論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	高階関数を扱う確率論基礎の形式化
Title(English)	Formalized Foundations for Higher-Order Probability Theory
著者(和文)	平田路和
Author(English)	Michikazu Hirata
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京科学大学, 報告番号:甲第235号, 授与年月日:2025年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:南出 靖彦,荒井 迅,増原 英彦,三好 直人,脇田 建,Affeldt Reynald
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Institute of Science Tokyo, Report number:甲第235号, Conferred date:2025/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

（博士課程）

論文審査の要旨及び審査員

<table>
<tr><td>報告番号</td><td colspan="3">甲第　　　　　　　　　号</td><td colspan="2">学位申請者氏名</td><td>平田路和</td></tr>
<tr><td rowspan="5">論文審査
審 査 員</td><td></td><td>氏　名</td><td>職　名</td><td></td><td>氏　名</td><td>職　名</td></tr>
<tr><td>主査</td><td>南出靖彦</td><td>教授</td><td rowspan="4">審査員</td><td>脇田建</td><td>准教授</td></tr>
<tr><td rowspan="3">審査員</td><td>荒井迅</td><td>教授</td><td rowspan="2">Reynald Affeldt</td><td rowspan="2">上級主任研究員
（産業技術総合研究所）</td></tr>
<tr><td>増原英彦</td><td>教授</td></tr>
<tr><td>三好直人</td><td>教授</td><td></td><td></td></tr>
</table>

論文審査の要旨（2000 字程度）

本論文は「Formalized Foundations for Higher-Order Probability Theory(高階関数を扱う確率論基礎の形式化)」と題し，英文で全７章から構成されている．

確率論の形式化は，確率的プログラムや確率過程，機械学習アルゴリズムなどといった確率的な振る舞いを含むシステムの検証において重要である．本論文では，証明支援系 Isabelle/HOL において，高階確率的プログラミング言語の意味論と関連する確率論の形式化を行なっている．

第１章「Introduction」では，論文の主題となる確率論および確率的プログラミング言語の証明支援系における形式化について概観し，本論文の貢献についてその概要を述べている．

第２章「Preliminaries」では，確率論の基礎となる位相空間，測度論などにおける基本的な定義や記法を確認するとともに，本論文で用いた証明支援系 Isabelle/HOL と先行研究による形式化について概説している．

第３章「Standard Borel Spaces」では，標準ボレル空間の形式化を行なっている．標準ボレル空間は，ポーランド空間上に定義される可測空間のクラスである．ポーランド空間と標準ボレル空間は，「ポーランド空間はあるコンパクト空間に埋め込まれる」，「標準ボレル空間は，可算離散空間であるか，実直線と同型である(クラトフスキーの定理)」といった良い性質を持つため，準ボレル空間を含む応用確率論や統計学で重要な役割を果たしている．また，クラトフスキーの定理の応用として，disintegration 定理の形式化も行なっている．

第４章「Measurable Space of Finite Measures」では，レヴィ-プロホロフ距離の形式化を行なっている．高階確率論とは独立した内容であるが，リースの表現定理やプロホロフの定理といった確率論の主要定理の形式化を含んでいる．弱収束や弱収束の同値条件，弱収束位相の形式化を行い，その後，レヴィ-プロホロフ距離を形式化している．また，レヴィ-プロホロフ距離を用いてプロホロフの定理を形式化するとともに，プロホロフの定理の証明で使われるアラオグルの定理の特殊な場合とリースの表現定理の形式化も行なっている．最後に，標準ボレル空間上の有限測度全体のなす可測空間が標準ボレル空間となることを示している．弱収束位相とレヴィ-プロホロフ距離によって誘導される位相の同値性については，フィルターで弱収束を一般化することで，証明を簡略化し，独自の証明を得ている．

第５章「Quasi-Borel Spaces」では，準ボレル空間の形式化を行なっている．準ボレル空間は，高階確率的プログラムに表示的意味論を与えるために近年導入された．標準的な確率的プログラムの意味論では可測空間が使われるが，関数型の解釈を与える可測空間が一般には存在しないため，可測空間による意味論は高階確率的プログラムの意味論には適していない．準ボレル空間には，関数空間が存在し，s-有限測度モナドをもつため，高階な確率的プログラムの意味論に適している．s-有限測度の構成は非自明であるにもかかわらず，先行研究には証明が記載されておらず，さらに研究によって定義が異なっていた．そのため，準ボレル空間は理論の妥当性の検証や理論を使うこと自体が難しかった．本章では，準ボレル空間とその上の s-有限測度モナドを証明支援系で初めて形式化している．また，s-有限測度モナドの理論的基礎であり，一階の確率的プログラムの意味論でも使われる s-有限核の形式化も行なっている．さらに，理論の形式化だけでなく，項が準ボレル空間の元であることを示す証明の自動化の実装も行なっている．測度論では，多くの等式が関数の可測性を仮定するため，関数の可測性の証明が必要になる場合が多い．準ボレル空間の理論でも同様な状況に直面する．本研究の証明自動化は，これらの仮定を自動で解くことを手助けし，証明全体のコスト削減を実現している．

第６章「Applications」では，確率的プログラムの検証を行なっている．モンテカルロ法や正規分布の平均推定といったアルゴリズムを含む，４つの例プログラムを検証している．また，準ボレル

空間を使った差分プライバシーの形式化も行なっている．
第７章「Conclusions」では本論文の主要な結果を総括するとともに，今後の課題について議論している．
以上のように，本論文は高階確率的プログラミング言語の意味論と関連する確率論の形式化を大きく進展させたものであり，成果として得られた形式化は確率論を基盤とする様々な理論の形式化の基盤となるものである．また，証明の自動化や形式化に適した理論・証明の再構成などの興味深い貢献も得られている．これらのことから本論文の貢献は形式化にとどまらず，理学上の貢献も大きい．よって，本論文は博士(理学)の学位論文として十分価値があるものと認める．