

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	
Title(English)	Popularity on Variations of Multidimensional Roommate Games
著者(和文)	GESteven
Author(English)	Steven Ge
出典(和文)	学位:博士(学術), 学位授与機関:東京科学大学, 報告番号:甲第386号, 授与年月日:2025年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:伊東 利哉,田中 圭介,鹿島 亮,安永 憲司,横井 優
Citation(English)	Degree:Doctor (Academic), Conferring organization: Institute of Science Tokyo, Report number:甲第386号, Conferred date:2025/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

論文審査の要旨及び審査員

報告番号	甲第	号	学位申請者氏名	Steven Ge		
論文審査 審査員		氏名	職名		氏名	職名
	主査	伊東 利哉	教授	審査員	横井 優	准教授
	審査員	田中 圭介	教授			
		鹿島 亮	准教授			
		安永 憲司	准教授			

論文審査の要旨 (2000 字程度)

本論文は「Popularity on Variations of Multidimensional Roommate Games」と題し、英文5章よりなる。

複数の参加者が他の参加者に対する選好順位を保有している状況で、ある種の公平性を最大化するような参加者の分割(グループ分け)を行う場合を想定する。このような状況での均衡概念として stability/envy-freeness/popularity などが知られている。本論文では、参加者が保有する選好順位に制限を課した場合の popular な分割の計算困難性に関して、考察を行っている。

第1章「Introduction」では、本研究の背景と目的を述べると共に、本研究の成果の概要について述べている。

第2章「Preliminaries」では、本研究で扱う問題の導入や本研究の内容を述べるために必要となる定義・記号および概念などを説明している。

第3章「Roommate Diversity Problem」では、赤と青で塗り分けられた参加者たちを s 人ずつの部屋に割り振る問題を扱う(以下 Roommate Diversity Problem を RDP と略記)。このとき、参加者 a の選好順位は割り振られた部屋の赤い参加者の比率に対して与えられる。第3.1節では $s = 2$ (部屋の収容人数が2)の場合、popular (部屋割り π が popular であるとは、他の如何なる部屋割り ρ に対して π は ρ に劣らないことをいう)な部屋割りを求める多項式時間アルゴリズムを示している。具体的には、与えられた部屋割り問題を重み付きグラフ G に変換し、そのグラフ G の最大重みマッチングを多項式時間で求めることで popular な部屋割りを導出している。次に $s \geq 2$ とし、参加者 a の選好順位が参加者 a にとって上位となる(赤い参加者の)比率の集合 D_a^+ と参加者 a にとって下位となる(赤い参加者の)比率の集合 D_a^- からなる2分割選好順位に制限された RDP について考える。まず、第3.2節では、popularity に対してより強い制約を課した strict popularity (部屋割り π が strict popular であるとは、他の如何なる部屋割り ρ に対して π は ρ に勝ることをいう)に関して、2分割選好順位に制限された RDP において strict popular な部屋割りの存在を決定する問題は co-NP 困難であることを示している。具体的には、NP 完全である X3C (Exact 3-Set Cover) からの帰着 R_{sp}^2 により2分割選好順位に制限された RDP が strict popular な部屋割りを有するか否かを決定する問題の co-NP 困難性を導出している。また、第3.3節では、popularity の拡張概念である mixed popularity (全ての可能な部屋割りの集合を Π としたとき、集合 Π 上の確率分布 p が mixed popular であるとは、集合 Π 上の他の如何なる確率分布 q に劣らないことをいう)に関して、 $P \neq NP$ ならば、2分割選好順位に制限された RDP において mixed popular な部屋割りは多項式時間で計算不可能であることを示している。具体的には、NP 完全である X3C (Exact 3-Set Cover) からの帰着 R_{mp}^2 により2分割選好順位に制限された RDP に対する mixed popular な部屋割りの計算困難性を導出している。さらに、第3.4節では、参加者 a の選好順位が D_a^+ と D_a^- に加えて中立な(赤い参加者の)比率の集合 D_a^n からなる3分割選好順位において、RDP が popular な部屋割りを有するか否かを決定する問題は co-NP 困難であることを導出している。具体的には、NP 完全である X3C (Exact 3-Set Cover) からの帰着 R_p^3 により3分割選好順位に制限された RDP において popular な部屋割りを有するか否かを決定する問題の co-NP 困難性を導出している。

第4章「3D-Euclidean Stable Roommate Problem」では、3次元ユークリッド空間内に配置された参加者を $s \geq 2$ 個単位にグループ分けする問題(以下 3D-Euclidean Stable Roommate Problem を 3D-ESRP と略記)を扱う。ここで、各参加者の選好順位は他の参加者との距離により与えられる。そして、グループ分けによる各参加者 a への配分は同一グループ内の他の参加者との距離の総和で定め、その大小に基づく優位性により、同様な均衡概念(strict) popularity が定義される。そして $s = 3$ の場合に、3D-ESRP において strict popular なグループ分けが存在するか否かを決定する問

題が co-NP 困難であることを示している. 具体的には, 制限の付いた X3C で NP 完全な PC-X3C (Planar and Cubic Exact 3-Set Cover) からの帰着 R_{sp}^3 により 3D-ESRP において strict popular な部屋割りの存在を決定する問題の co-NP 困難性を導出している.

第 5 章「Conclusion」では, 本研究での成果をまとめると共に, 今後の研究課題について言及している.

以上をまとめると, 本論文は, 参加者各自が他の参加者に対する選好順位を保有する状況で, 選好順位の定め方に応じて, 各種の均衡概念 (popularity/strict popularity/mixed popularity) を満たす分割を求める問題の計算困難性を理論的に明らかにしている. 特に, RDP において, 部屋割サイズに応じて popular あるいは strict popular/mixed popular な部屋割りを有するか否かを決定する問題の計算困難性に大きな隔たりがあることが解明されたことの意義は大きい. よって, 本論文は博士(学術)の学位論文として十分価値があるものと認める.