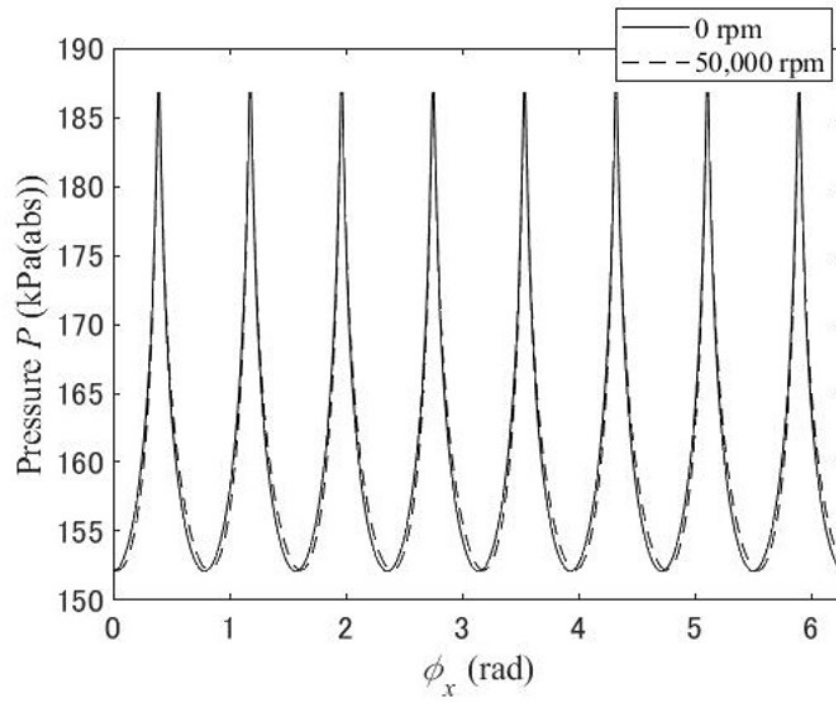


Fig.4.30 Circumference pressure distributions of rear journal bearing under supply orifice when shaft rotates in 0 and 50,000 min^{-1} .

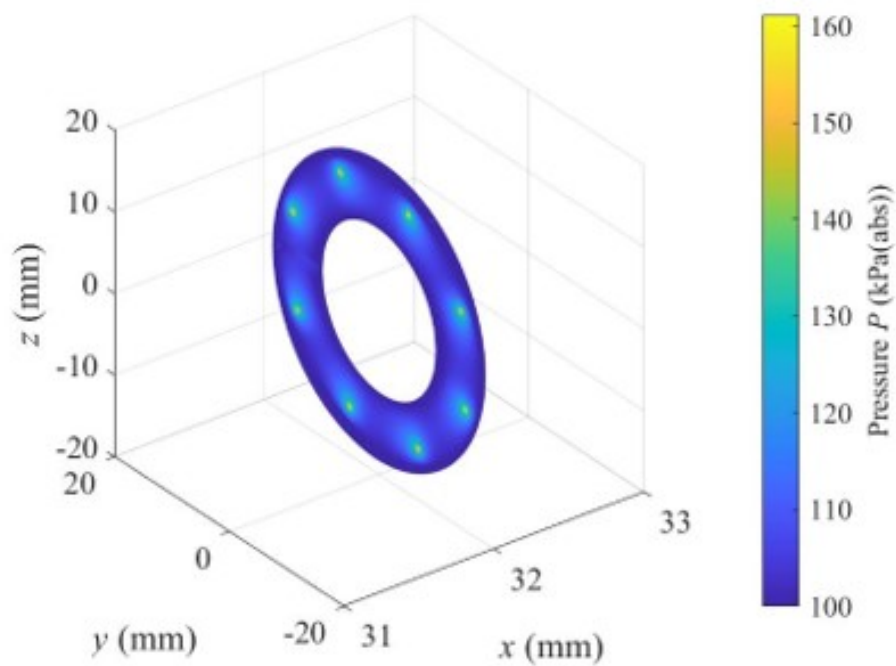


Fig.4.31 Pressure distribution in thrust bearing when shaft rotates 50,000 min^{-1} .

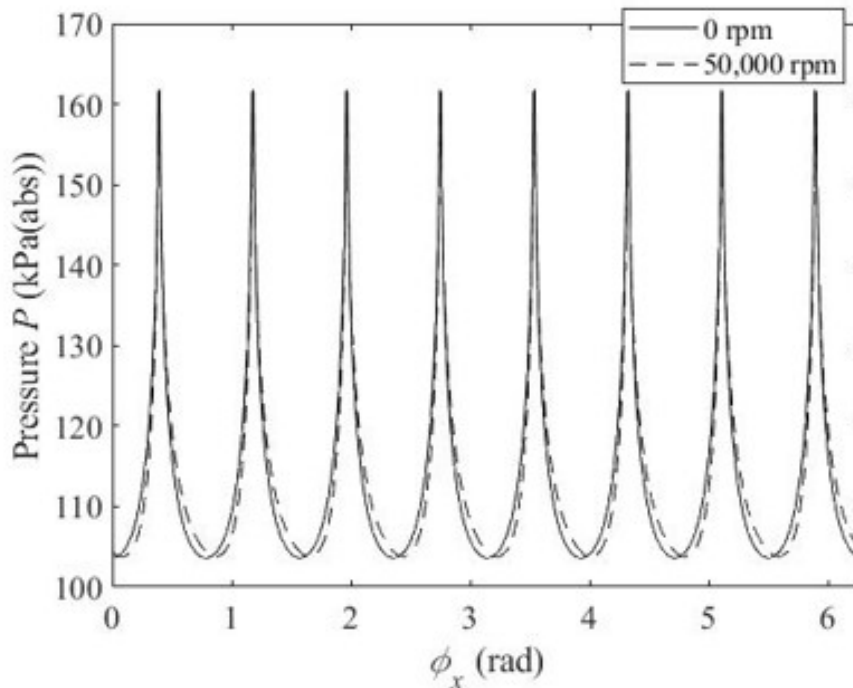


Fig.4.32 Circumference pressure distributions of thrust bearing under supply orifice when shaft rotates in 0 and 50,000 min^{-1} .

力分布を示す。グラフ中の実線が 0 min^{-1} 時の結果、鎖線が 50,000 min^{-1} 時の結果を示す。50,000 min^{-1} 時の圧力分布は、0 min^{-1} 時の分布と比べて、圧力の極小値が $+\phi_x$ 軸方向にずれることが確認できた。主軸の回転による流速分布の変化が圧力分布に影響したと考えられる。

4.3.7.2 空気静圧軸受内の圧力微分値分布

Fig.4.33 に 50,000 min^{-1} でのリアジャーナル軸受の $\partial P/\partial y, \partial P/\partial j$ の分布をカラーマップで示す。 $\partial P/\partial y$ は主軸の y 軸方向の定常変位に対する圧力変化率を表す。Fig.4.33(a) から、定常変位に対する圧力変化率は $\phi_x = 0$ で高く、 $\phi_x = \pi$ で低くなることが分かる。特に給気孔直下で圧力が大きく変化したことが分かる。Fig.4.33(b) から、 y 軸方向の主軸の並進速度に対する圧力変化率は $\phi_x = 0$ で高く、 $\phi_x = \pi$ で低くなることが分かる。しかし給気孔直下で特に大きな値を取ることは無かった。Fig.4.34 に 0 min^{-1} および 50,000 min^{-1} でのリアジャーナル軸受の $\partial P/\partial y, \partial P/\partial j$ の分布をグラフで示す。グラフ中の結果はオリフィス直下の ϕ_x 軸方向の圧力変化率分布を示す。グラフ中の実線が 0 min^{-1} 時の結果、鎖線が 50,000 min^{-1} 時の結果を示す。Fig.4.34(a) から、0 min^{-1} 時の分布は $\phi_x = \pi$ に対して軸対称な分布を示すことが分かる。一方 50,000 min^{-1} 時には、 $\phi_x = \pi$ に対して非対称な分布を示した。0 min^{-1} 時と比較して、 $4 < \phi_x < 2\pi$ の範

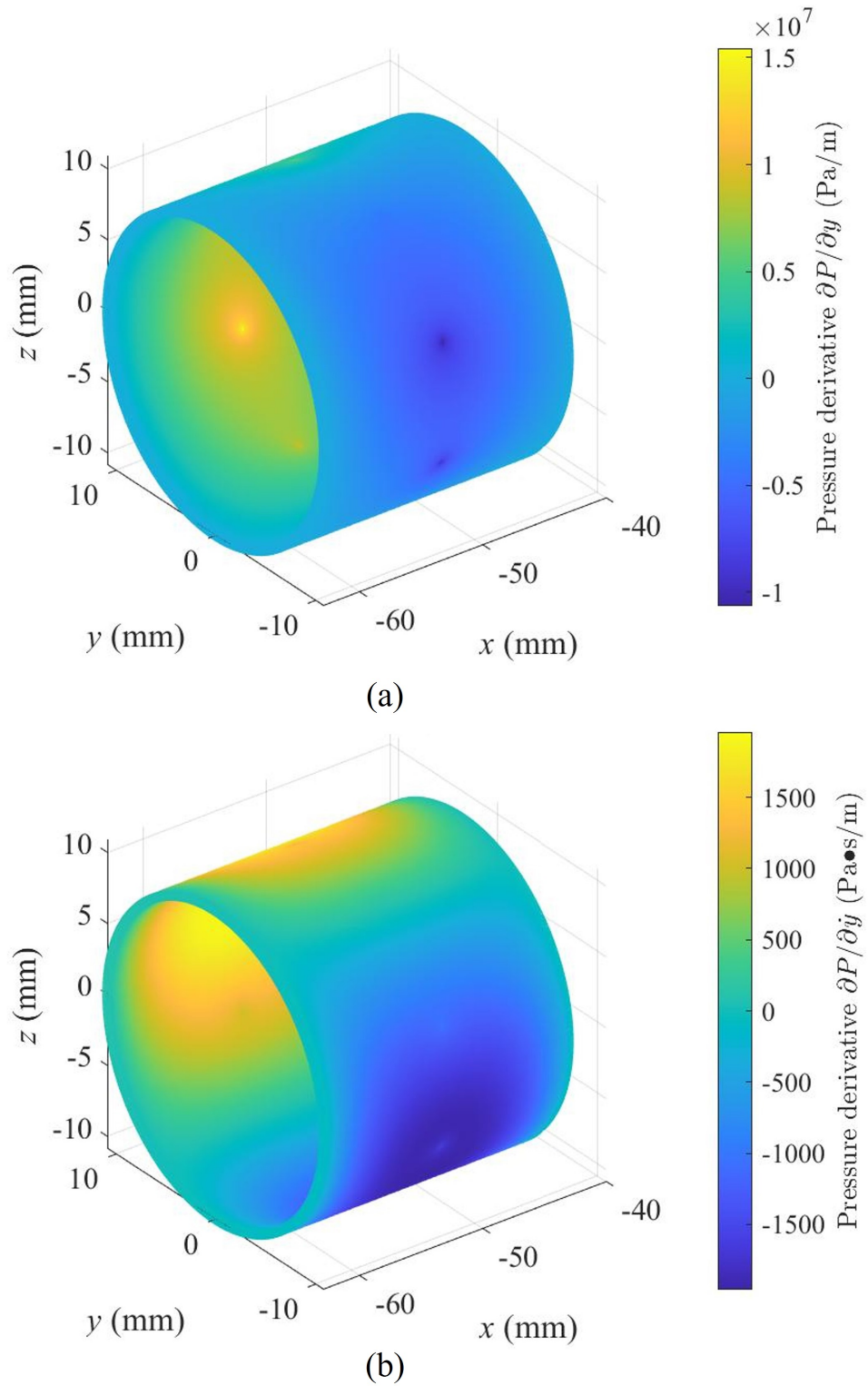


Fig.4.33 Pressure derivative distribution in rear journal bearing when shaft rotates in $50,000 \text{ min}^{-1}$ (a) $\partial P / \partial y$, (b) $\partial P / \partial z$.

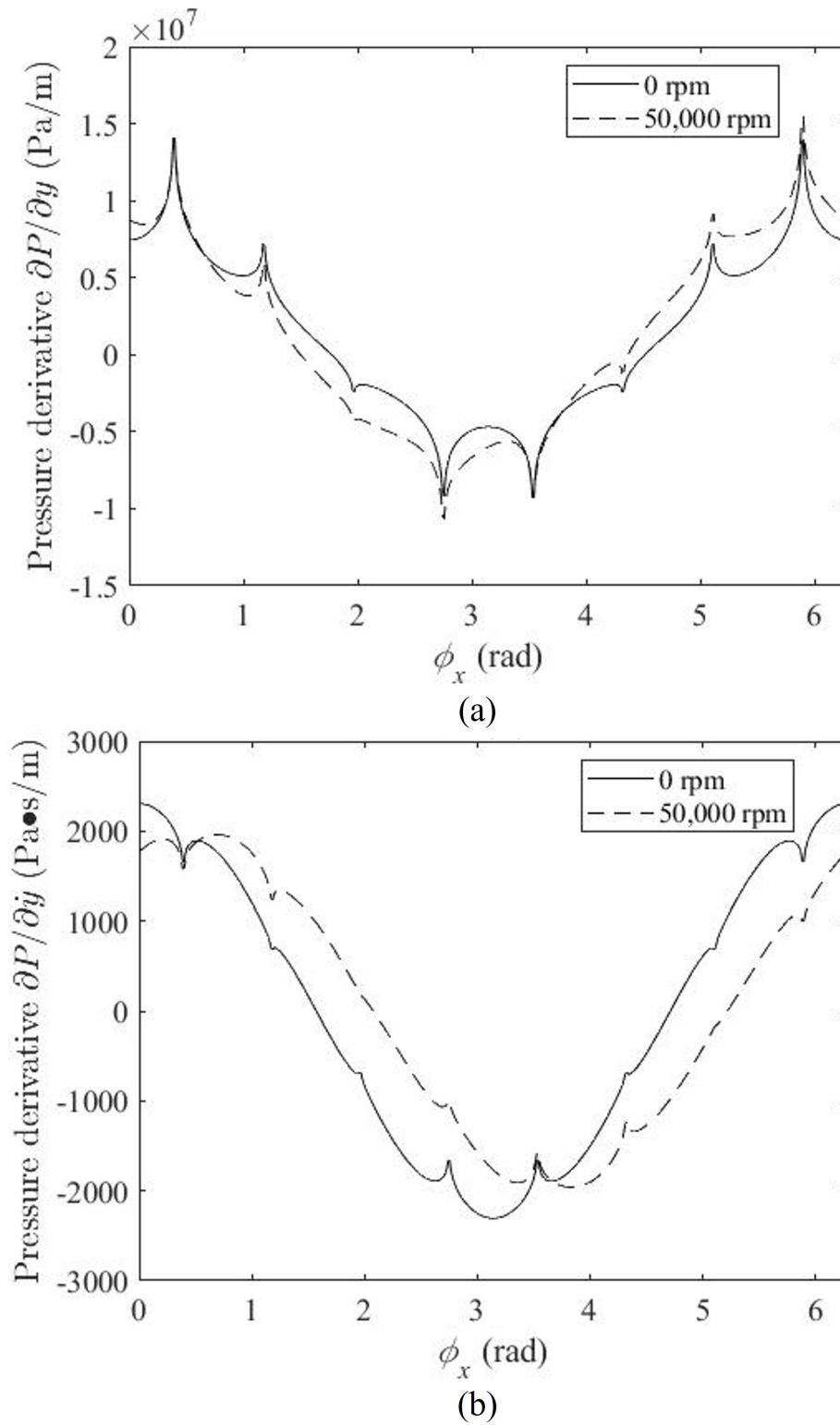


Fig.4.34 Circumference pressure derivative distributions of rear journal bearing under supply orifice when shaft rotates in 0 min^{-1} and $50,000 \text{ min}^{-1}$ (a) $\partial P/\partial y$, (b) $\partial P/\partial j$.

囲で値が増加し、 $1 < \phi_x < \pi$ の範囲で圧力変化率が低下した。これはくさび効果が原因と考えられる。主軸の変位によって軸受隙間が一定ではなくなり、流れ方向に隙間が狭まる範囲では圧力が上昇、拡大する範囲で圧力の減少した結果、 0 min^{-1} 時とは異なった分布が生じたと考えられる。Fig.4.34(b) から、 $\partial P/\partial y$ も主軸の回転数によって分布が変化することが分かる。 0 min^{-1} 時には $\phi_x = \pi$ に対して軸対称な分布を示したが、 $50,000 \text{ min}^{-1}$ 時には非対称な分布を示し、また圧力変化率の振幅も減少した。

Fig.4.35 に $50,000 \text{ min}^{-1}$ での、補償機構によって発生するリアジャーナル軸受の圧力変化率 $\partial P/\partial y$ の分布をカラーマップで示す。補償機構は変位方向と位相が 90 度ずれた位置の剛性を増加させる。そのため Fig.4.33 の場合と異なり、 $\phi_x = \pi/2$ で圧力が増加、 $\phi_x = 3\pi/2$ で圧力が低下した。Fig.4.36 に 0 min^{-1} および $50,000 \text{ min}^{-1}$ 時における、給気孔直下を通る ϕ_x 軸方向の分布をグラフで示す。グラフ中の実線が 0 min^{-1} 時の結果、鎖線が $50,000 \text{ min}^{-1}$ 時の結果を示す。空気圧制御回路による給気圧制御が働いた位置で、特に大きなピークが発生した。 0 min^{-1} 時には、 $\phi_x = \pi$ の点を中心に点対象な分布を示した。一方 $50,000 \text{ min}^{-1}$ 時には対称性が崩れており、 0 min^{-1} 時に比べて $0 < \phi_x < 2$, $5 < \phi_x < 2\pi$ の範囲で値が低下、 $2 < \phi_x < 5$ の範囲で値が上昇した。これは給気圧が上昇した箇所から低下した箇所への流れが、主軸の回転によって減速または加速されたことが原因と考えられる。空気は圧力が高い領域から低い領域へと流れる。この流れに主軸の周速が重畳すると、 $5 < \phi_x < 2\pi$, $0 < \phi_x < 2$ の範囲では流れが減速し、 $2 < \phi_x < 5$ の範囲では流れが加速する。流れが減速する領域では流量の低下によって圧力の低下が起こり、流れが加速する領域では流量の増加によって圧力が上昇したと考えられる。

Fig.4.37 に $50,000 \text{ min}^{-1}$ でのスラスト軸受の圧力変化率 $\partial P/\partial y$, $\partial P/\partial y$ の分布をカラーマップで示す。 $\partial P/\partial y$ は給気孔直下で最も大きくなることが分かる。一方 $\partial P/\partial y$ の分布は給気孔直下で最小となり、また周方向の分布は $\partial P/\partial y$ の分布に比べて変化が少なかった。Fig.4.38 に給気孔直下を通る ϕ_x 軸方向の分布をグラフで示す。グラフ中の実線が 0 min^{-1} 時の結果、鎖線が $50,000 \text{ min}^{-1}$ 時の結果を示す。Fig.4.38(a) より $\partial P/\partial y$ の分布が主軸の回転数によって変化することが分かる。回転によって分布の極小値が $+\phi_x$ 軸方向に移動した。スラストプレートの回転によって流速分布に生じた変化が、圧力変化率にも影響したと考えられる。Fig.4.38(b) より、 \dot{x} に対する圧力変化率も主軸の回転数によって変化することが分かる。極小値が 0 min^{-1} 時に比べて $+\phi_x$ 軸方向に移動しており、これも主軸の回転に伴う流速の変化が影響したと考えられる。

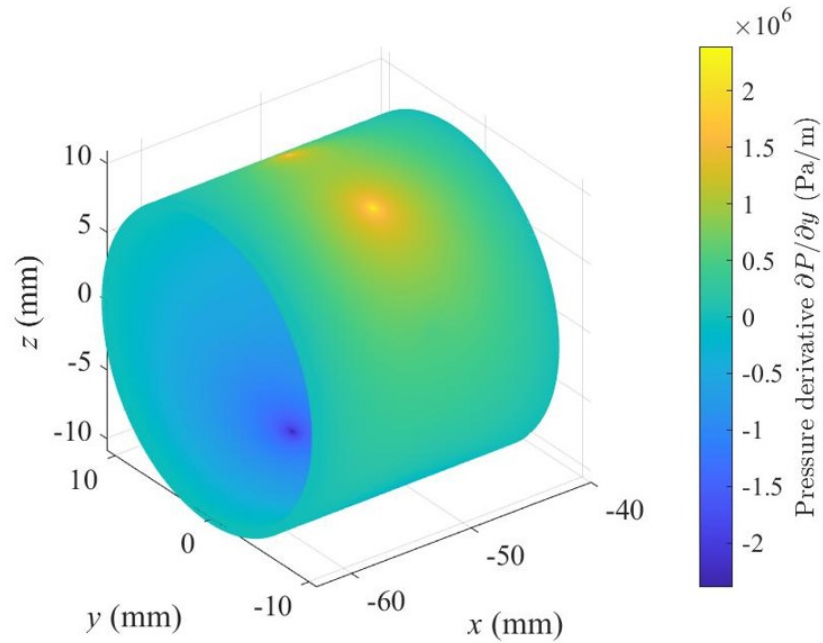


Fig.4.35 Pressure derivative distribution in rear journal bearing generated by pneumatic control circuit when shaft rotates in $50,000 \text{ min}^{-1}$.

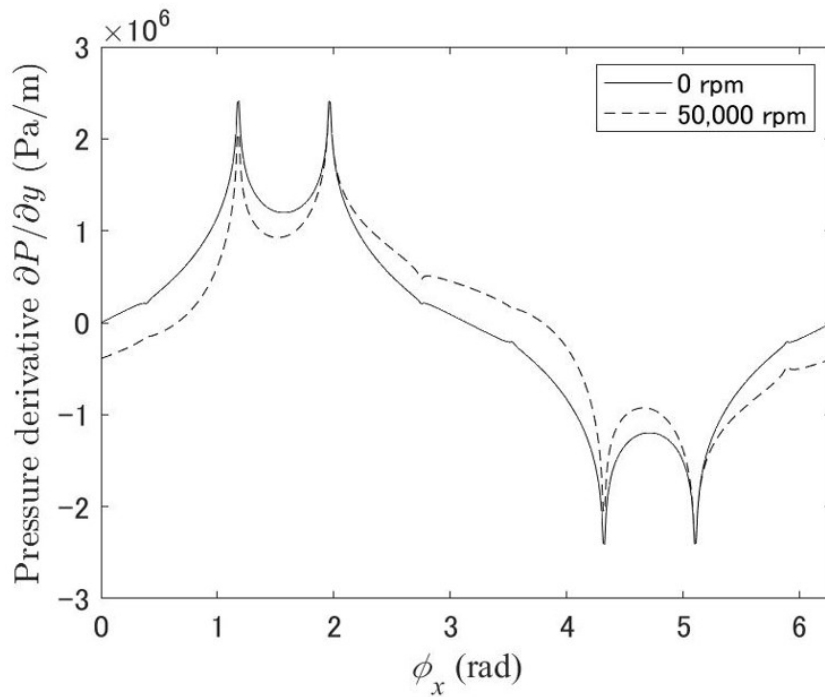


Fig.4.36 Circumferential pressure derivative distributions of rear journal bearing generated by pneumatic control circuit when shaft rotates in 0 min^{-1} and $50,000 \text{ min}^{-1}$.

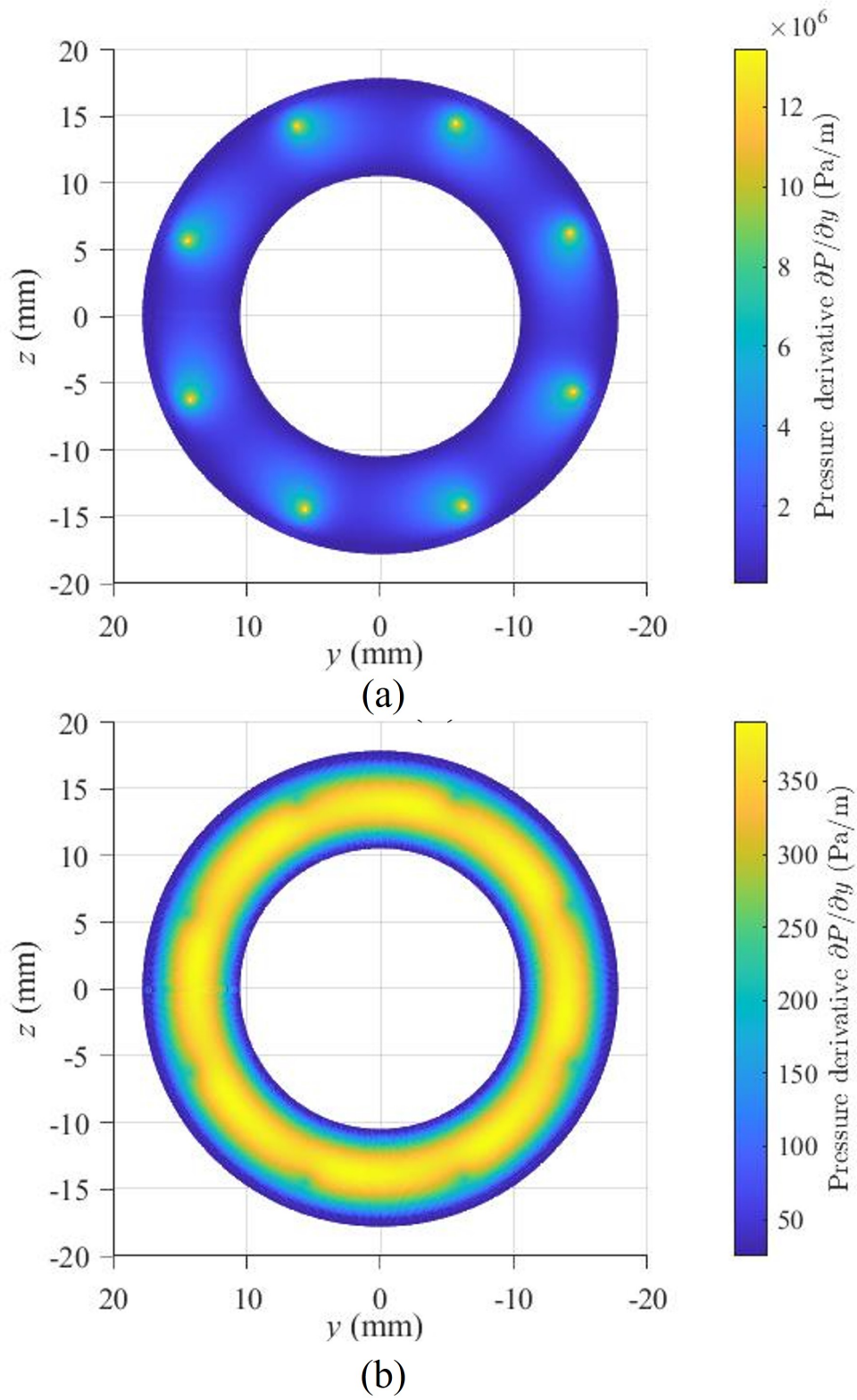


Fig.4.37 Pressure derivative distribution in thrust bearing when shaft rotates in $50,000 \text{ min}^{-1}$ (a) $\partial P/\partial y$, (b) $\partial P/\partial y$.

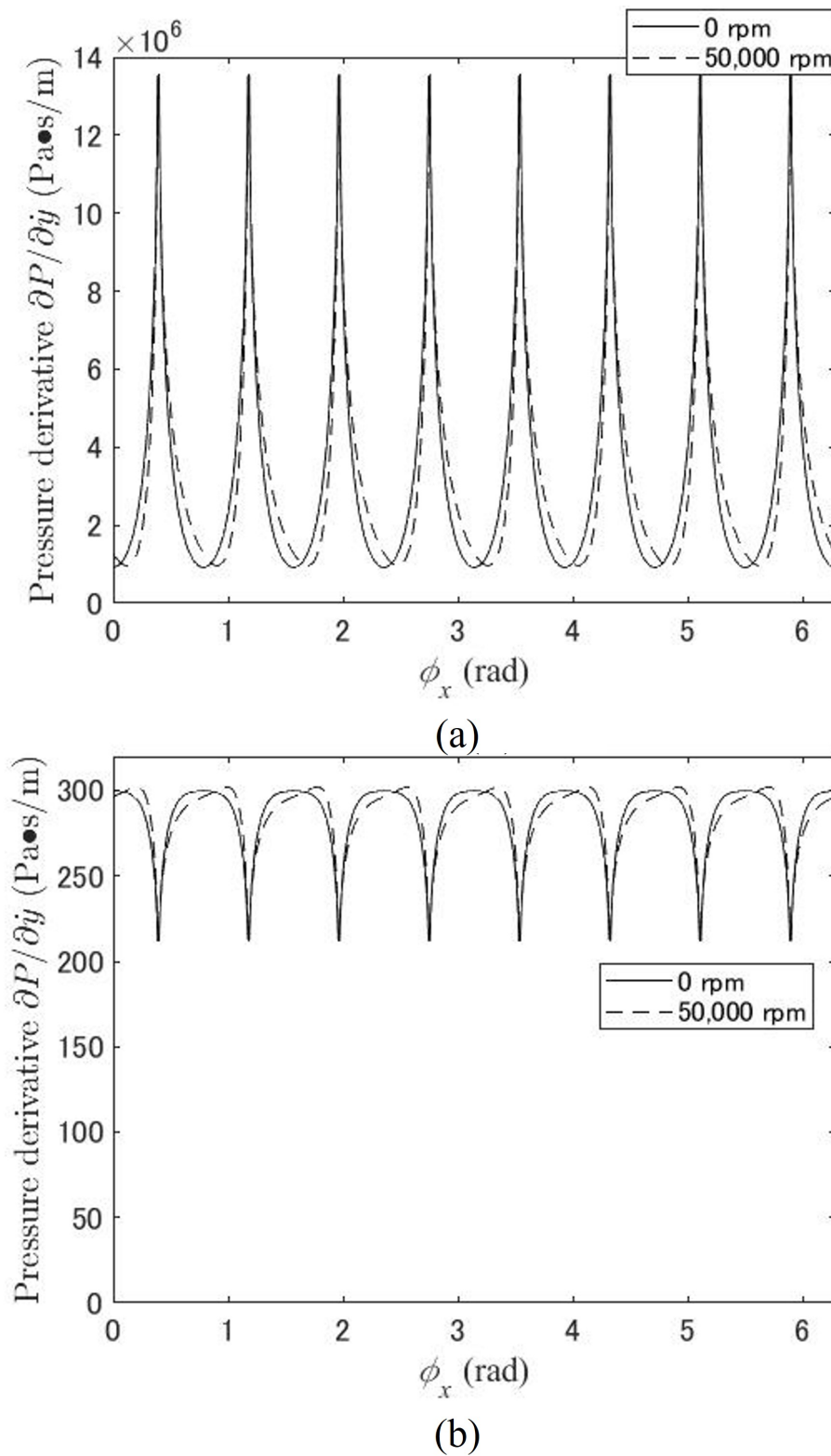


Fig.4.38 Circumference pressure derivative distributions under supply orifice-when shaft rotates in 0 min^{-1} and $50,000 \text{ min}^{-1}$ (a) $\partial P/\partial y$, (b) $\partial P/\partial y$.

4.3.7.3 空気静圧軸受の剛性・減衰係数

算出した圧力変化率から剛性・減衰係数を算出した。Fig.4.39, Fig.4.40 に回転数を変化させたときのリアジャーナル軸受の剛性・減衰係数の変化を示す。ただし剛性・減衰マトリクスは対称性を考慮することで以下の2式のように書ける。そのためグラフには y 軸方向および ϕ_y 軸方向に働く係数のみ記載した。

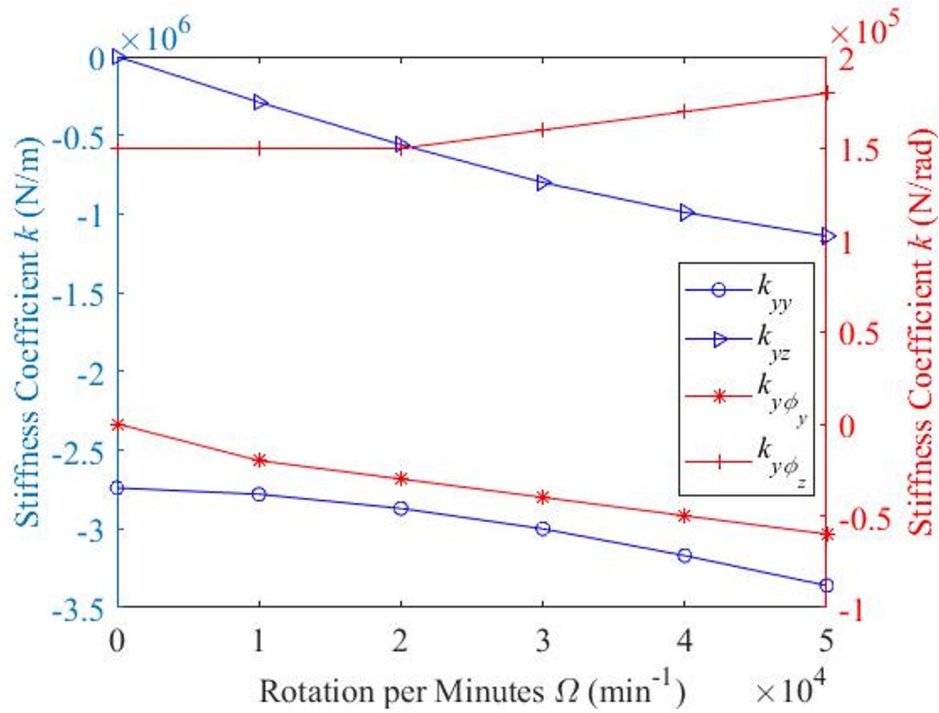
$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{yy} & k_{yz} & k_{y\phi_y} & k_{y\phi_z} \\ -k_{yz} & k_{yy} & -k_{y\phi_z} & k_{y\phi_y} \\ k_{\phi_y y} & k_{\phi_y z} & k_{\phi_y \phi_y} & k_{\phi_y \phi_z} \\ -k_{\phi_y z} & k_{\phi_y y} & -k_{\phi_y \phi_z} & k_{\phi_y \phi_y} \end{bmatrix} \quad (4.97)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{yy} & c_{yz} & c_{y\phi_y} & c_{y\phi_z} \\ -c_{yz} & c_{yy} & -c_{y\phi_z} & c_{y\phi_y} \\ c_{\phi_y y} & c_{\phi_y z} & c_{\phi_y \phi_y} & c_{\phi_y \phi_z} \\ -c_{\phi_y z} & c_{\phi_y y} & -c_{\phi_y \phi_z} & c_{\phi_y \phi_y} \end{bmatrix} \quad (4.98)$$

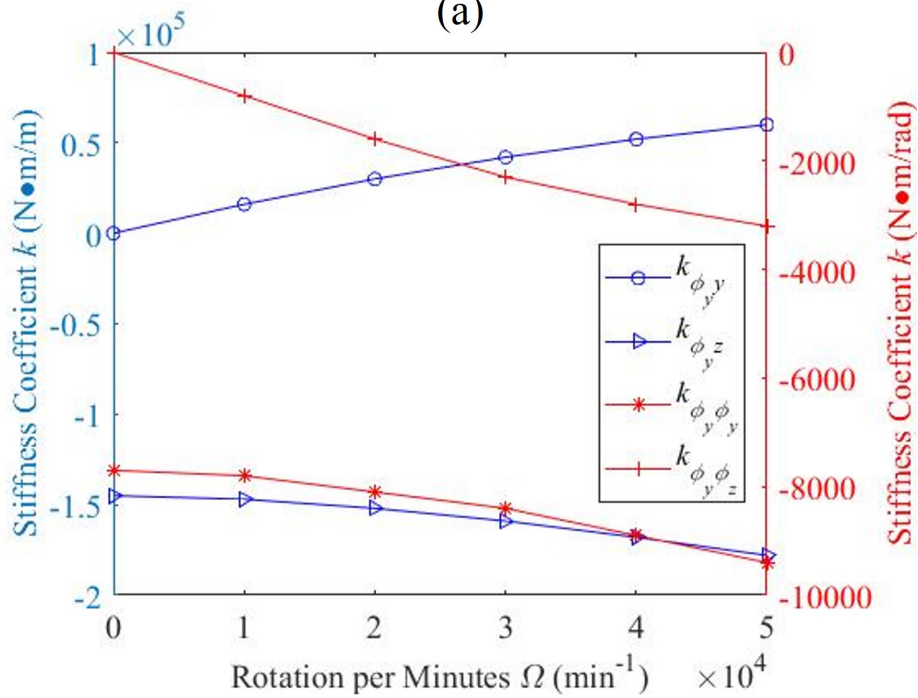
回転数は $0 \sim 50,000 \text{ min}^{-1}$ まで $10,000 \text{ min}^{-1}$ ずつ変化させた。 k_{yy} , $k_{y\phi_z}$, $k_{\phi_y z}$, $k_{\phi_y \phi_y}$, c_{yy} , $c_{y\phi_z}$, $c_{\phi_y z}$, $c_{\phi_y \phi_y}$ は 0 min^{-1} において 0 以外の値を取った。主軸が回転していない状態でも剛性・減衰特性があり、これらの係数が静圧によって発生する剛性・減衰係数を示している。 k_{yy} , $k_{\phi_y z}$, $k_{\phi_y \phi_y}$, $k_{y\phi_z}$ は回転数に対して単調に減少または増加した。主軸の回転によって発生するくさび効果によって、静圧に動圧が重畳して剛性が増したと考えられる。 c_{yy} , $c_{\phi_y z}$, $c_{\phi_y \phi_y}$ は主軸の回転数に対して単調に増加して 0 に近づいた。これは主軸の回転数が増加するにつれて減衰が弱まることを示す。そのため主軸の回転数が上昇するにつれて、主軸の運動がより振動的になることが分かる。

主軸の回転によって発生する連成特性は k_{yz} , $k_{y\phi_y}$, $k_{\phi_y y}$, $k_{\phi_y \phi_z}$, c_{yz} , $c_{y\phi_y}$, $c_{\phi_y y}$, $c_{\phi_y \phi_z}$ で表される。これらの係数は 0 min^{-1} 時には値が 0 であるが、主軸の回転と共に値が変化する。回転数に対して単調に減少または増加し、これは回転数が増すにつれて連成特性が強まることを示す。そのため回転数の上昇とともに加工に悪影響を与える効果が増加する。

Fig.4.41 に回転数を変化させたときの、空気圧制御回路によって発生するリアジャーナル軸受の剛性係数の変化をグラフで示す。ゲイン J は $2e10$ で、 $0 \sim 50,000 \text{ min}^{-1}$ まで $10,000 \text{ min}^{-1}$ ずつ主軸の回転数を変化させた。 $k_{\text{fb},yz}$, $k_{\text{fb},y\phi_y}$, $k_{\text{fb},\phi_y y}$, $k_{\text{fb},\phi_y \phi_z}$ は 0 min^{-1} において 0 以外の値を取った。これは $k_{\text{fb},yz}$, $k_{\text{fb},y\phi_y}$, $k_{\text{fb},\phi_y y}$, $k_{\text{fb},\phi_y \phi_z}$ が静圧によって発生する剛性であることを示す。また $\text{sgn}(k_{\text{fb},yz}) = -\text{sgn}(k_{yz})$, $\text{sgn}(k_{\text{fb},y\phi_y}) = -\text{sgn}(k_{y\phi_y})$, $\text{sgn}(k_{\text{fb},\phi_y y}) = -\text{sgn}(k_{\phi_y y})$, $\text{sgn}(k_{\text{fb},\phi_y \phi_z}) = -\text{sgn}(k_{\phi_y \phi_z})$ であり、空気圧制御回路が連成特性を打ち消す向きに剛性を発生させていることが分かる。 $k_{\text{fb},yz}$, $k_{\text{fb},y\phi_y}$, $k_{\text{fb},\phi_y y}$, $k_{\text{fb},\phi_y \phi_z}$ は主軸の回転数が増加するにつれて 0 に近づいた。これは回転数の増

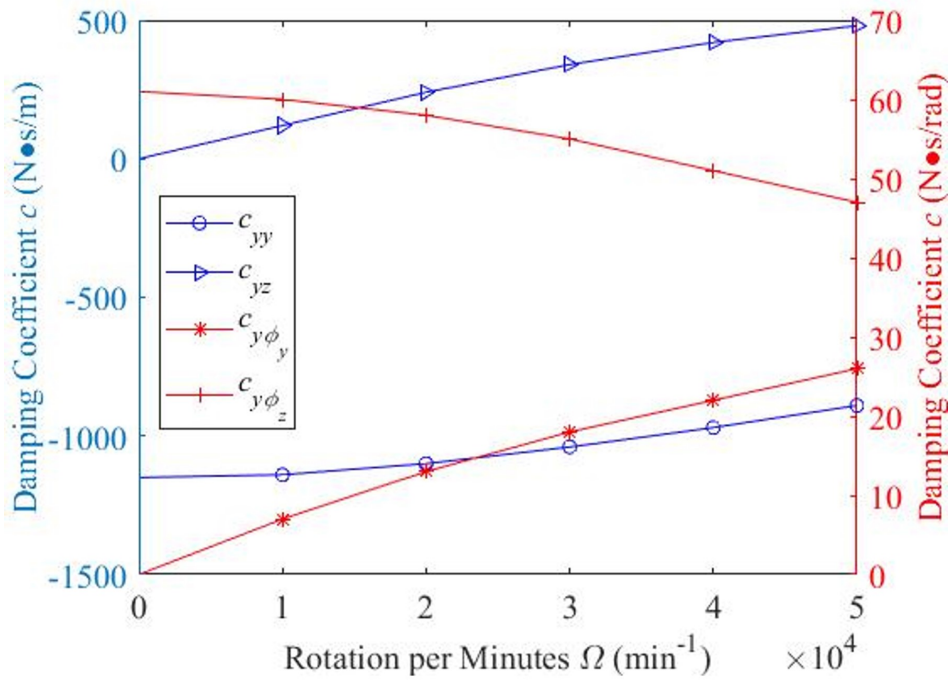


(a)

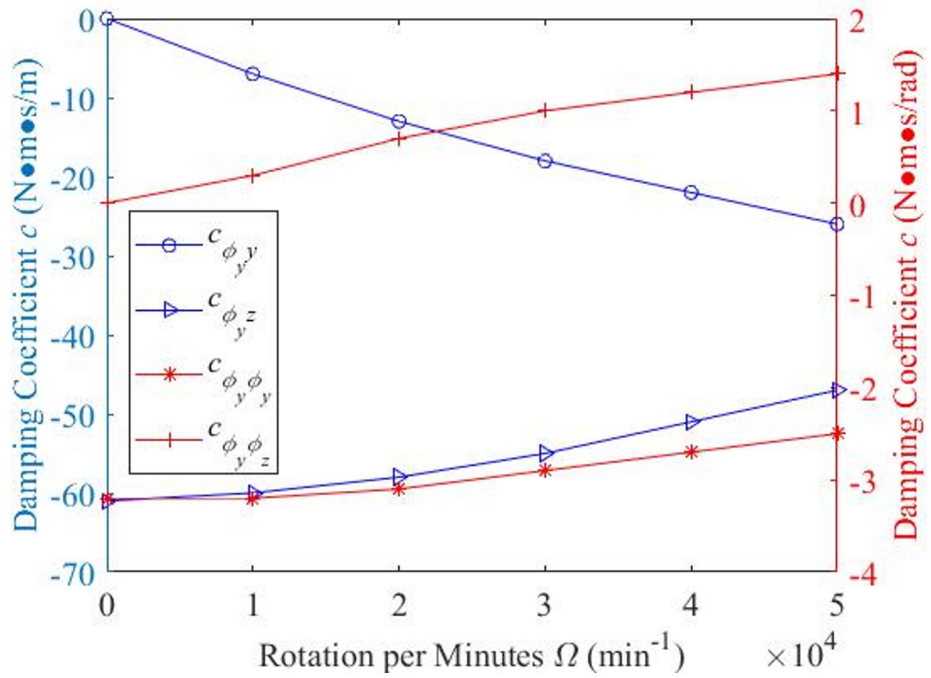


(b)

Fig.4.39 Stiffness change of rear journal bearing along rotation per minutes Ω (a) y axis direction, (b) ϕ_y axis direction.

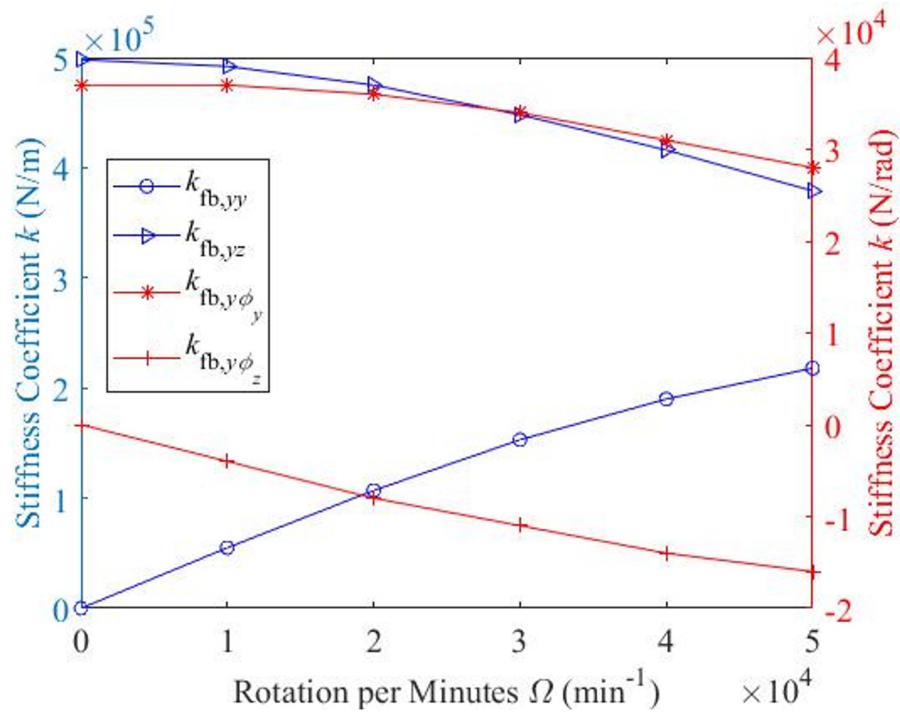


(a)

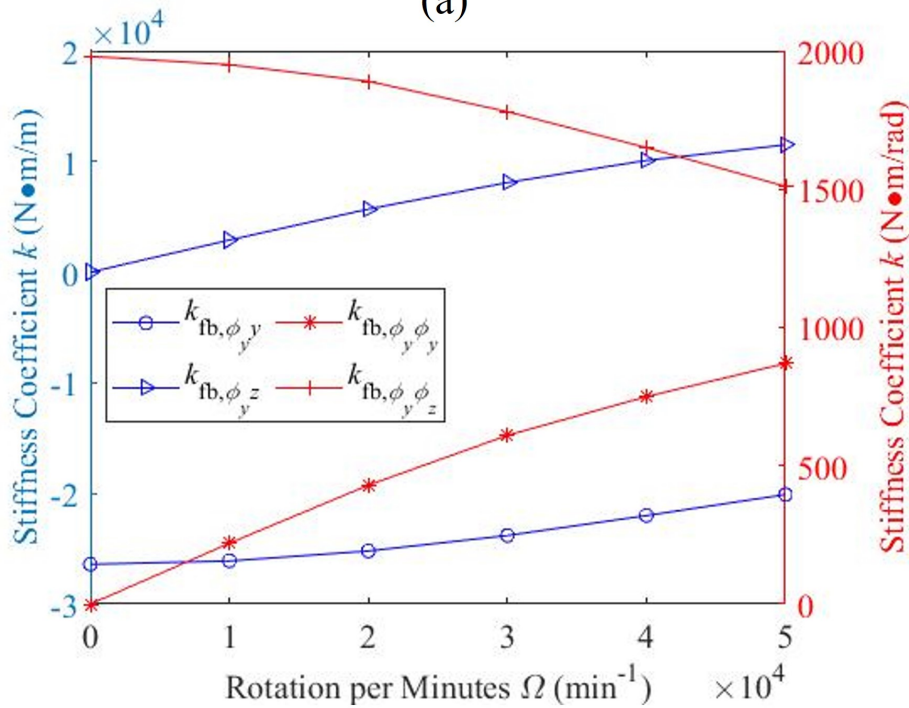


(b)

Fig.4.40 Damping change of rear journal bearing along rotation per minutes Ω
 (a) y axis direction, (b) ϕ_y axis direction.

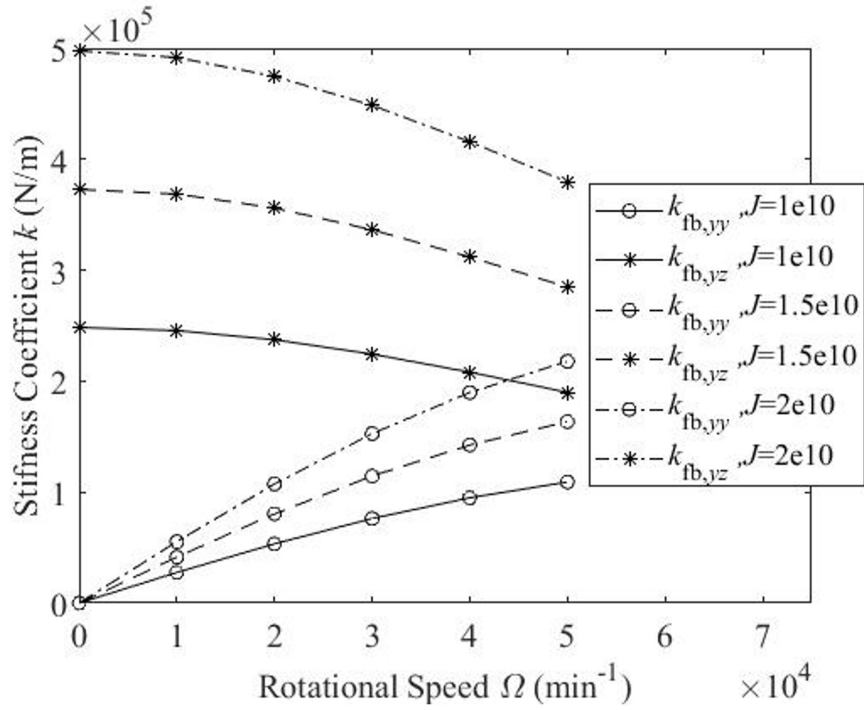


(a)

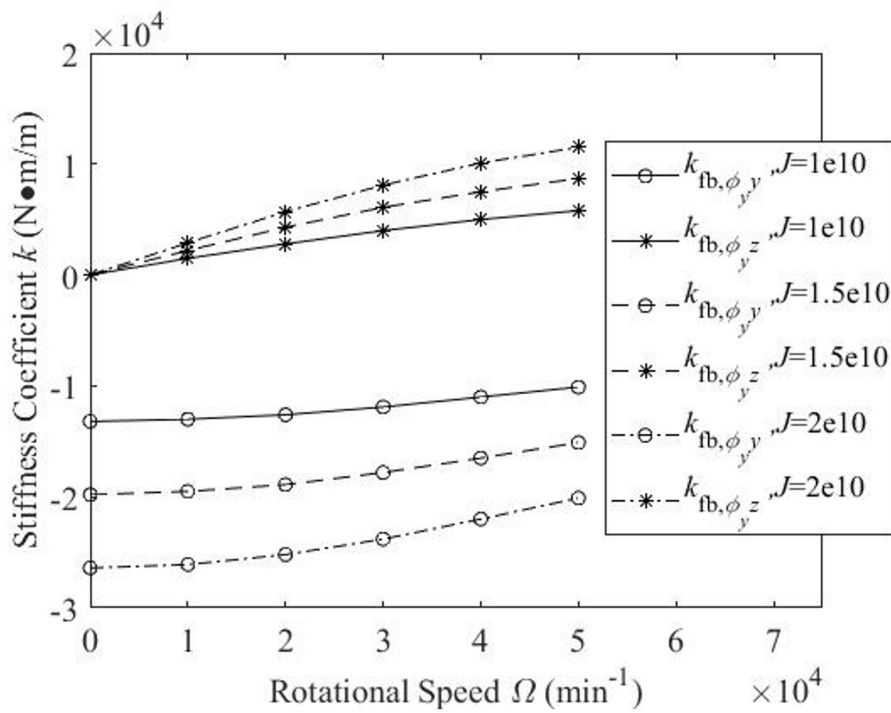


(b)

Fig.4.41 Change of rear journal bearing stiffness generated by pneumatic control circuit along rotation pre minutes Ω (a) y axis direction, (b) ϕ_y axis direction.



(a)



(b)

Fig.4.42 Change of $k_{fb,yy}$, $k_{fb,yz}$, k_{fb,ϕ_yy} , k_{fb,ϕ_yz} along rotation per minutes Ω with different gain J (a) y axis direction, (b) ϕ_y axis direction.

加に伴って空気圧制御回路の機能が落ちていることを意味する。 $k_{fb,yy}$, $k_{fb,y\phi_z}$, k_{fb,ϕ_yz} , $k_{fb,\phi_y\phi_y}$ は 0 min^{-1} において 0 であったが、回転数の増加に伴って値が変化した。 k_{yy} , $k_{y\phi_z}$, k_{ϕ_yz} , $k_{\phi_y\phi_y}$ と符号が逆であるため、静圧によって発生する軸受の剛性を打ち消す作用がある。主軸の回転数が増加するほど打ち消す量が増加しており、それに伴って自成一りによって発生する剛性が低下してしまうことが分かった。

Fig.4.42 にゲイン J および回転数 Ω を変化させたときの、空気圧制御回路によって発生する剛性係数の変化をグラフで示す。 $k_{fb,yz}$, k_{fb,ϕ_yy} の絶対値はゲインが増加するにつれて増加しており、ゲイン J を上げることで空気圧制御回路の機能を強化できることが分かった。一方 $k_{fb,yy}$, k_{fb,ϕ_yz} の値も増加しており、ゲインを上げることで元の軸受の剛性を低下させる効果も大きくなることが分かった。連成特性は主軸の回転数が上昇するほど強くなるから、スピンドルの稼働条件に合わせて適切にゲインを設計することが求められる。

4.3.7.4 主軸の位置精度

主軸の先端に、 y 軸方向に加工負荷をかけた際の主軸の運動を計算した。加工負荷 f_y は時刻を t で表わすと以下のように書ける。

$$f_y = \begin{cases} 5t & (0 \leq t < 1) \\ 5 & (1 \leq t) \end{cases} \quad (4.99)$$

Fig.4.43 に主軸先端の軌道をグラフで示す。グラフの横軸が y 軸方向の変位、縦軸が z 軸方向の変位を表わす。 y 軸方向の変位が加工負荷方向、 z 軸方向の変位がジャイロ効果やくさび効果によって発生した変位に相当する。黒い実線が従来の空気静圧スピンドルでの軌道、赤い鎖線が本研究で提案した空気圧制御回路を使用した場合の軌道を示す。図中の座標は、黒色の実線の吹き出しが従来の空気静圧スピンドルでの軌道の収束点、赤色の実線の吹き出しが本研究で提案した空気圧制御回路を使用した場合の軌道の収束点をそれぞれ示す。従来の空気静圧スピンドルでは主軸先端は原点からほとんど直線によって移動し、 $(y,z)=(5,1.6) \mu\text{m}$ の座標に収束した。連成特性の影響で z 軸方向に $1.6 \mu\text{m}$ の変位が発生した。空気圧制御回路を付加した場合には、 yz 平面上での軌道の傾きが小さくなった。同じ y 軸方向の変位に対して、従来の空気静圧スピンドルと比べて z 軸方向の変位が小さくなった。最終的に主軸先端は $(y,z)=(5.9,0.8) \mu\text{m}$ の座標に収束した。 y 軸方向の変位が 20 % 程度増加した一方、 z 軸方向の変位は約 50 % 減少した。 y 軸方向の変位が増加したのは、空気圧制御回路によって軸受の静圧の剛性が低下したことが原因と考えられる。しかしながら、 z 軸方向の変位は大きく減少し、加工負荷と直交する向きの外乱を補償できることを確認した。溝加工等の線幅の精度が必要となる加工では提案手法が有効と考えられる。

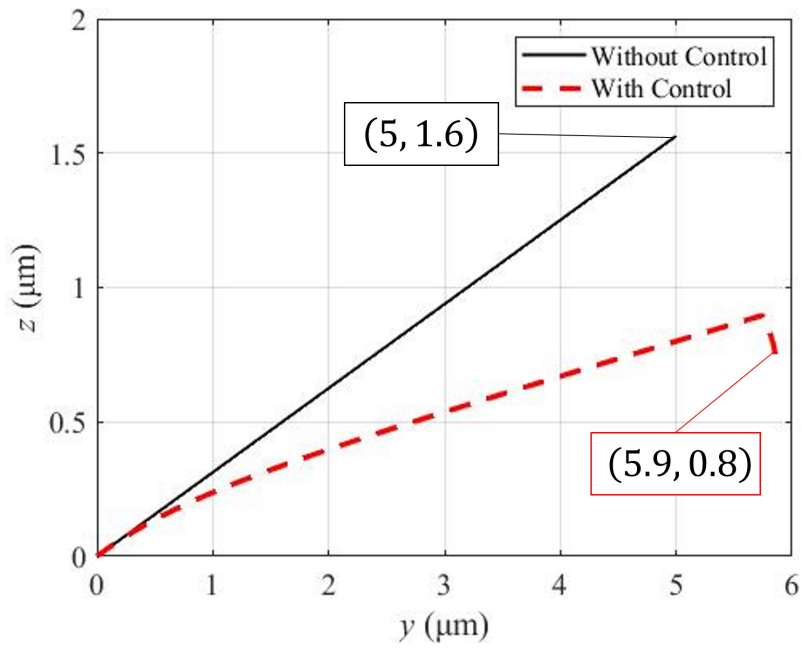


Fig.4.43 Shaft tip trajectories when 5 N machining load is applied ($\Omega=50,000 \text{ min}^{-1}$, gain $J=20\text{G}$).

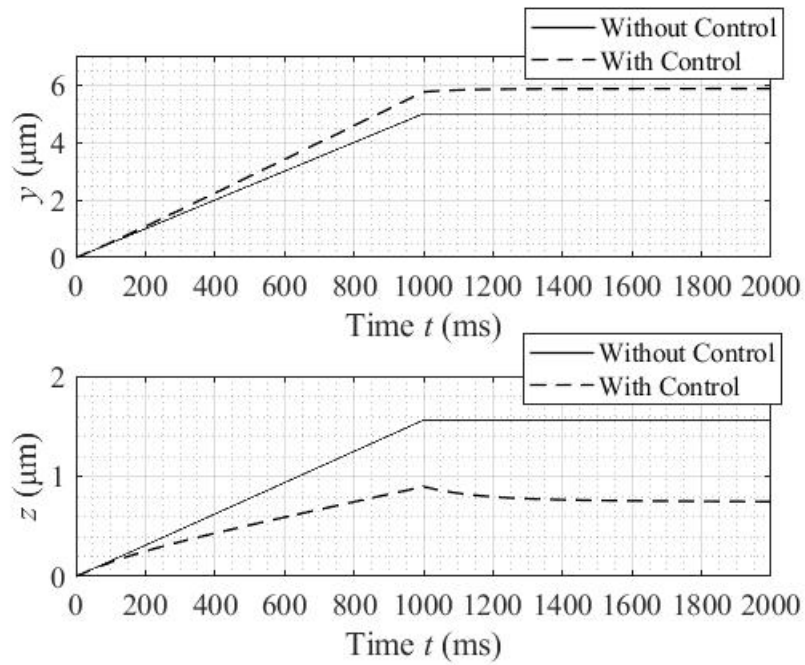


Fig.4.44 Time variations of shaft tip displacement when 5 N machining load is applied ($\Omega=50,000 \text{ min}^{-1}$, gain $J=20\text{G}$).

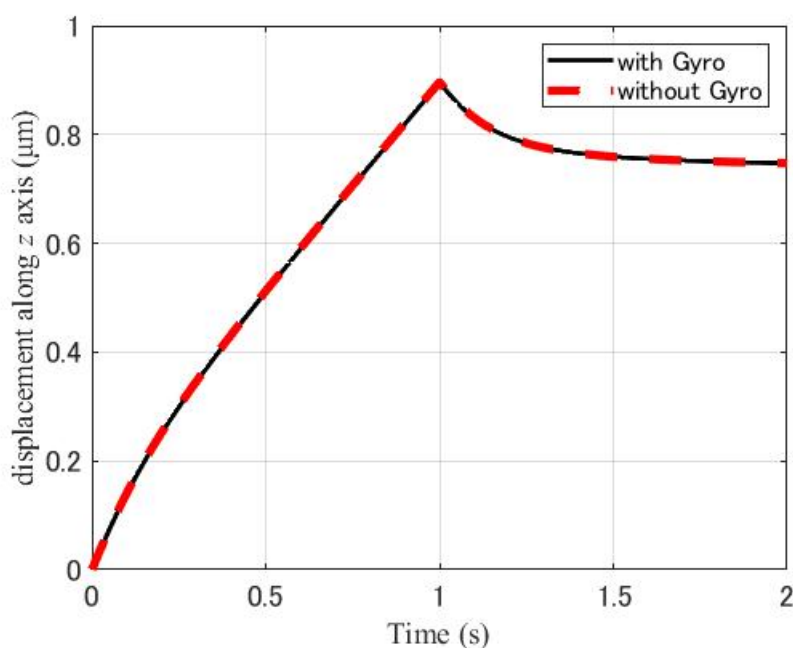


Fig.4.45 Time variations of shaft tip displacement when 5 N machining load is applied ($\Omega=50,000 \text{ min}^{-1}$, gain $J=20G$).

ジャイロ効果とくさび効果の主軸の軌跡への影響の大きさを比較するために、ジャイロ効果をモデルから除いて主軸の軌跡を計算した。Fig.4.45 にジャイロ効果を考慮した主軸と、考慮しない主軸を空気圧制御回路で制御した場合の z 軸方向の変位の時間波形を示す。グラフは横軸が時間、縦軸が z 軸方向の変位を示す。黒色の実線がジャイロ効果を考慮した場合、赤色の破線がジャイロ効果を考慮しない場合の計算結果を示す。ジャイロ効果を除いても、主軸の変位はほとんど変わらなかった。2つの時間波形はグラフ上でほとんど重なっており、本研究で対象とした主軸ではくさび効果が支配的であることが分かる。原因として主軸の慣性モーメントが小さいことが考えられる。精密加工で使用する主軸は直径に対して軸が長く、比較的細長い形状をしている。このような形状では主軸の中心軸周りの慣性モーメントが小さく、回転によって生じるジャイロ効果も小さくなる。主軸の軸の長さに対して直径が大きいスピンドルの場合には、ジャイロ効果の影響も顕著になると考えられる。

Fig.4.44 に主軸先端の軌道の時間波形を示す。グラフ中の実線が従来のスピンドルの主軸先端の軌道の時間波形を、破線が空気圧制御回路を搭載した空気静圧スピンドルの主軸先端の軌道の時間波形を示す。グラフの横軸は時刻、縦軸は y, z 軸方向の変位を表わす。 y 軸方向の変位の時間波形から、空気圧制御回路を搭載したときに変位が増加したのが分かる。これは先述したように、空気圧制御回路によって軸受の静圧による剛性が低下した

ことが原因と考えられる。 z 軸方向の変位の時間波形から、空気圧制御回路の搭載によって大幅に減ったことが分かる。変位の増加率、収束点の z 座標ともに従来の空気静圧スピンドルよりも小さくなり、くさび効果やジャイロ効果を抑制できていることが確認できた。

Fig.4.46 にゲイン J を 2×10^{10} に固定して回転数を変化させたときの、定常変位の変化を示す。加工負荷は y 軸方向に 5 N 負荷した。回転数は 0 min^{-1} から $50,000 \text{ min}^{-1}$ まで $10,000 \text{ min}^{-1}$ ずつ変化させて計算した。 y 軸方向の変位は、 0 min^{-1} 時には約 $6 \mu\text{m}$ であったが、回転数が上昇するにつれて値が増加した。 $20,000 \sim 30,000 \text{ min}^{-1}$ の範囲で極大値を取り、その後は回転数が上昇するにつれて減少した。空気圧制御回路は静圧によって発生する剛性を減じる効果があり、その効果は回転数と共に強くなる。そのため、回転数の上昇とともに y 軸方向の変位が増加したと考えられる。一方、主軸の回転は、動圧によって剛性を高める効果を生じる。 $30,000 \text{ min}^{-1}$ を超える回転速度になると動圧の効果が支配的になり、剛性が増して y 軸方向の変位が減少したと考えられる。 z 軸方向の変位は回転数に対して単調に増加した。これは回転数が上昇するにつれてジャイロ効果や連成特性が強くなり、 z 軸方向の変位が増加したと考えられる。 $30,000 \text{ min}^{-1}$ 時にジャイロ効果と連成特性が空気圧制御回路によって打ち消され、 z 軸方向の変位はほとんど 0

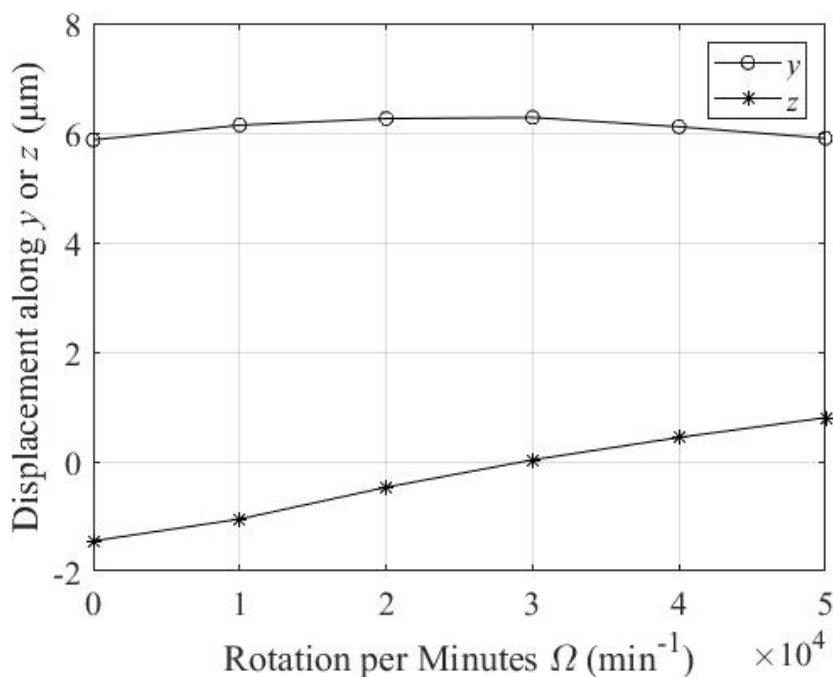


Fig.4.46 Change of steady shaft tip displacement along shaft rotation per minutes Ω with gain $J=20G$ when 5 N machining load is applied.

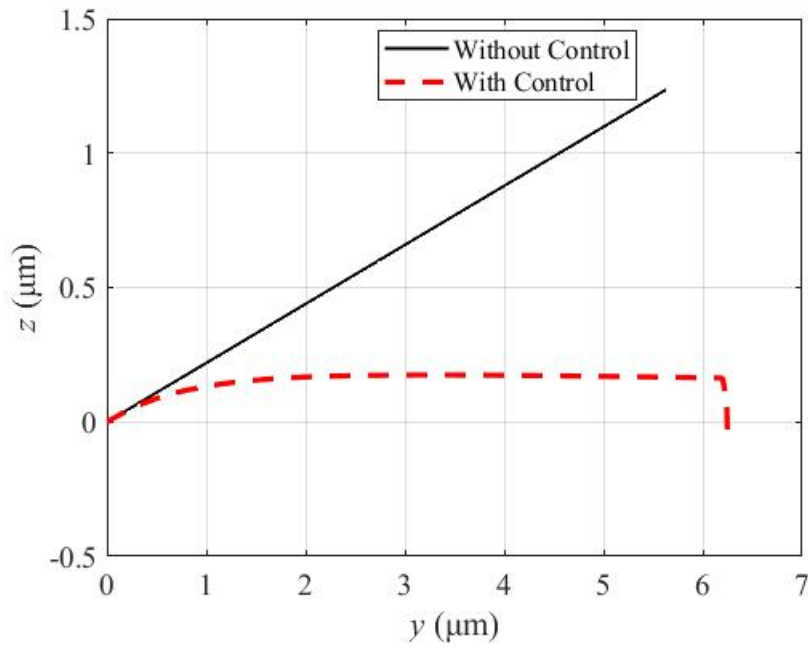


Fig.4.47 Shaft tip trajectories when 5 N machining load is applied ($\Omega=30,000 \text{ min}^{-1}$, gain $J=20G$).

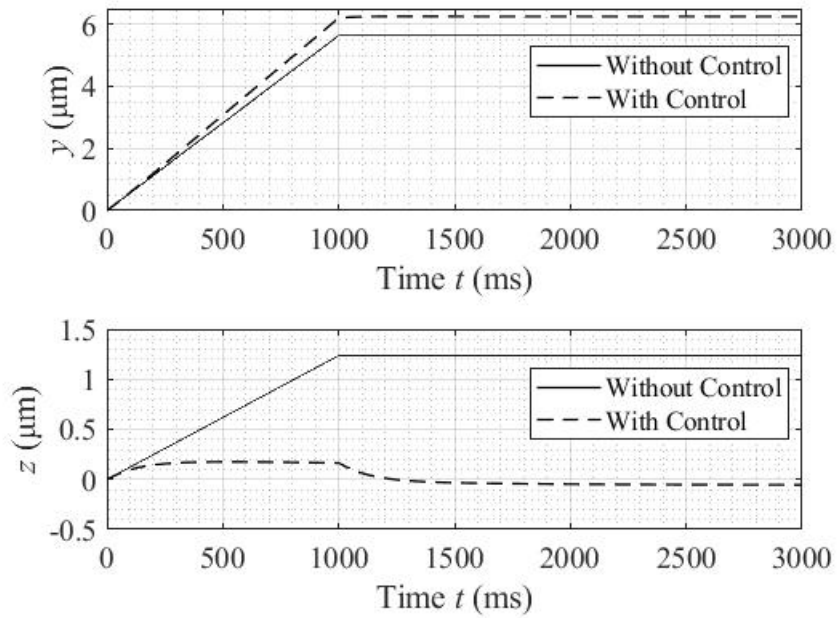


Fig.4.48 Time variations of shaft tip displacement when 5 N machining load is applied ($\Omega=30,000 \text{ min}^{-1}$, gain $J=20G$).

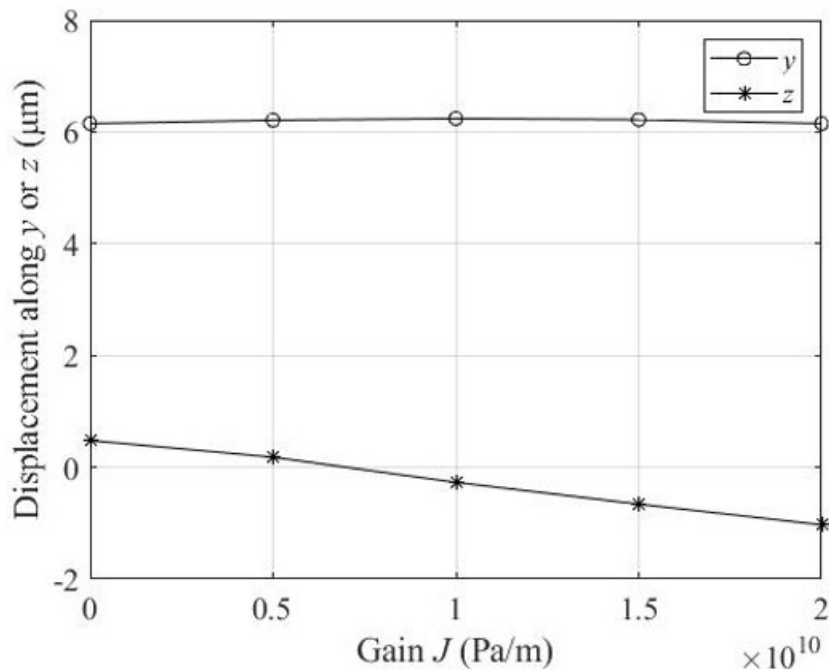


Fig.4.49 Change of steady shaft tip displacement along gain J with $\Omega=10,000 \text{ min}^{-1}$ when 5 N machining load is applied.

になった. Fig.4.47, Fig.4.48 に $30,000 \text{ min}^{-1}$ で回転する主軸に対して, 式 (4.99) で表わされる加工負荷がかかったときの主軸先端の軌道及び変位の時間波形を示した. Fig.4.47 に示したグラフの横軸は y 軸方向の変位, 縦軸が z 軸方向の変位を表わす. y 軸方向の変位が加工負荷方向, z 軸方向の変位がジャイロ効果やくさび効果によって発生した変位に相当する. 黒い実線が従来の空気静圧スピンドルでの軌道, 赤い鎖線が本研究で提案した空気圧制御回路を使用した場合の軌道を示す. 従来の空気静圧スピンドルでは z 軸方向に最大で約 $1.2 \mu\text{m}$ の変位が発生した. 一方空気圧制御回路を搭載した場合には, 最終的な z 軸方向の変位は殆ど 0 になった. Fig.4.48 に示したグラフ中の実線が従来のスピンドルの主軸先端の軌道の時間波形を, 破線が空気圧制御回路を搭載した空気静圧スピンドルの主軸先端の軌道の時間波形を示す. グラフの横軸は時刻, 縦軸は y, z 軸方向の変位を表わす. z 軸方向の変位の結果から, 空気圧制御回路を搭載することにより 1.5 秒以降の z 軸方向の変位がほとんど 0 で一定になっていることが分かる. これは加工負荷がかかり続けても変位が 0 であることを示しており, 提案した空気圧制御回路によって主軸の位置制御が適切に行われていることが分かる. Fig.4.49 に主軸の回転数を $10,000 \text{ min}^{-1}$ に固定してゲイン J を変化させたときの, 定常変位の変化を示す. ゲイン J は 0 から 2×10^{10} まで 0.5×10^{10} ずつ変化させた. ゲイン J に対して y 軸方向の変位はほとんど変化しなかった. z 軸方向の変位はゲイン J に対して単調に減少した. これはゲイン J が増加す

るにつれて空気圧制御回路の効果が強まり、 z 軸方向の変位を減少させたと考えられる。ゲイン J が約 0.7×10^{10} のときに z 軸方向の変位はほとんど 0 になることが分かる。ゲイン J がさらに増加すると補償が過剰となり、 z 軸方向の定常変位が発生した。Fig.4.46, Fig.4.49 から主軸の回転数に対してゲイン J を適切に調整することで、 z 軸方向の変位を補償することができると分かる。

4.3.8 まとめ

本研究では、空気静圧スピンドルの安価な空気圧制御回路の提案と、その数値計算モデルの開発を行った。本研究の内容を以下にまとめる。

1. 電子制御を必要としない空気圧制御回路による空気静圧スピンドルの制御手法について検討した。圧縮性レイノルズ方程式と摂動法を用いた解析を行い、提案した空気圧制御回路を考慮した空気静圧スピンドルの解析モデルを開発した。開発した解析モデルについて、実際のスピンドルの剛性計測結果との比較を行い、妥当性を確認した。
2. 提案した空気圧制御回路の制御ゲイン J は、スピンドルの回転数に応じて変化させるのがよいと分かった。回転数が上昇すると連成特性の影響が強まるため、制御ゲインを上げることで主軸の変位に対する軸受の供給圧の変化を大きくする必要がある。
3. 主軸の定常変位について検討した結果、制御ゲイン J を適切に調節することで、ジャイロ効果および連成特性を補償できることを確認した。本研究の計算例では、主軸の回転数 $50,000 \text{ min}^{-1}$ において、加工負荷と直交する向きの定常変位を 50% 低減できた。今後、加工試験を行うことで、実際の加工におけるスピンドルの動作について検討する。
4. 空気圧制御回路の応答時間は主軸の応答の約 50 倍であることが分かった。スピンドルの動特性は空気圧制御回路の動特性が支配的であると考えられるが、工具の種類や切削速度による影響を本研究では考慮しなかった。応答時間についても、今後の加工試験によって明らかにしたい。

4.4 結言

本章での研究成果を以下に列挙する。

1. 空気静圧スピンドルの制御手法に関する研究を行った。
2. 主軸が回転する際に発生するジャイロ効果およびくさび効果による位置精度の悪化

を防止するためにノズルフラップと空気圧パイロット弁を用いた空気圧制御回路を提案した。

3. 初期研究においてはジャイロ効果のみを対象にして空気静圧スピンドルの数値計算モデルを作成し、提案手法がジャイロ効果の補償に有効であることを確認した。
4. 初期研究のモデルを改良した解析を実施した。初期研究では考慮されていなかったくさび効果および空気圧制御回路の応答遅れを考慮した数値計算モデルを作成した。
5. 改良した数値計算モデルを用いて主軸の位置精度に関する検討を行った。剛性・減衰係数の計算結果から、提案した空気圧制御回路がジャイロ効果やくさび効果を補償可能であることが分かった。主軸の動力学計算の結果も提案手法が有効であることを示唆した。
6. 上記の研究の結果、提案する手法によってジャイロ効果およびくさび効果による主軸の変位を抑制できることが確認できた。一方、提案手法を用いた空気圧制御では、加工負荷方向の剛性を低下させることが確認された。今後は剛性の低下を生じさせない制御手法や空気圧制御法について検討する。

第5章

結論

5.1 本論文の結論

本研究では空気静圧軸受の数値解析を行った。空気静圧スピンドルには高速回転時にせん断発熱による部品の加熱，ジャイロ効果およびくさび効果による主軸の位置精度の悪化が指摘されてきた。本研究ではそれらの課題に対して数値計算モデルを用いた解析を行い，熱流体解析モデルを用いた設計指針の開発と新たな空気圧制御回路の提案を行った。

熱流体解析モデルを用いた設計指針の開発として，空気静圧軸受内部の流れの3次元性の強さを表す無次元数 H を提案した。無次元数 H は空気静圧ジャーナル軸受の主軸の周速と軸方向平均流速の比を取ったもので，軸受内流れにおける軸方向流速の影響の強さを示す。本研究ではCFD計算によりせん断発熱量を算出する3次元熱流体解析モデルと解析解によりせん断発熱量を算出する1次元せん断発熱計算モデルを作成し，2つのモデルの計算結果を無次元数 H を変化させながら比較した。研究の結果，無次元数 H が $H \leq 0.6$ を満たす場合には，せん断発熱における軸方向流速の影響は比較的小さく，解析解である1次元せん断発熱計算モデルによって空気静圧軸受の熱解析を実行可能と分かった。これにより3次元熱流体解析モデルと1次元せん断発熱計算モデルの選定基準として提案した無次元数 H は熱解析モデルの選定指標として有効であり，モデル選定の際に無次元数 H を算出することで適切なモデルを選択することが可能となった。

新たな空気圧制御回路の提案として，ノズルフラップと空気圧パイロット弁を用いた空気圧制御回路の設計と解析を行った。空気静圧スピンドルが高速回転で駆動すると，主軸の運動はジャイロ効果やくさび効果から影響を受け，意図しない変位を生じる。電空レギュレータや圧電素子等の電子機器を用いた空気圧制御によりジャイロ効果やくさび効果を補償した先行研究があるものの，電子機器は高価であり，導入の障害となる。ノズルフラップや空気圧パイロット弁は電子的な制御は一切必要なく，非常に安価に作製することができる。提案した空気圧制御回路の効果を検討するため，空気静圧スピンドルのバ

ネ-マス-ダンパモデルを作成した。空気静圧軸受の剛性・減衰係数を算出し、5自由度のバネ-マス-ダンパモデルにより主軸の運動を計算した。計算の結果、ジャイロ効果やくさび効果によって発生した変位が、提案した空気圧制御回路により減少することを確認した。50,000 min^{-1} の回転数で制御を行った場合に、ジャイロ効果やくさび効果によって発生する変位が50%低減した。一方加工負荷方向の変位は約20%増加した。これは提案した空気圧制御回路によって、軸受剛性が加工負荷方向で低下したことが原因と考えられる。

5.2 今後の課題

本研究において、空気静圧スピンドルの特性について多くの成果が得られた。しかしながら、本研究の成果は実験によって確認されてはおらず、より詳細な検討を行うには実際の空気静圧スピンドルの各種計測を行わなくてはならない。今後は実験の結果も加えたより詳細な解析を行い、空気静圧スピンドルの特性を明らかにする。

謝辞

本研究を進めるにあたり、主指導教員の肖教授にはなかなか結果の出ない中辛抱強い御指導を賜りました。厚く感謝を申し上げます。副指導教員の大西教授には、他研究室の学生でありながら手厚い指導をして頂きました。深謝申し上げます。また香川名誉教授には流体の基礎知識や原理に関する御教授を頂き、大変御世話になりました。厚く御礼を申し上げます。空気圧工学研究所の高山様には実験において御指導を頂きました。厚く感謝致します。空気静圧スピンドルの構造や用途、実験においては株式会社インダストリア様に多大なご協力を賜りました。厚く感謝を申し上げます。最後に研究テーマが大きく異なるにも関わらず、ゼミや研究室において様々な助言をくださった肖研究室の皆様に感謝の意を表します。

参考文献

- [1] Tajalli, A. S., Movahhedy, R. M., Akbari, J. (2013):Size Dependent Vibrations of Micro-End Mill Incorporating Strain Gradient Elasticity Theory. *Journal of Sound and Vibration*, Vol.332, pp.3922-3944. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2013.01.038>
- [2] Shi, J., Cao, H., Maroju, K.N., Jin, X. (2019):Dynamic Modeling of Aerostatic Spindle with Shaft Tilt Deformation, *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol.142, pp.1-15. <https://doi.org/10.1115/1.4045630>
- [3] Gerada, D., Mebarki, A., Mebarki, Brown, L. N., Gerada, C., Cavagnino, A., Boglietti, A. (2014):High Speed Electrical Machines-Technologies, Trends and Developments, *IEEE Transactions of Industrial Electronics*, Vol.61, pp.2946-2959. <https://doi.org/10.1109/TIE.2013.2286777>
- [4] Lin, C., Lin, K. Y., Chu, H. C. (2013):Dynamic Models and Design of Spindle-Bearing Systems of Machine Tools: A Review, *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, Vol.14, pp.513-521. <https://doi.org/10.1007/s12541-013-0070-6>
- [5] 井尻浩右 (1981): 転がり軸受の選定 (1) , ターボ機械, Vol.9 pp.172-176. <https://doi.org/10.11458/tsj1973.9.172>
- [6] Xiao, H., Li, W., Zhou, Z., Huang, X., Ren, Y. (2018):Performance analysis of aerostatic journal micro-bearing and its application to high-speed precision micro-spindles, *Tribology International*, Vol.120, pp.476-490. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2018.01.002>
- [7] https://www.snkc.co.jp/tax_products/tax03/
- [8] <https://kikai-hikaku.com/1475>
- [9] Powell, W. J. (1970):Design of Aerostatic Bearings, Machinery Publishing Co. Ltd, p.28
- [10] Hsia, T. Y., Domoto, A. G. (1983):An Experimental Investigation of

- Molecular Rarefaction Effects in Gas Lubricated Bearings at Ultra-Low Clearances, *Journal of Lubrication Technology*, Vol.105, pp.120-129. <https://doi.org/10.1115/1.3254526>
- [11] Chen, W., Liang, Y., Sun, Y., Bai, Q. and An, C. (2015):A Novel Dynamic Modeling Method for Aerostatic Spindle Based on Pressure Distribution. *Journal of Vibration and Control*, Vol.21, pp.3339-3347. <https://doi.org/10.1177/1077546314523030>
- [12] Shi, J., Cao, H. and Jin, X. (2019):Investigation on The Static and Dynamic Characteristics of 3-DOF Aerostatic Thrust Bearings with Orifice Restrictor. *Tribology International*, Vol.138, pp.435-449. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2019.06.026>
- [13] Cao, H., Do, Dörgeloh, T., Riemer, O., Brinksmeier, E. (2017):Adaptive Separation of Unbalance Vibration in Air Bearing Spindles, *Procedia CIRP*, Vol.62, pp.357-362. <https://doi.org/10.1016/j.procir.2016.06.069>
- [14] Gao, Q., Qi, L., Gao, S., Lu, L., Song, L., Zhang, F. (2021):A FEM based modelling method for analyzing the static performance of aerostatic thrust bearings considering the fluid-structure interaction, *Tribology International*, Vol.156, pp.1-12.<https://doi.org/10.1016/j.triboint.2020.106849>
- [15] Stanev, P. T., Wardle, F., Corbett, J. (2004):Investigation of grooved hybrid air bearing performance, *Journal of Multi-body Dynamics*, Vol.218, pp.95-106. <https://doi.org/10.1243/146441904323074558>
- [16] Clombo, F., Lentini, L., Trivella, A., Raparaelli, T., Viktorov V. (2021):Experimental and Numerical Dynamic Identification of an Aerostatic Electro-Spindle, *Applied Sciences*, Vol.11, pp.1-25. <https://doi.org/10.3390/app112311462>
- [17] Shi, J., Cao, H., Maroju, L. N., Jin, X. (2020):Dynamic Modeling of Aerostatic Spindle With Shaft Tilt Deformation, *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol.142, pp.021006_1-02100_15. <https://doi.org/10.1115/1.4045630>
- [18] Liu, Z., Pan, M., Zhang, A., Zhao, Y., Yang, Y., Ma, C. (2014):Thermal Characteristic analysis of high-speed motorized spindle system based on thermal contact resistance and thermal-conduction resistance, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol.76, pp.1913-1926. <https://doi.org/10.1007/s00170-014-6350-1>
- [19] Jedrzejewski, J., Kwal, Z., Kwasny, W., Modrzycki, W. (2005):High-speed precise machine tools spindle units improving, *Journal of Materials Processing Technology* Vol.162-163, pp.615-621.

- <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2005.02.149>
- [20] Bryan, J. (1990):International status of thermal error research, *CIRP Annals*, Vol.39, pp.645-656. [https://doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)63001-7](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)63001-7)
- [21] Lu, Y., Yao, Y.X. and Xie, W.Z. (2007):Finite Element Analysis of Dynamic Characteristics of High-Speed Motorized Spindle. *Applied Mechanics and Materials*, Vol.10-12, pp.900-904. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.10-12.900>
- [22] Ahmed, B., Marc, T. (2008):Equivalent Stiffness and Damping Investigation of A hydrostatic Journal Bearing. *Tribology Transactions*, Vol.50, pp.257-267. <https://doi.org/10.1080/10402000701309745>
- [23] Shi, J., Jin, X. and Cao, H. (2022):Chatter Stability Analysis in Micro-Milling with Aerostatic Spindle Considering Speed Effect. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol.40, pp.1432-1436. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2021.108620>
- [24] 金井秀生, 神 雅彦, 高橋一彰, 村川正夫 (2007): 超音波スピンドル装置の開発に関する研究, 精密工学会学術講演会講演論文集, <https://doi.org/10.11522/pscjspe.2007A.0.945.0>
- [25] Gao, S., Cheng, K., Ding, H., Fu, H. (2015):Multiphysics-based design and analysis of the high-speed aerostatic spindle with application to micro-milling, *Journal of Engineering Tribology*, Vol.230. pp.852-871. <https://doi.org/10.1177/1350650115619609>
- [26] Lu, L., Gao, Q., Chen, W., Wang, G. (2017):Multi-physics Coupling Analysis of an Aerostatic Spindle, *Advances in Mechanical Engineering*, Vol.9, pp.1-8. <https://doi.org/10.1177/1687814017701869>
- [27] Amine, J. D., Injor, M. O., Ekeanyanwu, O. P. (2017):Characteristics of Stribech' s Curve of Hydrodynamic Lubrication Using Experimental Values and Modified Petroff' s Equation, *Mediterranean Journal of Basic and Applied Sciences*, Vol.1, pp.231-239.
- [28] Lu, H., Li, C., Wang, Y., Sun, Y., Hao, J., Miao, H., Xu, M., Zhang, Y. (2023):Fluid-Structure Interaction Dynamic Analysis of Aerostatic Spindle. *Mecanica*, Vol.58, pp.2237-2267. <https://link.springer.com/article/10.1007/s11012-023-01711-z#citeas>
- [29] Miyaguchi, T., Masuda, M., Takeoka E., Iwabe, H. (2001):Effect of Tool Stiffness upon Tool Wear in High Spindle Speed Milling Using Small Ball End Mill. *Journal of the International Societies for Precision Engineering and Nanotechnology*,

- Vol.25, pp.145-154. [https://doi.org/10.1016/S0141-6359\(01\)00067-8](https://doi.org/10.1016/S0141-6359(01)00067-8)
- [30] Matsumura, T. and Ueki, Y. (2011):Milling of Micro Grooves on Glass Cylinder Surface. In-ternational Journal of Automation Technology, Vol.5, pp.11-20. <https://doi.org/10.20965/ijat.2011.p0011>
- [31] Mizumoto, H., Matsubara, T., Yamamoto, H., Okumo, K. and Yabuya, M. (1991):An Infinite Stiffness Aerostatic Bearing with An Exhaust Control Restrictor. In: Seyfried, P., Kunzmann, H., McKeown, P., Weck, M. (eds) Progress in Precision Engineering. Springer, Berlin, Heidelberg., pp.315-316. https://doi.org/10.1007/978-3-642-84494-2_35
- [32] Chen, D., Li, S., Zhang, X. and Fan, J. (2022):Relationship between Dynamic Characteristics of Air Film of Aerostatic Spindle and Mid-Frequency of Surface Topography. Advances in Manufacturing, Vol.10, pp.428-442. <https://doi.org/10.1007/s40436-022-00391-4>
- [33] Mizumoto, H., ShiroArii, Yabuta, Y., Tazoe, Y. (ICCAS 2010):Vibration Control of A High-Speed Air-Bearing Spindle Using An Active Aerodynamic Bearing. In: Proceedings of 2010 International Conference on Control and System. <https://doi.org/10.1109/ICCAS.2010.5669831>
- [34] Luis, S.A., Ryu, K. (2008):Hybrid Gas Bearings with Controlled Supply Pressure to Eliminate Rotor Vibrations while Crossing System Critical Speeds. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol.130, pp.1-10. <https://doi.org/10.1115/1.2966391>
- [35] Stefano, M., Ilmar, F.S. (2011):Active Lubrication Applied to Radial Gas Journal Bearings. Part 1:Modeling. Tribology International, Vol.44, pp.1949-1958. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2011.08.007>
- [36] Tanaka, T., Kato, T., Otsubo, T., Koyama, A. and Yazawa, T. (2022):Control of Spindle Position and Stiffness of Aerostatic-Bearing-Type Air Turbine Spindle. International Journal of Automation Technology, Vol.16, pp.456-463. <https://doi.org/10.20965/ijat.2022.p0456>
- [37] Dupont, R. (2015):Robust Rotor Dynamics for High-Speed Air Bearing Spindles. Precision Engineering, Vol.40, pp.7-13. <https://doi.org/10.1016/j.precisioneng.2014.12.008>
- [38] <https://www.openfoam.com/> (accessed on 24 April, 2024)
- [39] Yoshimoto, S., Anom, Y., Ohashi, T. (1988):Stability of a Rigid Rotor Supported by Aerostatic Journal Bearing with Circular Slot Restrictors (on the Double-Row Admission Bearing), Transactions of the ASME, Vol.110, pp.228-

234. <https://doi.org/10.1115/1.3261590>
- [40] 神山剛至, 山本誠 (1999): 静圧気体軸受内圧縮性流れの数値的研究, 日本機械学会論文集 (B 編), Vol.65, pp.144- 151. <https://doi.org/10.1299/kikaib.65.144>
- [41] 鬼頭修己, 中林功一, 西村太志 (1998): 平行平板クエット乱流に及ぼす低レイノルズ数の効果, 日本機械学会論文集 (B 編), Vol.64, pp.134-142. <https://doi.org/10.1299/kikaib.64.3660>
- [42] 田中克敏, 木村誠司, 鈴木清, 植松哲太郎 (2007): 超精密加工機械の高精度化の研究 第 1 報: 自成絞り方式静圧気体軸受スピンドルの高性能化, Journal of the Japan Society for Abrasive Technology, Vol.51, pp.302-307. <https://doi.org/10.11420/jsat.51.302>
- [43] Togo, S. (2002): Design Guide Book of Aero Bearing. KYORITSU SHUPPAN CO., LTD., Tokyo.
- [44] Shi, J., Cao, H. and Jin, X. (2019): Investigation on The Static and Dynamic Characteristics of 3-DOF Aerostatic Thrust Bearings with Orifice Restrictor, Tribology International, Vol.138, pp.435-449. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2019.06.026>
- [45] Xu, P., Inaba, K., Takeishi, H., Kagawa, T. (2023): Feasibility and Optimization of Nozzle Flapper System for Position Measurements of High-Speed Rotation Spindle with Aerostatic Bearings. In: Proceedings of the ASME 2023 Pressure Vessels & Piping Conference (PVP2023). <https://doi.org/10.1115/PVP2023-105915>
- [46] Kagawa, T., Shimizu, M., Morita, Y. (1980): The Dynamics of A System of Non-bleed Type Pneumatic Pilot Valve and Load Chamber with A Nozzle Flapper Input. Journal of the Society of Instrument and Control Engineers, Vol.21, pp.480-486. <https://doi.org/10.9746/sicetr1965.21.480>
- [47] Peng, J., Youn, C., Takeuchi, T., Kagawa, T. (2017): Stabilization of Pilot Valve System Using Linear Flow Resistance. Advances in Mechanical Engineering, Vol.9, pp.1-9. <https://doi.org/10.1177/1687814017719421>